CC. p. 9.

VITELLIONIS

MATHEMATICI DOCTISSIMI

ΠΕΡΙ ΟΠΤΙΚΗΣ, ID EST, DE NATVRA, RATIOne, & proiectione radiorum uisus, luminum, colorum atq; formarum, quam uulgo Perspectiuam uocant, LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nusquam extant, tum uero de proiectione, infractione & refractione radiorum uisus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparẽtibus atq; speculis, planis, sphæricis, columnaribus, pyramidalibus, concauis & conuexis, scilicet cur quædam imagines rerum uisarum æquales, quædam maiores, quædam minores, quædam rectas, quædam inuersas, quædam intra, quædam uero extra se in aere magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædam eundem in contrarium ostendant: quædam Soli opposita, uehementissime adurant, ignemq; admota materia excitent: deq; umbris, ac uarijs circa uisum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet. Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omnium consensu, primas in hoc scripti genere tenet) diligentissime tradita, ad solidam abstrusarum rerũ cognitionem, non minus utilia quàm iucunda. Nunc primum opera Mathematicorũ prestantiss. dd. Georgij Tanstetter & Petri Apiani in lucem ædita.



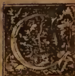
Norimbergæ apud Ioann Petreium, Anno MDLI.

CAROLVS Quintus, diuina fauente clemētia Romanorum Imperator, ſemper Auguſtus, ac Germaniæ, Hiſpaniarū, utriuſq; Siciliæ, Hieruſalem, Hungariæ, Dalmaciæ, Croatiæ, &c. Rex. Archidux Auſtriæ, dux Burgūdiæ, Brabātiæ, &c. Comes Habſpurgi, Flādriç, Tyrolis, &c. Vniuerſis & ſingulis notū eſſe uolumus. Quū noſter & Imperij Sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilimè ſupplicauerit, q Ephemerides quaſdā, unà cū alijs infra cōmemoratis opuſculis, maximo ſuo ſumptu, pariq; tū inuētionis, tū æditionis labore, in cōmunē bonorū ſtudioſorumq; omniū uſum candidè & humaniter ædere ſecū cōſtituerit. Vereaturq; iam ne eadē ab alijs quoq;, q ex alterius incōmodo ſuū aucupari contendūt commodū, quiq; alieno labore bene parta, in ſuū ipſorum male conuertūt uſum, imprimeretur, id q̄d in ſuum haud uulgare detrimentū redūdaret, quatenus Priuilegij noſtri prçrogatiua ad certū annorū numerū, in quo nemo planè illud tentare auderet, ſe adiuuare dignaremur. Quumq; nos eorū, qui tū opera diligēti ac ſedula, tū uigilantia ſua nō mediocri, quam & prouehendis bonis artibus gnauiter impendūt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec ſumptui parcentes, nec labori, liberaliter inſumūt, Reipub. inſigniter ꝓdeſſe ſolēt, emolumētū promouere, cōtra diſpēdiū amouere, ꝓ germano & innato nobis ad eximia honeſtiſsimaq; ingenuarū artiū ſtudia fauore ſtudeamus, fit ut facilius Apiano q̄q; p̄dicto, precibus eiuſdē & ſupplici petitiōi condeſcendētes, Gratiā noſtrā hac in re impertiamus ſingularē. Omnibus itaq; & ſingulis chalcographis, Bibliopolis, & qbuſuis alijs tenore præſentiū diſtrictè inhibemus, ne uidelicet infraſcriptos libros, q̄s p̄nominatus Apianus uel iā æditiōi deſtinauit, uel æditurus, eruditis omnibus in publicū cōmunicaturus eſt unq;, puta Ephemerides ab anno ſalutis noſtrę Milleſimo quingētesimo triceſimoquarto ad ſeptuageſimū ſupra Milleſimū & quingenteſimū duraturas, præterea libros de Vmbris, Cētiloquiū Arithmetices: & aliū adhuc de Arithmetica libellū, cū Regulis Coſſæ demōſtratis: De mēſuratione uaſorū cū artificiali partis uacuæ inuētione: Schedulas diarias ſiue Almanach cū iudicijs annalibus, ſeu (ut uulgus loqtur) Practicis, qbus aēris mutatiōes, dierumq; electiones ſingulæ cōtinentur: Libros itē de cōiunctionibus: Ptolemæū ex nouiſsima illa Vuilibaldi Pyrckameri tranſlatiōe, ante hac nunq; æditū, cū Tabulis correctiſsimis, & in quadrāgularē figurā, cuiuſmodi hactenus excuſæ nō ſunt, cōformatis: Ptolemæi etiā libros græce, eruditos eos ſanè, & (q̄d tāto authore digniſsimū erat) elegantes, natiuamq; illā ſuam gratiā in propria lingua retinētes: Librū de Eclipſibus: Librū Azophi aſtrologi uetuſtiſsimi: Libros Gebri: VITELLIONIS q̄q; authoris antiqſsimi ſimul ac doctiſsimi Perſpectiuā, opus & ingens & ipſa materiæ iucūditate laudatiſſimū: Aſtronomicū Imperatoriū: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride: Tabulas reſolutas iā ꝑ eundē recēs ſupputatas: Radiū nouum Aſtronomicū, ſimulq; & Geometricū, unà cū uario Sinuū & Chordarū uſu: Librū de Speculo ad pulcherrimas dimēſiones apte accōmodato: Introductionē Coſmographicā cū omnis generis obſeruatiōibus itidē ꝑ ſinus & chordas, adiūcto inſuꝑ Meteoroſcopio duplici, plano & (q̄d inauditū erit pleriſq;) numerorū, Aſtrolabiumq; numerorum uniuerſale, ut recēs ita utiliſsimū: Tabulas ſeu Mappas, ut uocant, uniuerſi terrarū orbis generales, aut etiā quarūdā Regionū ſeu Prouinciarū particulares: & qcquid in Mathematicis rebus dictus Apianus ſub titulo & nomine ſuo, aut ſi qua aliena rerū Mathematicarū monumēta prius neutiq; excuſa, ſua uero iā induſtria recognita & reſtaurata, uel etiam figuris tantū illuſtrata, ꝑ quoſcūq; uolet Impreſſores, in lucē ædiderit, intra ſpaciū triginta annorū, ab ipſo çditiōis die cōputando, p̄ter ſuam ipſius uoluntatē, excudant ſeu excudere faciant, neq; ſic excuſos uenū exponant, ſeu uendant, ſub pœna decē Marcharū Auri puri, ꝓ una Cameræ noſtræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremiſſibiliter exoluendarū, tū amiſsionis librorū ſic ad æmulationē excuſorū, q̄s ubicūq; locorū nactus fuerit per ſe, ſiue ſuos, aut adiumēto Magiſtratus eius loci, ſibi uendicare, & in poteſtatem ſuam redigere poterit. Harum teſtimonio literarum Sigilli noſtri appenſione munitarum. Datum in Ciuitate noſtra Imperiali Ratiſpona, die tertia Menſis Iulij, Anno Domini Milleſimo Quingenteſimo Triceſimoſecundo, Imperij noſtri Duodecimo, & aliorum Regnorum noſtrorum Decimoſeptimo.



ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET VTRIVSQVE BAVARIAE DVCI,

&c. Domino suo gratiosissimo, Georgius Tanstetter Collimitius Regius Physicus & Mathematicus S. D.



VM iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hanc nostram usq; ætatem defluxit, ut literati uiri quoties uel suas ipsorum lucubrationes uel aliena scripta à se è tenebris eruta, ac luci & quasi uitę restituta, in publicū emittere destinarunt, delegerint ex omni multitudine uirum aliquē singularem, uel bene de se meritum uel uirtute prædictum, uel ipsum eruditum ac literis probe tinctū, ac eius artis quæ in libro eo tractatur studiosum, cuius nomini dedicati siue proprij siue alieni labores auspicato prodirent. Quorum ego in præsentiarū institutum in primis decens atq; honestum rite æmulatus Illustrissime Princeps, tuæ Celsitudini alienum, sed præclarū tamen & perutilem laborem mea opera primum, ac deinde tua potissimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in lucem exeuntem inscribere dedicare constitui. Cum præsertim causæ propter quas singulas alij libros suos inscripserunt, in te omnes congruant. Primum enim, id quidem mereri Celsitudinem tuam, atq; his longe maiora, necesse habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano probata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celsitudinem tuam, & huiusmodi studijs maiorem in modum delectari, & eis operam interdum dare solere. Tum anno superiore, cum hic inclitus ac potentissimus Rex Ferdinandus per hyemen ageret, cuius tu in Aulico famulitio Princeps principem obtines locum, aliquoties studio Mathematico illectus me domi meæ inuisere non es grauatus, ac non solum prima illa rudimenta eius artis scienter mecum exprompsisti, sed etiam de illis, quæ & studium accuratius & iudicium requirunt recondita magis & abstrusa eleganter disseruisti. Deinde tot sunt uirtutes tuæ ac tātæ quibus insigniter enitescit, ut si pro singulis libri sint tibi dedicandi, nulla unquam quamuis copiosa & affluenter instructa Bibliotheca sit satis futura, quas si sigillatim nominare uelim modum profecto Epistolæ egrederer. Vnam hancē singularem ac notabilem cōmemorabo, quod anno ab hinc quarto, cum grauissima & periculosa obsidione Vienna Austriæ cingeretur, circumfuso longe lateq; Turcarum exercitu prope infinito, tu fama exitus modo aduentus hostium & formidulosæ impressionis sponte tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim adduxisti, antequā teterrimi hostes urbem omni ex parte circumuenissent. Qua quidem in urbe toto illo obsidionis tempore omnia propugnationis munia sic obijsti, ut noctes diesq; ad signa nihil laboris ac discriminis refugiens primis semper immixtus & ipse primus constiteris, aliosq; defensanda ad mœnia subinde luculenta & mascula oratione fueris exhortatus, sic ut fortiter dicere,

fortius

fortius agere, fortiſsimeꝗ pugnare, promptus habeare & expeditus, nihil ſtren
nuiſsimo conceſſurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesꝗ præcipue defenſi
conſeruatiꝗ fuerint, Illuſtriſsime Princeps author hic, quem tuæ Celſitudini
dedico, haud minus quàm quiuis ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siqui-
dem iam ingruente in Auſtriam hoſtium exercitu inter reliquam librariam ſu
pellectilem relictus, niſi per te, haud ſecus ac ciuis alter quiſquam defenſus fu
iſſet, capta urbe ac direpta, & uerè extrema paſſus interijſſet. Itaꝗ pro ciuica
corona, quam author mecum una tibi debet à te conſeruatus, uindicatusꝗ ab
exitio, & mea nunc opera in publicum emiſſus tibi dedicationis munere gra-
ta mentis confeſsionem ultro mecum exponit. Authori porrò nomen eſt gen
tile Vitellio, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus
DC. uixit. Et abſolutum hoc opus περὶ ὀπτικῆς ſummo iudicio pariꝗ diligentia
conſcripſit, exactoꝗ ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclariſsimæ
huius artis apprehenſionem conſummatamꝗ ſcientiam attinet, nihil in eo de
ſiderari poſsit, cum Celſitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupa-
tim dedico, ſimulꝗ obnixe rogo, animum dantis, & affectum potius quàm
ipſum oblatum munus intuearis, & Tanſtetterum, quem hactenus fouiſti, pa-
ri benignitate porrò etiam proſequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illuſtriſsi-
me Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac Dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriusꝗ Bauariæ Ducem &c. Vrſinus Velius.

Iampridem magnis animi ſpectate periclis
　Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima ſeruatæ fueras qui cauſſa Viennæ,
　Hoſtibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoꝗ tum obſeſſus ſe nunc tibi dedicat author,
　Hæc tibi ſeruati præmia ciuis habe.
Quod non hoſtili fuerit deperditus igni,
　Perpetuo dici geſtit, & eſſe tuus.
Huic tibi conſimilem debere fatetur honorem
　Tanſtetter, cuius prodit hic auſpicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen,
　Diuulgat populi docta per ora tuum.

ILLVSTRISSIMO VERE QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMINO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET

utriusq; Boariæ duci &c. Domino & Mecœnati suo clementissimo Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnasio Ingolstadiensi professor, salutem precatur & incolumitatē.



Vbinde mecum ipse admirari soleo, Princeps Illustrissime, hominum quorundam inhumanum adeo ingenium, atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobilissimas quasq; artes conuicijs impetere non dubitent, illasq; miseris proscindere modis, non sine maximo contemptu, digni profecto ipsi, qui ex hominum numero reijciantur. Neq; multo diuersum est & eorum institutum, qui non quidem semel omnes contemnunt literas, sed ex ea lucrosa ista & illiberaliter quæstuosa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquant, quæ non sit, ut ipsi loquuntur, de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc nostro seculo alioqui in bonarum artium profectu fœlicissimo suus artibus honos, hinc uidemus uniuersam iam philosophiam elanguescere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani seruiunt lucrando. Solari autem in hac re uicissim nos debet, quod omnibus retro seculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti sunt osores huiusmodi, maximi quoq; uiri usq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendum sit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenso literarum odio conflagrasse, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infestum fuisse literis, ut uirus ac pestem publicam eas appellarit, sed quur obsecro non odisset, quorum ipse adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem subscribere posset? Rectius senserunt plæriq; omnes ueterum Rhomanorum, quorumquisq; habitus est præstantior, quo fuit in solidis artibus, maxime uero philosophiæ & eloquentiæ studijs uersatior. Superfluum fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones, & reliquos uiros sapientiæ studijs clarissimos commemorare. Quis non eximium Augusti admiretur studium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri Magni uere regium, & ab optimo præceptore non male institutum commendat ingenium? Certe, ut ex nostratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigismundus Imperator non ipse tantum bonarum literarum studia fouit, doctisq; & literatis omnibus egregie fauit, sed reliquos etiam Germaniæ Principes plærumq; accusauit, qui latinas odissent literas. Insuper etiam à quibusdam reprehensus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina, ex quibus nobilitatem metior, cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignum dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Frustra autem hæc ego omnia

Celsi

Celsitudini tuæ cõmemoro, cui tantus est in literas & literatos omnes fauor, tantusq; studij etiam Mathematici amor, & nõ infœliciter respondens amori profectus, ut minus iam mirum mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Perspectiua authorem illustrissimæ tuæ Celsitudini dedicare instituerit, uir clarissimus D. Georgius Tanstetter Collimitius Regius Physicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex selectissimis suæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic scriptor ad lucem aliquando progressus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui ministerium illud offerendi authorem hinc Celsitudini tuæ optimæ de me semper meritæ negare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctissimo, maxime quum author ipse nunc ueluti recens natus atq; in lucẽ æditus, tam præclare de Perspectiua scripserit, ut unus merito omnibus qui de hac re scripseruntsit anteferendus. Nõ male quidem scripsit super hac materia Pomponius Gauricus, sed paucioribus quàm ut suscepto respondeat argumento, ex ueteribus super sunt monumenta, Alhacen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioannis Pisani Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorum, & fortè aliorum quæ aliquando æduntur. Quanto plus laudis emeruit hic noster Vitellio, in quo ædendo nihil sanè neglectum est, quod ad uniuersi huius studij faciat profectum, nos quoq; pro candore nostro, & in omnes studiosos beneuolentia authorem hunc figuris, & omnibus ad hanc rem necessarijs ita illustrauimus, ut ne studiosi habeant quod in nobis desiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, nisi ut optimo uiro D. Georgio Tanstetter satis uideor fecisse, & opus hoc illustrissimæ Celsitudini tuæ cum paratissimis obsequijs obtulisse. Bene ualeat nunc nobis omnibus T.C. illustrissime Princeps, & bonarum artium profectum sedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die non longe ante meridiem Iupiter blando & amico aspectu Venerem sibi ueterem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aspexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITELO

filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectū perspicuum subscriptorum.



NIVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me tibi ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium, me quoque arceat ab effectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo tibi, ut totius entis sedulo scrutatori, dū ens intelligibile à primis suis prodiens principijs, entibus indiuiduis sensibilibus per modum causæ, actu mentis coniungeres, & singulorum causas singulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentiā inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales superiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partiū uniuersi, diuinæ uirtutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis contractā uirtutē participatū possint, sicut & in alio substantiarum intellectiuarum ordine inferiores substantias per superiorum sui ordinis illustrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuscuiusque natura fert, per modum intelligibilium influentiarum fieri mentis acumine perspexisti: Sic ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisque uitalitas à diuina uita. quarum influentiarum diuinū lumen per modū intelligibile est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia disponunt. Corporaliū uero influentiarū lumē sensibile, est mediū superioribus corporibus perpetuis secundū substantiā solū in potentia ad ubi existentibus infima corpora, quæ secundū formas & ubi uariantur, mirifice illuminans & connectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam corporalis formæ materijs inferiorum corporum se applicans, & secum delatas formas diuinorum & indiuidualiū artificum per modū diuisibilem caducis corporibus imprimēs, suisque cū illis incorporatione nouas semper formas specificas aut indiuiduas producēs, in quibus resultat per actum luminis diuinū artificium tam motorum orbium quàm mouentium uirtutum. Quia itaque lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimensionibus corporum, quibus influit, se coæquat, & extensione capacium corporum se extendit: attamen quia fontē, à quo profluit, habet semper secundū suæ uirtutis exordiū, prospicere dimensionem distantiæ, quæ est linea recta, per accidens assumit, sicque sibi nomē radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali. Superficierum uero passio, quæ per terminantes lineas eis accidit est angulus: ideo radio luminoso consideratio adiacet angularis, & rectis angulis radiorum perpendicularitas est causa. Obliquatio uero irradiantis corporis super irradiatum corpus, acutos causat angulos & obtusos, & secundū huiusmodi luminariū influentiarū uariantur. Cum itaque tua solertis diligentia ingenij secundū hæc cœlestiū influentiarum diuinam uirtutem respectu rerum capacium imitari prospiceret, & non solum secundū uirtutes agentes, sed secundum diuersitatē modi actionis, res actas diuersari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uersari, eiusque diligenti inquisitioni studiosam animā applicare. Libros itaque ueterū tibi super hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerbositatis Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoque exarationis Latinæ, præsertim quia tibi cōmissum officium pœnitentiariæ Romanæ ecclesiæ, cuius curæ partē geris, credens plus intellectu practico quàm speculatiuo, pœnitentibus succurrere, te cohibuit à multitudine uidendorum: maluisti enim languentium animarum diuino antidoto languoribus succurrere, quàm ipsorum hominum ignorantias releuare: Meque putans uacare ocio, sub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem, hisque materijs mihi nondū cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussionibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negocij, quod de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui, præsentisque operis dispendium pro meæ possibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor.

adij conſcribendum. Attendens quoq;, quia eadem uis formæ immittitur in cōtrarium & in ſenſum, & q; lumen ſit primum omniū formarum ſenſibilium, quodq; rerum ſenſibilium omniū cauſas efficientes intendamus perquirere, quorum plurimas differentias uiſus nobis oſtendit. Præmiſſorum per modū entium uiſibilium perſcrutatio placuit, ſicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius ſcientiæ negocium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quorum & ego nominationē ut placitā approbo: licet plus ad naturalium formarum actionis modum occultiſſimum pertractandū, ut opus præſens tuis affectibus reſpondeat, ſcribentis intentio ſe declinet. Quod enim in ſenſu uiſus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipſius ſenſus abſentia in rebus naturalibus nullatenus euitatur. Senſus enim præſentia nihil addit actionibus naturaliū formarum. Omnem itaq; modum uiſionis Mathematica uel naturali demonſtratione tranſcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum paſſionum uiſibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meæ poſſibilitatis modulo tractabo. In omnibus enim illis uidendi modis, formæ naturales ad uiſum ſe diffundunt, radijq; uiſuales non exeunt ad capeſcendas formas rerum. Vnde ſi præſentiæ formarum diffuſarum per corpora naturalia ipſarum ſuſceptibilia, uiſus non affuerit, non propter hoc naturalis actio nō erit, ſed formæ in ſubiecta corpora ſibi diſſimilia, impriment quantum poſſunt. Tu itaq; uir deſideriorum omnis ſcientialis boni, ſuſcipe quod fieri mandaſti, in quo ſi quid inculrū inueneris, perſpicaciori ingenio moderetis.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIbros diuiſio, & quid in ſingulis tractetur.

PRAESENS itaq; negociū decem libris partialibus duximus diſtinguendum. Volentes enim omne ens uiſibile, ut ſuæ uiſibilitati paſſio accidit, Mathematica demonſtratione cōcludere, & hac uia eatenus ut nobis eſt poſſibile, certius ambulare, librum hunc per ſe ſtantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis, & paucis quæ ex Conicis elementis Pergæi Appollonij dependent, quæ ſunt ſolum duo, quibus in hac ſcientia ſumus uſi, ut in proceſſu poſtmodum patebit. In primo itaq; huius ſcientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic ſcientiæ ſunt neceſſaria. Et in hoc ea duo, quæ demonſtrata ſunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & horum, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis concluſionibus nominamus, in quo uniuerſaliter omnia conſcripſimus, quæ nobis uiſa ſunt, & quæ ad nos peruenerūt à uiris poſterioribus Euclide, pro particularium neceſſitate ſcientiarum uniuerſaliter concluſa. In ſecundo quoq; hoc noſtro libro, de modo proiectionis radiorum per medium unius diaphani, uel plurium, ſuper figuras corporum diuerſas: Necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per feneſtras tractauimus, ut de his quæ præambula ſunt actioni ſenſibili formarum naturalium, & quæ fiunt non exiſtente ſenſu. In tertio uero libro de organo uiſus, deq; eſſentiali modo uidendi ſuo modo tractauimus, ut patitur ſcientia Opticorum. In quarto quoq; libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uiſui ſecundū directum modū uidendi per unum mediū, ſiue ſint paſſiones Mathematicæ, ſiue etiā naturales. In quinto autē libro nos ad alium modū uidendi, qui fit per reflectiones à politis corporibus, quæ ſpecula dicimus, transferentes tractauimus de paſſionibus communibus omni ſpeculo, ſiue ſit planum, ſiue ſphæricū, columnare ſiue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim ſunt omnia ſpecula, à quibus regularis poteſt fieri reflectio, ut nos declarabimus ſuo loco: nec tamen intelligimus per hæc ſpecula ſolū corpora polita artificio, ſed potius per naturam. Quia dū demonſtrationem his ſpeculis applicamus, naturalia corpora eiuſdem figuræ intelligimus. Quòd enī in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere neceſſe eſt. Et dum ſic per figuras ſpeculorum diſcurrimus, cœleſtes & om

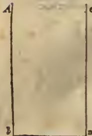
& omnes naturales influentias à subiectis corporibus sub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est naturæ operatio, & ab eisdem agentibus secundum huius diuersitatis modum fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflectio: quoniã uisibus ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus ipsorum præsentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; speculorum cõmunes passiones, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstramus passiones, quæ accidunt uisibus & rebus ex reflectione facta à speculis sphæricis conuexis. In septimo uero posuimus passiones accidentiũ à speculis columnaribus uel pyramidalibus cõuexis, & hæc duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurium passionum. In octauo, de reflectionibus quæ fiunt à speculis sphæricis concauis prolixius tractauimus. In nono quoq; de his, quæ fiunt à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de speculis quibusdam irregularibus, à quorum totali superficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctũ unum, quæ specula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiæ, agimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cũ per aerem fit uisio sub aqua uel sub uitro. Et de deceptionibus, quæ, ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eædem passiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus passionem soli uisui accidentẽ ex diuersitate mediorum, ut est impressio arcus dæmonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præsenti scientia ortum habet. Sicq; quasi omnium uisibilium generabilibus passionibus percunctatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præmissis, quòd triplex est modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui est uisio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uisibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uisibilium propter diuersitatem mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi signum sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœlestium & naturalium. Quædam enim agunt directe in obiectum susceptibile, & hæc actio est fortior, quoniam est directe intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando est corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actu. Sol eñ nõ adeo calefacit remotiora sicut propinquiora calefactibilia quæ sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs, ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur: q̃uis enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à speculo sphærico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in passionibus speculoꝝ assimilante se figura corporis à quo fit reflectio figuræ speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorũ diaphonorum, quæ similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaq; naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se proueniens in uisu: quoniam non existente perceptione uisiua, idem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaq; præmissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematis contenti sumus. Dũ uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerũ & theorema huius libri nominamus.

LIBER PRIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

DIFFINITIONES.


Væ uero per modũ principiorũ huic primo libro præmittimus, sunt ista. Kathetum dicimus lineã perpendicularem super superficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctũ lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam super superficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ super planã superficiẽ in puncto suæ incidentiæ superficiẽ conuexã uel concauã cõtingentẽ est erecta. Circuli seinuicẽ secantes dicunt, quorũ diametris est aliqua linea cõmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus sphæræ dicitur, qui transiens centrum sphæræ, diuidit ipsam in duo æqualia. Minor uero circulus sphæræ dicitur, qui neq; transit centrum sphæræ, neq; diuidit ipsam in duo æqualia. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. Sphæras uel circulos seinuicem continentes æquedistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauũ maioris sunt æquales. Sphæras seinuicem cõtingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus non secant. Sphæras seinuicem intersecantes dicimus, cũ sphæris se nõ cõtinentibus diameter unius per alterã resecat. Sphæras intrinsecus se intersecantes, dicimus quorũ maior pars unius in altera cõtinet. Superficiem planam sphærã contingere dicimus, quæ cũ sphæram tangat, ad oẽm partẽ educta non secat. Denominatio ꝓportionis primi ad secundũ, dicitur quantitas quæ ducta in minorẽ producit maiorẽ, uel quæ maiorem diuidit secundũ minorem. Proportio dicitur cõponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationũ illarũ proportionum unius in alteram.

PETITIONES.



Petimus autem hæc. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum, ut si anguli a b c, & c b d, sint æquales, & linea a b & b d sunt æquales, tantum distabit linea a b à linea b c, quantum linea b d distat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. Item cum duæ planæ superficies se cõtingunt, unã ex eis fieri superficiem. Item duas planas superficies corpus non includere. Item omnes easdem proportiones ex similibus proportionibus componi, & in similes proportiones diuidi, & easdem habere demonstrationes.

THEOREMA I.

Omnes lineæ æquedistantes in eadem superficie plana necessario consistunt.

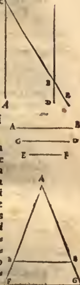
Sint duæ lineæ æquedistantes, quæ a b & c d utcunq; dispositæ, dico quod ipsæ sunt in eadem superficie plana, copulentur enim per lineam b d. quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniungũtur, palam quoniam ipsæ sunt in eadem superficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cõiunguntur, erũt ipsæ in eadem superficie. Si linea b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano est impossibile per primã undecimi. Palam ergo, quoniã lineæ a b & c d necessario consistunt in eadẽ plana superfi-

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod est propositum.

II.

Lineam à puncto unius linearum æquedistantium in eadem superficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere est necesse.

Sint duæ lineæ æquedistãtes quæ a b & c d. quaꝝ unã scilicet a b secet linea b a in puncto b. Dico ꝙ linea b e secabit etiam lineam c d, quia enim linea c d indefinitæ quantitatis esse supponitur, protrahatur uersus ipsam lineam b e, quæ si concurrit cum c d, habetur propositũ. Si non concurrat palàm per diffinitionem æquedistantiũ linearum, quoniam linea b e est æquedistans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ sunt æquedistantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquedistãs lineæ a b, sed palàm ex hypotesi, quoniam concurrrunt, ut in puncto b, non ergo æquedistat linea b e lineæ c d, ergo necessario concurrit linea b e cum linea c d, quod est propositum.



III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ secundum proportionẽm aliarum duarum proportionabilem inuenire.

Sint datæ tres lineæ quæ sunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b secundum proportionẽ aliarum duarum quæ sunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ sunt c d & e f, ab una linea continua abscindatur quæ sit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data scilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto cõmuni distinguente duas lineas resectas, qđ sit punctũ e. Ducatur linea e b ad extremitatem tertiæ datarum quæ est a b, & à puncto f ducatur linea æquedistans lineæ e b per 31. primi, quæ sit f g. Deinde ꝓtrahaĩ linea a b in cõtinuũ & directum, quousq; secet lineam f g, secabit autem per præmissam, sit itaq; punctus concursus g. Dico, ꝙ per secundã 6. eadem est proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ est lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quolibet altarum respectu reliquarum duarum demõstrari potest, patet ergo propositum.

IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualiũ linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, sitq; linea a b maior q̃ linea c d, addatur quoq; linea b e ipsi a b, & linea d f ipsi c d, sintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, ꝙ minor est proportio lineæ a e ad lineam c f q̃ lineæ a b ad lineã c d, quoniã enim datæ sunt tres lineæ quæ sunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e secundum proportionẽ linearum a b & c d quæ sit d g, quia ergo linea a b est maior q̃ linea c d, patet, quia linea b e est maior q̃ linea d g, ergo & linea d f est maior q̃ linea d g, abscindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipsi d g, quia ergo est proportio lineæ a b ad lineam c d sicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g sicut lineæ a b ad lineam c d, sed per 8. quinti minor est ꝓportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, q̃ ad lineam c g minorem, est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d q̃ lineæ a c ad lineam c f, & hoc est propositum.

V.

Cum fuerit proportio primi ad secundum tanq̃ tertij ad quartum, erit econtrario proportio sexti ad primum sicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum, & sit proportio a ad b sicut c ad d. Dico, ꝙ erit econtrario proportio b ad a sicut d ad c, quoniam enim est proportio a ad b sicut c ad d, erit per 16. quinti

a iij permu

permutatim proportio b ad a ficut d ad c, fecundi uidelicet ad primum ficut quarti ad tertium, quod eft propofitum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad fecundam maior q̃ tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio fecundæ ad primam q̃ quartæ ad tertiam.

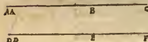
Efto proportio lineæ a ad lineam b maior q̃ lineæ c ad lineam d. Dico, q erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineam a q̃ lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius ut quæ eft proportio lineæ c ad lineam d, eadem fit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior eft proportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ c ad lineā d, ex hypothefi patet, q minor eft proportio lineæ e ad lineam b q̃ lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a eft maior q̃ linea e, & quia eft proportio lineæ e ad lineam b ficut lineæ c ad lineam d, erit per præmiffam eadē proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Eft autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a q̃ ad lineam e, eft ergo minor proportio lineæ b ad lineam a q̃ lineæ d ad lineam c, qd' eft propofitū.



VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliū prima fuerit maior q̃ fecunda, & tertia maior q̃ quarta, erit euerfim eadē proportio primæ ad augmentum fui fuper fecundam, quæ tertiæ ad augmentum fui fuper quartam.

Sint quatuor lineæ proportionales a c prima, b c fecunda, d f tertia, & e f quarta. Sitq; linea a b maior q̃ linea b c, & linea d f maior q̃ linea e f excedat quoq; linea a c lineam b c in linea a b, & linea b f lineam e f in linea d e. Dico, q eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim eft proportio lineæ a c ad lineā b c ficut lineæ d f ad lineam e f, eft ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f ficut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e ficut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b ficut lineæ d f ad lineam d e, quod eft propofitum.



VIII.

Si quatuor quātitatum prima fuerit maior fecunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam q̃ fecundæ ad tertiam.

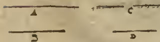
Sint quatuor lineæ a b c d, & fit a prima maior q̃ b fecunda, & fit c tertia maior q̃ d quarta. Dico, q maior eft proportio lineæ a ad lineam d q̃ lineæ b ad lineā c, quia enī linea c eft maior q̃ linea d, ex hypothefi patet per 8. quinti, quoniam maior eft proportio lineæ a ad lineā d q̃ ad lineam c, minor uero eft proportio lineæ b ad lineam c q̃ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmiffum eft, linea a eft maior q̃ linea b, & quoniā quicquid eft maius maiore eft maius minore, patet, q maior eft proportio lineæ a ad lineam d q̃ lineæ b ad lineam c, patet ergo propofitum.



IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior q̃ tertia, & fecunda minor q̃ quarta, maior erit proportio primæ ad fecundā q̃ tertiæ ad quartā.

Sint quatuor lineæ a prima, b fecunda, c tertia, d quarta, fitq; a maior q̃ c, & fit b minor q̃ d. Dico, q maior eft proportio a ad b q̃ c ad d, quoniā enim linea a eft maior q̃ linea c, patet per 8. quinti, quoniā maior eft proportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ c ad lineā b, fed quia



Sed quia ex hypotheſi linea b eſt minor q̃ linea d, patet per eandē 8. huius quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ c ad lineam b q̃ ad lineam d, eſt ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineam b ſecundam q̃ lineæ c tertiæ ad lineam d quartā, & hoc eſt propoſitum.

X.

Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam q̃ ſecundæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a b c d, ſitq; proportio a ad b maior q̃ c ad d. Dico, ꝙ erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineā d, erit ergo ex hypotheſi & ex 10. quīti linea e minor q̃ linea a, ergo per 8. quinti maior eſt proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ e ad lineam c. Eſt autem ex præmiſſis & per 16. quinti ꝓportio lineæ e ad lineam c ſicut lineæ b ad lineam d, palàm ergo, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d, quod eſt propoſitum.

XI.

Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam.

Eſto 4. linearū a b c d maior ꝓportio a ad b q̃ c ad d. Dico, ꝙ totius lineæ a b ad lineā b maior erit ꝓportio q̃ totius lineæ c d ad lineā d. Sit enī ꝑ 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineā b, q̃ lineæ c ad lineā d, eſt ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a ad lineā b q̃ lineæ e ad lineā b, ergo ꝑ 10. quinti linea a eſt maior q̃ linea e. Tota ergo linea a b eſt maior q̃ tota linea e b, ergo ꝑ 8. quinti maior eſt ꝓportio totius lineæ a b ad lineā b q̃ totius lineæ e b ad lineā b, ꝑ 18. uero quīti eſt ꝓportio lineæ e b ad lineā b, q̃ lineæ c d ad lineam d, eſt enī ex p̄miſſis ꝓportio lineæ e ad lineā b ſicut lineæ c ad lineā d. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineā b q̃ lineæ c d ad lineā d, ꝗd eſt ꝓpoſitum.

XII

Si quatuor quantitatum proportio primæ & ſecundæ ad ſecundā ſit maior q̃ tertiæ & quartæ ad quartam, erit diſiunctim maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam.

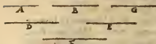
Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineā b maior q̃ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, ꝙ erit diſiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior q̃ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineā d, erit ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b q̃ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior q̃ linea e b, ablata ergo utrobiq; linea b cōmuni, relinquitꝰ linea a maior q̃ linea e, eſt ergo per 8. quinti maior ꝓportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ e ad eandem lineā b. Sed per præmiſſa eſt proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior ꝓportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineā d, & hoc eſt propoſitum.

XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quocq; ordine diſpoſitarum, quarū mediæ ad utramq; extremarum aliqua ſit proportio, erit proportio primæ ad tertiam compoſita ex proportiōe primæ ad ſecundam & ſecundæ ad tertiā, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur ſemper ex pro-

ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema.

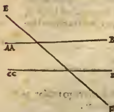
Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ est a sit maior quam media quæ est b, & b sit maior quam tertia quæ est g, sitque ipsius b ad ambas extremas proportio nota. Dico, quod proportio lineæ a ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex proportione lineæ b ad lineam g, quoniam enim proportio lineæ a ad lineam b est nota, sit quantitas d denominatio illius proportionis, & similiter quia proportio lineæ b ad lineam g est nota, sit denominatio illius proportionis quantitas e, & sit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineam g. Dico, quod ex ductu e in d fit z, quoniam enim per diffinitionem ex ductu z denominationis proportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem quam sit a fit linea a, similiter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaque z primum & d secundum linea b tertium & linea g quartum, quia itaque illud quod fit ex ductu primi in quartum est æquale ei quod fit ex ductu secundi in tertium, patet per 15. sexti, quoniam est proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum, est ergo proportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio proportionis z ad d ex suppositione est eadem cum denominatione proportionis lineæ b ad lineam g, sed denominatio proportionis lineæ b ad lineam g est quantitas e, ergo denominatio proportionis z ad d est idem e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio proportionis lineæ a ad lineam g quæ est z producitur ex ductu denominationis proportionis lineæ a ad lineam b in denominationem proportionis lineæ b ad lineam g, patet per diffinitionem, quoniam proportio lineæ a primæ ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a primæ ad lineam b secundam, & ex proportione lineæ b secundæ ad lineam g tertiam quod est propositum primum. Eodem quoque modo potest faciliter demonstrari de quotcunque medijs inter quælibet duo extrema collocatis, semper enim proportio extremorum ad inuicem componitur ex omnibus proportionibus mediorum ad inuicem. Et ipsa extrema similiter demonstrandi uia diuisionis, si media contingat esse maiorem qualibet extremarum, patet ergo propositum.



XIIII.

Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritque angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uero partem impossibile, & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorum se habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundum quod proponitur. Dico, quoniam lineæ a b & c d concurrent, si enim non concurrant, patet quod sunt æquedistantes, ergo per 29. primi sequitur contrarium hypothe. quod est inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorum concurrere est necessarium, quoniam si ad partem maiorum angulorum concurrant, sequeretur angulum extrinsecum trigoni tanti fieri minorem angulo intrinseco, & est contra 16. & 32. primi, & quia per præmissas propositiones ad partes minorum angulorum concurrunt, si ex concesso ad partes maiorum angulorum concurrerent, sequeretur rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorum concurrant, quod est propositum primum. Sed & si detur quod illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositorum modorum se habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, seruata semper hypothesi.



XV.

Cum lineis se inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, secantibus ex utraque parte sectionis, partes eiusdem lineæ inter se fuerint æquales, necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.

Verbi

Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, quæ sunt a d & c b, secent se in puncto e, ita, ꝙ linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, ꝙ linea a d est æqualis lineæ c b, qñ enim per 15. primi angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod est propositum.

XVI.

Si per terminos duarum linearum æquedistantium & inæqualiũ rectæ producant̃, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere est necesse.

Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes & inæquales, sitq́ꝫ linea c d minor ꝗ̃ linea a b, producanturq́ꝫ per terminos ipsarum lineæ a c & b d. Dico, ꝙ illæ lineæ a c & b d concurrẽt ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctũ d ad punctũ e, fiatq́ꝫ per tertiam primi linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaq́ꝫ linea b e per 33. primi est æquedistans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cũ linea b e in puncto b. Patet, ꝙ ipsa concurrit cum linea a c, quæ æquedistat lineæ b e, sed & ad partem lineæ c d, quæ est minor ꝗ̃ linea a b concurrere est necesse per 14. huius, uel per 2. sexti, patet ergo propositum, punctus enim concursus plus qui est f, erit ultra lineam c d.

XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

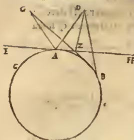
Sit linea recta quæ a b c f, & sint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b productæ super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, ꝙ si à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, ꝙ sit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g c a sit minor angulo f c d, ꝙ lineæ g b & b d simul iunctæ super minores duas lineas g c & d c simul iunctis. Ducat̃ enim à puncto g super lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ sit g h, & producatur linea g h ultra punctũ h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, sit ergo punctus concursus k, & coniungatur linea k c, & quoniã angulus d b c est æqualis angulo g b h, ex hypothesi & angulo h b k, ex 15. primi palàm, ꝙ angulus h b k est æqualis g b h, sed anguli g h b & k h b sunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æque æqui anguli, ergo per 4. sexti, cũ linea h b sit cõmunis & æqualis sibijpsi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratiõe per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & linea g b æqualis est lineæ b k, & linea g c æqualis est lineæ k c, palàm, quia ambæ lineæ g b & d b simul iunctæ, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis, similiter quoq; de quibuscunq; lineis à punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandũ, patet ergo propositum.

XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

Sit linea curua a b c, super cuius conuexum à punctis g & d incidant lineæ d a & g a continentes angulos æquales, ita, ut angulus c a g sit æqualis angulo b a d. Dico, quod si ducantur aliæ lineæ à punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, cótinentes angulos inæquales cum linea a b c, quod ambæ lineæ g a & d a simul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim linea e f, contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo cótingentiæ qui sunt e a c & f a b sunt æquales per 15. tertij, sed anguli g a c & d a b sunt æquales ex hypothesi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctú ubi linea g b secat lineam e f, quod sit z, ducatur linea d z, ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a sunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b est maior quam linea g z, quia totú parte & linea d b est maior quam linea d z per 19. primi, quoniá angulus d z b est maior angulo siti trigoni, patet ergo propositum in arcu circuli conuexo, & eodé modo demonstrandum in quacunque alia columnali uel pyramidali sectione secundum ipsius conuexum, patet ergo propositum.



XIX.

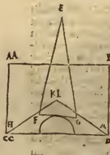
Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est ut illæ duæ superficies secundum illam lineam se secent.

Sint duæ superficies planæ a b c d & c d e f. in quarú utraque sit linea c d. Dico, quod illæ duæ superficies secant se super lineá c d. Si enim illæ duæ superficies ad lineá c d ut ad cómunem terminú per modum unius superficiei contingentiæ cópellerentur, tunc patet quod ipsæ sunt partes unius superficiei, & non duæ superficies, quod est contra hypothesim, quod si ipsæ superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminú copulentur, palàm per 3. nisi cum ipsæ ad inuicem se secent, quod ipsis aliqua linea est cómunis, aut ergo secant se super lineá c d, & habetur propositú, aut super aliam quá continet datam, & túc cú illa sit ambabus propositis superficiebus cómunis per prænominatá tertiá, nisi & eisdem sit linea c d cómunis ex hypothesi, sequitur, ut duæ planæ superficies illas duas lineas interiacétes corpus includant, qd' est impossibile & cótra suppositioné, patet ergo propositú.

XX.

Ab uno puncto in aëre dato, super unamquanque substructam planam uel cóuexá superficié, una tantú perpendicularis duci potest.

Sit data superficies plana a b c d; & datus in aëre punctus e. Dico, quod à puncto e ad substructá superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile, si enim impossibile sit, ut superficiem planá datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sunt e f & e g, quia itaque lineæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ lineæ sunt in eadem superficie, & quoniá lineæ illæ sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineæ illæ, e recta super superficiem a b c d. Huius itaque superficiei & superficiei a b c d cómunis sectio est linea f g per præmissam, in trigono itaque e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per diffinitionem lineæ erectæ super superficiem, hoc autem est im-

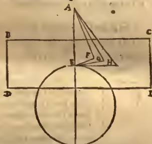


est impossibile & contra 32.primi, quod hoc etiā patet in superficiebus conuexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis sit quā cōtinet superficiē conuexā, est perpendicularis super planā superficiē ipsam conuexā, superficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentē, patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphærica conuexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in pūcto g superficies plana, in qua sit linea l g m, palàm ergo ex præmissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, producta quæque corda f g, palàm, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planā uel conuexam, patet ergo propositum, quoniā in quibuscunque alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.

XXI.

Omnium linearū ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis.

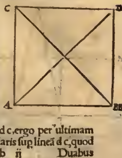
Esto superficies plana b c d, & punctum extra signatum a, à quo ducantur plurimæ lineæ ad superficiē datā, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, quod linea a e est omnium aliarum breuissima, ducantur a lineæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palàm itaque cum per 32.primi angulus rectus sit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniā linea a e per 19.primi breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiā aliarum quarumcū que sic productarum, patet ergo propositū in planis, sed & in conuexis patet idem, quoniā si perpendicularis super conuexā superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingēs superficiem conuexā secundum punctum e, ducanturque lineæ a f, a g, a h super superficiē planam, erunt illæ omnes maiores perpendiculares, sed eædem productæ ad superficiem conuexam sunt maiores, patet ergo propositum.



XXII.

Ductæ à supremo termino lineæ super superficiem erectæ ad lineam perpendicularem, cuicunque lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in subiecta supficie ptractæ, necesse est correctā lineā superiacentē perpēdicularē esse.

Sit punctum in aëre datum quod sit a, à quo ad superficiem planam subiectam quæ sit b c d, erigatur linea per 12.undecimi quæ sit a b, incidēs datæ superficiei in puncto b, & in superficie b c d ducatur linea d c ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineā d c, quæ sit b d, & copuletur, linea a d est perpendicularis super lineam d c. Sumatur enim in linea d c quodcūque punctum ut c, & ducatur linea a c, b c, quia itaque linea a b est erecta super superficiem b c d, patet per diffinitionē lineæ erectæ, quoniā angulus a b c est rectus, ergo per penultimā primi quadratū lineæ a c est æquale duobus quadratis linearum a b & b c, sed & quadratum lineæ b c est æquale duobus quadratis c d & b d per eandē penultimam 10. quod linea b d est perpendicularis super lineam c d ex hypothesi, quadratum itaque lineæ a c est æquale tribus quadratis trium linearum quæ sunt a b & b d & c d, sed quadratum lineæ a d est æquale duobus quadratis duarum lineaꝶ a b & b d, quādratū ergo lineæ a c est æquale duobus quadratis duarum lineaꝶ a d & d c, ergo per ultimam primi angulus a d c est rectus, patet ergo, quod linea a d est ppendicularis sup lineā d c, quod est ppositum.



XXIII.

Duabus planis ſuperficiebus æquediſtātibus, una linea recta incidente, quæ ad alterā earū erit perpēdicularis, erit quoq; ad reliquā ꝑpendicularis.

Sit ut duabus ſuperficiebus planis & æquediſtantibus incidat una linea quæ a b uni ipſarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, ꝙ ſi linea a b fuerit ꝑpendicularis ſuper unā iſtarum ſuperficierum, ꝙ erit ꝑpendicularis & ſuper reliquā, & à puncto a ducatur in altera ſuperficierū illarum linea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d, palàm itaq;, quoniam lineæ a c & b d æquediſtant, in infinitum enim ꝓtractæ nō concurrent, quia & ſuperficies in quibus ſunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorum, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm ſemper per 29. primi, quoniā & reliquus ipſorum erit rectus, & quoniā eodem modo poteſt hoc declarari de omnibus lineis in ſuperficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet, ꝙ linea a b cum ſingulis ſibi conterminātibus lineis in utraq; ſuperficierum illarum productis angulos rectos facit. Si eſt ergo linea a b ꝑpendicularis ſuper alterā ſuperficierū, palàm, quia eſt perpendicularis ſuper reliquam ipſarum, & hoc eſt propoſitum.

XXIIII.

Si duæ ſuperficies uni ſuperficiei æquediſtantes fuerint, eædem inter ſe erunt æquediſtantes, ſuperficies quoq; concurrens cum una æquediſtantiū ſuperficierum & cum reliqua concurret.

Sint duæ ſuperficies a b c & g h k æquediſtantes uni ſuperficiei quæ d e f. Dico, ꝙ illæ duæ ſuperficies a b c & g h k neceſſario adinuicem æquediſtabunt, educatur enim à puncto l ſuperficiei a b c linea ꝑpendicularis ſuper illā ſuperficiem per 12. undecimi, quæ ſit l m, palàm itaq; per præmiſſam, quoniā illa linea l m ultra alterutrum ſuorum terminorum erit ipſa per eandem præmiſſam ꝑpendicularis ſuperficiem g h k, æquediſtantem ſuperficiei a b c, quia itaq; una linea l m ſuper duas ſuperficies a b c & g h k orthogonaliter inſiſtit, patet per 14. undecimi, ꝙ illæ duæ ſuperficies, etiam ſi in infinitum ꝓtrahantur, nunq; concurrent, ſunt ergo æquediſtantes, patet propoſitū primum, & per hoc & per 2. huius patet etiā ſecundum ꝓpoſitum.

XXV.

Omnes lineæ ꝑpendiculares inter lineas uel ſuperficies æquediſtantes ductæ, ſunt æquediſtantes & æquales, & ſi lineæ rectæ lineis uel ſuperficiebus æquediſtantibus ad angulos æquales incidant, ſunt æquales.

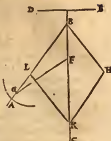
Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, ꝙ lineæ e f & g h ſunt æquediſtantes & æquales, ꝙ enim ſunt æquediſtātes, hoc patet per 28. primi, ꝙ etiā ſunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonſtrandū eſt, ſi lineæ a b & c d ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus ſignatæ, quod ſi lineæ e f & g h non perpendiculariter, ſed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel ſuperficiebus, ita, ut angulus g h c ſit æqualis angulo e f d, erūt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, ſic ergo punctus concurſus k, quia itaq; angulus k f h eſt æqualis angulo k h f, ex hypotheſi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h, Sed ꝑ 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod eſt propoſitum, in ſuperficiebus quoq; æquediſtantibus ſignatis lineis a b & c d eadem eſt demōſtratio, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

Cu-

XXVI.

Cuilibet angulo dato basem æqualem datæ lineæ subtendere.

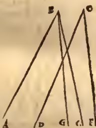
Est angulus datus a b c.& linea data d e,separetur itaq; à linea b c,& ex parte puncti b linea b f,non maior medietate lineæ d e per 3.primi,& in pũcto f posito pede circini immobili,describatur circulus secundum quantitatẽ semidiametri, de hoc itaq; secabit necessario latus b c per 20.primi,& cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut secet ipsam in puncto g,& ducatur linea g f, hic itaq; necessario erit æqualis lineæ d e per circuli diffinitionẽ, patet ergo propositũ. Potest & idem aliter demonstrari,à puncto enim b ducatur linea b h angulariter,ut contingit super lineã a b,quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e,& à puncto h ducatur æquedistans lineæ a b per 31.primi,quæ per secundũ huius necessario cõcurret cum linea b c. Sit punctus concursus k,& à puncto k ducatur linea æquedistans lineæ b k,quæ sit k l, erit quoq; superficies b h k æquedistantiũ laterum,ergo per 34.primi linea l k est æqualis lineæ l h,ergo & lineæ datæ quæ est d e,patet ergo propositum.



XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus,ex maiore ipsorum æquum minori resecare.

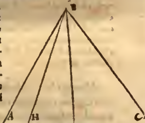
Sint duo anguli dati a b c,d e f,sit a b c maior & d e f minor, propositum est,ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autẽ fiet per 23.primi,si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f,qui sit a b g,& hoc est ꝓpositum.



XXVIII.

Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

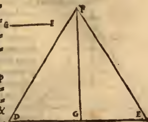
Non indiguimus quo ad præsens propositũ diuisione aliorum angulorum in partes tres æquales,sed solũ recto, & ob hoc nõ proponimus hic nisi de recto in uniuersaliori scientia,ut in ea quæ de elementaits cõclusionẽ uniuersaliorẽ dignã ꝓpositũ existimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c,quẽ in partes tres æquales uolumus diuidere,assumatur ergo linea quæcunq; & sit b e,super quã constituatur trigonum æquilaterum per primã primi,q; sit d f e,cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9.primi,ducta linea f g,erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit g pars duorum rectorum per 33.primi,ergo per præcedentem angulo recto a b e resecetur angulus a b h æqualis angulo d f g,& diuidatur angulus h b c per æqualia per 9.primi,patet ergo propositum.

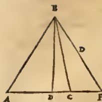


XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, basem subtensam illi angulo necessario secabit.& si linea secans basem ad punctum,concursus laterum trigoni producatur,illa angulum basi oppositum secabit.

Sit ut linea d b secet angulum a b c trigoni a b c. Dico,q; eadem linea b d producta,necessario secabit basem a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basem a c,concurret tamen cum producta a c per 14.huius,ideo quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32.primi,sit



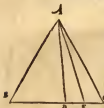


mi, sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c, est ergo trigonorum a b c & a b f angulus b a c cōmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo secat linea b d f angulum a b c, cadet itaq; necessario inter puncta a & c, & ita secabit basem a c, quia si etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c, patet ergo propositum primū, patet etiā & reliquū ꝓpositorum, quoniā si linea b d secet basem trigoni a b c, & applicetur puncto b, qđ est punctus concursus laterum a b & c b, patet ꝙ linea b d secabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, sed angulus b a c est cōmunis ambobus trigonis a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d est minor angulo a b c, est ergo resectus angulus a b c per lineam b d, qđ est secundum propositorum.

XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basem producta, si rectum angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, necesse est angulum à quo fit ductio obtusum esse, si minus acutum, si æquale rectum.

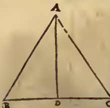
Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea ꝑpendicularis super basem b c, seceto; ipsam in pūcto d, & sit a d, sitq; illud qđ fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quia angulus b a c est obtusus, patet enim per 16. sexti, quia non est ꝓportio lineæ b d ad lineā a d, quæ lineæ a d ad lineā d c. Sit ergo per 10. sexti, ut quæ est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, eadem sit lineæ a d ad lineā g e, erit ergo illud qđ fit ex ductu lineæ b d ad lineā g e æquale quadrato lineæ a d per 16. sexti, & quia illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineā d c, est maius quadrato lineæ a d, patet ꝙ linea g e est minor ꝙ linea d c per primā sexti, abscindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3. primi, & sic d f, ducaturq; linea a f, quia itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineā d f, est æquale quadrato lineæ a d, patet per 16. sexti, quoniā est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, sicut lineæ a d ad lineā d f, erit ergo per conuersam 8. sexti angulus b a f rectus, ergo angulus b a c est maior recto. Similiterq; demonstrandum, ꝙ si illud qđ fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniā angulus b a c est acutus, nam per eandē demonstrationē patet etiam per eandem conuersam 8. sexti, quoniā si illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineā d c, sit æquale quadrato lineæ a d, quoniā angulus b a c est rectus, patet ergo propositum.



XXXI.

Ab angulo ysocheles ducta perpendicularis super basem in duas partiales similes trigonos diuidit ysochelem, ex quo patet, ꝙ linea perpendicularis ad medium punctum basis necessario pertingit.

Sit ysocheles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia, & ab angulo b a c ducatur super basem b c ꝑpendicularis a d. Dico, ꝙ ꝓpositus ysocheles diuisus est in duos trigonos partiales similes, quoniā enim per 5. primi angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per diffinitionem ꝑpendicularis anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti, patet per 32. primi. quia anguli b a d & c a d sunt æquales, ergo trigona a b d & a c d sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera illorum trigonorum æquos angulos respicientia sunt ꝓportionalia, sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per diffinitionem similium trigonorum, patet ergo ꝓpositum primum, & quoniā illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æqualia, & latus a d cōmune, patet, quia etiā latera c d & b d sunt æqualia, linea ergo perpendicularis quæ a d, necessario pertingit

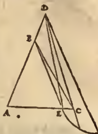


sit ad medium punctum lineæ b c, quod est propositum secundum.

XXXII.

Linea ducta à quocunque puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonũ secãs latus ab illo pũcto remotius & ꝓpinquius illi necessario secabit.

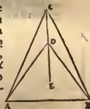
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, ꝙ d e necessario secabit latus b c. Si non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuũ & directum, secabit itaque linea d c in aliquo puncto lineã d e, quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c interiacens punctum e, necessario illã secabit, sit punctus sectionis f, palàm itaque, quoniã duæ rectæ lineæ quæ sunt d f & d e f includunt superficiem, qđ est impossibile. Idem quoque accidit, si line d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod est propositum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctũ unum conueniant, erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

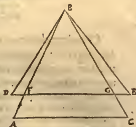
Sit trigonum a b c, à cuius unius laterũ a b punctis terminalibus quæ sunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrũt in puncto d. Dico, ꝙ angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus angulis c a d & c d b, ꝙ enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet ꝑ 21. primi. Producatur itaque linea d c ultra punctum d usque ad punctum e, est itaque per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a e, & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod est ꝓpositum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquedistans basi alicuius trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c, uicinior a b c, ducatur linea æqualis & æquedistans quæ sit d e. Dico, ꝙ si à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e est maior angulo a b c, quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palàm, quia ipsa sit producta secat lineas a b & b c argumento 15. huius, ꝙ etiã patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquedistans b a c, est maior base per 29. primi & 4. sexti. Secet ergo linea d e latus b a in pũcto f, & latus b c in puncto g, quia itaque per 16. primi angulus b g f est maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e, necessario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cũ duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propositum.

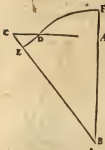


XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor ꝓportio, ꝙ̃ partis basis remotioris ad propinquiorem.

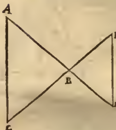
Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus, & à puncto b ducatur ad

tur ad latus a c,qđ est basis anguli a b c,linea recta quæ sit b d. Dico,ꝙ minor est ꝓportio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquiorẽ ipsi recto,q̃ partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquius ipsi angulo recto,quoniã enim angulus b a c est rectus,patet,quia angulus b d a est acutus per 32.primi,ergo patet per 23.primi,angulus b d c est obtusus,ergo per 19.primi latus b d est maius latere a b, & minus latere b c,à centro itaq; b secundum quãtitatem semidiametri b d describatur arcus circuli secans lineã b c in puncto e,& ad ipsum producatur linea b a in punctum f,factiq; erunt duæ sectiones b d e minor trigono b d c,& b d f maior trigono b d a, & quoniã est ꝓportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcũ d e,ut patet per modum demonstrationis primæ sexti, quoniam omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & æque multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipsorum sectorum, ꝓportio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angulum d b e per ultimã sexti. Cum itaq; trigonum c d b sit maius q̃ sector e d b,& sector f d b sit maior trigono a d b,erit per 9.huius trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maior ꝓportio q̃ sectoris e b d tertij ad sectorem d b f quartũ. Est autem per primã sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut basis c d ad basem d a,sectoris uero e d f ad sectorem d b f,ut patet ex præmissis,est proportio sicut anguli e b d ad angulum a b f,patet ergo,ꝙ maior est proportio lineæ c d ad lineã d a,q̃ anguli c b d ad angulum d b a,ergo minor est ꝓportio anguli c b d ad angulum d b a,q̃ lateris c d ad latus d a, quod est propositum.



XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori simile principiant lateribus positione & situ transmutatis.



Sit trigonum a b c,cuius latus a b sit dextrum,& latus b c sinistrum,quæ producantur ultra punctum b,& proportionaliter prioribus lateribus abscindantur per 11.sexti,linea scilicet a b in puncto d,& linea c b in puncto e,& coniungatur linea d e,erit itaq; trigonum d b e simile trigono a b c,sed & latus d b sit sinistrum, & latus e b dextrum. Sunt itaq; latera istorum trigonorum positæ,& situ transmutata,quod est ꝓpositum primum.

XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum , quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius , reliquũ uero minus reliquo,erit angulus acutus unius maius latus respiciens maior angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d,sintq; anguli a b c & a d c recti,& sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d,& reliquũ laterũ rectos angulos continentiũ a b unius sit minus reliquo latere alterius,qđ est a d,ut patet in ꝓposita figuratione,si linea a b intelligatur erecta super lineã b c superficiem eius,& linea b d intelligatur ꝑpendicularis super lineã d c in eadem superficie iacentem, tunc enim erit linea a d ꝑpendicularis super lineã d c per 22.huius,ꝙ etiam patet,si in superficie iacente ducatur linea b e æquedistanter lineæ d c per 31.primi,& quoniã linea a b est ꝑpendicularis super superficiem iacentem,in qua sunt lineæ b d,d c,b e,palàm per diffinitionẽ lineæ erectæ,quoniã angulus a b e est rectus,sed & angulus e b d est rectus per 29.primi, cum anglus b d c sit rectus per 22.huius,& lineæ b e & d c æquedistent,ergo per 4.undecimi linea b e est erecta super superficiem trigoni a b d,ergo per 8.undecimi linea d c est ꝑpendicularis super eandem superficiem trigoni a b d,angulus ergo a d c est rectus, sed

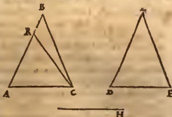
& latus

& latus a d maius est latere a b per 19. primi, quoniã angulus a b d est rectus. Dico ergo ꝙ angulus a c d est maior angulo a c b, quoniã enim latus a d est maius latere b a per 19. primi, cum angulus a b d sit rectus, patet, ꝙ præsens figuratio est conformis hypothesi, resecetur ergo per 3. primi à latere d a æquale lateri b a, ꝙ sit linea d f, & quia linea d c est minor latere b c per 19. primi, quoniã angulus b d c est rectus. Protrahatur linea d c, & resecetur in puncto g taliter, ut sit linea d g æqualis lineæ b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis est angulo a b c, quia uterq; rectus, erit ꝑ 4. primi basis f g æqualis basi a c, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b, quia uero puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in linea d g, palàm, quia lineæ a c & f g sunt in una superficie quæ a d g per 2. undecimi, ergo intersecant se lineæ g f & c a, sit earum intersectio in puncto h, quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16. primi, quoniã angulus h c d maior est angulo h g c, ergo & eius æquali scilicet angulo a c b, angulus ergo a c d maior est angulo a c b, quo est ꝓpositum, similiterq; demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constituta, palã, quia in ipsis æqualia & æquiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura disponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia, patet ergo, ꝙ uniuersaliter ꝓpositum, & ex hoc patet, ꝙ angulus b a c est maior angulo d a c, per 32. primi.

XXXVIII.

Oĩm duorũ trigonorũ rectangulorũ, quorũ latus subtẽsum recto angulo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem, erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis, & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorũ anguli a b c & d e f sint recti, sitq; latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, sitq; maior ꝓportio lineæ a c ad lineam c b, q̃ lineæ d f ad lineã f e. Dico, ꝙ angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim maior est proportio lineæ a c ad lineã c b, q̃ lineæ d f ad lineã f e, Sed per 46. primi quadratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearũ a b & c b, & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearũ quæ sunt d e & f e, & q̃a per 18. sexti ꝓportio quadratorũ est ꝓportio duplicata laterũ, patet, ꝙ maior est ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b, q̃ q̃drati d f ad quadratũ f e, est ergo per 11. huius maior proportio amborum quadratorũ linearum a b & b c ad quadratũ b c, q̃ amborũ quadratorum linearũ d e & f e ad quadratum f e, ergo ꝑ 12. huius maior est ꝓportio quadrati a b ad quadratum b c, q̃ quadrati d e ad quadratum e f, est ergo per 24. sexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c, q̃ lineæ d e ad lineã e f. Esto, ut quæ est proportio lineæ d e ad lineã e f, eadem sit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3. huius, erit ergo linea g h minor q̃ linea a b per 10. quinti. Resecetur ergo per 3. primi ex linea a b æqualis lineæ g h & sit b k, & cõtinetur linea c k, erunt ergo per 6. sexti trigona d e f & k b c æquiãgula, angulus itaq; b c k est æqualis angulo e f d, sed angulus b c a est maior angulo b c k per 24. huius, angulus itaq; a c b maior est angulo d f e, & hoc est ꝓpositum, ex quo etiam patet, ꝙ eius cõuersa est uera, quoniã in talibus trigonis lineæ ma

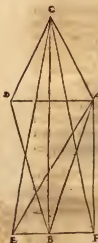


fores angulos continentes, maiorem habent ad fe inuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad fubftratam planam fuperficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipfa fuperficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ fub illa obliqua & quacunq; linea in fubftrata fuperficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, eft minor remotiore, & duo ex utraq; parte æqualiter approximãtes, funt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui fubftrata fuperficies plana quæ b c d, fuper quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducatur'q; ꝑpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, ꝙ angulus a b c eft minimus omnium angulorũ contentoꝝ fub linea obliqua a b, & fub unaquaq; linearum à puncto b ductarũ in fuperficie b c d, & ꝙ femper propinquior eft ipfi minor ꝙ̃ remotior, & ꝙ duo anguli æquales folum ex utraq; parte ipfius confiftunt. Ducatur enim in data plana fuperficie, utcunq; cõtingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem fuperficie linea ꝑpendicularis fuper lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, eft itaq; per 22. huius linea a d perpendicularis fuper lineã b d. & quoniam angulus a c d eft rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior eft katheto. Ac linea itaq; b a ad lineã a c maiorem habet ꝑportionem ꝙ̃ ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a funt recti, & erit itaq; per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiter'q; patet, quoniã angulus a b c minimus eft omnium angulorũ contentoꝝ fub linea obliqua incidente à puncto a lineæ b c, & fub ipfa linea b c, ꝑpinquior quoq; illi eft minor remotiore, ducatẽ enim à puncto b in fubftrata fuperficie linea, ut contingit, quæ fit b e, & à puncto c ducatur in eadem fuperficie linea perpendicularis fuper lineam b e, quæ fit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝑpendicularis fuper lineã b e, & quoniã angulus b d c eft rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior eft angulo b c e per conuerfam præmiffæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝑportionẽ ꝙ̃ linea d c ad lineã c b, linea itaq; e c eft multo maior ꝙ̃ linea c d, fed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior eft ergo linea a e ꝙ̃ linea a d per 46. primi, linea c e eft maior ꝙ̃ linea c d. Linea itaq; b a ad lineã a d maiorem habet ꝑportionem ꝙ̃ ad lineã e a per 8. quinti, & anguli a d b funt recti, angulus itaq; b a d eft maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor eft angulo a b e. Similiter quoq; demonftrãdum, ꝙ femper angulus ꝑpinquior minor eft remotiore, folũ uero duo ex utraq; parte æquales confiftunt, fuper punctum enim b terminũ lineæ c b in fubiecta fuperficie conftituatur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui fit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝑpendiculariter fuper lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaq; angulus c b d eft æqualis angulo c b f ex hypothefi, & angulus c d b eft rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b eft cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d eft æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, fed linea a c eft cathetus fuper fuperficiem b c d, eft ꝑpendicularis fuper ambas d c & f c. Eft itaq; linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaq; æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a eft cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, fimiliter quoq; demonftrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, eft ergo angulus a b c minimus etc. ut ꝑponiẽ, patet itaq; intentum.

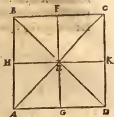


Omnium

XL.

Omnium ſuperficierum æquediſtantium laterum diagoni per æqualia ſe ſecant, ex quo patet, ꝙ punctum interſectionis diagonorum eſt medium punctum eiuſdem ſuperficiei.

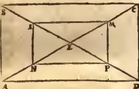
Sit ſuperficies æquediſtantiũ laterum, ſiue ſit quadrata ſiue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui ſint a c & b d, ſecantes ſe in puncto e. Dico, ꝙ diagoni ſecantur ſe adinuicem per æqualia, & ꝙ punctũ e eſt medium punctũ ſuperficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi ſunt æquiangula. & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia ſunt coalterni. Similiter quoq; angulus, a c e b, eſt æqualis angulo, e a d, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, ſicut lineæ c e, ad lineam e a, & ſicut b c ad lineam a d, ſed linea b c eſt æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b c eſt æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt ſe adinuicem per æqualia. & per hoc manifeſtum eſt correlarium, punctum enim e æqualiter diſtat ab omnibus extremis, in quo tñ ſi aliquod dubiũ fuerit, ducantur à puncto e lineæ æquediſtantes lateribus ſuperficiei propoſitæ, per 31. primi, quæ ſint f g & h k, ſequeturq; propter æqualitatem partiũ ipſorũ diagonorũ modo prædicto argumentando, lineam f e æqualẽ fieri lineæ e g, & h e æqualẽ e k. patet ita ꝙ qm̃ in omni modo punctũ e æqualiter diſtat à punctis extremarum linearum directe, igitur oppoſitus eſt, ergo medium inter illas, quod eſt propoſitum.



XLI.

Datæ ſuperficiei æquediſtantium laterum ſimilem ſuperficiem, cuius latera æquediſtent, datæ ſuperficiei lateribus inſcribere.

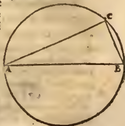
Data ſuperficies æquediſtantiũ laterum, cui altera inſcribi modo prædicto debeat, ſit a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, ſecantes ſe in puncto e, palamq; per proximã præcedentem, qm̃ illi diagoni per æqualia ſe ſecant in puncto e, ſed & ipſi adinuicẽ ſunt æquales. & ſi quidem data ſuperficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̃ ipſorum diagoni ſunt æquales, & ipſorum medietates æquales, à pũcto itaq; e, à medietatibus diagonorũ partes æquales abſcindantur, per 3. primi, & ſi data ſuperficies nõ fuerit rectangula tunc diagoni forſitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles reſecentur, ſecundũ 3. huius, utcunq; autẽ hoc contingat, abſcindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ ſint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaq; ꝙ ſuperficies l m, p n, eſt datæ ſuperficiei ſimilis, & ꝙ latera ipſius æquediſtant lateribus datæ ſuperficiei, qm̃ enim in trigono b e c reſecta ſunt latera b e & c e in punctis l & m, & eſt proportio b l ad l e, ſicut c m ad m e. patet ergo per 2. ſexti. qm̃ linea l m æquediſtat lineæ b c, ſimiliter quoq; lineæ l n æquediſtat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d, ergo per 29. primi anguli ſuperficiei l m, p n ſunt æquales angulis datæ ſuperficiei a b c d, & latera eorũ ſunt proportionabilia per 4. ſexti. patet ergo, ꝙ illæ ſuperficies ſunt ſimiles, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propoſitum.



XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunq; linea ſuper circumferentiã circuli contentus neceſſario eſt acutus.

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcq; contingit. Dico ꝙ angulus b a c neceſſario eſt acutus. Producatur

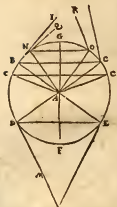


tur enim linea b c ad peripheriam in punctum e.& quoniam angulus a c b est rectus per 30 tertij, patet per 32.primi, quia angulus b a c est acutus,& similiter angulus a b c, patet itaque propositum,& d: hoc theoremate nō finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel similiū portionū eiusdē circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunque minoris portionis minores,& maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oēs angulos semicirculorū æquales esse.

Sit circulus, cuius centrum a,& diameter g f, & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e dico quod anguli g b c,& f d e, sub arcubus & cordis cōtenti sunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cōtingens circulū, per 16 tertij, quæ sit b d,& à puncto d linea d m, & producātur à centro lineæ a b, a d, a c, a e, erūtque per 5.primi anguli a b c & a c b æquales,& anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4.primi. angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, per decimāsextā tertij. angulus quoque a b l est æqualis angulo a d a, quoniam uterque eorum est rectus per 17.tertij, sed angulus contingentiæ l b g, est æqualis angulo contingentiæ m d f. quoniam uterque ipsorum est minus acutorum per 15.tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b,& recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d,& recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoque angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaque hi anguli sunt æquales. sit quoque angulus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoque corda n o, & ducantur cōtingentes n o & o n, quia itaque trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales,& angulus o a n minor est angulo c a b, per 26.tertij, erunt per 32.primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorum a b c & a c b, sit itaque angulus o n a maior angulo c b a, sed angulus contingentiæ q n g est æqualis angulo contingentiæ l b g. relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum



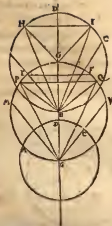
anguli l b a & q n a sint æquales, quia uterque rectus, per 17.tertij, sit enim arcus maior arcu b c, quæ sit s c,& ducatur corda f c,& quia angulus c a s est maior angulo c a b per 16. tertij. patet tunc, quod angulus a s c est minor angulo a b c,& ita concludatur ut prius, quoniam angulus g s c cōtentus arcu g s,& corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de similibus arcubus, quibuscunque eorundē circulorum, quoniam per diffinitionem similiū arcuū ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariū per penult. quoniam oēs anguli semicirculorum sunt æquales, oēs enim semicirculi sunt similes, & eiusdem circuli similes & æquales. hoc itaque proponebatur.

XLIIII.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum,& super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriā constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorū arcuū proportio ad suas totales periferias duplicatur.

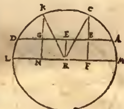
Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g,& alius e f g, cuius centrū b, punctū periferiæ circuli a b c d,& producantur lineæ a b & c b, secantes circulū e g f in punctis e & f, palam itaque, quoniam angulus a b c erit super periferiā circuli a b c & super centrum circuli e g f, dico quod arcus a d c, capiens angulū a b c super circūferentiā sui circuli est duplus arcui e g f, capienti eundem angulum super eius centrū b. sit enim ut linea b a secet circulū e g f in puncto e,& linea b c in puncto f. ducatur quoque linea e f, & ducta linea

nea g h super centrum g, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19. tertij, quoniã angulus h g l est duplus angulo h b l, ergo etiã angulus a b c est duplus eidem, ergo p ultimã sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25. tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositũ primum. Quod si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrũ b, per 23. primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19. tertij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q. pportio itaq; arcus m f n ad sui totã circũferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totã sui periferiã, qm̃ enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimam sexti arcus m f n duplus arcui p f q, sed arcus p f p eiusdem est proportiõis ad sui periferiã, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circũferẽtiæ, erit arcus m f n decem partiũ respectu suæ periferiæ, & hoc est ppositum.



XLV.

A terminis lineæ intra circulũ collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionũ perpendicularibus super illã lineã ad circumferentiã productis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpẽdiculares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

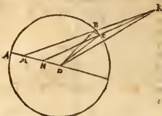


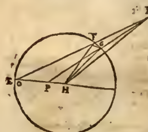
Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, à cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineam d a, quæ producta ad circũferentiã sint g k & b c, dico q; linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à cẽtro r linea æquedistans a d per 31. primi, quæ sit l m diameter, & diuidatur lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10. primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12. primi. hæc ergo p primam tertij transibit centrũ circuli quod est punctũ r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctũ g ad diametrũ l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulẽt lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet ergo linea g e æqualis lineæ e b. sed per 34. primi, linea g e est æqualis lineæ n r, et linea e b æqualis lineæ e f. sunt ergo lineæ n r et r f æquales. sed per 46. primi, quadratũ lineæ r k ualet duo quadrata linea℞ k n et r n. quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et similiter quadratũ lineæ c r ualet duo quadrata linea℞ c f et r f. est autẽ quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea p r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratũ lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r. relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. est ergo linea k l æqualis lineæ c f. sed per 25. huius linea g n est æqualis b f. relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primũ propositũ. Conuersa etiã patet, manente totali dispositione ut prius. quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34. primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. ergo per 46. primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea ipsi lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est prositum secundum. patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In duobus circulis inæqualibus duobus ſimilibus arcubus ſumptis, productiſq; præter illos ad arcus alios ſimiles ſemidiametris, ſi à punctis extra circulos proportionaliter ſemidiametris diſtantibus, ab utriſq; extremitatibus amborũ arcuum per terminos ſimiliũ arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris eſt maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior ſit a b c, & eius centrum d, & ſemidiameter d a minor uero ſit e f g, cuius centrum h, & ſemidiameter h e, ſignenturq; in ipſis arcus ſimiles in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, ſitq; arcus a b ſimilis arcui e f, ſitq; punctum k extra circulũ maiorẽ, & punctum l extra circulũ minorem taliter data, ut illa puncta ſecundum proportionem ſemidiametri d a ad ſemidiametrum h e, diſtent ab utriuſq; terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineã l f, & lineæ k c ad lineam l g, ſicut ſemidiametroꝝ a d ad h e, & producantur lineæ ad ſemidiametros k b in punctum m, & k c in punctũ n. Similiter quoq; producatur linea l f in punctũ o, & l g in punctum p. Dico, ꝙ linea m n pars ſemidiametri a d, eſt maior ꝗ linea a p pars ſemidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatẽ circuloꝝ, quoniã linea d b eſt maior ꝗ linea h f, ſed ꝑpter ſimilitudinẽ arcuum angulus b d c eſt æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ſunt ꝑportionabilia, eſt ergo ꝑportio lineæ b c ad lineam f g, ſicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypotheſi per 11. quinti, ſicut b k ad l f, & ſicut b c ad l g, ergo per 5. ſexti angulus b k c eſt æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, ſed ex præmiſſis anguli d b c & h f g ſunt æquales, eſt ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l ſunt lateribus ꝑportionabilibus contenti, patet per 6. ſexti, quoniã illa trigona ſunt æquiangula, ergo angulus b k d eſt æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, ſed angulus a d b eſt æqualis angulo e h f ex hypotheſi propter ſimilitudinẽ arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k eſt æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l ſunt æquiangula, & angulus k m d eſt æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. ſexti erit ꝑportio lineæ m k ad lineam o l, ſicut lineæ k d ad lineã l h, ergo per 11. quinti ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmiſſis angulus m k n eſt æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniã trigona k g n & l o p ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ m n ad lineam o p, ſicut lineæ m k ad lineam o l, ergo ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d ſemidiameter maior eſt ſemidiametro e h, erit linea m n maior ꝗ linea o p, patet ergo propoſitum.



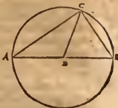


XLVII.

A quocunq; puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, ſi maior ꝗ illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua ſui parte, & ſi minor, minor.

Eſto

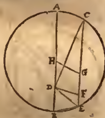
Eſto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua ſumam punctum d, utcunq; contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiā, itaq; pars diametri quæ eſt a d ſit maior ꝗ linea d c. Dico, ꝙ linea a d eſt maior ꝗ linea d b, quæ eſt reliqua pars ipſius diametri, qđ patet, ſi copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; linea a d maior eſt ꝗ linea d b ex hypotheſi, ergo per 18. primi angulus a c d maior eſt angulo c a d, & angulus a c b eſt rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniā angulus c b d maior eſt angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectū, & angulus d c b cum angulo a c d, qui eſt maior angulo c a d ualet rectum, patet, ꝙ angulus c b d eſt maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, ſed latus a d eſt maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d ꝗ latus d b, & hoc eſt unum propoſitum. Eodem quoq; modo demonſtrandū, ſi pars diametri quæ eſt a d, ſit minor ꝗ linea d c, quoniā erit linea a d minor ꝗ linea d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum ſemper una ſit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua ſui parte.

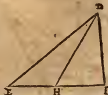
Sit circulus a b d e, cuius diameter ſit a b, in qua ſumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d c minor, ſit autem c ſuperior uerſus a & e, inferior uerſus b. Dico, ꝙ pars diametri q̄ eſt a d, maior eſt ꝗ d b, ducatur enim linea c e, & ſuper lineā c e ducatur à puncto d per 12. primi linea ꝑpendicularis quæ ſit d f, quia itaq; quadratū lineæ d c per penultimā primi ualet ambo quadrata linearū d f & f e. Quadratum uero lineæ d c maius eſt quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c eſt maior ꝗ linea d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratū lineæ e f, maius quadrato lineæ f c. Diuidatur itaq; linea c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrū æquediſtanter lineæ d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi linea h g perpendicularis ſuper lineam c e, ſecat autem h g ipſam c e in duo æqualia, tranſit ergo linea h g per centrum circuli per 1. tertij. & quoniā punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipſum punctū h eſt centrum circuli, eſt ergo linea a d pars diametri a b maior ꝗ linea d b, & hoc eſt ꝑpoſitum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorū ad medietates ſuarum baſium æqualiū una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, ſitq; quælibet ductarum maior medietate ſuæ baſis, erit angulus trigoni, à quo ducit̃ perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum baſes b f, b c, & e f, ſint æquales, quæ ſecent̃ per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad baſes lineæ a g & d h quæ ſint æquales. Sitq; linea a g perpendicularis ſuper lineam b c, linea uero d h non ſit perpendicularis ſuper lineam e f. Sitq; linea perpendicularis a g maior linea b g parte baſis. Dico, ꝙ angulus b a c eſt maior angulo e d f, circumſcribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferentiam in punctum k, hoc autem poſſibile, quoniā uero ſuppoſitum eſt lineam d g eſſe maiorem



iorem linea g b, erit per 47. huius linea a g maior $\tilde{q}$ linea g k, ergo per primã tertij centrum circuli in linea a g inter puncta a & g, & erit a k diameter, & per 7. tertij linea g a est longissima omnium linearũ à puncto g ad circumferentiã ꝓductarum, & linea g k erit omnium linearum minima, & quælibet ꝓpinquior lineæ g a est maior remotiore. Fiat itaq; per 23. primi super punctũ g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e, quæ sit l g c, producta linea l g usq; ad periferiã circuli, palam itaq; ex figura tertij, qm̃ linea g a f l est maior $\tilde{q}$ linea g l, ergo & linea d h, quæ ex hypothesi est æqualis lineæ a g, est maior $\tilde{q}$ linea g l. Producatur itaq; linea g l quousq; sit æqualis lineæ d h per 3. primi, & sit linea g m æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ m b & m c, angulus itaq; b m c est æqualis angulo e d f, ex hypothesi per 4. & per 13. primi, sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineæ b l & c l, palam, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21. primi, sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c maior angulo b m c, ergo & angulus e d f, & hoc proponebatur, & hoc est propositum.

L.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sic φ quælibet ductarum minor medietate basis suæ, erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

Remanet dispositio præcedentis, nisi qđ perpẽdicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico, φ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f, & quoniã linea a g est minor $\tilde{q}$ linea b g, & linea a k est diameter, palam per 47. huius, quoniã centrum circuli est inter puncta g & k, ergo per 7. tertij linea g a est minima omniũ linearum à puncto g ad periferiã circuli productarũ, est ergo linea g l minor $\tilde{q}$ linea g a, ergo & maior $\tilde{q}$ linea d h. Fiat itaq; per 3. primi linea g n æqualis lineæ d h, & copulentur lineæ b n & c n, erit itaq; ut in præmissis angulus e d f æqualis angulo b n c, sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21. primi, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æquali angulo e d f, & hoc est propositum.

LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarũ basium æqualiũ duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales, & si quælibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis, erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum cum base continet maior angulo superiori alterius, & si minor, minor.

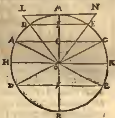
Sint inter duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b c & e f æquales, diuidatur'q; basis b c per æqualia in puncto g, & basis e f in puncto h, & ducãtur lineæ a g, d h quæ sint æquales, & utraq; ipsarum incidat oblique suæ basi, sit autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico, φ si maior sit a g $\tilde{q}$ linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f. Et si linea a g sit minor $\tilde{q}$ linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f, circumscribatur enim per 5. quarti trigono a b c circulus, & ducatur à puncto g perpendicularis super lineam b c per 11. primi, quæ producta ad circumferentiam, sit g k per primã tertij pars diametri circuli propositi

poſiti quæ completa ſit k l, ſit itaq; prius linea a g maior ꝙ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k eſt centrũ circuli, eſt ergo linea k g maior ꝙ linea a g per 7. tertij, ergo & maior ꝙ linea d h, quæ eſt æqualis ipſi a g ex hypotheſi. Fiat itaq; per 23. primi ſuper punctũ g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui ſit m g c. cadetq; punctum m in periferiam circuli, eſt itaq; per 7. tertij linea a g maior ꝙ linea m g, ergo & linea d h eſt maior ꝙ linea m g, producatur itaq;, donec linea g m ſit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b. erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f, ſed angulus b m c eſt maior angulo b n c, eſt angulus ergo b a c maior angulo e d f per modũ præoſtenſum, ſimiliter ꝙq; demonſtrandũ, ſi linea a g ſit minor ꝙ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonſtrandum.

LII.

Si duas lineas rectas ſecãtes circulũ æquales arcus interiaceãt, illæ neceſſario ſunt æquediſtãtes, idẽq; accidit, ſi una earũ fuerit ſecans & alia cõtingẽs.

Sit circulus a b c, cuius centrum ſit punctum o, ſecentq; duæ lineæ a c & d e illũ circulum taliter, ut arcus d a ſit æqualis arcui e c. Dico, ꝙ linea a c & d e ſunt æquediſtãtes, aut itaq; o centrũ circuli eſt in altera illarũ linearũ, aut in neutra, & tũc uel inter utraſq;, uel extra utraſq;, ſi ſit in altera ipſaꝝ, eſto ꝙ ſit i linea a c, & à centro o ducatur linea ꝑpẽdicularis ſuper a c ꝑ 11. primi, & producatur ad circumferentiã, ſitq; o b ſecans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum ſint æquales, erũt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, ſed angulus f o a eſt æqualis angulo f o c, quia ſunt recti. angulus uero d o a æqualis eſt angulo e o c per 26. tertij, cũ ex hypotheſi arcus d a ſit æq̃lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo ꝑ 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e f o. eſt ergo linea o f perpendicularis ſuper lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquediſtantes. Si uero centrũ o fuerit inter ipſas lineas a c & d e, ductis lineis à centro ad terminos linearũ



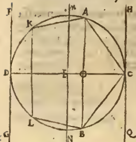
a c & d e, quæ ſint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, fient ex utraq; parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter. ſed angulus o e c eſt æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o e, per diffinitionẽ ergo circuli & per 6. ſexti trianguli d o e & a o c ſunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, ſed angulus o g c eſt æqualis angulo o f d, quia uterq; rectus. ex præmiſſis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f ſunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ ſunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmiſſis ſunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propoſitum. Quòd ſi centrum o fuerit extra utraſq;, ducatur perpendicularis à centro o ſuper ipſarũ alterum, & ſit linea d g ꝑpendicularis ſuꝑ lineã a c, quæ diuidet ipſam a c in duo æqualia per 23. tertij, ꝓducaturq; linea o g, ut ſecet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4. primi, cum in trigonis a g o & g c o duo latera a g & g c ſint æqualia, & latus g o commune, ꝙ angulus a o g eſt æqualis angulo c o g, ſed a o d æqualis eſt angulo c o e per 26. tertij. relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, ſed latus d o æquale lateri e o, & latus o f cõmune, erit ergo ꝑ 4. primi angulus o f d æqualis angulo o f e, uterq; ergo eſt rectus. Eſt ergo angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c ſunt æquediſtantes, qđ eſt ꝓpoſitũ primũ. Qđ ſi una illaꝝ duarũ linearum ſecet circulum, & alia ipſum contingat, ſi ſecans tranſit centrum, & ſit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, ſitq; arcus n h æqualis arcui n k, palam, ꝙ illorum arcuũ quælibet eſt 4. circuli, ducaturq; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o eſt rectus, ſed angulus n o h eſt rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquediſtant, qđ eſt ſcđm ꝓpoſitũ. Qđ ſi linea l m circulũ contingentẽ in puncto n, linea d e ſecet circulum, inſcri-

batur eidem semicirculo linea æqualis lineæ d e & æquedistans, & ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus qđ est n, ducatur linea o n secans lineam d e in pũcto f, quia itaq; arcus n d est æqualis arcui n e, erit per 26. tertij angulus l o n æqualis angulo m o n, sed per 17. tertij angulus o n l est æqualis angulo o n m, quia ambo sunt recti. Item per 4. primi angulus o f d est æqualis angulo o f e, sunt ergo recti, ergo per 28. primi patet propositum.

LIII.

Lineas æquedistãtes trans circuli superficiẽ productas, siue ambæ secent, siue ambæ contingãt, siue una secet & alia cõtingat, arcus interiacẽt æquales.

Sit circulus a b c d, cuius centrum e, contingatq; ipsum duæ lineæ æquedistantes f g in puncto d, & h q in puncto c, & à puncto contingentiæ qđ est d ducatur linea d e ad centrum e. est ergo per 17. tertij linea d e perpendicularis super lineã in illo puncto contingentẽ quæ f g, ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e, erit ergo linea c e perpendicularis super lineã h k contingentẽ in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquedistans lineæ f g per 31. primi, quæ sit n m, hoc etiam quoq; æquedistabit lineæ h q per 30. primi, ergo per 29. eiusdem angulus m e d est æqualis angulo m e c, ergo per 14. primi lineæ d e & e c coniunctæ sunt linea una, est ergo linea d c diameter circuli cum transeat per centrum e, arcus itaq; d a c est semicirculus æqualis semicirculo d b c, sed & si linea a b secet



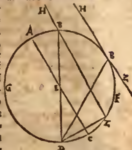
circulum æquedistans lineæ h q contingenti in puncto c, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b, quia enim semidiameter e c secat lineam contingentẽ quæ h q, palam per. 2. huius, quoniã secabit & eius æquedistantẽ quæ est linea e b. sit ut secet ipsam in pũcto o, & quia angulus h c e per 17 tertij, palã p 29. primi, quoniã angulus b o e est rectus, ergo p 3. tertij linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. ducantur itaq; lineæ a c & c b, palãq; per 4. primi, quoniã illæ erunt æquales, ergo per 27. tertij arcus a c est æqualis arcui b c, q̧ si linea æquedistans lineæ b c secet circulum qui sit k l, palam, quoniã semidiameter e c pducta secabit lineã k l per æqualia per 29. primi & per 3. tertij, secet ergo ipsam per æqualia orthogonaliter in puncto p, & ducantur lineæ p a, p b, k a, l b, erit ergo in trigonis p a c, p b c per præmissa, & per 4. primi latus p a æquale lateri p b, est angulus p b c æqualis angulo a p c, relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, sed linea k p est æqualis lineæ p b, erit ergo per 4. primi linea k a æqualis lineæ l b, ergo per 27. tertij erit arcus k a æqualis arcui l b, quod est propositum.

LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo se secantibus, erit quilibet angulus sectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem, duobus arcubus eidem angulo & suo contraposito subtensis.

Sit circulus a b c d, in quo secent se duæ cordæ a c & e b, & sit sectionis e. Dico, q̧ angulus a e b est æqualis angulo qui est in circumferentia quã subtendunt duo arcus a b & c d, & q̧ angulus b e c est æqualis angulo in circumferentia quã subtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b linea b z æquedistanter lineæ a c per 31. primi. Si ergo linea b z secat circulũ, palam, quia arcus c z est æqualis arcui a b per præcedentẽ, arcus itaq; z d æqualis est ambobus arcubus a b & d c, q̃m arcus d c ubiq; est cõmunis, sed arcus d z respicit angulũ d b z, qui est æqualis angulo a e b per 29. primi, angulus itaq; a e b est æqualis angulo in circumferentiã cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur linea d z, & pducatur linea z b extra circulũ in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinsecus æqualis duobus angulis intrinsecis b d z, b z d p 32. primi, sed duo anguli b z d & b d z respiciuntur à duobus arcubus b f z & b g d, angulus ergo h-

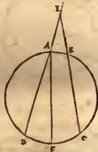
go h b d est æqualis angulo quem respiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem est arcus d a, sed arcus a d est æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z est æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e sit æqualis angulo b e c, patet, quia angulus b e c est æqualis angulo quē in circumferentia respiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniā si linea h b z continet circulū & non secat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z est æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ est b a d, & angulus e b h est æqualis angulo cadenti in portionē circuli b c d, sed angulus e b z est æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, sed arcus b c est æqualis arcui b a per proximam præcedentē. arcus ergo b c d est æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam respicit duo arcus a b & c d, quoniā angulus cadens in arcum b c d est consistens in portione circuli qui est b g d, similiter q; potest declarari, q; angulus b e c est æqualis angulo apud circumferentiā quem respiciunt duo arcus b c & a d, quoniā angulus b e c est æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij cadit in portionē circuli b c d, qd' est in arcū b a d. est autem ex præmissis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propositum.



LV.

Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum secantibus contentus æqualis est angulo super circumferentiā cadenti in arcū, quo maior arcuum inter illas duas lineas comprehensus excedit minorem.

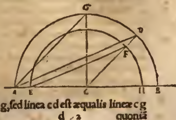
Esto circulus a b c d, extra quem sit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ secantes circulum quæ sint a e d & e b c. Dico itaq;, q; angulus d e c est æqualis angulo qui est apud circūferentiā circuli, quē respicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquedistans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus e f æqualis arcui a b. est itaq; arcus d f excessus arcus d c super arcum a b, sed angulus d a f apud circumferentiā existens cadit in arcū d f, & angulus d a f est æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c est æqualis angulo cadenti super circumferentiam in arcum d f, quod est propositum.



LVI.

In dato semicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eisdem punctis ad aliud pūctum quodcunq; semicirculi dati lineas duas prioribus duabus proportionales duci est impossibile. In diuersis uero semicirculis hoc est possibile.

Esto datus semicirculus a d b. cuius diameter a b, centrum uero c, & sit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico, q; si à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum semicirculi ducantur, q; illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erūt, sit enim, si possibile est, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & e g, & quæ est proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem sit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti proportio lineæ a d ad lineam a g, sicut lineæ c d ad lineam c g, sed linea c d est æqualis lineæ c g



quoniam ambæ ſunt ex centro ſemicirculi, ergo linea a d æqualis erit lineæ a g, hoc autem eſt impoſſibile ex 7. tertij & 18. primi, maiori enim angulo ſubtenditur linea a d ꝙ linea a g, & eſt uicinior diametri, patet ergo propoſitũ primum, quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impoſſibile, & eodem modo deducendũ, in diuerſis uero ſemicirculis hoc eſt poſſibile. Si enim ſemicirculi æquales fuerunt, tunc ex centro alterius ſemicirculi ſuper diametrũ conſtituto æquali angulo a c d, per 23. primi compleatur ꝓpoſitum, ex 4. primi & per 4. ſexti, ꝙ ſi alter ſemicirculus minor fuerit dato ſemicirculo, inſcribatur æqualis illi ſemicirculo ad idem centrum, erit ꝙ æquediſtans primo & in punctum ubi linea e d ipſum ſecabit, qđ ſit f, ducaẽ linea à termino ſui ſemidiametri ꝙ ſit e f, & patet propoſitum per diffinitionẽ circuli & 29. primi, & per 4. ſexti. & ſi dato ſemicirculo alter fuerit maior, circumſcribatur æquediſtanter eidem, & producta linea à centro primi ſemicirculi ad datum punctũ d quouſq; tangat periferiã alterius ſemicirculi, & cõiungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri, & deinde compleatur ut prius demonſtrato, & patet propoſitum.

LVII.

A puncto uno ad datũ ſemicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ poſſibile eſt duci, ex quo patet, ꝙ omnis linea ab eodẽ puncto ſub contingente ducta ſecat ſemicirculũ in uno pũcto ſuꝑ punctũ cõtingẽtiæ, & in alio ſub ipſo.

Eſto datus ſemicirculus a b c, cuius centrũ e, & ſit extra datus punctus d, à quo ad ſemicirculũ ducatur linea contingens, quæ ſit d b. Dico ꝙ à puncto d ad ſemicirculũ a b c, aliã contingentẽ ꝙ lineã d b duci eſt impoſſibile, ſi enim hoc ſit poſſibile, ducatur, hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d, aut citra, ſit primo ut cadat ultra punctũ b uerſus c in punctũ f, & ſit d f, ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f, e b, & ꝓducatur diameter e e a, ſed ad punctũ d, palã ergo per 17. tertij, qm̃ angulus e b d, eſt rectus, ſimiliter angulus e f d eſt rectus. Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d, quod eſt contra 21. primi. Idem quoq; accidit impoſſibile, ſi linea contingens ducta à puncto d ad ſemicirculũ d b c cadat inter puncta b & a, ſit linea d g, palam ergo corollariũ, quoniã enim linea d g non contingit ſemicirculum, tangit autem, ergo ipſa producta ſecat ipſum, & hoc eſt propoſitum.

LVIII.

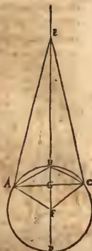
Qualibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes ſunt æquales, & arcus interiacens puncta cõtingentiæ eſt minor ſemicirculo. Linea quoq; diuidens angulũ illarum per æqualia, & arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcũ, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c, cuius centrum f, & ſit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes ꝑ 16. tertij, ꝙ ſint e a & e c, dico ꝙ ſunt æquales, & ꝙ arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ eſt minor ſemicirculo. & ſi producatur à puncto e linea e b, diuidẽs angulũ a e c per æqualia, dico ꝙ linea e b in pũcto b diuidet arcũ a e per æqualia, & ſi linea d e diuidet arcũ a e per æqualia, etiã diuidet angulũ a e c per æqualia. Ducatur enim primo linea d e f, diuidẽs a e c, quæ producta ſecabit circulũ, ſecet ergo ipſum in punctis b & d. palã itaq; per 35. tertij. qm̃ illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b, æqualis eſt quadrato lineæ a e, & eadem ratione quadraro lineæ e c. ergo quadratũ lineæ a e eſt æquale quadrato lineæ e c, ergo & linea a e eſt æqualis lineæ e c, & hoc eſt primũ propoſitoꝝ. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17. tertij, ſunt ergo æquales. ergo per 4. primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia. & quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e. palã per 32. primi, qm̃ anguli e f c & e f a ſunt minores rectis, arcus ergo a b c eſt minor ſemicirculo per ultimã ſexti, quod eſt ſecundũ. Ducatur

quoq;

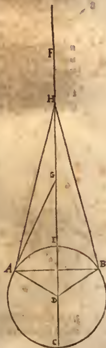
quocꝫ linea a c secans lineã e d in puncto g, & ducantur a b & a c, quia ergo linea e g secat angulũ a e c per æqualia, patet per quartã primi, cũ linea a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit cõe, quoniã linea a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cõmune, ergo per 4. primi erit linea a b æqualis lineæ b c, ergo per 27. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c, eodẽ quoqꝫ modo patet, ꝙ si linea g e secat arcũ a c per æqualia in puncto b, quod ipsa etiã diuidet per æqualia angulũ a e c, quia eñ trigona a e b & c e b sunt æquilatera, ut patet, palam ergo per 8. primi, qm̃ angulus a e b est æqualis angulo c e b, & hoc est totũ quod proponebatur.

LIX.



Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraqꝫ parte diametri circuli resectis à terminis illorum arcuũ ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere est necesse, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiũ arcuũ cõtingere est necesse. Ex quo patet, qm̃ oẽm angulũ & arcum à lineis contingentibus contentũ diuidit diameter educta per æqualia.

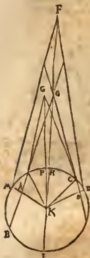
Esto circulus a b c, cuius centrũ sit d, & eius diameter c e, quæ ꝓducam indefinite ad punctũ f, & ab unaquaqꝫ parte puncti e sint a e & b e arcus æquales, & à punctis a & b ducantur lineæ circulũ contingentes per 16. tertij. Dico ꝙ illæ duæ lineæ concurrẽt in uno puncto eductæ diametri e f. ꝙ si dicaẽ ipsas nõ concurrere in puncto uno diametri concurrent tñ ambæ contingentes cũ diametro d f productis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a & b recti, sed anguli e d a & e d b sunt acuti per ultimã sexti, arcus enim a e, b e sunt minores quolibet quarta circuli, ergo per 14. huius, lineaꝝ cõtingentium utraqꝫ cõcurret cũ linea d f, si itaqꝫ nõ fiat, hoc in eodem puncto fit, ut linea contingens ducta à puncto a cõcurrat cũ linea d f in puncto g, & contingens ducta in puncto b cõcurrat cũ d f in puncto h, & sit utraqꝫ punctum g, & ducatur linea a h. eritqꝫ per 16. tertij, & ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a. ergo per 17. tertij uterqꝫ ipsoꝝ est rectus. quia itaqꝫ angulus d a g est rectus per eandem 17. tertij. patet ꝙ ipse est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est cõmunis. erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d extrinsecus scilicet intrinseco a h g, quod est contra 16. primi, & impossibile. patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducanẽ duæ lineæ circulũ cõtingentes in punctis a & b, erũt arcus a e & b o æquales, trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præcedentem, ergo sunt æquiangula per 8. primi, est ergo angulus a h d æqualis angulo b d h, ergo per 25. tertij. arcus a e est æqualis arcui b e, qđ est propositum, & patet corollarium.



LX.

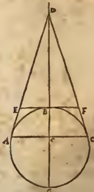
Si intra duas lineas circulũ cõtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulũ cõtingentes ducantur, cadent puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ extreriorũ, & si arcus hinc inde interiacẽtes pun

ćta cōtingentiæ fuerint æquales, erit utrarūq; concursus semper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cū exterioribus necessario concurrent.



Esto circulus a b c d e, cuius centrū k, & eius diameter e h educatur, & sicut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d cōtingentes circulū ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficiei a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circulū contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. si enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, si in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaq; per 17. tertij angulus k a f rectus, & similit̃ angulus k a g rectus, & sic rectus maior recto. Item inter contingētē f a & circulū alia linea capit̃, ut g a. hoc aūt est cōtra 15. tertij, palā ergo, qm̃ impossibile. Si uero detur, ꝙ puncta b & c cadāt extra puncta a & d, sic punctū b ultra a punctū, secabit'q; linea g b productā lineā f a, per 14. huius. Et qm̃ est contingens solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circulū, sit ille punctus m. Palā itaq;, qm̃ linea m a & m b ab uno puncto m productæ semicirculū cōtingunt, quod est cōtra 57. huius. non ergo cadit punctum b ultra punctū a, sed intra. Similiter'q; demōstrabitur, quia punctū c cadit intra punctū d. cadunt ergo puncta contingentiæ interiorꝫ intra puncta cōtingentiæ exteriorꝫ. Sed & arcubus a b & c d existentibus æqualibus, punctū g necessario cadit in diametro e h f, si enim extra illā ducat̃ linea k g secans circūferentiā in puncto f, quia ergo arcus b f est æqualis arcui p c per præcedentē, arcus quoq; a b est æqualis arcui c d, ex hypothesi, remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b, sed arcus h b est maior arcui p b, ergo arcus c h est maior arcu c p, pars sui toto, quod est impossibile. Nō ergo cadit punctū g extra diametrum e h f, palam est per 14. huius, quoniā linea g b producta ultra punctū b, necessario concurret cū linea f a, & linea c g producta ultra punctū c concurret necessario cū linea f d. linea eñ k c rectū angulū cōtinens cū linea a g, continet acutū cū linea f d. patet ergō propositum.

LXI.



Si ad mediū punctū arcus interiacentis puncta cōtingentiæ duarū linearū ab uno puncto ad circulum productarum linea' contingens circulū ad alias cōtingentes ꝑ ducantur, illa in puncto suo cōtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abscindit æquales.

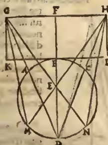
Sit circulus a b c, quē cōtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producat̃ ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, ꝗ nīā ipsa diuidit angulū a d c, & arcū a c per æqualia in puncto b, à puncto itaq; b producatur linea contingens circulū per 16. tertij hoc itaq;, qm̃ est orthogonalis super diametrū g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c, sic ergo ut secet lineam d a in puncto e. & lineā d c in puncto f. quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f sunt recti, palā, quia trigona e b d & f d b sunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera sunt proportionabilia, sed latus d b est æquale sibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f. quod etiā sic patere potest, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cōtingentes cir

tes cir

tes circulũ.f.e a & e b,patet per 58.huius,quod ipsæ sunt æquales.oẽs ergo lineæ a e,e b,b f,f e,sunt æquales.ergo lineæ e d & f d sunt æquales.patet ergo propositum.

LXII.

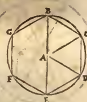
Duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulũ in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliũ terminũ diametri productis arcus interiacentes illarũ linearũ alteram & diametrũ sunt æquales,illis uero ad alium punctũ circũferentiæ productis,arcus interiacent inæquales.



Sit circulus a b c d ,cuius centrũ e,diameterq; eius d b,educaт ad punctũ f,sintq; duo puncta g & h æqualiter distantia à puncto f eductæ diametri, ducanturq; duæ lineæ g d & h d,ad alium terminũ diametri secantes circulũ linea g d in puncto a,& linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulũ quæ sit k b l,à qua æqualiter distet puncta g & h. Dico q̃ arcus a b & b c sunt æquales. ducatur enim linea g f h,erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f,ideo quia puncta g & h æqualiter distãt à puncto f .& ducantur lineæ h l & g k perpẽdiculariter super lineã k b l contingentẽ per 12.primi,erunt ergo ex hypothesi & illæ æquales. ergo per 33.primi,linea g h æquedistat lineæ k l.ergo per 17.tertij,& per 29.primi,anguli d h f & d f g sunt recti.ergo per 4.primi,anguli g d f & h d f sunt æquales,ergo per 23.tertij,arcus a b est æqualis arcui b c. patet quoq; manifeste q̃ si à punctis h & g lineæ ad aliud punctũ circũferentiæ q̃ ad punctũ d producantur,ut ad punctũ m uel n,q̃ illæ lineæ arcus resecabunt inæquales.qualibet enim illarũ quæ secat diametrum,abscindit minorẽ arcũ,& alia maiorẽ,& hoc est quod proponebatur.

LXIII.

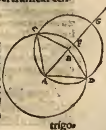
Diameter circuli diuidens exagonũ,eidem circulo inscriptũ,ab oppositis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquedistans.



Sit circulus,cuius centrũ sit punctũ a,inscriptus exagonus qui b c, d e,f g,& ab oppositis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e,dico q̃ illa diameter æquedistat duabus medijs lateribus exagoni, quæ sunt c d & g f. ducanт enim lineæ a c & a d,quia itaq; lineæ b c & c d, q̃ sunt latera exagoni sunt inter se æqualia,& utrunq; ipsorũ est æquale semidiametro circuli, per 15.quarti.patet ergo q̃ trigona a b c & a c d sunt æquilatera.ergo per 8.primi,ipsa sunt æquiangula.erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d,ergo per 27.primi lineæ a b & c d æquedistant.Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g.patet ergo q̃m diameter b e æquedistat medijs lateribus exagoni, q̃d est ꝓpositũ.

LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus se secantibus ita,ut minor pertranseat centrum maioris,arcum minoris interiacentem periferiã maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.



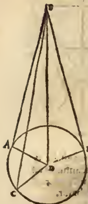
Sint duo circuli c f d maior,& centrum sit a,& c g d minor,cuius centrum sit b,secentq; hi circuli in punctis c & d,transeatq; minor qui c g d per centrum maioris q̃d' est a,eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiã maioris.Dico,q̃ arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a,ducatur enim linea copulans centra quæ sit a b,& hæc producta compleat diametrũ minoris circuli quæ sit a b g,& ad puncta sectionum c & d,ducantur lineæ a d,a c,b d,b e, quia itaq; in

trigo-

trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes sunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & basis a c est basi æqualis a d, quoniã sunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æqualis lateribus contenti sunt æquales, angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g est æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales, arcus ergo c a d diuidit̃ p æqlia in pũcto a, qđ est ppositũ.

LXV.

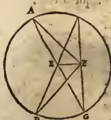
Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales.



Esto circulus a b c, cuius centrum d, & erigatur perpendiculariter supra circulũ à centro linea d e, ita, ut p diffinitionẽ polus circuli super punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, q ipsæ omnes sunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, c d, quia itaq quadratũ lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoq lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b, p penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d est æquale sibi ipsi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ c e, palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunq similiter ductæ sunt, & hoc est propositum.

LXVI.

Omnis linea centrum sphæræ cum centro circuli non magni illius sphæræ continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli.



Sit centrum sphæræ punctum z, sitq punctum e centrum circuli non magni illius sphæræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem sphæræ, sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq z e existente communi patet q trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia sunt æquilatera, ergo per 8. primi ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti, sunt æquales, oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æqules, sunt ergo recti, eodemq modo potest demonstrari de omnibus angulis cõtentis sub linea z e, & cum semidiametro circuli a b g d, linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d, & hoc est ppositum.

LXVII.

A centro sphæræ ductam perpendicularem super superficiem circuli non magni ipsius sphæræ eiusdem circuli centro incidere est necesse.

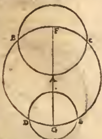
Sit ut in præmissa centrum sphæræ punctum z, sitq punctum e centrum circuli nõ magni illius sphæræ, quæ sit a b g d, & ducatur à puncto z centro sphæræ linea perpendiculariter super superficiẽ circuli a b g quæ sit z. Dico, q punctũ e est centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ sphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & similiter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata linearũ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarũ æqualia, ablato itaq quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e sunt æqualia, ergo & ipsæ lineæ a e, b e, g e sunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e est centrũ circuli a b g, qđ est ppositũ.

LXVIII.

Aequedistantium in sphæra circulorum centra in eadem diametro sphæræ cõsistere est necesse, ex quo patet, q omnes circuli in sphæra æquedistantes eosdem habent polos, & si eosdem habent polos, sunt æquedistantes.

Sit

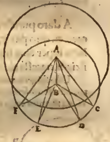
Sit sphæra, cuius centrum sit punctum a, & in ipsa sint duo circuli æquedistantes b c, cuius centrum sit f, & d e, cuius centrū g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter sphæræ cum ipsa trāseat centrum sphæræ d e, ergo per 66. huius a f est erecta super superficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta super superficiē circuli d e, ergo per præmissam ipsa transit per centrū circuli d e, sunt ergo centra illorū circulorū in eodem diametro sphæræ, qd' est propositum, & ex hoc patet, ꝙ illi circuli eosdem habent polos per diffinitionem poli. & si aliqui circuli eosdem habent polos, patet per 14. undecimi, ꝙ ipsi sunt æquedistantes, & hoc proponitur, ꝙ si etiam reliquus circulorum æquedistantiū esset circulus magnus, eadem esset demonstratio. duo uero circuli magni eiusdem sphæræ sibi inuicem æquedistare non possunt, quoniā amborum est idem centrum, quod est centrum sphæræ.



LXIX.

Si plana superficies secet sphæram, communis sectio erit circulus, ex quo patet, quoniā à quolibet puncto in diametro uel supficie spchæria dato est possibile totali superficiei sphæricæ circulum circumduci, aliȷ etiam circulo illius æquedistantem.

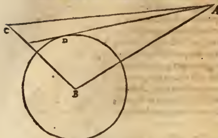
Sit sphæra, cuius centrum a, seceturꝗ per planam superficiē. Dico, ꝙ communis sectio superficiei sphæricæ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio per centrū a, tunc patet, ꝙ omnes lineæ ductæ à centro a ad sphæræ superficiē, quæ sunt in illa plana superficie secante, & terminātur ad cōmunē terminū illorū, sunt æquales per diffinitionē circuli, illa cōmunis sectio est circulus. Si autem superficies plana secet sphæram non per centrū a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis super superficiē secantem, quæ sit a b, & cōtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & ꝙ quis uoluerit ad aliam sectionem cōmunem à centro ipsius sphæræ, ducātur quoqꝫ lineæ c b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro sphæræ ductæ. palam ergo per penultimā primi, quoniā quadratū lineæ a c est æquale duobus quadratis linearū a b & d b, sed quadratū a c est æquale quadrato lineæ a d, qm linea a c est æqualis lineæ a d per diffinitionē sphæræ, & quadratum lineæ a b est æquale sibiȷpsi, relinquitur ergo quadratū lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, est ergo linea c b æqualis lineæ d b, & similiter erit linea d b æqualis lineis e b & f b. p eandē demonstrationē quotcūqꝫ aliȷs lineis à centro sphæræ a ad aliam communem sectionem productis, omnes itaqꝫ lineæ à puncto b ad illam cōmunem sectionem ductæ, sunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionē circuli ut prius punctū b est centrū circuli. Cōmunis ergo sectio istarū superficierū est circulus, & hoc est propositū, patet etiam ex hoc correlariū, qm̄ à puncto dato per 12. primi pducta perpendiculari super diametrum sphæræ, imaginetꝰ superficies plana secans sphærā secundū illam ꝑpendicularē, & patet propositū per præmissa, ꝙ si alicui circulo in sphæra signato æquedistans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis super sphæræ diametrū transeuntē circuli centrū, cui æquedistans debet duci circulus, & pducatꝰ in continuū usqꝫ ad aliam sphæræ superficiē, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunqꝫ super pductā & orthogonaliter super diametrū sphæræ, imagineturꝗ superficies plana transiens terminos istarum linearū in ipsa superficie sphæræ, faciens sectionē, quæ per præmissa necessario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter sphæræ super quā ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis super superficiē in punctis illis, ut præmittitur sphærā secantē, unde à centro sphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



A dato

LXX.

A dato puncto ad datam sphæram lineã contingentẽ ducere.



Sit enim datum punctũ a,& centrũ dato sphæræ sit b,& ducatur linea a b à centro sphæræ qđ est b,ducatᷣ linea b c,ut cõtingit,& copuletur linea a c, palam'q; per 2.undecimi,quoniã trigonum a b c est in una superficie plana,hoc itaq; per præcedentem secabit sphæram secundũ circulũ cui per 16.tertij,à puncto a ducatur contingens in puncto d,quæ sit a d, & patet propositum.

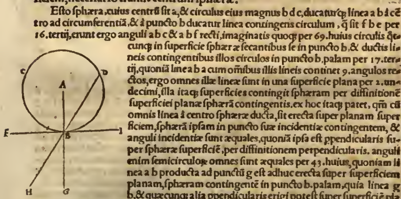
LXXI.

Omnis superficies plana contingens sphæram, secundum unicum punctum est contingens.

Ducatur in plana superficie contingente sphæram linea recta trans locum contactus,& in superficie sphæræ circulus magnus.si ergo superficies plana contingit sphæram secundũ aliud q̃ secundũ punctum,& linea recta continget circulũ secundũ idem, non ergo secundũ punctum continget linea recta circulum,qđ est contra 15.tertij, palam ergo propositum.

LXXII.

A dato puncto superficiei sphæricæ superficiẽ planam contingentem ducere,ex quo patet,q͂ omnis linea centrum sphæræ transiens,est perpendicularis super eius superficiem,& si est perpendicularis super sphæricam superficiem,necessario transit centrum sphæræ.



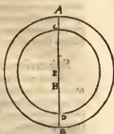
Esto sphæra,cuius centrũ sit a,& circulus eius magnus b d c,ducatur'q; linea a b à cẽtro ad circumferentiã,& à puncto b ducatur linea contingens circulum , q̃ sit f b e per 16.tertij,erunt ergo anguli a b c & a b f recti,imaginatis quoq; per 69.huius circulis quotcunq; in superficie sphæræ secantibus se in puncto b,& ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b,palam per 17.tertij,quoniã linea b a cum omibus illis lineis continet 9.angulos rectos,ergo omnes illæ lineæ sunt in una superficie plana per 2.undecimi,illa itaq; superficies contingit sphæram per diffinitionẽ superficiei planæ sphærã contingentis.ex hoc itaq; patet, q̃m cũ omnis linea à centro sphæræ ducta,sit erecta super planam superficiem,sphærã ipsam in puncto suæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ sunt æquales,quoniã ipsa est ꝑpendicularis super sphæræ superficiẽ,per diffinitionem perpendicularis. anguli enim semicirculoꝝ omnes sunt æquales per 43.huius,quoniam linea a b producta ad punctũ g est adhuc erecta super superficiem planam,sphæram contingentẽ in puncto b.palam,quia linea g b,& quæcunq; alia ꝑpendicularis erigi potest super superficiẽ planam in puncto b,contingentẽ sphæram transit centrũ sphæræ a,quia si à puncto b possit alia linea erigi super superficiẽ contingentẽ,non transiens centrum sphæræ a,sit illa h b d,& sit angulus h b c rectus.Sed angulus g b e est rectus per 13.primi,cum angulus a b e sit rectus ex hypothesi,erit itaq; rectus maior recto,qđ est impossibile,patet ergo ꝓpositum.

LXXIII.

Omnium sphærarum,quarum conuexæ superficies æquedistant,uel secundum se totas se contingunt,necessario est idem centrum.

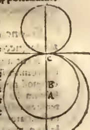
Sint

Sint duæ ſphæræ, quarũ conuexæ ſupficies æquediſtẽt, ſectæ per æqualia per unam planam ſupficiẽ, cõis ſectio ſuperficierũ illarũ ſphæricarũ & huius planæ, erunt circuli, ſitq; magnus circulus maioris ſphæræ a b, & centrum eius e, minoris uero ſphæræ circulus magnus ſit c d. Dico, ꝙ idem punctũ e etiam erit centrum circuli c d, ducatur enim linea a e b taliter, ut ſi e non ſit centrũ amborum circulorũ, linea tamen a e b tranſeat per ambo centra, qđ poteſt fieri continuatis centris per lineã rectam, & ꝓducta illa ad periferiã maioris ſphæræ huius, itaq; erit diameter circuli a b, quoniã circuli a b & c d ſunt in eadem ſuperficie. Sit ut diameter a b ſecet periferiã circuli c d in punctis c & d, eritq; recta c d diameter circuli c d, quia ergo ꝓpter æquidiſtantiã circulorũ linea a c eſt æqualis lineæ b d, & linea a e æqualis lineæ e b, remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e. patet, ꝙ punctus e eſt centrum circuli c d, ſi enim non ſit punctus e centrũ circuli c d, ſit centrum eius punctus h, eritq; per diffinitionẽ circuli linea h d æqualis lineæ a c, erit ergo linea h a æqualis lineæ h b, ſed linea h a eſt maior q̃ linea a e, ergo h b eſt maior q̃ linea e b, pars ſuo toto, qđ eſt impoſſibile, eſt ergo pũctus e centrũ circuli c d, & quia circulus c d eſt magnus circulus ſuæ ſphæræ, patet, ꝙ æquediſtantium ſphærarũ eſt idem centrum, qđ eſt propoſitũ primum. & eodem modo de ſphæris ſecundum totas ſuas ſuperficies contingentibus eſt demonſtrandũ. lineæ eductæ à centro ad concauũ maioris & ad conuexũ minoris, ſunt æquales, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.



LXXIIII.

Si duæ ſphæræ æquediſtantes fuerint, uel ſecundũ totas ſuperficies ſe contingentes, quæcunq; linea ſuper unius earum ſuperficiem perpendicularis fuerit, ſuper alterius quoq; ſuperficiem perpendicularis erit.



Iſtud facilliter patet, quoniã enim ex præmiſſa tales ſphæræ indem cẽtrum habere neceſſario cõprobantur, ergo per 72. huius, linea ꝑpendicularis ſuper alteram iſtarũ ſphærarũ centrum ipſius tranſit, ſed centrum ipſius eſt centrum alterius, ergo per eandem 72. huius ſuper alterius etiam ſphæræ ſuperficiem alia linea perpendicularis erit, & hoc eſt propoſitum.

LXXV.

Si duæ ſphæræ centra diuerſa habuerint, impoſſibile eſt ut lineæ perpendiculares ſuper unius ſuperficiem ſint perpendiculares ſuper alterius ſuperficiem, niſi una tantum quæ tranſit centra ambarum.

Quocunq; modo ſe habentibus adinuicem ſphæris, ſiue extrinſecus ſiue intrinſecus ſe contingentibus, uel etiam ſe non contingentibus, uel etiam ſe adinuicem ſecantibus ſemper, patet ex 72. quoniã linea tranſiens per centra ſphærũ, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ utriuſq;, aliam quoq; lineã ſuper utriuſq; ſuperficiem ꝑpendicularẽ eſſe, eſt impoſſibile. Si enim ſit poſſibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter ſuper utriuſq; ſphæræ ſuperficiẽ, palamq; erit ex eadem 72. huius, ipſam per utriuſq; centrũ tranſire, qđ eſt oppoſitum hypotheſi, patet ergo, q̃m nullam aliam lineã præter eam, quæ tranſit centra ambarũ ꝑpendiculariter duci ſuper utriuſq; ſphærarum ſuperficies eſt impoſſibile, & hoc eſt propoſitum.

LXXVI.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus aut extrinſecus contingat, in uno tantum puncto contingere eſt neceſſe.

Si enim ſphæræ contingentes ſe intrinſecus, non in puncto ſe contingant, neceſſe eſt circulos ſuos maiores adinuicem applicatos non ſe in puncto contingere, quod eſt

contra 12.tertij.& impossibile, ꝙ si sphæræ extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto,& hoc est contra naturã circulorum extrinsecus se contingentiũ,& contra eandem 12.tertij. potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphæras, quæ se extrinsecus contingãt, imaginata fuerit superficies plana, palam ex 71.huius, quoniã utraque illarum sphærarum illam superficiẽ planam contingit in puncto, ergo & seinuicem in puncto contingant, ꝓpinquior est utriusque sphærarum ipsa plana superficies interposita quàm reliqua sphærarum,& hoc est propositum.

LXXVII.

Sphærarum se contingentium, centra diuersa esse, est necesse.

Signentur enim in utralibet sphærarũ à puncto contactus duo circuli maiores, per 67.huius, secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra,& per puncta contactuum,& quia centra horum circulorum sunt centra sphærarum suarum per diffinitionem circulorũ magnorum, hos autẽ circulos centra diuersa habere, est conclusio 6. tertij. patet ergo ꝓpositum.

LXXVIII.

Centrorum sphærarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositã ex ambarũ sphærarũ semidiametris, intrinsecus uero contingentiũ se secundũ excessum simidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palam est.

Hoc patet ex 76.huius, quoniã enim contactus sphærarũ fit secundum unum tantũ punctum. punctus uero est, cui pars non est, tunc euidens est, ꝙ punctus ille cõmunis in utraque intersectione nihil adimit de diametrorum quantitate, indiuisibile enim nõ fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto,& sic patet propositum.

LXXIX.

Si concauum alicuius sphæræ superficiẽ aliquam secundũ eam totam contingat, necesse est superficiẽ contactam partem sphæræ minoris esse.

Sit ut aliqua sphæra secundũ suum concauum contingat aliquam superficiẽ secundum omnes illius partes, sicut uas sphæricũ superficiem aquæ contentæ. Dico, ꝙ uerum est quod ꝓponitur. ducantur enim lineæ plurimæ à centro sphæræ ad locum contactus sui cum illa superficie,& quia omnes lineæ ꝑductæ ad concauũ sphæræ, sunt æquales inter se ex diffinitione sphæræ,& sunt æquales productis lineis ad conuexũ superficiei cõtactæ. patet ex dicta diffinitione, quoniã illa superficies est pars sphæræ,& q̃libet intellecta extendi secundum concauũ ambientis sphæræ, sphæram minorẽ complebit, est ergo pars minoris sphæræ. linea quoque in illa superficie signata est pars circuli ex 9.tertij. idem habens centrũ cum circulo cui applicatur,& sic illa superficies est pars minoris sphæræ, quod est propositum.

LXXX.

Si sphæra sphæram intersecet, communis sectio superficierum sphæricarum se intersecantium, erit periferia circuli.

Qđ hic proponitur, patet, imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineam cõmunem sectionis sphærarum qualiscunque fuerit. hæc ergo superficies ꝓpter similitudinẽ corporum se intersecantiũ plana erit, cõmunis ergo sectio illius superficiei & utriusque sphærarum erit circulus per 69.huius. palam ergo, ꝙ cõmunis linea intersectionis superficierum sphærarũ illarum erit periferia circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus cõmunis illi sectioni, quoniã aliàs corpus quo utræque sphæræ cõmunicãt, est corpus cõmune sphærarum intersectioni,& est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum,& diuersis secundum dispositionem se intersecantium sphærarum, patet ergo propositum.

LXXXI.

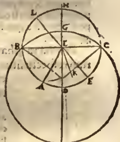
Sphærarum se intersecantium maiores circulos se inuicem secare, palam est, ex quo patet intersecantiũ se sphærarum centra diuersa esse.

Primum patet ex diffinitione sphærum se intersecantiũ, quoniã enim intersecantibus se sphæris, diameter unius per alteram abscinditur, & maiorũ circulorũ diametri suarum spæraꝝ. diuidunt enim circuli magni suas sphæras per æqualia, tunc patet, ꝙ circulus unius sphæræ & alterius se intersecantium aliqua linea est cõmunis. Cum ergo unus circulus alium non contineat, quia nec una sphæra aliam continet, palam, quia tales circuli se inuicem secant ex diffinitione talium circuloꝝ, quia uero ex 5. tertij circuloꝝ se inuicem secantiũ centra esse diuersa necesse est, & idem est centrum sphæræ qđ est centrũ circuli magni in illa sphæra. patet corollariũ, scilicet, quia intersecantium se sphærarum centra sunt diuersa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si sphæra sphæram intersecet linea, quæ centra illarum sphærarum transit, centrum circuli periferiæ communis sectionis transire, & super ipsius superficiem perpendicularem esse, necesse est.

Circulus cõmunis sectionis sphærarũ aut est circulus maior alterius sphærarũ se intersecantiũ, aut minor. si maior, hoc erit solũ, cũ maior sphæra minorẽ intersecat. Si enĩ æq̃les sphæræ secũdũ circulũ maiorẽ se ĩtersecarẽt, nõ esset sphærarũ intersectio, sed unius sphæræ ex duobus hemisphærijs æqualibus cõpositio. si ergo circulus cõis sectionis sphæraꝝ sit circulus maior, non erit ille circulus maior nisi in sphæris inæqualibus se intersecantibus circulus sphæræ minoris, quoniã ipsum esse circulũ maiorem sphæræ maioris est impossibile, q̃m maior circulus sphæræ maioris non potest cadere in superficiẽ sphæræ minoris. Sit itaq; circulus talis a b c, & sit centrum maioris sphæræ d, sphæræ uero minoris e, erit quoq; e centrum circuli a b c ex hypothesi, ducatur ergo linea d e, & patebit ꝓpositum primũ. Item ducantur lineæ d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntq; triangulorũ d a e & d b e latera æqualia, ideo, quoniã linea d e latus est cõmune, & latus d a æquale est lateri d b ex diffinitione sphæræ, latus quoq; a e æquale est lateri b e ex diffinitiõe circuli, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti, erunt æquales. angulus ergo d a b æqualis erit angulo d e a, similiter autẽ angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuersaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e, centrum sphæræ anguli super centrum e semper erunt æquales, & quia super eandem diametrũ oppositis punctis signatis linea d e æquales angulos constituit, patet per diffinitionẽ ꝑpendicularis, q̃m ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e super superficiẽ circuli a b c erecta est, & super eam ꝑpendicularis. Si uero circulus a b c non sit circulus maior alicuius sphærarũ se intersecantium, sed minor, intelligatur in ipso ꝓtracta diameter q̃ sit l f per puncta l f, & utraq; sphærarum imaginetur recta per superficiẽ planam trans centrum, & per puncta f & l, quæ sunt in sup̃ficie utriusq; sphæræ, erit ergo per præmissã quilibet illorũ circuloꝝ circulus maior in utraq; sphæraꝝ se intersecantiũ. secabitq; circulũ a b c uterq; illorum circuloꝝ maiorum per æqualia, q̃m arcus f l est medietas circumferentiæ circuli a b c, transeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c, qđ est e. imaginentur item duo circuli alij maiores in eisdem sphæris, quorũ quilibet secet portionẽ circuli maioris suæ sphæræ erectam sup̃ circulũ a b c per æqaulia, qđ fieri poterit ex 29. tertij, diuiso arcu f l utriusq; circuli sphæraꝝ se intersecantiũ per æqualiã, & à puncto sectionis utriusq; circuli imaginata superficie plana transeunte centrum sphæraꝝ utriusq;, fiat itaq; sectio arcus sphæræ maioris in puncto g, & sectio arcus sphæræ minoris in puncto h, & similiter hi circuli maiores cum illis circulis quos secant angulos æquales sphærales, uel inæquales contineant, patet, cum à polo circuli a b c per centra sphærarũ ambaꝝ transeant, quoniã ambo secabunt circulũ a b c per æqualia. transibunt ergo per centrum ipsi ꝙ est e linea, ergo d g, q̃ per diffinitionẽ maiorum circuloꝝ, & per 3. undecimi est cõmunis sectio duorum circulorũ maioꝝ in sphæra maiori se secantium, transeunt per centrum e, l



quoniam cum centrum e ſit in ſuperficie utriuſq; illoꝝ circulorũ,neceſſe eſt,ut ſit in linea cõmuni utriuſq;. Similiter etiam linea e h,quæ eſt cõmunis ſectio circulorum maiorum in ſphæra minori ſe interſecantiũ,tranſit per centrum e,ſed quia lineæ e h,& lineæ d g per diffinitiõe circuloꝝ ſe ſecãtium eſt aliqua linea recta cõmunis ut e g,erit illa per primam 11.in eadem ſuperficie cum illis,ergo erunt linea una.tota ergo linea d e g h eſt linea una tranſiens per ambo centra ſphærarum ſe interſecantiũ,& per centrum circuli, qui eſt cõmunis ſectio, cũ centro in periferia cõmunis ſectionis ſuperficierum ſphæricarum ſe interſecantium,patet ergo ꝓpoſitum primũ.Secundum uero patet ex præmiſſis.Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulũ minorem orthogonaliter eum ſecant,& eorum cõmunis ſectio,ut linea d h per 19.undecimi ſuper eundem circulũ perpendicularis erit,& hoc eſt ꝓpoſitũ.poteſt & idem per 66.& 67.huius facilius demonſtrari diligentiam adhibenti.

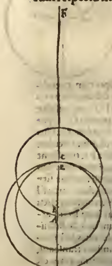
LXXXIII.

Si ſphæra ſphæram interſecet,lineam tranſeuntem centrum circuli periferiæ communis ſectionis perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ inſiſtentem,ambarum ſphærarum centra tranſire neceſſe eſt.

Hæc eſt conuerſa præcedentis,nec oportet in ipſius demonſtratione aliter immorari,ſi enim ſit poſſibile,ducatur linea per e centrum circuli cõmunis ſectiõis ſphærarum, qui eſt a b c,perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ ad alium aliquẽ punctum, præter centrum ambaꝝ,uel alterius ſphærarũ,& ſit linea e k,& ducatur idem per centra ambaꝝ ſphærarũ alia linea,quæ ſit d h.patet autem per præcedentẽ,quoniã hic erit tranſiens per centrum e,& erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli a b c.ab eodem ergo puncto ſuperficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt ꝑpendiculares ſuper eandem circuli ſuperficiem a b c,quæ ſunt e d & e k,qđ eſt contra 13.undecimi,& impoſſibile,patet ergo ꝓpoſitum.

LXXXIIII.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus interſecet,neceſſe eſt centra illarũ ſphærarum reſpectu ſitus ſui contactus ſecundum quantitatẽ periferiæ circuli, qui eſt communis ſectio ſuarum ſuperficierũ plus diſtare, centriq; ſphæræ continentis plus profundari.



Sphæræ datæ interſecare ſe debentes,ſi æquales fuerint & taliter ad inuicem collocentur,ut non ſe interſecent, tunc ipſaꝝ idem erit centrum.facta uero interſectiõe ipſarum centra diuerſantur per 81. huius.& ſecundũ ꝙ circuli periferia,quæ eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierum ſphæricaꝝ ſit maior uel minor,ſecundũ hoc plus uel minus diſtabunt centra,ꝙ ſi ſphæræ fuerint inæquales,quarum una alterã intrinſecus cõtingere poterint,tunc in ſitu ſuæ cõtingentiæ centrorum ſuoꝝ diſtantia per 78.huius eſt exceſſus ſemidiametri ſphæræ maioris ad ſemidiametrũ minoris.Demus ergo;ꝙ centrũ maioris ſit a,centrum minoris b,punctus contactus ſit c, & quia contactus ſit in puncto per 76.huius,interſectio uero ſit ſecundũ circulum per 80.huius.palã,quia facta interſectione ſphæraꝝ,abſcindet ſphæra a diametrum b c in puncto alio ꝗ̃ in termino ſuo qui eſt punctus c.ſit ergo punctus in quo ipſum a b ſcindit punctus e, ponaturq; ut linea f e ſit æqualis diametro ſphæræ b,quoniã itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b.linea uero f e eſt æqualis ſemidiametro b c,quoniam ſunt diametri eiuſdem ſphæræ.linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b,ſed linea f e eſt maior ꝗ̃ linea e c,ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c,eſt maior ꝗ̃ linea a b,plus ergo diſtãt centra ſphærarum in interſectione ꝗ̃ in ſitu contactu,& ſecundũ ꝙ periferia circuli,quæ eſt cõmunis ſectio ſuarum ſuperficierũ minoratur, ſecundum hoc diſtantia centroꝝ augetur,& ſecundũ ꝙ illa periferia augetur, ſecundum

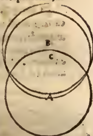
hoc

hoc distantia centrorum minuitur,& respectu partis uniuersi ad quā fit intersectio plus profundatur centrum sphæræ continentis respectu contactus in tanto,quanto linea a e fit maior ꝙ linea a b,& hoc est quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ sphæræ intra tertiam secundū circulum æqualem circulo maiori sphæræ,intra quam fit intersectio,se intersecent,utraq; illarum sphærarum sphæram,intra quam fit intersectio,intersecabit,& omnium illam superficierum sphæricarum cōmunis sectio erit periferia circuli unius.

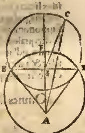
Verbi gratia:Sit in sphæra,cuius centrum a intersecet sphæram, cuius centrum sit b intra sphæram,cuius centrū sit c secundū circulum æqualē circulo maiori sphæræ c,dico ꝙ sphæra a & sphæra b intersecabunt sphæram c,& omnium superficierum sphæricaꝝ illarum sphærarū erit cōmunis sectio periferia circuli secundū qđ sphæraꝝ a & b fiebat intersectio,hic est cuiusdam circuli magni sphæræ c,quoniā enim circulus maior diuidit sphæram ꝑ æqualia,quia transit per centrū eius ex diffinitione,tunc patet,ꝙ æqualis eidē utcunq; contingat eum in sphæra ꝑduci,diuidet eam per æqualia & sic intersecabit secundū illum circulū utraq; sphærarum.s. a & b sphærā c. Sphæra autem a intersecante sphæram b,communis sectio est periferia circuli per 79.huius,diuidit autē iste circulus sphæram c per æqualia, ergo intersecat.est ergo eius periferia in superficie c,sed & eadem periferia est in superficiebus sphæraꝝ a & b.In omnium ergo sphærarū illarū trium superficiebus est illa circuli periferia,est ergo ipsa cōmunis sectio omnium superficierum dictarum sphærarum,quod est propositum.



LXXXVI.

Lineam à centro sphæræ per centrum circuli sphæram secantis orthogonaliter ductam,medio abscisæ portionis,est necessarium applicari.

Sit sphæra cuius centrū a,& sit circulus b c d cuius centrū sit e,abscindens portionē sphæræ,ducaturq; linea a e,& ꝑducatur usq; ad superficiē sphæricam,cui incidat in pūcto f.Dico,ꝙ linea a e necessario applicatur puncto,qui est medium abscisæ portionis sphæræ in conuexo uel concauo ipsius,& ꝙ hoc est punctum f.ducantur enim lineæ a b & a c,& copulenť lineæ e b,e c,e d,erunt itaq; trigona a e b,a e c,a e d omnia secundū latera æquales angulos respicientia,adinuicem ꝑportionabilia,qm̄ illa ipsoꝝ latera sunt adinuicē æqualia,ut patet per sphæræ & circuli diffinitiones,& quia latus a e est omnibus cōmune.anguli itaq; b a e,c a e,d a e omnes sunt æquales per 5. sexti,ergo per 25.tertij angulus b f,c f,d f sunt æquales,& quoniā productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d,idem semper accidit.palam,quia punctus f est in medio portionis abscisæ de sphæra,& hoc proponebatur.



LXXXVII.

Proportionem partis superficiei sphæricæ ad totalem superficiem suæ sphæræ,sicut anguli solidi in ipsam à centro sphæræ cadentis ad octo rectos solidos necesse est esse.

Verbi gratia.Sit a b c pars superficiei sphæricæ alicuius sphæræ,cuius sit d & ducantur lineæ a d,d b d c,& in ipsa superficie ducantur lineæ a b,b c,a c,fietq; pyramis,cuius uertex est punctum d,& basis a b c.palam quoq;,quoniam angulus circa punctum d est solidus,tribus angulis supficialibus contentus.Dico,ꝙ quæ est ꝑportio illius anguli ad 8.rectos angulos,qui replent locum solidum circa centrum d,eadem erit proportio superficiei sphæricæ quæ est a b c, ad totam sphæricam supficiem suæ sphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magnı̄, transeuntes per omnia puncta illius superficiei,

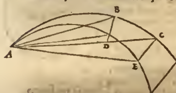
non

non ſecantes ſe ſuper illam. patet itaq;, quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius ſuperficiei. omnium autem illorum arcuum partialium ad totos ſuos circulos eſt ꝓportio, ſicut angulorum contentorũ ſub linea à centro d ad ipſorum terminos, productis ad 4. rectos ſpales per ultimam ſexti, patet ergo propoſitum. & etiam poteſt patere ex hoc, quoniam ſicut ille angulus correſpondet illi parti ſuperficiei ſphæricæ, ſic reſiduum 8. ſolidorum angulorũ rectorũ totali reſiduo ſuperficiei illius ſphæræ reſpondet, ergo p 16. quinti, erit ꝑmutatim anguli ad angulum, ſicut ſuperficiei ad ſuperficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpoſitum.

LXXXVIII.

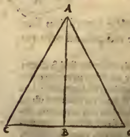
Si inter duas quartas circulorum æqualium in ſphæræ ſuperficie ſe ſecantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquediſtantes, & remotior à puncto ſectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in ſuperficie alicuius ſe ſecantium, qui a b c & a d e; ſecantes ſe in puncto a, in quibus ſignantur arcus æquales, ita, ut arcus a b ſit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, ꝙ lineæ c e & b d ſunt æquediſtantes. & ꝙ linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, quia itaq; arcus a b eſt æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli tranſeuntis per puncta d & b, ideo ꝙ rectæ lineæ quæ a d & a b ſunt æquales. & ſimiliter eſt de circulo tranſeunte puncta c & e, circumducatur ergo ſuperficiei ſphæræ per puncta d b circulus erectus ſuper diametrum ſphæræ p 69. huius, & ſimiliter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquediſtantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquediſtantes p 16. undecimi, imaginata ſuperficie plana in qua ſunt puncta b c d e, circulos ſecundum illas lineas ſecante. ſed & linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, ſi enim ſit æqualis cum ſit æquediſtans, palam, quia circuli a b c & a e d æquediſtantes erunt, qđ eſt contra hypotheſim. ſupponunt enim ſe ſecare in puncto a, aut ſequatur circulum tranſeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo tranſeunti per puncta c & d, quorum circulorũ polus eſt punctum a, qđ iterum eſt impoſſibile. & ſi linea c e ſit minor ꝙ̃ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius ꝙ̃ ultra lineam b d, eſt ergo linea b d remotior à puncto ſectionis, quod eſt ꝓpoſitum hypotheſis, ergo patet ꝓpoſitum.



LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, ſunt æquales, & cum ſemidiametris baſis æquales, ſed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ uerticis pyramidis eſſe polum circuli ſuæ baſis, omnemq; lineam longitudinis eſſe in eadem ſuperficie cum axe, ipſam quoq; axem centrum circuli baſis orthogonaliter attingere.



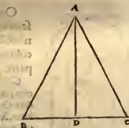
Qm̃ enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per tranſitum trianguli rectanguli, alterutro ſuorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ ſuum unde incipit redeat, triangulo ipſo circumducto; qui triangulus, ſi fuerit duorum laterũ æqualium, ſecundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium

tium fuerit fixũ,causabit pyramis rectangula,ideo,ꝙ angulus duplicati sui trianguli ad uerticem pyramidis est rectus,per 5.& per 32.primi.& si fixum latus fuerit minus latere moto,erit pyramis ambigonia,qm̃ per 19.primi angulus ad uerticem fit obtusus. & si latus fixum fuerit maius latere moto,erit pyramis oxigonia,quia per eandem 19.primi,angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante semper 32.primi. sic ergo diuersantur formæ pyramidum secundum diuersitatẽ ꝓportiõis lateris fixi ad alterum latus motum,rectum angulũ continens cum fixo,& quia latus subtensum angulo recto, causat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide.palam,ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ,sunt æquales ei.s.quæ in trigono rectangulo recto,ergo & omnes inter se sunt æquales.Si ergo trigonũ orthogoniũ causans pyramidem sit a b c,cuius angulus a b c sit rectus,erit per 32.primi angulus a c b acutus, & est a c b angulus cui omnes anguli contenti ĩ lineis lõgitudinis & semidiametris basis sunt æquales.& hoc ꝓponitur,patet enim ex ijs,qm̃ punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, est polus circuli suæ basis per 65.huius,& quoniã linea a c est in eadem superficie trigona cum linea a b.patet,quoniã omnes lineæ longitudinis sunt in eadẽ supeficie cũ axe a b,& quoniã linea b c motu suo describit circulũ basis,patet ꝙ axis a b centrum circuli basis orthogonaliter attingit per 8.primi,quia ex circuli diffinitione & prima parte axis existente cõmuni,omnes anguli ad centrum b constituti sunt æquales,patet ergo propositum.

XC.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinẽ & superficiei conicæ,cõmunis sectio est trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentum,ex quo patet,quoniã illa superficies diuidit pyramidem per æqualia,& ꝙ superficies quæ pyramidẽ secundum lineam longitudinis per æqualia secuerit,secundum axem necessario secabit.

Esto pyramis rotunda a b c,cuius uertex a,& diameter basis b c,& sit centrum basis d,& palam per præmissam,qm̃ linea a d est axis illius pyramidis.superficies itaq; plana secans pyramidẽ rotundam,secundũ axis longitudinẽ pertransit puncta a & d,erit itaq; illa superficies plana orthogonaliter erecta sup basem pyramidis per 18.undecimi.cõmunis itaq; sectio basis pyramidis & illius superficiei planæ est linea recta p 3.undecimi, qđ est diameter basis, & sit hoc b c.trigonũ itaq; a b c est in superficie secante, sed & idẽ trigonum est in superficie conica pyramidis, & quoniã trigonum orthogoniũ b a d est illud, ex cuius ꝑtransitu describitur pyramis a b c,& trigonũ a b c est duplum illi per 1.sexti.patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda,patet etiam,ꝙ illa supficies taliter pyramidem secans,diuidit ipsam per æqualia,qm̃ transiens uerticem & conclusa diametro per æqualia diuidit & basem,in laterata uero pyramide,aut supficies plana secans transit latus aut angulum,eritq; ꝑductis lineis ad terminũ axis pyramidis,illa cõmunis sectio semper trigonis maior uel minor,patet ergo propositum,quoniam & cõuersa per se,& ex præmissis patet.

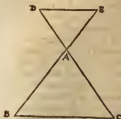


XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis super axem in uertice tantũ se intersecant, productæ quoq; aliam similem pyramidem principiant,cuius lineæ longitudinis secundum positionẽ & situm priori pyramidi modo contrario se habent.

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuscunq; ꝑductæ,se super axem in uer-

in uertice fecent, euidens est, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes sunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipsarum aliam intersecat, quod etiam productæ aliam pyramidē priori similē principiant, patet. secet enim superficies plana pyramidē secundum axis longitudinē, erit ergo per præcedentē cōmunis sectio istius superficiei & superficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidē causantis, sed palā per 36. huius, quod latera cuiuslibet trigoni, producta principiant aliū trigonū priori simile, cuius latera positionem & situm prioris trigoni lateribus contrariā habent. & quoniā tot possunt imaginare planæ superficies trās axem pyramidē secantes, quot sunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniā omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidē priori similem, lineis longitudinis à dextra prioris procedentibus in sinistrū posterioris, & à sinistro prioris in dextrum posterioris, & econuerso. patet ergo propositum.

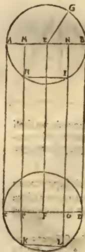


XCII.

Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ sunt æquales, rectos angulos cum semidiametris suarum basium continentes, & in eadem superficie cum axe existentes, ex quo patet, quoniā axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris suarum basium orthogonaliter insistit.

Hoc non indiget demonstratiōe alia nisi simili illi, quæ fit in 89. huius. sicut enim trigonum orthogoniū altero laterum rectum angulū cōtinentiū fixo, per reuolutionē suam causat pyramidē rotundam, sic quadrilaterū rectangulū quoque suorum laterum fixo manente, alijs tribus quousque ad locū suum redeāt, circūductis causat motu suo figurā columnarē rotundam, fiet ergo protractio omniū eorum quæ proponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.



Omnis superficiei planæ secantis columnā rotundam secundū axis longitudinē & superficiei columnæ, cōmunis sectio est rectangulū sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contentū, ex quo patet, quoniā illa superficies per æqualia diuidit columnā.

Colūna rotunda sit, cuius axis e f, secetque ipsam per e f superficies plana, sitque cōmunis sectio secundū puncta a b c d. Dico, quod sectio a b c d est quadrangula rectangula sub lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basiū cōtenta. ducatur enim linea ea in base colūnæ & in superficie secāte, hoc est ergo semidiameter circuli basis colūnæ. Cōpleatur itaque e g diameter basis, cadetque in superficie plana columnā secante. si enim linea e g nō est ducta in superficie plana columnā secante, ducatur linea b e in illa superficie secante. lineæ ergo b e & e a sunt linea una, quoniam sunt in una superficie, productæ ambo orthogonaliter super axem e f cōtinue, similiterque linea e g cōplet diametrū a e, nō in superficie secāte, sed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in sublimi, quod est contra 1. undecimi. palam itaque, quoniam linea a b est diameter basis, & quod punctus g cadit super punctum b. Similiterque declarandum de linea e d, quoniā est diameter alterius basis, lineæ quoque a c & b e sunt lineæ longitudinis columnæ, quod est propositum. ex hoc itaque patet, quoniam cum illa

illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, qđ etiam diuidit ꝑ æqualia columnam.

XCIIII.

Supficiei secātis columnā rotundā æquedistāter superficiei per axem secanti, & superficiei columnaris cōmunis sectio, est rectangulū sub duabus lineis lōgitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris basiū cōtentū.

Sit, ut in præcedenti ꝓpositione, columna secta per planā supficiem secundū sectionem rectangula a b c d, cuius axis sit e f, sitq; nunc supficies plana columnā secās, æque distans superficiei a b c d, cuius cōmunis sectio cum superficie columnæ sit h i, k l, ducanturq; a punctis h & i lineæ ꝑpendiculares super diametrū a b per 12. primi, quæ sint h m, i n, erit itaq; linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34. primi, lineæ enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquedistantes per 28. primi. est ergo linea h i minor diametro a b, similiter quoq; i k minor est diametro c d, ductis ꝑpendicularibus lineis, quæ l o & k p, sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ, patet ergo ꝓpositū.

XCV.

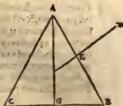
Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundū punctū contingit supficies plana, ꝓposita corpora sicut sphærā, qm̄ in ipsis est longitudo, quæ non est in sphæra. sed utcūq; contingit ipsa secundum superficiem, qm̄ cum in quolibet istorū corporꝫ sint infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases, accideret illos secundū lineas in superficie plana contingente, ductas ad ipsorꝫ contactum, non contingi secundū punctum, sed secari, qđ est contra 15. tertij, & impossibile. non ergo continget supficies plana ꝓposita corpora secundū superficiem, restat ergo, ut secundū lineam contingat, & quia cōtingit in pyramide uerticē & basem & in columna ambas bases, patet, ꝙ utrunq; illorꝫ secundum lineas suarum longitudinum est contingens, patet ergo propositum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b, & eius axis a g, & sit linea d e ꝑpendicularis super curuā illius supficiem. Dico, ꝙ linea e d transit per axem a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo linea e d est ꝑpendicularis super curuam supficiem ꝓpositam, palam ꝑ diffinitionē, qm̄ linea e d est ꝑpendiculariter erecta super superficiem contingentē pyramidem super aliquā lineam suæ longitudinis, sit hoc super lineam a b, cadit ergo linea e d super lineam a b. palam ergo per 2. undecimi, qm̄ lineæ d e & a b sunt in eadem superficie, & quia linea d e est ꝑpendicularis super curuam superficiem pyramidis, patet, ꝙ illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b. ꝑducta ergo trās pyramidē, secabit ipsam secundū lineam longitudinis a b ꝑ æqualia diuidēs pyramidē, & trāsibit ꝑ axem a g per 90. huiꝰ. trigonū a b g cum linea d e est in eadem superficie, quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, qđ est a b, continet angulum rectum, qui est d e a, angulus uero e a g est acutus, palam, quia linea d e cōcurret cum linea a g per 14. huius, transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qđ est ꝓpositum, qm̄ in columna rotunda eodem modo demonstrandū, in illis enim, quia linea longitudinis a b æquedistat axi, & lineæ d e & a b & axis sunt in eadem superficie, patet per 2 huius, quia linea d e concurrens cum unā linearum æquedistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurret, & hoc ꝓponebatur.



XCVII.

Omnis superficies plana superficiei contingenti, pyramidem uel colum-

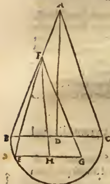
nam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidẽ uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana, palam ergo per 95. huius, quõ continget illam secundũ lineam longitudinis. superficies itaq; huic superficiei orthogonaliter in loco contactus insistens, est perpendicularis super superficiẽ curuam pyramidis uel columnæ, & ipsorũ cõmunis sectio est linea longitudinis, sup quã in superficie erecta ducantur perpendiculares. eæ itaq; lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & superficies illam axem transiens, secabit pyramidem uel columnam secundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam non per uerticem, & superficiei conicæ pyramidis, communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrum basis d, & axis a d, quã secundum axis longitudinẽ secet superficies plana secundũ trigonum a b c per 90. huius, secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonum a b c, nõ per uerticem secundũ sectionẽ, quæ sit e f g, cuius supremus punctus sit f, & sit linea e g æquedistans alteri diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h, & ducatur linea f h à supremo puncto sectionis ad medium suæ basis, & quia linea e g est linea recta, quæ est æquedistans diametro basis pyramidis, & punctũ f signatũ est in supficie conica in supremo, supficies e f g secat conicã supficiẽ. Si itaq; sectio e f g sit trigonũ. f. rectilineũ, patet, quõ duæ lineæ lõgitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod est impossibile & contra 91. huius. Trigonũ quoq; circuli lineam fieri est impossibile, quoniã superficies secãs supponiť esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una. cum itaq; illa sectio sit linea una, dicať sectio conica uel pyramidalis. si itaq; axis pyramidis q est a d sit æqualis semidiametro basis, quæ est b d. palam, quia pyramis a b c est orthogonia, quõ angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est cõmunis sectio superficiei e f g, & trigoni a b c æquedistet lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c sit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & similiter angulus h f a, tunc itaq; sectio e f g dicetur sectio rectangula, uel parabola, & est illa, quã Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquedistant, sed cõcurrant, si concursus fiat ad partem puncti a, quæ est uertex pyramidis, tũc patet per 14. huius, quõ angulus h f a erit obtusus, & tunc sectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uersus punctũ c, qui non est uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc sectio e f g dicetur oxigonia, uel elipsis uel mukefi diminuta, & secundum hunc modum istæ sectiones & earum passiones amplissime uariantur.



XCIX.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam lateratam trãs axem, æquedistanter basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cõmunis sectio est similis periferiæ basis, & si illa sectio periferiæ basis est similis, superficies secans æquedistat basi pyramidis uel columnæ.

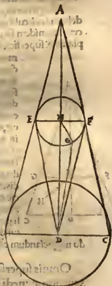
Si enim illa sectio basi æquedistat, omes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. sexti, quõ tota periferia sectionis est similis basi pyramidis, quoniã omnia latera trigonorũ totalium & partialium

erũt ꝓportionalia.& ſi illa ſectio eſt baſi ſimilis,eſt etiã baſi æq̃diſtãs,qm̃ ſi nõ eſt æq̃diſtãs,erit alia ſcd̃m idẽ punctũ ſecãs per axẽ,æq̃diſtãs baſi ſimilis ꝑiferiæ baſis ꝑ p̃miſſa, ſequit̃ itaq;,ut una ſimilis,alia quoq; non ſimilis,ſecundũ idem punctũ ſecent axem pyramidis,alia uero æquediſtãs baſi fieri poterit ꝑ 31.primi,ducta ab uno puncto primæ ſectionis linea æquediſtante alicui linearũ baſis pyramidis,& à terminis illius alijs lineis æquediſtantibus reliquis lineis baſis ꝓductis, ex hoc autem accidit impoſſibile,qm̃ ſequit̃ ex hypotheſi angulum extrinſecũ ꝓpter trigonorũ ſimilitudinẽ æqualem fieri intrinſeco,cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ baſis,patet ergo ꝓpoſitum in pyramidibus, & eodem modo demonſtrandũ eſt in columnis lateratis,& facilius ꝓpter æqualitatẽ linearũ ꝑ 34.primi.

C.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam rotundam tranſ axem æquediſtanter baſi,& curuæ ſuperficiei pyramidis uel columnæ cõmunis ſectio eſt circulus,& ſi illa ſectio eſt circulus ſuperficies ſecans eſt æquediſtans baſi,ex quo patet,ꝙ omnis plana ſuperficies æquediſtãter baſi ſecans pyramidẽ uel columnã,nouam pyramidẽ conſtituit uel columnã.

Sit pyramis rotũda a b c,cuius uertex a,diameter b c,& centrũ baſis d, ſecetq; ipſam ſuperficies plana æquediſtanter baſi,& ſit cõmunis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei conicæ pyramidis linea e f g.Dico,ꝙ linea e f g eſt periferia circuli,ſecet enim alia ſuperficies plana pyramidẽ per uerticem & per axem,quæ eſt a d,cõmunis itaq; ſuperficiei & pyramidis ſectio,eſt trigonum,qđ ſit a b c per 90.huius. ſecetq; ſuperficies e f g axem a d in puncto h,& trigonum a b c ſecet ſuperficiem e f g in linea e h f,erit ergo linea e h æquediſtans lineæ b d ꝑ 16.undecimi,eſt ergo per 29.primi & per 4.ſexti ꝓportio lineæ b a ad e a,ſicut lineæ c a ad lineam e f,ergo per 7.huius,erit euerſim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e,ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16.quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, ſicut lineæ b e ad lineam e f.Sed linea b a eſt æqualis ipſi c a per 89.huius, & anguli quos continent lineæ lõgitudinis pyramidũ cum ſemidiametris baſium,ſunt æquales.palam per 4.primi,quia linea d e eſt æqualis lineæ d f,& angulus e d b eſt æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c,qm̃ ambo ſunt recti.& angulus e d b æqualis angulo f d c,remanet angulus e d h æqualis angulo f d h,quoniã ſunt reſiduæ partes rectorũ ſuper angulos æquales. palam ergo per 4.primi,qm̃ linea e h eſt æqualis lineæ h f.Similiterq; ductis lineis h g & d g,& completa ꝓut in præmiſſis figuratione declarabitur,quoniã linea f h eſt æqualis lineæ g h,ſunt enim trigona æquiangula,ut patet intendenti,ergo per 19.tertij punctũ h eſt centrum circuli,eſt ergo e f g linea circũferentia circuli, qđ eſt ꝓpoſitum.Et ſi ſectio e f g eſt circulus,palam,qm̃ ſuperficies plana ſecundum illum circulũ ſecans pyramidẽ,eſt æquediſtans baſi,erit enim e a f pyramis,cuius axis a h,& centrum baſis h,erit itaq; linea longitudinis,quæ eſt e a,æqualis lineæ f a per 89.huius. Sed linea b a æqualis eſt ipſi c a,remanet ergo linea b e æqualis ipſi e f,erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi,& quia trigona e h d & f h d ſunt æqualia inter ſe latera habentia,ergo per 8.primi angulus e h d eſt æqualis angulo f h d,ergo per diffinionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ patet,ꝙ linea d h erecta eſt ſuper ſuperficiẽ e f g,ſed eadem linea h d eſt erecta ſuper baſem pyramidis,cuius diameter eſt b c,ergo per 14.undecimi ſuperficies e f g eſt æquediſtans baſi datæ pyramidis,quod eſt ꝓpoſitum,qm̃ ſimpliciter ſecundũ præmiſſum in pyramidibus modũ,in columniſq; rotundis poteſt demonſtrari, & propter



æquedistantiã lineæ longitudinis columnæ facilitas accedit demonstrationi. fiunt enĩ lineæ d f, d g, d e æq̃les, ergo & lineæ h e, h g, h f, eritq́ꝫ sectio e g f circulus per 9. tertij, & conuersa simpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaq; patet manifeste, q̃m omnis plana superficies secans quamcũq; pyramidẽ æquedistanter suæ basi, nouam constituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda basis est circulus, & in laterata pyramide, superficies similis basi illius sectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, semper tamen uertex illius pyramidis abscisæ, est idem cum uertice prioris, & axis abscisæ, pars axis ipsius prioris, datæ basis quoq; æquedistat basi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel lateratis, superficies enim æquedistanter basibus secans quamcũq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas. s. abscisam & ipsam residuam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ꝓponebatur.

C I.

In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim superficies plana secans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, ꝙ fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axem, illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2. undecimi, quæ superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctũ transeuntẽ per 90. huius, columnã quoq; per 92. huius, patet ergo propositum.

C II.

A dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Esto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali superficiei conicæ circũducere. Sit itaq;, ut superficies plana secet pyramidem secundũ axem a d transpunctum e, cõmunis itaq; sectio illius superficiei planæ & superficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius basis sit b c, quæ erit diameter basis pyramidis. In hac itaq; superficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter super axem a d, quæ ꝓducta ad conicã superficiem sit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter super a d, cadatq; punctum e in conica pyramidis superficie, & similiter ducatur linea e b ꝑpendiculariter super axem a d, cadatq; punctus h in conica superficie, quia ergo linea a e super cõmunem terminũ linearum e f, e g, e h orthogonaliter insistit, palam per 5. undecimi, q̃m illæ lineæ sunt in una superficie, eritq; per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta super illam superficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta est perpendiculariter super basem pryamidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, q̃m superficies f g h æquedistat basi pyramidis. est ergo per 100. huius f g h circulus, ꝙ si punctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝑpendicularis super axem a d, quæ sit f e, per 12. primi, educanturq; à puncto e lineæ e g & e b perpendiculares super axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõpleatur demonstratio, patet itaq; ꝓpositum, quoniam simpliciter eodem modo negociandum est in columnis.



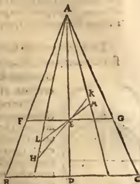
C III.

Omnis superficiei secantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquedistanter basibus, & superficiei curuæ, cõmunem sectionem circulum esse est impossibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, & centrum basis d, & axis a d, secetq; ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e non æquedistanter basi, & sit cõmunis sectio huius superficiei planæ & superficiei conicæ f g, h k. Dico ꝙ hæc sectio nõ est possibile, ut sit circulus. Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie du

catur

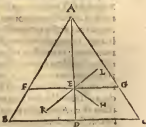
catur circulus per præmissam, hoc itaq; æquedistabit basi per 100. huius, sitq; f g l m, & signentur lineæ lõgitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, ex itaq; oẽs erũt æquales p 89. huius, ideo, q superficies æquedistans basi pyramidis, nouam pyramidẽ abscindit per 100. huius, & quoniã sectio f g, h k non æquedistat basi pyramidis, patet, q non æqualiter distat à uertice pyramidis, quæ est punctum a, sit itaq; punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l, pducta, & punctus k sit ppinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaq; linea a h maior q linea a l, & linea a k minor est q linea a m, & continuentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniã angulus a l e est acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtusus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l est maius latere e l, sed latus e l est æquale lateri e f per diffinitionẽ circuli. linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum sectionis, quia est cõmunis sectio circuli & superficiei obliquæ pyramidem secantis, inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e pducuntur ad periferiam sectionis. non est ergo sectio illa circulus per circuli diffinitionẽ. Dicemus ergo illã sectionẽ in pyramidibus pyramidalẽ, & in colũnis colũnalẽ, est tñ illa in 98. huius prius dicta sectio oxigonia uel elipsis. & qm talis sectio est figuræ oblongæ, patet, q ipsa habet diametros plurimas oẽs inæquales, & per illud punctũ axis secti corporis trãseuntes ipsam quoq; sectionẽ per æqualia diuidentes, quorum maxima est, quæ transit longitudinem sectiõis, minima uero est, quæ pertransit latitudinem, & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaq; propositum.



CIIII.

Omnium duarum planarũ superficierum secantium pyramidem uel columnã rotundam trans idem punctũ axis, si una æquedistanter basi, & alia non æquedistanter secuerit, cõmunis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnã orthogonalis super axem, ex quo patet, q siue circuli periferia, siue sectio alia quæcunq; non in eadem superficie, quamcunq; secuerit sectionem, in duobus tantum punctis ipsam intersecabit.

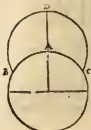
Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d secetur secundũ punctum axis e, & per duas planas superficies, quarum una secet æquedistanter basi ut f g h, alia uero non æquedistanter ut f g k l. Dico, q cõmunis sectio istarum superficierum est linea transiens pyramidem orthogonalis super axem, ut est linea f e g, q enim illæ superficies se intersecẽt, patet per hoc, q aliquæ lineæ in ipsis pductæ, ad unum cõmunem terminũ copulentur, & in illo se intersecant, ut in pũcto e. Quòd enim illarum superficierũ cõmunis sectio sit linea recta, patet per 3. undecimi. q autẽ illa linea, quæ est illarum linearũ cõmunis sectio, sit orthogonalis super axem pyramidis, quæ est a d, patet p 14. undecimi, axis a d est ppendicularis super basem pyramidis & super superficiem f g h, qm illæ superficies sunt ex hypothesi æquedistantes, ergo per diffinitionẽ lineæ super superficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est ppendicularis super axem a d. linea uero quæ est cõmunis sectio istarum superficierũ secantium, necessario in superficie cadit f g h, alioquin non esset cõmunis sectio, palam ergo, ppositum primum. qm cõmunis sectio superficierũ taliter, ut pponitur pyramidẽ secantium, est orthogonalis super axem pyramidis



ramidis,& eodem modo demonstrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam si communis sectio talium superficierum est linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui sunt termini illius lineæ, fiet intersectio illarum sectionum, q̃uis in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadem plana superficie, patet ergo propositum.

CV.

Ex aliquo puncto basis periferiæ columnæ rotundæ semicirculo in superficie conuexa uel concaua columnari circumducto, necesse est lineam semicirculum illum per æqualia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ basis columnæ rotundæ ꝙ sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnæ concaua uel conuexa, quæ sit b c d, & eius centrum erit punctum a, sitq; ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per æqualia in puncto d. Dico ꝙ linea a d est erecta super superficiem basis columnæ, quoniam enim arcus b d est æqualis arcui d c, patet, ꝙ angulus d a b est æqualis angulo d a c per 26. tertij. est igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ, est ergo erecta super basem per 92. huius, patet ergo ꝓpositum.

CVI.

Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiusdem uel diuersæ altitudinis inscribere, ex quo patet inscriptæ angulum ad basem, angulo circumscribentis maiorem esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi æquedistantem producatur, anguli productæ ad basem, angulis datæ pyramidis maiores erunt, & quantumcunq; anguli ad basem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suæ longitudinis signata, & axis eius sit a d, abscindatur itaq; semidiameter basis quæ est d c, ut libuerit, & sit abscisa in puncto h, producatur itaq; linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, proueniet'q; pyramis a g h i k, cuius axis a d, & sic potest fieri inscriptio ad q̃dcunq; punctum lineæ d c, & hoc est qđ proponebatur primum. Qđ si diuersæ altitudinis pyramidem ad basem communẽ inscribere placuerit similem priori datæ, signato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producãtur lineæ à puncto x ad totam periferiam, ut x h, x c, x e, x f, & patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basem minorem base pyramidis datæ. Patet autem ex præmissis, cum omnes anguli cuiuscũq; pyramidis ad basem, sint æquales per 89. huius, quoniã ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli causantur. palam, ꝙ quicquid in triangulo causante maiorem pyramidem respectu trianguli causantis minorem pyramidem proueniet, in oĩbus similibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos maioris prouenire necesse est. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam est extrinsecus, patet, ꝙ omnes anguli pyramidis a g h i k ad basem sunt maiores oĩbus angulis pyramidis a b c e f ad basem existentibus, & eodem modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k, & hoc est secundum propositum. Qđ si linea longitudinis, quæ est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiat'q; angulus a m n rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n, patet tertium propositum, quoniam anguli ꝓductæ pyramidis, qui fiunt ad basem, erunt maiores angulis ad basem primæ datæ pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a æqualis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a, ergo angulus n m a maior est angulo d c a, omnes ergo anguli

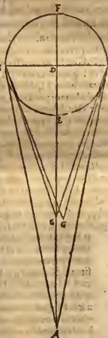
ad

ad basem pyramidis a l m o p angulis ad basem pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet. s. suo correspondenti. Eodem autē modo demōstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producatur ad basem dictæ pyramidis priori basi æquedistantem, est enim idem modus, patet ꝗ ex prædictis ultimum ꝓpositum. s. quia quantum anguli ad basem ampliantur, tantum aguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint æquales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝗ ergo in uno illorum addit, necesse est ut in reliq̄ minuatur, & hoc est totū qđ ꝓponebaꝫ.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inscribatur, sic ut ambarum eadem basi existente diuersæ sint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea consistere est necesse.

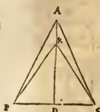
Esto pyramis data, quæ sit a b c e f, cuius basis sit circulus b c e f & eius centrum d, sitq; axis pyramidis a d, & sit exempli gratia orthogonia, inscribatur'q; ei per præcedentem ad eandē basem pyramis breuioris axis taliter, ꝗ intra illam contineatur. Dico ꝗ centrū circuli basis ambaꝶ pyramidū, qđ est d, & uertex datæ pyramidis, q est a, & uertex inscriptæ pyramidis qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidē patet de punctis a & d, ꝗ autē punctum g in eadem sit linea, ꝓbatur. Si enim non est in eadem, ergo ad aliquā partem extra illam lineam declinat, sit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterāuersus lineam a c in superficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaq; per 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiusdē pyramidis sunt æquales. patet, ꝗ laterā g b & g c sunt æqualia, sed & b d est æqualis ipsi c d, & axis g d cōmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c est æqualis angulo g d b uterq; ergo est rectus. Sicut autē angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus est pars recti, hoc autē est impossibile. patet ergo, cum ubicunq; extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidit impossibile, quoniā punctus g necessario erit in linea a d, hoc est, ꝓpositum. Qđ si a puncto g ad basem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli basis, sequitur aliud impossibile contra hypothesim. s. ꝗ ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta, qđ est contra præmissa, uel sequitur, ꝗ lineæ ductæ a centro ad circūferentiā non sint æquales, qđ





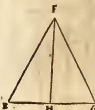
totum est impossibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.



Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarũ æquali um basium & inæqualium altitudinũ, uerticem altioris, acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidũ rotundarũ uel lateratarũ sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior, sintq́ ipsarum bases b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico quòd angulus b a c est minor angulo e f g. Resecet enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ sit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaq́ pyramis b c k æqualis e f g, secetq́ superficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq́ per 90. huius communes ipsarum sectiones trigoni. sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonũ b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs superficiebus secantibus, erunt semper trigona istis æqualia & æquiangula, patet ergo propositum.

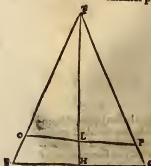


CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidũ rotundarum uel lateratarũ inæqualiũ altitudinũ & æqualiũ basiũ, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindãtur, necesse est basem pyramidis abscisæ ab altiori base alterius abscisæ minorẽ esse.

Duarum pyramidũ rotundarũ ambarum, uel lateratarũ ambarum æqualium basium sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a, & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f, abscidaturq́ ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abscisæ ab axe h f, secetur itaq́ pyramis altior per superficiẽ planam per axem, eritq́ per 90. huius sectio cõmunis trigonus qui sit a b c, & similiter secetur altera pyramis per axem, & sit sectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquedistanter basi b d, & similiter à puncto l ducatur linea l o æquedistanter basi e h per 31. primi, eritq́ per 29. primi, & per 4. sexti proportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ d a ad lineam a k, & proportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineæ h f ad lineã f l, est autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior quàm linea f h ex hypothesi, ergo per 4. quinti maior est proportio lineæ d a ad lineam a k, quàm sit linea h f ad lineam f l. est ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k quàm lineæ e h ad lineã o l, sed linea b d est æqualis ipsi e h ex hypotesi, ergo per 10. quinti linea o l est maior quàm linea k m, & similiter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequitur lineã l p esse maiorem quàm sit linea k n, & tota linea o p erit maior quàm linea m n. circũducãtur itaq́ per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quorum unius diameter sit m n, & alterius o p, eritq́ o p maior circulo m a, & quia circuli illi æquedistãt basibus pyramidis, patet per 100. huius, quũ à uerticibus abscindunt pyramides, quarum axes sunt a k & f l, quæ ex præmissis sunt æquales. Idemq́ penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquedistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datæ pyramidis & lineis ad axes æquedistantibus, quibusdam lineis productis à trinis laterum basium ipsarum pyramidum ad punctum terminantem axem super basem, patet ergo propositum per 99. huius.





Si

CX.

Si pyramis rotunda ſphæram interſecet, nec eius conica ſuperficies à ſuperficie ſphæræ interſecetur, cõmunis ſectio ſuperficierum ſphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli baſis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius ſuperficies plana ſecundũ circulum ſecat ſphæram, baſiſq; pyramidis ſuperficies plana eſt, quia circulus, palam, ꝙ illa baſis ſphærã ſecundum circulum interſecabit, interſecat autẽ pyramis ſphæræ ſuperficiẽ ſecundum totam ſuam baſem, quia ſuperficies eius conuexa conica à ſuperficie ſphæræ non interſecatur, ut patet per hypotheſim. patet itaq;, ꝙ cõmunis ſectio ſuperficieꝝ dictarũ, erit circumferentia circuli baſis pyramidis, ſuperficiesq; illa circumferentia contenta, quæ eſt circulus, q eſt baſis pyramidis, erit ſuperficies cõmunis. & ſi aliàs corpuſculũ, qđ eſt pars ſphæræ reſectum à ſphæra per illam ſuperficiẽ, ſit corpus uterq; dictorũ corpoꝝ cõmune.

CXI.

Si pyramis ſphæram interſecet, ſit ut circulus baſis pyramidis in ſphæræ ſuperficie circulo maiori ſphæræ æquediſtet, diametrum ſphæræ ſuper illũ circulum maiorem erectam, centrum circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſire neceſſe eſt, ex quo manifeſtum eſt, diametrum ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam.

Quia enim per præcedentẽ circulus, qui eſt baſis pyramidis, cõmunis eſt ſphæræ, ſicut pyramidi, tunc per 68. huius patet ꝓpoſitum, quia enim circulus, qui eſt baſis pyramidis, æquediſtat circulo magno ſphæræ, & ij circuli æquediſtantes ſunt ambo in ſuperficie ſphæræ, erit diameter ſphæræ centrũ circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſiens, tranſit enim orthogonaliter centra amboꝝ illorum circulorũ, & qm̃ à termino alicuius lineæ ductæ à centro cõmuis circuli ad circumferentiã exeunt duæ lineæ orthogonaliter ſuper ipſam inſiſtentes. ſ. axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter ſphæræ, ut præmiſſum eſt, patet ex 14. primi, qm̃ illæ duæ lineæ coniunctæ, ſunt linea una, diametrum ergo ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam neceſſe eſt, & hoc eſt quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendiculariũ ſuper periferiam oxigoniæ ſectionis productarũ, trans eius ſuperficiem unica eſt, perpendicularis ſuper ſecti corporis axem, & ipſa eſt minima diametrorum ſectionis.

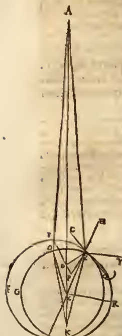
Sicut enim patet per 104. huius, cõmunis ſectio ſupficiei ipſius ſectionis oxigoniæ & circuli ſecundũ idem punctum axem ſecantiũ, eſt linea orthogonalis ſuper axem ſecti corporis, in alijs autem omnibus punctis ſectionis, perpendiculares ſuper ſectionẽ ꝓductæ, oblique incidunt axi, quoniã ſi aliqua ipſaꝝ ipſi axi ꝑpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis ſuper ſuperficiẽ ſectionis ꝑpendicularis erit, qđ eſt contra naturã ſectionis, patet ergo propoſitum.

CXIII.

In ſectione pyramidali tranſeunte punctum datum ſuperficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularẽ in ſuperficie ſectionis, ductam ſuper ſuperficiẽ pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis remotiore à uertice pyramidis ſuper lineam in illo puncto ſectionẽ contingentem ſub axe pyramidis concurrere eſt neceſſe: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto ſuperiori ſuper axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Eſto pyramis, cuius uertex ſit a, & eius axis ſit a c k, ſitq; in ſuperficie conica huius pyramidis ſignatus punctus e, quẽ ꝑtranſeat ſectio pyramidalis quæ ſit b f, e z, in qua

etiam sit punctus z, remotior à puncto a uertice pyramidis q̃ sit punctus e, contineatq́ linea ducta à puncto z ad axem cum perpendiculari ducta à puncto e angulum acutū. Dico ꝙ si ducatur à puncto z linea ꝑpendicularis super lineam in illo puncto z, ipsam sectionem oxigoniā contingentē, & alia perpendicularis super superficiē contingentē pyramidem in puncto e, ducatur à puncto e, ꝙ illæ duæ perpendiculares concurrēt sub axe a c b, sit enim, ut superficies plana secet pyramidem super punctum z æquedistanter basi, & hoc quidē per 100. huius, secabit eam secundū circulum, sit ille circulus g b r z, cuius centrum sit c, cōmunisq́ sectio huius circuli & sectionis oxigoniæ sit diameter ut corda circuli, q̃ est g b r z per 104. huius, & à puncto uerticis pyramidis per 101. huius, ducantur per signata in superficie pyramidis puncta e & z lineæ lōgitudinis pyramidis quæ sint lineæ a z & a e, & ꝑducatur linea a e, donec ipsa sit æqualis lineæ a z. Veniet quidē ad circulum, eo ꝙ est linea longitudinis, & quia punctus ꝑpinquior est uertici pyramidis q̃ sit punctus z. cadat ergo linea a c producta in punctū circuli o, & à puncto dato qui est e, ducatur linea ꝑpendicularis super superficiem contingentē pyramidem, hoc quidē per 96. huius concurrēt cum axe pyramidis qui est a c k, concurrat ergo in puncto d, & sit illa perpendicularis e d, copuletur quoq́ linea z d, continens angulū acutum cum ꝑpendiculari e d, qui sit angulus z d e, & qm̄ linea d z est in superficie sectionis per 1. undecimi, sicut & puncta d & z, tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur ꝑpendicularis super lineam a d per 11. primi, & ducatur à centro circuli g b r z, qd' est c semidiameter c o, quia ergo per 89 huius, angulus c o a est acutus, patet, ꝙ perpendicularis super lineam a c ducta à puncto o, cadet sub centro circuli qd' est c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k, & sit o k æquedistans lineæ e d per 6. decimi, & ducatur linea k z, & ducatur linea contingens sectionē in puncto z quæ sit c q, & ducatur alia contingens circulū b g z in puncto z per 16. tertij, quæ sit z u, & ducatur diameter circuli quæ sit b c z, & à centro c ducatur semidiameter perpendicularis super diametrum b c z, quæ sit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur super centrum circuli b g z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis super axem a c k, qm̄ est semidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea c r est perpendicularis super superficiē a c z secantem pyramidem per axem. Sed & linea c r est æquedistans lineæ contingenti circulū in puncto z, qui est y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z y est perpēdicularis super superficiē a c z, linea ergo t q contingēs sectionem oxigoniā b f e z in puncto z continet angulū acutum cum linea y z, & quia linea t q continet angulū acutum cū z y. patet ꝙ linea t q non est ꝑpendicularis super illam superficiē a c z, uerum, quia punctus k, qui est punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionē polifactam, in principio est polus ad circulū b r z, palam per 65. huius, quia lineæ k o & k z sunt æquales, & axis a k cōmunis, sed & linea a o est æqualis lineæ a z per 89. huius, cum sint lineæ 4. longitudinis, ut patet per præmissa, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k sunt æquianguli, erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k, & qm̄ angulus a o k est rectus, ideoq́ linea o k ducta est perpendiculariter super lineam a e, ut patet per præmissa, erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z sit perpendicularis super lineā a z, quæ est linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis sup̄ superficiem contingentem pyramidē secundum lineam a z lineam longitudinis. sed linea t q est in superficie illa contingente, quia est cōmunis sectio superficiei contingentis, & superficiei sectionis b f e z, qm̄ est in superficie contingente pyramidē ducta. contingens sectionem, est igitur linea k z perpendicularis super lineam t q per diffinitionē



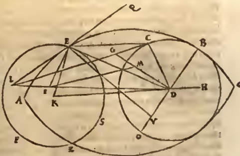
lineæ

lineæ super superficiem erectæ, ducatur quoque à puncto z in ipsa superficie sectionis per 11. primi, perpendicularis super lineã t q, quæ sit linea z h. Cum itaque linea k z sit extra superficiem sectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam quod ipsa secabit lineã h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaque lineæ k z & h z in una superficie per 2. undecimi, superficies ergo k z h secat superficiem sectionis super lineã eis ambobus communẽ, quæ est h z, & per 19. huius, & secat lineam t q in puncto z, & superficies h z k secat superficiem d z h super lineam cõmunem ambobus illis superficiebus, quæ est linea h z p. Verum linea d z e est in superficie sectionis, ut supra patet, & secatur à linea k e in puncto z, & punctus t est supra superficiẽ k z h, & punctus q infra illam, & ita superficies k z h secat superficiẽ d z q super lineam cõmunẽ, quæ est perpendicularis super lineam t q, & est linea z h, quia linea illa est in superficie h z k, & super eam est perpendicularis linea t q, ut patet ex præmissis, & quoniam superficies h z k secat superficiẽ d z q, & declinatio superficiei h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, fit ex parte semidiametri z c, erit linea quæ est cõmunis sectionis illarum superficierum, & est linea h z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quæ est à puncto z ducta perpendiculariter super lineam sectionẽ oxigoniam b f e z, in illo puncto contingentẽ concurret cũ perpendiculari e d sub axe a e b, quoniam perpendicularis e d secat axem pyramidis, quæ est a c k in puncto d, quod autem concurrant, patet per 14. huius, producatur enim linea h z ultra punctum z ultra sectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e est acutus, & angulus d z p acutus, palam, quoniam concurrent lineæ z k & e d sub puncto d, & sit cõcursus punctum p, patet ergo propositum.

CXIIII.

Ab altero duorum punctorũ in sectione columnari signatorũ ducta perpendicularis super axem columnæ in ipsa superficie sectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulũ cum illa perpendiculari super axem columnæ continente, si ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis super ipsam sectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari sub axe, & sub puncto concursus prioris lineæ cum perpendiculari.

Sit sectio columnaris quæ a e, b e, in qua signata sunt duo puncta, quæ sunt b & e, sitque columnæ, in cuius superficie cadit illa sectio, axis linea h d k, & ab altero signatorũ punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipsa superficie sectionis linea b d, perpendiculariter super axem incidens puncto d, & ducatur item in superficie sectionis à reliquo dato rum punctorum quod est e linea e d, acutum angulũ continens cum perpendiculari d b, qui sit e d b, sitque linea contingẽs sectionem in puncto e, quæ sit exempli causa linea l e q. Dico quod perpendicularis à pũcto e ducta super lineã l e q, concurret cum perpendiculari b d sub axe b k, & sub puncto d, quod est punctus concursus lineæ e d cũ perpendiculari b d. Fiat enim per 102. huius super pũctũ sectiõis quod est b circulus æquedistans basibus columnæ, qui sit b c o, cuius centrũ sit d, & ducatur a puncto e linea lõgitudinis columnæ per 101. huius, quæ sit e c, & à puncto d per 11. primi, ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. palam ergo, quod superficies h d g cũ per axem transeat, quæ erecta est super circuli superficiem, perpendicularis super eandem circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



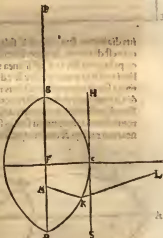
æquedistans superficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta à pun
cto b est æquedistãs axi h k per 92. huius, & 28. primi. & linea circulum b c o contingẽs
super punctum b, est æquedistans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b est rectus
ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente in puncto b est
rectus per 17. tertij, ergo illæ superficies æquedistant per 15. undecimi, igitur superficies
in qua sunt lineæ l e & e c, non est æquedistans superficiei h d g per 24. huius, quoniam superfi-
cies contingens sectionẽ oxigoniam in puncto b, non est æquedistans superficiei contin
genti eandem sectionẽ in puncto e, in quo sunt lineæ l e q contingens sectionẽ, & linea
longitudinis quæ est e c, angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo h d
g non æquedistat superficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g per
3. undecimi, & ducatur linea g c, quæ necessario erit contingens circulum b c o, cuius su-
perficies, in qua ipsa ducitur columna, fit contingens. ducta autem linea c d, erit angu-
gulus g o d rectus per 17. tertij, quoniã linea c d est semidiameter circuli, & linea g t con
tingit circulum in puncto t, fiat quoque ut prius super e punctũ sectionis circulus æquedi
stans basibus columnæ qui sit e s z p, & centrũ huius circuli sit punctus axis qui k, & du
catur linea k e, & ducatur in linea d l, quæ quidẽ secabit superficiẽ e s p, secet ergo illam
in puncto f, quia itaque punctũ d est in superficie sectionis, ut patet ex præmissis & ex hy
pothesi, & punctũ l, quod est punctum lineæ contingentis sectionẽ, est in eadem superfi-
cie sectiõis, ergo per 1. undecimi tota linea d l est in superficie sectionis, punctum ergo f
est in superficie sectionis & circuli e s z p. Sed & punctũ e est in ambabus superficiebus,
ergo per 1. undecimi linea e f producta erit in ambabus illis superficiebus, ergo per 19. hu
ius secundũ lineam e f secans se superficies sectionis & circuli e s z p. ducatur itaque linea
k f, & à puncto f ducatur linea perpendicularis super superficiẽ circuli b c o per 11. unde-
cimi, quæ sit f m, cadetque punctus m in linea d g, ut patet ex præmissis, & ducatur linea
t m, palam ergo, quoniam linea k d æqualis, & æquedistans est lineæ f m per 25. huius. Sunt
enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares super superficiem circuli b c o & super super
ficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquedistant per 32. huius, utraque enim ipsarum
æquedistat ambabus basibus columnæ per 100. huius, quia itaque linea f m est æqualis &
æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi linea k f æqualis & æquedi-
stans est lineæ d m, & similiter erit linea f m æqualis & æquedistans lineæ longitudinis
quæ est e t per 30. primi, quoniã linea t e est æqualis & æquedistans axi k d per 92. huius,
cum sit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d æqualis & æquedistans lineæ d t, & li
nea e f æqualis & æquedistãs lineæ t m per eandẽ 33. primi. Verum etiam superficies k
d l s, quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus & orthogonalis super superfi
ciem sectionis oxigoniæ a e b c, per diffinitionẽ superficiei erectæ super superficiem, &
eadem superficies k d l est orthogonalis super superficiem circuli e s p, quoniam enim illa super-
ficies k d l transiens per axem per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo &
super superficiem circuli e s p, æquedistans basibus c a, est eadem superficies k d f, quia
itaque dicta superficies k d l est erecta super superficiẽ sectionis oxigoniæ & circuli e s p,
ergo per 10. undecimi est ipsa orthogonalis super lineam cõmunem dictæ sectioni &
circulo quæ est linea e f, quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est
linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ super superficiem erectæ, angulus e f k est rectus, er-
go angulus m d est rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neque
in æquedistantibus circulorum superficiebus protracta, æqualia sunt & æquedistantia, ut pa
tet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g d c sit rectus per 17. ter
tij, in trigono autẽ orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basem perpendicularis quæ t
m, ergo per 8. & per 16. sexti illud quod fit ex ductu lineæ d m in lineã g m, est æquale qua-
drata lineæ m t, & quoniam linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingen
te ducta ad punctum contingentiæ quod est t, palam, quoniam linea l g est æquedistans
axi k d, quoniam enim superficies secundũ lineam longitudinis columnã contingens, quæ est
l e t g, & superficies secans columnã trans axem quæ est h d g l sunt erectæ super basiũ co
lumnæ superficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum com
munis

munis sectio, quæ est in ꝓposita linea l g super easdem supꝑficies basium. ꝑpendicularis erit, æquedistabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquedistat lineæ f m per 30. primi, quia ergo in trigono l d g linea f m æquedistat basi l g, patet per 2. sexti, ꝙ linea f m secat illa latera ꝓportionabiliter, est ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, sicut lineæ d m ad lineam m g, ergo ꝑmutatim per 16. quinti erit ꝓportio lineæ d f ad lineam d m, sicut lineæ f b ad lineam m g, sed d f maior est q̃ linea d m per 19. primi, q̄m in trigono d m angulus f d m est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l est maior q̃ linea m g, ergo illud qd' fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius est illo qd' fit ex ductu lineæ d m ad lineam m g, ergo & quadratū lineæ t m est æqualis lineæ y f, ut patet ex præmissis, ergo illud qd' fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius est quadrato lineæ e f, est ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia si esset rectus cum linea e f, sit perpendicularis super lineam d l, esset per 8. & 16. sexti illud qd' fit ex ducto lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. restat ergo ut linea sit perpendicularis super lineam cōtingentem sectionē a e b c, quæ est q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniet in puncto d, sit ergo illa ꝑpendicularis linea e u, & quia angulus e d b est acutus, & angulus d e b est acutus, q̄m angulus u e q est rectus, ergo per 14. huius lineæ e u & d b productæ, concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d cum linea b d, qd' est euidens, patet ergo ꝓpositum. perpendicularis enim super lineam sectionē contingentem, est ꝑpendicularis super ipsam sectionem columnarem per diffinitionem factam in principio huius libri.

CXV.

Omnis recta perpendicularis super oxigoniam sectionem producta, taliter diuidet sectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantum sit punctus, à quo ducta contingens æquedistet ipsi perpendiculari.

Esto oxigonia quæ a b c d, quā ꝑpendicularis e b d secet in dūas partes quæ sint b c d & b a d. Dico ꝙ unaquæq; illaꝝ partium est unicus tantum punctus, à quo ducta contingens æquedistat ꝑpendiculari e b d, quoniā enim ꝑpendicularis e b d diuidit sectionē, diuidatur eius pars b d, cadens intra sectionē per æqualia per 10. primi in puncto f, & ab illo puncto f exigatꝰ per 11. primi, ꝑpendicularis super lineam b d, quæ ꝓducta, ad periferiam sectionis in punctū c sit f c, & à pūcto c ducatur ꝑpendicularis super lineam f c quæ sit g c h, eritq; linea g c h contingens sectionē, quoniā ad utranq; partem ꝓducta, non secabit illam. palā itaq; q̄m linea g c h æquedistat ꝑpendiculari super sectionem quæ est e b d per 28. primi. Qd' si ab alio aliquo puncto partis sectionis quæ b c d, ut à puncto k producatur linea contingens sectionē quæ sit k b, patet, quoniā illa concurret cum linea g c h per 14. huius, quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illud aliud punctū k, fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideo, ꝙ angulus f c g est rectus, & linea k l cum aliqua linea secante lineam b d, continet angulū rectum, ut forte cum linea k m, quia itaq; anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis, ergo ꝑ 2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum ꝑpendiculari e b d. similiter quoq; in parte sectionis quæ est b a d facta deductione, patet ꝓpositum.



CXVI.

Omnes oxigoniæ pyramidales sectiones amplianthur ex parte basis pyramidis, qd' non accidit in columnis.

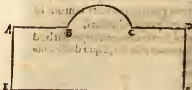
Hoc

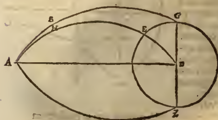
Hoc qđ ꝓponitur accidit ꝓpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. si enim secundū punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝑpendicularis super sectionem pyramidalē ꝑpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imagineť columna, cuius basis sit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorē partem pyramidis, & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorē partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris continebit superiorē sectionis partem pyramidalis. Partes autē sectiōis columnaris sunt æquales propter æqualitatē corporis & angulorum super axem per 92. huius, patet ergo propositum.

CXVII.

Omnis superficiei planæ super axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similē, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsum corpus per axem secantis, cōmunis sectio est linea similis motæ lineæ illā superficiē causante.

Qđ hic ꝓponitur, patet satis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum linearū circa axem aliquā mota describit superficiē, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ, causante motu suo illam superficiē, hoc enim patet in superficie rectangula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnā rotundam, cuius superficiē & superficiei planæ columnā per axem secantis, cōmunis sectio est linea similis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duorū laterum fixo tertio efficit pyramidē rotundam, ut patet p 90. huius, omnis superficiei planæ secantis ipsam pyramidē per axem, & superficiei conicæ pyramidis, cōmunis sectio est triangulus continēs lineas similes prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiā in semicirculo motu, cuius diametro fixa describiť sphæra, & omnis superficiei planæ secantis sphærā per axem, quæ est diameter, & superficiei sphæricæ cōmunis sectio est circulus, ut patēt hæc oīa ex principijs lib. 11. Qđ si linea mota circa axem fixum, quæ sit f g, fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis actu, ut si a b & c d sint rectæ, quarum media b c utramq; rectarū illarū copulans sit curua, fiatq; motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc supficies corporis describi similes habens lineas ipsis lineis causantibus illam rotundam supficiē motu suo. ꝙ si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectarū & curuarū, ut sunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua sectio conica, ut si sectionis parabolæ medietas quæ mouetur sit a b g, cuius axis a d, & sit linea g d ꝑpendicularis super ipsam axem a d, figuraq; axis a d, & reuoluať a b g, donec redeat ad locum ā quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ superficies cōcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus ꝓueniēs ex motu lineæ rectæ quæ est d g, sitq; ille circulus g e z, & eius centrū est punctū d, qm̄ punctum g motu suo illius circuli periferiā describit, eritq; uertex illius



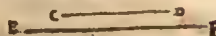


illius causati corporis punctum a,egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ est a d superficies plana,utcunq; illius fit possibile accidere,& secet illius corporis superficiem,palam itaq; per 3.undecimi,quoniam illius superficiei & superficiei corporis cõmunis est linea quæ sit a h e. Dico quod linea a h e est sectio pabola æqualis & similis sectiõi a b g,ducatur enim linea d e,& imaginetur moueri sectio a b g circa axem a d.Cum ergo punctũ g peruenit ad punctum e,cooperit tota superficies a b g d totam lineã a h e d,& fient superficies una, & quoniã sectio a b g d facit euenire superficiem concauam uel conuexam,palam, quoniam linea a b g d semper ubicunq; reuoluatur sectio,est cõmunis differentia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantẽ. Cũ itaq; supponitur sectio a b g d sectiõi a h e d,erit cõmunis sectio inter superficiem secantẽ & superficiẽ corporis linea a b g d,sed & eadem cõmunis sectio est linea a h e d,linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una,linea ergo a h e est periferia sectionis pabolæ æqualis & similis lineæ a b g,superficies ergo a h e d est sectio pabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis,quæ sunt cõmunes sectiones superficiei planæ secantis corpus per axem a d,& omnis superficiei illius corporis,patet ergo propositum in illis sectionibus conicis quibuscunq;.patet etiam eodem modo propositum de quacunq; linea regulari uel irregulari,& hoc est propositum principale.

CXVIII.

Omnis superficies conuexa uel concaua regularis,aut est pars superficiei sphæræ,aut columnæ,aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis est in qualibet sui parte,aut est circulus, aut linea recta.Circulus uero motu suo facit sphæram,quoniã sphæra est transitus circumferentiæ dimidij circuli,ut patet ex principio undecimi.Linea uero recta una motu suo nõ potest causare nisi pyramidẽ,cum est latus trigoni,uel columnã,cũ est latus quadranguli,quoniam in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo,est angulus causans diuersitatẽ formæ in superficie figuræ productæ,non ergo efficit conuexam superficiem uel concauam regularẽ,patet ergo,quod omnis superficies conuexa uel concaua regularis est talis,ut proponitur.



CXIX.

Lineam datam secundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.



Sit linea a b data,quæ debeat diuidi secundum proportionem duarum datarũ linearũ c d & e f,& à puncto itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b,& à puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3. primi, quæ sit a g,& à puncto g incipiendo,abscindatur linea g h æqualis lineæ e f,& ducatur linea b h,& à puncto g ducatur linea æquedistanter lineæ b h per 31.primi, hæc itaq; producta secabit lineam b per 2.huius.secet ergo in puncto k,linea itaq; a b indiuisa proposita erit diuisa secundũ modum diuisionis lineæ a h diuisæ,erit enim per 2.sexti proportio lineæ a k ad lineam k b,sicut lineæ a g ad lineam g h,ergo sicut lineæ c d ad lineam e f per 7.quinti,& hoc est propositum.

CXX.

Ducta à puncto dato linea,aliam lineam secundũ datam proportionem partium illarum linearũ secante,ab eodem puncto inter easdem rectas,quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet aliam lineam duci,est impossibile.

Verbi gratia:Sit ut linea a b ducta à dato puncto a,secet lineam d e in puncto c secundũ aliquã datã proportionẽ. Dico quod à puncto a non potest duci alia linea ad lineam d e,quæ ipsam secet secundum eandẽ datam proportionẽ,ita,ut denominato proportionis, seruetur ab eisdem terminis lineæ d e.si enim à puncto a lineam aliam duci taliter sit pos

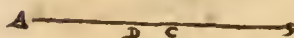
h sibile

ſibile, fiat ſuper punctum d terminũ lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uerſus punctum b terminũ lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq́; angulus c d b obtuſus, & producatur linea d b in continuũ uerſus punctũ a, & à puncto a ducat̃ linea ꝑpendicularis ſuper lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g ſecans lineã e d in puncto h ſecundũ ꝓportionem prius datam, quæ eſt lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquediſtans lineæ c b per 31. primi, erit itaq; linea h i maior q̃ linea h s per 18. primi, angulus itaq; i g h eſt maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus eſt maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h eſt per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h eſt maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h eſt maior q̃ linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquediſtans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, ſed linea b c eſt maior q̃ linea k b, ergo linea c b eſt maior q̃ linea h i, ergo c b eſt maior q̃ linea h g, ſed & linea h e maior eſt q̃ linea c e, qm̃ totum maius eſt ſua parte, erit ergo per 9. huius maior ꝓportio b c ad lineam c e, q̃ lineæ g h ad lineam h e, non eſt ergo eadem ꝓportio qđ eſt cõtra hypotheſim, aut ſequitur lineam e c eſſe maiorem q̃ ſit linea e h per 14. quinti, quia totũ eſt impoſſibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h ſit minor q̃ linea d c. & a e ſit maior q̃ c e, per 9. ergo huius concludat̃ ut prius, non eſt ergo poſſibile à puncto a duci aliam lineam ſecantem lineam d e ſecundum datam ꝓportionem, quod eſt propoſitum.

CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter ſecare, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſimilis proportiõi alterius extremæ partis ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

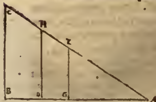
Eſto data linea a b, quã ſecundũ modũ ꝓpoſitum debemus diuidere, diuidatur itaq; ſecundum ꝓportionem quam libuerit per 119. huius, q̃ ſit diuiſa in puncto c, & ſit pars eius a c maior q̃ pars eius c b, quia itaq; ꝓpoſitæ ſunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandẽ 119. huius linea a c ſecundũ ꝓportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq́; diuiſio in puncto d, ita, ut ſit proportio lineæ a d ad lineam d c, ſicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, q̃ linea a b eſt modo ꝓpoſito diuiſa, eſt enim ꝓportio totius lineæ a b ad unam extremarũ ſuarũ partium quæ eſt c b, ſicut reliquæ ſuæ partis extremæ quæ eſt a d ad partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones quæ eſt d c, patet ergo factũ eſſe qđ ꝓponebatur.



CXXII.

Diuiſa linea recta taliter, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarum partium ſit ſimilis portioni partis alterius extremæ ad eam ſui partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis ſectionũ æquediſtantes inter ſe, à terminoq́; reliquo datæ lineæ producatur linea ſecans illas tres æquediſtantes, erit linea producta ſecundum eandem proportionem diuiſa.

Sit linea diuiſa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b ſit ꝓportio, ſicut lineæ a g ad lineam d g, & ab uno termino datæ lineæ qui eſt b, & à punctis ſectionũ g & d per 31. primi, ducantur lineæ adinuicem æquediſtantes quæ ſint b c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ eſt a, ꝓducatur linea ſecans illas æquediſtantes in punctis z h c, quæ ſit a z h c. Dico q̃ linea a c ſecundũ hanc ꝓportionem cum linea d h ſit æquediſtans lineæ g z ex hypotheſi, erit ex 2. ſexti ꝓportio lineæ a z ad lineam z h, ſicut lineæ a g ad li-



ad lineam d g.& cum linea b c ſit æquediſtans lineæ d h,erit per eandem 2. ſexti, & per 5.proportio lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ a c ad lineam e h.Sed ex hypotheſi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ h g ad lineam d g,erit ergo per 11.quinti ꝓportio lineæ a c ad lineam c h,ſicut lineæ a z ad lineam z h,linea ergo a c quæ producitẽ à puncto h termino lineæ datæ,ſecat ductas lineas æquediſtãtes b c,d h,g z,& ſecatur ꝑ illas ſecundũ ꝓportionẽ partium diuiſionis lineæ datæ a b,& hoc eſt propoſitum.

CXXIII.

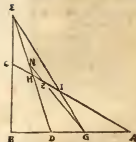
Linea in duobus punctis taliter diuiſa,ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſimilis ſit proportioni alterius extremæ partis ad eam ſui partem,quæ utraſq; interiacet ſectiones.ſi ab uno termino unius lineæ,& à punctis ſectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum,& ab alio termino producatur linea ſecans illas tres ductas,erit linea producta ſecundum prædictum modum proportionabiliter diuiſa.

Eſto linea ꝓpoſita a b taliter diuiſa in punctis g & d,ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ a g ad lineam g d,& à puncto b,& à punctis ſectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e,quæ ſint g e,d e,b e,& à puncto a ducatur linea quæ ſit a c,ſecans illas tres lineas.ſ.g e in puncto z,& d e in puncto h,& b e in puncto c.Dico ꝙ erit proportio lineæ a c ad lineam e h,ſicut lineæ a z ad lineam z h.ducatur enim à puncto h lineæ æquediſtans lineæ a b per 31.primi,quæ ſit q h,palam ergo per 13. huius,q̃m proportio lineæ a b ad lineam b d,conſtat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q,& lineæ h q ad lineam b d . Sed q̃m linea q h æquediſtat lineæ a b,erit per 29.primi angulus c q h æqualis angulo c b a,ſed angulus e b a eſt cõmnis ambobus trigonis a b c & q h c,ergo per 32.primi illa trigona ſunt æquiangula,ergo per 46. ſexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineã q h,ſicut lineæ a c ad lineã c h.ſimiliter q̃q; trigona q e h & b e d ſunt ſimilia.eſt ergo ꝓportio lineæ q h ad lineã b d,ſicut lineæ h e ad lineã e d.Proportio ergo lineæ a b ad lineã b d per 13.huius cõponitẽ ex ꝓportiõe lineæ a c ad lineã e h,& lineæ h e ad lineã e d,ꝓducitẽ itaq; in directũ linea q h ad lineã g e,quã ſecet in pũcto m,ꝓportio itaq; lineæ a g ad lineã g d ꝑ 13.huius,cõſtat ex ꝓportiõe lineæ a g ad lineã g d,& lineæ h m ad lineã g d.Sed cũ angulus e m h ſit æqualis angulo z g d per 29.primi,erit per 13.primi ꝑ eandem 29.primi angulus h m z æq̃lis angulo z a g,ergo per 15.& 32.primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m , ergo ꝑ 4.ſexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z,ſicut lineæ a g ad lineam h m,ſed triangulus h e m,ut ſupra patet,ſimilis eſt triangulo g e d,erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g,ſicut lineæ h e ad lineam d e,ergo proportio lineæ a g ad lineam d g conſtat ex ꝓportione a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineã e d.Sed ex hypotheſi eadem eſt proportio lineæ a b ad lineam b d,quæ lineæ a g ad lineam d g,proportio lineæ a b ad lineam b d conſtat ex proportione lineæ a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d. conſtat aũt ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineæ h e ad lineam e d,ablata ergo utraq; ꝓportione lineæ h e ad lineam d e.Reſtat,ut ſi eadem proportio lineæ a c ad lineam e h, q̃ lineæ a z ad lineam z h,& hoc eſt propoſitum.Non tamẽ oportet,ꝙ lineæ a b & a e ſint eiuſdem ſpeciei proportionis reſpectu ſuaꝝ partium,q̃m cum ex præmiſſis lineæ a b ad lineam q h ſit proportio quæ lineæ a c ad lineam e h,& linea q h ſit maior q̃ linea b d ꝑ 4.ſexti,palam per 8.quinti,q̃m minor eſt proportio lineæ a b ad lineam b d q̃ ſit linea a c ad lineam e h.Sunt ergo proportionabiles ſecundũ generalem ſimilitudinẽ proportionis.Eadem quoq; demonſtratio eſt,quæcunq; lineæ ducantur à puncto a , ſecantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunq; punctum productas,ut ſupra e,uel ſub e, uel etiam ad aliam partem lineæ a b, ſemper enim linea ducta à puncto a, ſecans illas tres lineas,ſecabitur modo dicto,patet ergo propoſitum.

CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cõiunctis, diuisisq́ sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarũ partium sit sicut alterius extremæ partis ad illam sui partem, quæ utrasq; interiacet sectiones, si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius, non æquedistantes adinuicem, neq; basi, necesse est productas lineas ambas cõcurrere cum base, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuisa in punctis d & g. sic ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq́; sibi angulariter linea a c, eodem modo diuisa in punctis h z, ita, ut sit proportio lineæ a c, ad a h, sicut lineæ a z, ad z h, si producatur basis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directũ, & ducantur lineæ à punctis sectionũ unius ad punctum sectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq́; omnes lineæ illæ in continuũ & directum. Dico q omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sint æquedistantes, ex hypothesi patet, q necessario concurrent, cõcurrant ergo in puncto qđ sit e, linea quoq; g z necessario concurret cum illis. Cum non æquedistet alicui illarũ, aut ergo ad idem punctũ e, sic habemus propositum, aut ad aliũ punctum cum aliqua illarũ concurret, sit illud punctũ n, in quo concurrit cum linea d e, ducatur itaq; linea e g, secabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto q̃ in puncto z, quoniã in puncto z secat ipsam linea n g, sit illud punctum l, erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autẽ ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineã z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, sicut lineæ a h ad lineã h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, qđ est impossibile. Idẽ etiam patet per 12. huius, qm̃ à puncto g productæ sunt quatuor lineæ secantes lineam a h, palam ergo, q linea g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto q̃ in puncto e, quod est propositum. Similiter si ponatur q linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonstrandũ, q linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e, patet ergo propositum.



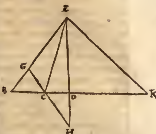
CXXV.

Linea taliter diuisa, ut sui totius ad alteram suarum extremarũ partium sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partẽ, quæ utrasq; interiacet sectiones, si à puncto concursus linearum à termino, & à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminũ ducatur, necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa, ut proponitur, sitq́; proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, producanturq́; à punctis b c d lineæ nõ æquedistantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, sit punctus concursus z, & lineæ productæ sint b z, c z, d z, sitq́; angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico q angulus c z k est rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquedistans lineæ z k quæ sit c h, quæ producta secabit lineã z b per 2. huius, secet ergo ipsam in puncto g. & producatur linea z d. donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & sit concursus punctus h, quia igitur ex hypothesi est proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ

b k ad

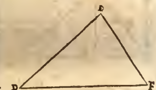
b k ad lineam b c, sicut lineæ k d ad lineam c d, sed per 29. primi trigona b z k & b g c sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ est lineæ z k ad lineam g c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c, sicut lineæ k d ad lineam d c. Sed quæ est proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem est lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29. primi, & per 4. sexti, quia trigona k d z & c d h sunt æquiangula, habet itaque linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionē, ergo per 9. quinti linea g c est æqualis lineæ c h, sed per 3. sexti est proportio lineæ g c ad lineam c h, sicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z c diuidat angulum g z h per æqualia. est ergo linea g z æqualis lineæ z h, & quoniā linea g c est æqualis lineæ c h, & linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z est cōmune ambobus trigonis g z c & h z c, erit per 8. primi angulus z c h æqualis angulo z c g, uterque ergo ipsorum est rectus, ergo per 29. primi k z c est rectus, lineæ z k & c k sunt æquedistantes, patet ergo propositum.

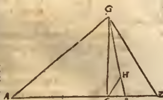


CXXVI.

Diuisa linea per inæqualia, possibile est minori suæ parti lineā adiungi, ita, ut si illud quod fit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuisa per inæqualia in puncto c, sitque linea a c maior quam linea b c. Dico quod est possibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ b c, id efficiat, ut hoc quod fit ex ductu lineæ compositæ ex linea a b, & ex adiecta in ipsam adiectā sit æquale quadrato lineæ quæ constat ex b c parte minore, & ex adiecta, assumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea a b, quæ sit d e, & quæ est proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem sit proportio lineæ d e ad quandā aliam lineam per 3. huius, quæ sit e f, assumaturque linea d f æqualis lineæ a b, & quoniam ex lineis d e, e f, d f quæcunque duæ simul iunctæ maiores sunt tertia, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulū per 25. primi, constituatur ergo & sit d e f, super terminū itaque lineæ a b quæ est a, constituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. primi, qui sit g a b, & resecetur linea a g ad æqualitatē lineæ d e, & ducatur linea g b, ergo per 4. primi, cum linea d f sit æqualis lineæ a b, & linea a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b sit æqualis angulo e d f, erit linea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f, ducatur itaque linea g c, & quoniam proportio lineæ d e ad lineā d f, sicut lineæ a c ad lineam c b, erit proportio lineæ a g ad lineam g b, sicut lineæ a c ad lineam c b per 7. quinti, ergo per 3. sexti angulus a g b diuisus est per æqualia: palam autē, quod angulus g c b est acutus, si enī sit rectus, tūc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32. primi, quoniā ad punctum g duorū ipsorum anguli sunt æquales, ergo latera eorum sunt proportionabilia per 4. sexti, erit ergo proportio lateris a c, ad c b, sicut lateris g c ad seipsum: æqualis est ergo linea a c lineæ c b, quod est contra hypothesim & impossibile. Si uero angulus g c b detur esse obtusus maior angulo g c h, palam per 32. primi, quoniam angulus g b c est minor angulo g a c, ergo per 18. primi in trigono a g b latus g b maius est latere a g, & quia est proportio lineæ l g ad lineā g a, sicut lineæ b c ad lineā c a, erit per 5. huius per proportionē. s. econtrario latus b c maius quam latus a c, quod est contra hypothesim, palam ergo, quoniam angulus g b c est acutus. ducatur itaque



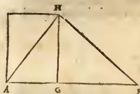


per 31. primi à puncto c linea c h æquedistans lineæ g a, secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29. primi angulus g c b æqualis angulo c g a, ergo & angulus c g h, erit quoque angulus h c b æqualis angulo g a c. Super punctũ itaque g terminũ lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c, ergo & angulo h c b qui sit b g i, & quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex præmissis, & per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b, & quoniam angulus g c b est acutus: palam, quia ergo per 14. huius, quoniam lineæ g i & c b concurrent, sit punctus concursus i, ergo per 6. primi erit latus g i æquale lateri c i, quia itaque angulus b g i est æqualis angulo g a i, & angulus g i a cõmunis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32. primi angulus a g i æqualis angulo g b i, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g, sicut lineæ i g ad lineam b i. Sed linea i c est æqualis lineæ g i, ergo per 7. quinti est proportio lineæ a i ad lineam c i, sicut lineæ c i ad lineam b i, ergo per 16. sexti illud quod fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i est æquale quadrato lineæ c i, est autẽ linea b i lineæ b c adiecta, palam ergo propositũ.

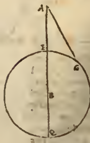
CXXVII.

Propositis duabus lineis, possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale sit quadrato reliquæ datarum.

Verbi gratia: Proponantur duæ lineæ q e & a g, dico quod possibile est uni ipsarum ut lineæ q e adiungere quandã aliam lineam cuiuscunque sit quantitatis, ita quod id quod fit ex ductu lineæ q e, cũ adiuncta in ipsam adiunctam æqualis sit quadrato lineæ h g. quadretur ergo linea a g per 45. primi, & sit eius quadratũ a h, & linea a g producta reflectetur in puncto f, ita, ut linea g f sit æqualis lineæ a g, ducaturque linea b f, palam, quoniam triangulus a h f æqualis est quadrato lineæ a h, est ergo paralellũ a h duplum trigono a h g per 41. primi, & trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1. sexti, hac ergo triangula superficie proposita, & linea q e, possibile est per 18. sexti super datam lineam q e datæ superficiei trilatere a h f æquum paralellum constituere, quod addat super cõpletionẽ datæ lineæ q e superficiem quadratã dato quadrato a h simile, sit ergo constituta, & paralellũ sit q m æquale trigono a h f constitutũ super lineam q e, addens super completionem datæ lineæ q e quadratũ e m simile quadrato a h. palam ergo, quod illud quod fit ex ductu datæ lineæ q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius æqualem lineam z m, est æquale proposito trigono a h f, ergo & eius æquali, s. quadrato lineæ a h & hoc est propositum, quoniam lineæ e z est lineæ q e taliter, ut proponitur adiuncta. potest & idem declarari aliter: describatur enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius centrum b, ducaturque linea contingens circulũ, ut contingat in puncto g per 16. tertii, referent ad æqualitatem lineæ a g, & sit g a, & ab eius termino a ducatur linea per centrum b, secans periferiam circuli in puncto e & q, quia ergo id quod fit ex ductu lineæ q e in lineam a e, est æquale quadrato lineæ a g per 35. tertii, patet quod lineæ q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.







CXXVIII.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri, possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam, extra circulũ ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulũ usque ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

Esto data linea q e, sitque g b diameter dati circuli quæ sit a b g. & sit a punctus

punctus datus in circuli circumferentiã æqualiter distans ab extremis terminis diametri quæ sunt g & b. Dico q possibile est ab a puncto periferiæ circuli duci lineam usq ad eductã diametrũ g b, quæ sit æqualis datæ lineæ q e. ducant̃ quoq duæ lineæ a b & a g, illæ ergo necessario erũt æquales ex hypothesi, qm̃ punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b, & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud qd' fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctã æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentem proximæ, & sit adiuncta e z. Cũ ergo id qd fit ex ductu q z in e z sit æquale ei qd' fit ex ductu lineæ a g in seipsam, erit linea q z maior q̃ linea a g, & linea e z minor illa, si enim linea e z fuerit maior, uel æqualis lineæ a g, tunc est impossibile, ut id qd fit ex ductu q z in lineam e z, sit æquale quadrato lineæ a g, qm̃ linea q z est maior q̃ linea e z, ut totum parte. Si autẽ linea e z sit minor q̃ linea a g, palã, quoniã linea q z est maior q̃ linea a g, ꝓducat̃ ergo linea a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3. primi, & sit a g e, posito ergo pede circini super punctũ a, fiat circulus secundũ quantitatẽ lineæ a g c, qui circulus secabit diametrum b g eductã, secet ergo ipsam in puncto d, & ducatur linea a d, quæ necessario secabit circulũ, quoniã concurrit cum diametro: si enim non secet circulũ, contingens erit & æquedistans diametro g b, nunq concurrrens cum eadem, quia ex hypothesi lineæ a g & a b sunt æquales, & punctum a æqualiter distat ab utrisq terminis diametri. s. b & g, secet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur linea g h, palam ergo, q cum superficies a b g h sit quadrãgulum super circulum descriptum, q duo eius anguli oppositi. s. a g b & g h a ualent duos rectos per 21. tertij, sic a g b æqualis est angulo a b g per 6. primi, angul9 ergo a g b cum angulo a g h ualet duos rectos. Cum itaq per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palã, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a, & angulus a h g cõmunis est totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui est h a g, restat ergo per 32. primi, ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiangulus triãgulo g h a, ergo per 4. sexti latera ipsorum æquos angulos respiciẽtia sunt proportionalia, est ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g, sicut lateris a g ad latus a h. Illud uero qd' fit ex ductu lineæ d a in lineam a h, est æquale quadrato lineæ a g per 16. sexti, sed linea d a est æqualis lineæ a c, per diffinitionẽ circuli, ergo linea d a est æqualis lineæ q k a, q̃niam linea c a ex præmissis est æqualis lineæ q z, quia uero illud qd' fit ex ductu lineæ d a in lineã h a est æquale quadrato lineæ a g, qd ex præmissis est æquale ei qd' fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, ꝑ illud patet, q̃d fit ex ductu lineæ a d ad lineã h a, est æq̃le ei q̃d fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, & linea d a est æqualis lineæ q z, reliquit̃ ergo ut linea a h sit æqualis lineæ e z, erit ergo linea d h æqualis ipsi lineæ q e, q̃ est data linea, est aũt à dato in ꝑiferia circuli pũcto a ad cõcursum diametri b g sic ꝓducta, patet ergo ꝓpositũ.

CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum sit cuicunq datæ lineæ, & insuper reliquæ suæ parti datum punctum & alterã coniunctarum interiacenti æqualis.

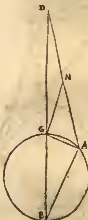
Exempli causa: Sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur, quæ sunt f r & c r concurrẽtes in puncto r, inter quas sit datus punctus m, & sit data linea m c, proponit̃ nouus, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r, secans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quæ est l m, sit æqualis datæ lineæ a c, & insuper reliquæ suæ parti quæ est m o. ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandũ, longus labor & multæ diuersitatis nobis incidit, & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absq motu & imaginatione

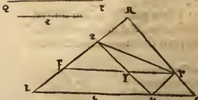
tione mœchanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ sint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imaginet mœchanice ꝙuſ& nobis accidat res quæsita, hoc tñ Appollonius Pergeñ. in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas assumpto, nullã earum linearum secante demonstrauit, cuius nos demonstrationẽ, ut à multis sui libri principijs præambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

CXXX.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

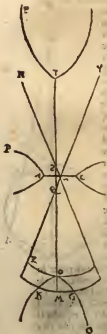
Disponantur omnia ut in 128. huius, nisi ꝙ punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq́ lineæ a b & a g inæquales, ideo ꝙ punctũ a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahat̃ ergo à puncto g linea æquedistans lineæ a b ex 31. primi, quæ sit g n, & sumatur linea quæcunq; ut pote z c, & fiat super punctũ eius z angulus æqualis angulo a g d per 23. primi, qui sit angulus c z f, ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquedistans lineæ z f ut prius, quæ sit c m, & ex angulo c z f, secetur angulus æqualis angulo a d g per 27. huius, qui sit c z m, ducta linea z m, quæ per 2. huius necessario concurret cum linea c m, cũ sit ducta inter æquedistantes, sit ergo punctũ concursus m, restat ergo ut angulus m z f sit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquedistans lineæ z m quæ sit c o. & quoq; necessario concurrent cum linea f z per 2. huius, sit ergo earum concursus in puncto r, sumat̃ quoq; per 3. huius linea, cuius proportio ad lineã z c sit sicut diameter g b ad lineam q e lineã datam, & hæc sit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmissam linea quæ sit l c m e, secãs lineã l r in puncto l, & lineã r o in puncto o, ita, ut eius pars c m sit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l e sit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducat̃ linea c f æquedistans lineæ l o per 31. primi. hic quoq; per 29. primi huius secabitur a linea z m, sit ergo punctus sectionis y, fiat ergo supra punctũ a terminũ lineæ g a punctũ s, qđ est in circũferẽtia circuli, angulus d a g æq̃lis angulo z f c p lineã a n d. palã aũt, ꝙ hæc linea cõcurret cum pducta diametro g d, cũ enĩ angulus d a g sit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æq̃lis angulo f z m, & angulus n d g est æq̃lis angulo c z m, totusq́; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cũ lineæ f c & z c cõcurrãt, ergo & lineæ a d & g d cõcurrẽt, ergo linea a d cõtinget circulũ aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primo cõtingẽs circulum in puncto a, cũ ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f c, & angulus g a n sit æqualis angulo f z m, palam per 32. primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq́; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4. sexti proportio lineæ a n ad lineam a g, sicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d similis triangulo f z c, ergo ut prius quæ est proportio lineæ a g ad lineã g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ est proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem est lineæ f y ad lineam f z, & quæ est pportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. quinti, ut quæ est pportio





portio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m est æquedistans lineæ f l, & linea f t æquedistans lineæ l m, erit superficies l f c m æquedistãtibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, q̃m linea f t est æqualis lineæ l m, quasi erit linea f t æqualis lineæ c d, quoniã linea m o est æqualis ipsi l c per præmissam, linea ergo c m addita utrinq;, adhuc sunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, sed linea m o est æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & linea y m est æqualis lineæ t o, restat ergo, ut linea f y sit æqualis lineæ c m, sicut linea c m ex præmissis est æq̃lis lineæ i, est autem ex præmissis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, sicut diameter b g ad lineam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, sicut diameter b g ad lineam e q, quia uero est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t, ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineã e q, uerum angulus g a n est æqualis angulo g b a ex 31. tertij, sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29. primi, quia linea n g æquedistat lineæ b a, igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n g d est cõmunis ambobus trigonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, sunt ergo dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a d ad g d, sicut lineæ g d ad n d, ergo p 16. sexti erit id qđ fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed id qđ fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij est æquale quadrato d a, quadratũ uero lineæ d a est æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. secundi. & id qđ fit ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei qđ fit ex ductu b g in d g p 3. secundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ sunt quadratũ g d & rectangulũ a d n, restat id qđ fit ex ductu lineæ a d in a n sit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ b g in d g, eritq; per 15. sexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundã, sicut lineæ b g tertiæ ad lineam a d quartã, ostensum est autem supra, q est proportio lineæ a n ad lineã g d, sicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis lineæ a d, qđ est propositum, q̃m ipsa linea a d est datæ lineæ æqualis, interiacet autẽ periferiã circuli & eductã diametrum, eo, q est contingẽs circulum. Qđ si linea a d non sit contingens, sed secans circulum, aut igitur linea a g est maior q̃ linea a b, aut econtrario. Sit autem nunc linea a g maior q̃ linea b a, palam, quia linea à puncto a ad diametrũ b g extra circulum ducta, secabit circulũ in arcu a g. sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ductam lineã h g, palam itaq;, cum quadrangulũ a b g h sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij sunt æquales duobus rectis. ducatur quoq; linea g n æquedistans lineæ b a, erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d est æqualis angulo n h g, angulus uero n g d est cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d, erit ergo tertius angulus qui est d n g, æqualis tertio qui est d g h per 32. primi, ergo per 4. sexti latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia, est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo p 16. sexti illud qđ fit ex ductu h d in d n est æquale quadrato g d. & illud qđ fit ex ductu a d in d h est æquale ei qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij. Item illud qđ fit ex ductu a d in d h est æquale ei qđ fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. secundi. Illud uero quod fit ex ductu b d in d g, est æquale ei qđ fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 3. secundi. Ablatis igitur æqualibus ab utrisq;. s. quadrato a g ex una parte in illo qđ fit ex ductu d h in d n, ex altera restat, ut illud qđ fit ex ductu d h in a n, sit æquale ei qđ fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. sexti proportio a n primi ad g d secundũ, sicut b g tertij ad d h quartũ, sed probatum est in præcedentibus, q proportio lineæ a n ad lineam d g est sicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h est æqualis lineæ e q, qđ est ꝓpositum. Si uero linea a g a g sit minor q̃ linea h a, secabit linea d a circulum in arcu a b. Sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ducatur linea g h in linea g e,

æquedistans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d est æqualis an gulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiã circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, qm̃ ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circũferentiam circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, & angulus n d g cõmunis est ambobus trigonis. s. n d g & d b g, est ergo tertius d n g æqualis tertio. s. d h g per 32. primi, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo per 16. sexti illud quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato lineæ g d. Sed illud qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, est æquale ei q fit ex ductu h d in d a. Illud autem qđ fit ex ductu h d in d a, est per 1. secundi æquale ei qđ fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. secũdi, ualet illud qđ fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, qđ fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineã h d. Sed iam ostensum est supra qđ est proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q est æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod est propositum, qm̃ à puncto a dato, ducta est linea secans circulum, cuius pars à puncto sectionis usq; ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.



CXXXI.

Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nõ contingentem ducere ex alia parte, cõmunis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppositam designare, ex quo patet, q cum fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una sectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam sectionum, & reliquã lineam æqualis suæ parti aliam sectionũ, & reliquã lineam interiacenti.

Quod hic proponitur, demõstratum est ab Appollonio in libro suo de conicis elementis, ducuntur autẽ sectiones ampligoniæ siue hyperbolæ oppositæ, quando gibbositas unius ipsarũ sequit gibbositatem alterius, ita, ut illæ gibbositates se respiciant, & ambarũ diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n secẽt se in puncto x, & ex una parte ipsarum. s. sub angulo b x z, uel sub angulo h x n à dato puncto qui sit t, & ducatur sectio ampligonia quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l, ducatur sectio illi opposita quæ sit c u, ita, q diametri quarumlibet oppositarũ ambarũ sectionum illarũ sint in una linea quæ sit t c, à uertice unius ad uerticẽ alterius producta, quæ necessario est minima omniũ linearum inter illas duas sectiones productarũ, & ex ijs declarauit Appollonius illud qđ correlatiue proponitur. s. q si linea t c secet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, q linea t q erit æqualis lineæ c f. & si linea t c pertranseat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appolloniũ demonstrato, & propter conformitatẽ portionis sectionum respectu linearum se intersecantium, patet ergo propositum.

CXXXII.

In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circini

cini immobili, ſecundum quantitatẽ lineæ breuiſſimæ inter illas ſectiones ductæ, deſcriptus circulus ſectionem reliquã continget, ſecundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam ſecabit.

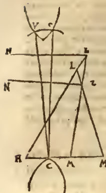
Quod hic proponitur, facile eſt, & ſola indiget declaratiõe: Sint enim ut in præcedẽti propoſitione duæ ſectiões conicæ oppoſitæ adinuicem, quæ ſint t p & c u, inter quas linea minima uertices. ſ. ambarũ ſectionum continuans, ſit linea t c, ſit & poſito in altero punctorum t uel c pede circini, utpote in puncto t deſcribatur circulus ſecundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia ſectionem c u non attingit niſi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipſas ſectiones, ſunt maiores quàm linea t c, ſunt ergo maiores ſemidiametro circuli, ſecabuntur ergo omnes per circulũ, nec attinget circulus alicubi ſectionem niſi in pũcto c, patet ergo primũ propoſitorum, quod ſi linea t g ſemidiameter circuli ſit maior quàm linearũ minima, ſunt oppoſitas ſectiones productarum ut eſt t c, patet, quoniam illa minima linea inter ſuperficiẽ ſectionis producetur ad periferiã circuli, ut in punctum m, aliqua ergo ſuperficies cõmunis erit circulo & ſectioni, circulus ergo & ſectio ſecabunt, hæc itaque ſectio nõ erit niſi in duobus tantũ punctis g & k, quod per modũ 10. tertij conuinci poteſt, patet ergo propoſitum.

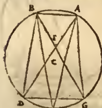
CXXXIII.

A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrũ, poſſibile eſt ducere lineam per diametrum ad circumferentiã, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ ſit æqualis lineæ datæ eidem circulo inſcriptibili præmiſſo modo, ſed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles ſunt tantum duæ.

Eſto circulus a b g, cuius diameter ſit b g, & pũctus datus in ſui circũferẽtia ſit a, & ſit h z linea data minor diametro b g, præmiſſo modo poſſibile inſcribi circulo. Dico, quod à puncto a poſſibile eſt ducere lineã trãſeuntẽ per diametrũ b g, cuius pars interiacẽs diametrũ b g & circũferentiã ſit æqualis lineæ datæ quæ h z, ducantur enim in circulo lineæ b a & a g, & ſuper punctũ h lineæ datæ h z, fiat angulus æqualis angulo a g b, qui ſit m h z, ducta linea m h ſuper idẽ punctũ h, fiat angulus æqualis angulo a b g, qui ſit l h z, ducta linea h l, & à pũcto z ducatur linea æquediſtãs lineæ h m quæ ſit z n, quæ quidẽ ſecabit lineã h l. ſit ut ſecet ipſam in pũcto x, & à pũcto z iterum ducatur alia linea æquediſtãs lineæ h l quæ ſit z c, ſecans lineã h m in puncto t, ſecabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur ſectio conica quæ ſit t p, ſicut præmiſſum eſt in 131. huius. hæc itaque ſectio nõ contingit aliquã linearum z n & h l, inter quas ipſa iacet. Similiter fiat ſectio alia conica, iſti oppoſita, inter eaſdem lineas ex parte alia quæ ſit c u, & inter illas ſectiones dictarum omniũ linearũ minima ducta à puncto t ad ſectioem c u ſit linea t c. hæc ergo linea t c ſi fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus ſecundũ ſemidiametrum t c, poſito puncto circuli in puncto t, palam, quia ſectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto ſecundũ quantitatẽ lineæ b g, ſecabit ſectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmiſſam. ſit ergo nunc primũ linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad ſectio-

nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, necessario secabit linea t c illas ambas lineas, quas si in puncto x, qui est punctus cõmunis sectionis illarum linearum secauerit, erit linea t x æqualis lineæ x c, quod si ipsas in alijs punctis secuerit, secet ergo lineam z n in puncto q, & lineã h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquedistans ipsi lineæ t c, quæ per 2. huius secabit lineas h m & h l, sicut etiã sua æquedistans t c, secet ergo eas in punctis l & m, & sit ipsa linea m z l, super diametrũ ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui sit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b sit rectus per 30. tertij, quod alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis est illis duobus angulis, est rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m est æqualis angulo d g b, ergo per 32. primi angulus tertius unius trigonorum g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. s. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h. sit autẽ punctus in quo linea a d secat diametrũ b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b est æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmissis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, quod angulus d b g est æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. s. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h sunt æquiangula, erit per 4. sexti proportio lineæ b d ad d e, sicut lineæ m h & h z. ostensum est autẽ superius, quod est proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquã proportionẽ proportio lineæ b g ad d e, sicut lineæ l m ad h z. Sed sicut per 131. huius declaratum est, patet quod linea q t est æqualis lineæ f c, sed linea t q est æqualis lineæ m z per 32. primi, cum paralellũ m t q z sit æquedistantiũ laterum, ut patet ex præmissis. est igitur linea m z æqualis lineæ f c, sed per eandem 34. linea z l est æqualis lineæ t h, est igitur totalis linea m l æqualis totali lineæ t c, ergo per 7. quinti est proportio lineæ t c ad h z, sicut lineæ l m ad h z, est ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, sicut lineæ t c ad h z, & permutatim. Cum ergo linea t c sit æqualis lineæ g b, erit linea e d æqualis ipsi h z datæ lineæ, quod est propositum. Si autem linea t c sit minor diametro b g, producatur ultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro b g, & secundum quantitatẽ eius fiat circulus, palam per præmissam, quod ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint c & u, à quibus lineæ ductæ ad punctũ t, sunt æquales lineæ b g per diffinitionẽ circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquedistans alteri illarum, & item alia æquedistans alteri, & tunc erit ducere à pũcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui supra, patet ergo propositum.



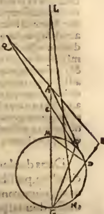


CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentiũ, possibile est ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiũ angulum rectum lineam secantẽ basem, ita, quod pars ductæ lineæ interiacens punctum sectionis, & latus in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quæ est in sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam.

Esto

Esto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g sit rectus, & in latere illius b g sit punctus datus qui sit d extra angulum aut intra, sintq́; datæ lineæ duæ e & z. Dico ꝙ a puncto d possibile est ducere lineam secantē basem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, ꝙ pars lineæ secantis interiacens latus a b & basem a g, sit eiusdem proportionis ad partem basis a g, quæ est ab illa linea usq; ad punctum g, cuius est data linea e ad datam lineā z. Sit enim primo pūctus d in ipso trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ sit d m, & fiat circulus super tria puncta g d m per 5. quarti, eritq́; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, supertenditur enim angulo recto per 29. primi, ꝓtrabatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d est æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b sit maior angulo g a d, secetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, sitq́; angulus d m n, quæ autem est ꝓportio lineæ e ad lineam z, eadem sit per 3. huius ꝓportio lineæ a d ad lineā b, & a puncto qui est punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrū g m quæ sit n l, secans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiā circuli & diametrum quæ est c l, sit æqualis lineæ datæ h per 128, uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & a puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquedistantes q̄ sunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, si producatur necessario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d est æqualis angulo g c d, & angulus g m d est æqualis angulo g a b per 29. primi: palam, ꝙ angulus g c d est æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l, per 15. primi est æqualis angulo g a q. angulus ergo g c q est æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q secat lineā a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q, quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli sunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g sunt æquianguli, ergo ꝑ 4. sexti erit proportio lineæ q t ad t g, sicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmissis est æqualis angulo t a d, q̄m enim anguli g m d & t a b sunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij est æqualis angulo n m d, quia angulus n c d est æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui est contrapositus angulo n c d, est æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l est cõmunis duobus trigonis. s. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d sunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ t a ad lineam t c, sicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autē ostensum superius, ꝙ est proportio lineæ t q ad lineam t g, sicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, sicut lineæ q c ad t g, sed linea l c est æqualis lineæ h, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h est sicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineā t g, sicut lineæ e ad lineā z, quod est propositum.



Si uero d punctus datus in latere trigoni ꝙ est b g extra triangulū producto, ducatur prius a puncto d linea æquedistans lineæ a b, & sit d m, & ducatur linea a g donec cõcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus transiens per tria puncta g d m, erit ergo ut prius m g diameter istius circuli, & ducatur linea a d, erit quidā angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius super punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g

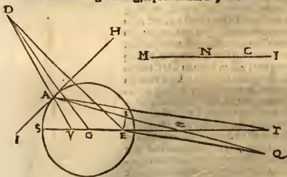


a d per lineam m n qui sit angulus d m n,& à puncto n,qui sit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128.uel per 130.huius linea ad eductã diametrum m g, concurrens cum ipsa in puncto l,& secans periferiã circuli in puncto c,ita ,ut lineæ c l sit æqualis lineæ h assumptæ ut prius.Sit ut per 3.huius sit proportio lineæ a d ad ipsam h, sicut lineæ datæ e ad lineam datam z,& ducatur linea d c secans lineam a g in puncto t,& lineam a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d,& angulus n c d per 21.tertij sunt æquales duobus rectis,& angulus n m d sit æqualis angulo t a d ex præmissis: palam ex 13.primi,quõ erit angulus t c l æqualis angulo t a d, erunt ergo duo trianguli t c l & t a d p 15. & 32.primi æquianguli,erit ergo per 4.sexti,pportio lineæ d a ad lineã c l,sicut lineæ t a ad lineã t c.cum autem per 26.tertij duo anguli g c d & g m d sint æquales,quõ cadũt in eodem arcum qui est d g,angulus uero t a q per 29.primi est æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g,sed & anguli q c a & g c t sunt æquales per 15.primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32.primi,erit ergo per 4.sexti proportio lineæ a c ad lineã c l,sicut lineæ q t ad lineã t g,est ergo per 11.quinti proportio lineæ e ad z,sicut lineæ q t ad lineam t g,quod est propositum.

CXXXV.

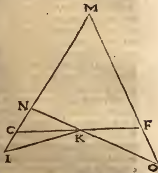
Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulũ, uel utroq; extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

Esto duo puncta data quæ e & d,quoq; unum qui sit e primũ sit in circulo,& reliquũ extra illum,& sit datus circulus,cuius centrum sit g. Dico q possibile est in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta,secet angulũ contententum à lineis & à punctis d & e ad illum punctũ ductis per æqualia, ducatur enim à puncto e ad centrum g linea e g,& producatur usq; ad circumferentiã & sit e g s, deinde ducatur linea d g, eritq; ex præmissis linea e g minor quàm linea d g, assumatur quoq; linea m l quæ in puncto c taliter diuidatur, ut,pportio lineæ l t ad lineam c m,sit sicut lineæ d g ad lineã g c per 119.huius, diuidaturq; linea m l per æqualia in puncto n,à quo super lineã m l ducatur perpendicularis per 11.primi quæ sit n o,& super punctũ m per 23.primi fiat angulus æqualis medietati anguli d g l diuisa per 9.primi per æqualia,ducaturq; linea m o:palam autẽ,q angulus l m o erit minor recto,quõ angulus d g s est minor duobus rectis.Sed angulus o n m est rectus,igitur per 14.huius linea m o concurret cum linea n o.sit autem punctũ concursus o,à puncto uero c ducatur linea ad triangulũ m n o qui sit c k f,ita,ut proportio lineæ k f ad lineã f m sit sicut proportio lineæ e g ad lineã g s, quod fieri potest per præcedentẽ.ducatur quoq; linea m k,& super punctũ g terminũ lineæ e g per 23.primi fiat angulus æqualis angulo m f k,per lineã usq; ad circumferentiã productam,quæ sit a g,& sit angulus a g e,& ducantur duæ lineæ a g & a d.Dico q a est quæsitus punctus,ducatur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis angulo a g e,& proportio lineæ f k ad lineã f m,est sicut proportio lineæ e g ad lineam g s,ergo per 7.quinti erit proportio lineæ f k ad lineã f m,sicut lineæ e g ad lineam g a



æqua-

æqualem g s, quia ambæ ex centro, erit triangulus a g e similis triãgulo m f k per 6. sexti igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f, igitũ à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k, & sic linea a z quæ necessario concurrat cum linea e g, quoniã est proportio e g ad a g, sicut k f ad f m, & angulus g a z æqualis est angulo f m c, fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k, sicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f, sic cõcurret linea a z cum linea g e. Sit ergo concursus in puncto z, & producatur linea a z usq; ad punctũ q, donec linea a c se habeat ad lineã q z, sicut linea m c ad c i per 3. huius, erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z, sicut lineæ d g ad lineã g e, & ducatur linea e q, deinde à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ e q, quæ sit linea a c per 31. primi, & erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29. primi, & quoniã duo anguli z e a & e a c sunt minores duobus rectis, idem per 29. primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos, concurret linea a c necessario cum linea e z per 14. huius. Sit ergo punctus concursus c, quia uero angulus e a z est æqualis angulo n m k, ut supra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari super lineã a z p 4. primi quæ sit e l, erunt trigoni a e l & n m k æquiangula per 32. primi, erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l, & angulus a b e æqualis angulo m n k, q a uterq; est rectus, sed etiam angulus a e g est ex præmissis æqualis angulo m k f. Restat ergo per 13. primi, ut angulus l e z sit æqualis angulo n k c, & angulus e l z rectus est æqualis angulo k n c recto, erit ergo per 32. primi angulus e l z æqualis angulo k c n. igitur per 13. primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i: palam ergo ex præmissis, q angulus a e g est æquiangulus triangulo f m k, & triangulus e a l æquiangulus est triangulo k z n, & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c, & triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c, est igitur per 4. sexti proportio a z ad e z, sicut m c ad c k, est autem proportio q z ad z a, sicut proportio i c ad c m, ut patet ex præmissis, erit ergo per 22. quinti proportio q z ad z e, sicut i c ad c k, est ergo triangulus q z e per 6. sexti æquiangulus triangulo i c k. Cum ergo triangulus e l z sit æquiangulus triangulo k n z, erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n, est ergo per 4. sexti proportio e l ad l q, sicut k n ad n i, & similiter est proportio a b ad l e, sicut m n ad m k, erit ergo per 22. quinti proportio n m ad n i, sicut a l ad l q, sed linea n m est æqualis n i ex hypothesi, ergo linea a l est æqualis l q, ergo p 4. primi linea e q erit æqualis e a, & angulus l q e æq̃lis angulo l a e. Sed & angulus e q z p 29. primi est æqualis angulo t a l, angulus ergo e a l est æqualis t a l, quia angulus e q z est æqualis angulo t a l, & angulus e z q est æqualis a z t per 15. primi, igitũ tertius tertio, eritq; triangulus z e q æquiangulus triãgulo z a t, est ergo p 4 sexti proportio q z ad z a, sicut e z ad z e, & sicut e q ad a c, est autem ex præmissis linea e q æqualis lineæ e a, ergo per 7. quinti est proportio q z ad z a, sicut a e ad a t, sed q z ad z a est ex præmissis sicut e g ad g d. igitur per 11. quinti est proportio lineæ a e ad a c sicut e g ad g d. Fiat autem super punctũ a angulus æqualis angulo g a e, qui sit u a g, p ducta linea a u, si possibile fuerit, usq; ad lineã g l: palam ergo ex præmissis, qm̃ angulus g a l est medietas anguli u a t, cum enim angulus e a q ex præmissis & per 5. primi, ideo q lineæ a e & e q sunt æquales, angulus e q c, qui per 29. primi est æqualis angulo q a t: patet q angulus e a l est æqualis angulo l a t, sed angulus g a e est æqualis angulo u a g est ergo angulus g a l medietas anguli u a t, sed angulus g a l, cum sit ex præmissis æqualis angulo f m c, qui cõstitutus est æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n. angulus uero u a t est æqualis angulo d g u. sed anguli t a u & t u a sunt minores duobus rectis arguendo 32. primi, cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t, quia duo anguli t u a, d g b sunt minores duobus rectis, igitur linea a b concurret cum linea d g per 14. huius. Dico autem, q concurrent in puncto d, efficiet enim linea u a producta ad li-



ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum similem triangulo a b t, quoniam isti trigoni habent angulum a u g cōmunem, & angulus t a u est æqualis angulo d g u, erit ergo tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti est proportio a u ad a c, sicut u g ad lineā, quā secat a u ex g d, & proportio e a ad a u, est sicut e g ad g u per 3. sexti, qui angulus u a g est æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio e a ad a t, quæ e g ad g d, & proportio e a ad a t sit composita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, q̄m ꝑ 13. huius proportio extremoꝝ componitur semper ex proportione cuiuscunq; mediæ ad ambas extremas, erit proportio e g ad g d composita ex eisdem proportionibus, quia erit composita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineā quā secat u a ex linea g d, sed est composita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quā secat a b ex g d, est linea g d, ergo a b secat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a linea contingens circulū quæ sit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed angulus g a l est medietas anguli a g b, ut patet ex præmissis, igitur angulus l a h est medietas anguli d g e, ideo, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi triangulus g a h est rectus, sed cum angulus t a u sit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h est medietas anguli t a d, & angulus e a l est medietas anguli e a t, igitur angulus e f l h est medietas anguli e a d, quia patet, ꝙ linea a h contingens circulū diuidit angulum e a d per æqualia, quod est propositum. Cum uero angulus u a g super punctum a terminū lineæ g a factus sit æqualis angulo g a e, tunc si linea a u non cadit super lineā e s extra circulum uel intra circulum: palam, quia linea a u est æquedistans lineæ e s, quia in infinitū protracta cum illa non concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, sed per præmissa angulus g a e est æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo per 6. primi in trigono a g e latus a e est æquale lateri e g. similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29. primi, sunt enim coalterni lineaꝝ æquedistantiū ex hypothesi. Sed iam ostensum est, ꝙ angulus t a d est æqualis angulo d g t, sed angulus a t g est æqualis angulo d g t. & similiter duo anguli a d g & d g t sunt æquales per 28. primi, ergo duo anguli a d g & a t g sunt æquales, sed & duo anguli t a d, a g t ꝑ 29. primi sunt æquales, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera ipsorum sunt proportionabilia, sed a g est cōmune, æquale sibijpsi, ergo latus a d est æquale lateri g t. Sequitur ergo ex ijs, ꝙ linea quā secat a b ex linea g d sit æqualis lineæ a t, & iam præostensum est, ꝙ linea e g est æqualis ipsi a e, est ergo per 7. huius ꝓportio lineæ e g ad lineā quam secat a b ex d g, sicut a e ad a c. Etiam ostensum est, ꝙ a e ad a t est sicut e g ad d g, igiť linea quā secat a b ex d g est g d. & cum ex præmissis angulus e a d sit æqualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut supra patuit, & angulus e a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod est propositum. Eodemq; modo demonstrandum, si ambo puncta e & d data sint extra circulum, patet ergo propositum totum.

CXXXVI.

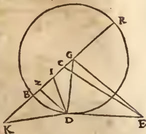
Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, possibile est à dato puncto ad diametrum ducere lineam secantem circulum sic, ꝙ pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti ipsam & centrum.

Esto datus circulus, cuius centrum sit g, & in eo data diameter sit x g b, sit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico ꝙ possibile est duci à puncto e ad diametrū x g b lineam secantem circulū secundum prædictū modum. ducatur enim à puncto e perpendicularis super diametrū x g b per 12. primi, quæ sit e c, & sit exempli causa ut cadat illa perpendicularis super semidiametrū b g, & ducatur linea e g, & assumatur linea q t æqualis lineæ e t, & fiat per 32. tertij super lineā q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadēs in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b. & compleatur circulus, & à medio puncto q t lineæ qđ sit i super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex utraq; parte usq; ad circumferentiā circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter cir

culi

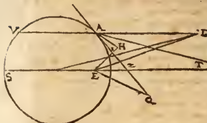
culi illius per 1. tertij, & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ, secans ipsam in puncto f, & producatur usq; ad p punctũ circũferentiæ, ita, ut eius pars quæ s p sit æqualis medietati lineæ g b semidiametri dati circuli, q fiet per 133. huius, & ducant̃ lineæ p t & t f, & ducatur à puncto p linea p b æquedistans diemetro concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per 2. huius, & à puncto u ducatur linea æquedistans lineæ q t, q̃ sit u o, secans diametrum f l in puncto m, & lineã p q in puncto o, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineã p q per 12. primi, quæ sit t n, & à puncto t ducatur linea æquedistans lineæ p q per 31. primi quæ sit t s, & à puncto u ducat̃ perpendicularis super lineam p q, quæ sit u h, deinde ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u per 27. huius. qui sit b g d, ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto e ducatur linea e d z. Dico q linea d z est æqualis parti diametri quæ est z g, sicut proponitur, ducatur enim à puncto d perpendicularis super lineam b g, quæ sit m, & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d k: palam itaq;, cum ex præmissis diameter f l sit perpendicularis super lineam q t, & super eius æquedistantem o u per 29. primi, linea uero p u sit æquedistans illi diametro, q angulus o u p erit rectus per eandem 29. primi, & cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales, & orthogonaliter per 2. sexti, & per 29. primi, eo q linea q t sibi æquedistans similiter est diuisa, erunt per 4. & per 29. primi trianguli o f m & u f m æquianguli, ergo per 4. sexti cum latus f m sit æquale sibijpsi, erit d m æquale m u, & f o æquale f u. Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32. primi, ideo q angulus p u o est rectus, ut patet ex præmissis & 29. primi, erit angulus æqualis angulo f p u, ideo, quia ut præmissum est, angulus k o u æqualis est angulo f u o. Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut præostensum est, & angulus f u p cum angulo f u o ualet unum rectum, est ergo angulus f u p æqualis angulo f p u, quia si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur &c. est ergo per 6. primi latus f p æquale erit lateri f u, erit ergo f p æquale ipsi f o, sic ergo erit linea p o æqualis semidiametro g u, ergo & ipsi g d per diffinitionẽ circuli, & ita erit per 7. quinti proportio lineæ e c, q̃uæ est æqualis lineæ q t ad lineam g d, sicut lineæ q t ad p o æqualem g d. Sed cum angulus k d g sit rectus p̃ 17. tertij, æqualis est ipsi angulo recto g i d, & angulus i g d est cõmunis, erit ergo p̃ 32. primi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ g k ad k d, sed angulus k g d est æqualis angulo q p u, & angulus g d k qui rectus est per 17. tertij, est æqualis angulo recto o u p, erit ergo per 32. primi tertius tertio æqualis, & triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p, est ergo per 4. sexti proportio lineæ b g ad k d, sicut lineæ o p ad o u, & q̃m ex præmissis est proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ o p ad o u, & quoniã ex præmissis est proportio lineæ g k ad k d, sicut lineæ g d ad d p, ergo per 11. tertij est proportio lineæ g d ad d l, sicut lineæ o p ad o u. Fuit autem ex præmissis proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t q ad p d, ergo per 22. quinti erit proportio lineæ e c ad d i, sicut lineæ q t ad o u, sed proportio q t ad o u est sicut t f ad f u per 29. primi & per 4. sexti, cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o f u, uerum angulus u t s est æqualis angulo h f u per 29. primi, est enim coalternus illi inter lineas æquedistãtes, q̃ sunt h q & f c. Sed & angulus u s t est rectus æqualis angulo f h u recto, & angulus f u h æqualis est angulo s u t per 15. primi, erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ t u ad u f, sicut lineæ s u ad u h, ergo per 18. quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, sicut s h ad h u, sed linea t u æqualis est lineæ s h per 34. primi, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ t n

k ad li



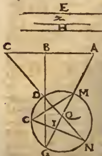


ad lineam h u, ficut lineæ e f ad f u. Sed ficut patuit ex præmiffis, quæ eft proportio lineæ c k ad f u, eadem eft lineæ q t ad u e per 4. fexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ q t ad u o eft ficut lineæ t n ad h u, ergo proportio lineæ e e ad d i eft ficut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u fit rectus, eft æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmiffis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, eft ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, eft ergo per 4. fexti proportio lineæ i d ad d g, ficut lineæ h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineæ e c ad g d, ficut lineæ t u ad u p. Sed cum angulus c g e fit æqualis angulo e p c ex hypothefi, & angulus g c e rectus æqualis angulo p u t, erit trigonorũ u p t & g c e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4. fexti erit proportio lineæ e g ad e c, ficut lineæ p t ad n t, eft igitur proportio lineæ g e ad g d, ficut lineæ p t ad u p per 22. quinti, fed & angulus d g e æqualis eft angulo u p c ex hypothefi, quia enim angulus q z t eft æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo g d e, remanet angulus u p t æqualis angulo d g e, igitur triangulus d g e eft æquiangulus triangulo u p t per 6. fexti, ergo angulus g u x æqualis eft angulo p u t. Reftat ergo per 13. primi, ut angulus g d z fit æqualis angulo f u p, fed in trigonis g d z & p f u eft angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, eft ergo proportio per 4. fexti lineæ d z ad z g, ficut lineæ u f ad f p, fed linea u f eft æqualis ipfi f p, ex præmiffis igitur linea d z æqualis eft ipfi z d, qđ eft propofitum. Eft autem uniuerfalis hæc proportio fiue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio, fiue ad ipfam periferiã circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis femidiametro, fiue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, fit ꝙ linea à puncto quo tangit circuli periferiam fit æqualis parti diametri quã abfcindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt fecundum quantitatem angulo k g d, hoc eft propofitum.



CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoq́ aliquo puncto in maiore fuorum laterum rectum angulum continentium, poffibile eft à dato puncto ducere lineam ad bafem ex alia fui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ fe habeat ad inferiorem partem abfcifam bafis, ficut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & fit datum trigonum orthogoniũ a b g, cuius a b g fit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli cauſa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ poffibile eft à puncto d ad bafem g a ducere lineam fecantem bafem a g cum puncto q, & ex alia fui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c, fit ut ipfa totalis linea t q habeat proportionem ad lineã q g, illam quã habet linea e ad lineã z, ducatur enim à puncto d linea æquediftans lineæ d a per 31. primi, quæ fit d n, & fiat circulus tranfiens per tria puncta d m g per 5. quarti, & qm̃ angulus g d m eft rectus per 26. primi, qm̃ angulus a b g eft rectus, erit linea m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur linea d a, fit quoq́ h quædam linea a d, ad quam fe habeat linea d a ficut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g fit æqualis angulo b a g, fecetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius, & fit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec secet circumferentiã in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usq; ad circumferentiã quæ sit linea c n, secans diametrũ m g in puncto l taliter, q̃ linea l n sit æqualis lineæ h datæ per 133. huius, & ducatur linea a g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui est d c: palam, quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q, & angulus a q l est æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. sexti erit proportio lineæ a q ad q n, sicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, est autẽ per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaq; t punctus, in quo linea d m cõcurrit cum a b, eritq; per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ t q ad lineam q g, est igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam a g, sicut lineæ a d ad lineam n l, sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ per 3. huius, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h, est sicut lineæ e ad lineã z, est ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, sicut lineæ e ad lineam z, q̃d est ꝓpositũ. Et si cõtingat q̃ à pũcto c possint duci duæ lineæ similes lineæ c l n, erit possibile à pũcto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita similiter, ut utriusq; ad partẽ quã secet ex base a g sit ꝓportio sicut lineæ e ad lineã z, & erit eadẽ demõstratio. Plures aũt huius lineas q̃ duas nõ est possibile duci, ut patuit p 133. hui9, patet ergo ꝓpositũ, & licet hoc q̃d hic ꝓponit nõ uideat penitus uniuersale quantũ ad quælibet pũcta data, & quaslibet lineas datas, ad quarũ ꝓportionẽ fieri debeat ipsius basis ꝓportio, nos tñ hoc ꝓposito theoremate nisi modo couenienti & possibili in sequẽtibus utemur.

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



VNiuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis, in hoc secundo libro, ut præmisimus, uniuersali actioni sensibilium formarũ quædam præambula naturalia præmittentes, de modo proiectiõis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium super diuersas figuras corporum, & de proiectione umbrarũ, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggrediamur tractatum, ut de ijs sine quibus sermonem uisibilium formarũ aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodũ patebit, quæ uero præmittimus, ut nota sensui sunt ista.

DIFFINITIONES.

Corpus luminosum, dicitur omne corpus q̃d est sui luminis diffusiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet transitus. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit secundã, sicut lux intrans domum per fenestrã, & illuminans domum residuam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux secunda. Lux minima dicitur, quæ si diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminosa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffusio formarũ. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius basis est in superficie corporis suam formã diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuscunq;. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

Petimus autem hæc, ut per se sensui nota, lucem compressam fortiorem esse luce dis-

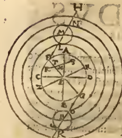
 gregata

gregata. Item lucē fortiorē uehementius illuminare,& longius se diffundere. Item in absentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itē aliquā umbram in sui termino acui,& ad punctum terminari. Item lucem ad omnē positionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranseuntem illarum coloribus colorari, ut patet de luce transeunte uitrias fenestras, quæ illorum uitrorum coloribus informantur, secum formas illorum colorū super obiecta corpora deferendo. Item q natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

THEOREMA I.

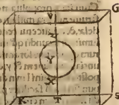
Radij quorumcunq; luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur.

Hoc qd hic proponitur, nō demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari, diuersitas tamen antiquorum ad hoc probandū pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uero utimur isto qd hic subscribimus, q regularius huic ꝓposito credimus cōuenire. Assumatur itaq; uas æneum rotundum conuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo oræ eius sit æqualis latitudini duorū digitorum perpendicularis super basem uasis, & in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimū rotundū columnare, cuius lōgitudo sit æqualis latitudini trium digitorum, latitudo uero eius sit minor uno digito, & ponatur hoc uas secundū sui puncta media in tornatorio, & torneatur quousq; periferia eius sit intrinsecus & extrinsecus ueræ rotunditatis, & adæquentur planæ superficies ipsius, & corpus columnare qd est in medio dorsi, fiat rotundum. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duo diametri orthogonaliter se secantes, quæ sint a b & c d: palam, quū illæ diametri transeunt per centrum circuli fundi q sit e, deinde signetur in basi oræ istius uasis, qui est circulus a c d, in distantia extremitatis alterius diametrorum productarū, ut diameter a b secundū latitudinem unius digiti punctū qd sit f, & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e, quæ sit f g, & à duobus terminis istius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinseca superficie oræ uasis, quæ necessario erunt perpendiculares super superficiem fundi laminæ, ideo, q superficies oræ, in qua perpendiculares istæ producantur, sunt erectæ sup superficiem fundi, ut patet supra. Illæ quoq; perpendiculares sint f h & g k, & in altera istarum linearū ut in f h signentur tria puncta æquedistantia secundū quantitatem medietatis grani hordei, quæ sint l m n, quorum primū qd est l sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, à quo distet per quantitatē medietatis grani hordei, & deinde reducatur uas ad tornatoriū, & signentur in ipso tres circuli æquedistantes, transeuntes per illa tria puncta l m n, qui circuli diuident lineam g k, istæ diuisæ lineæ quæ est f h oppositam proportionaliter prius diuisæ per 17. undecimi, sintq; diuisiones lineæ g k puncta o p q, & fient in unoquoq; istorū trium circulorum duo puncta opposita, quæ sunt extremitates alicuius diametri illorū circulorum in puncto diuisionis lineæ f h, qd est punctum l, opponitur in linea g k puncto o, & fit linea l o diameter circuli æquedistantis circulo a b c d. & similiter linea m p fit diameter alterius circuli, & linea n q fit diameter circuli tertij, diuidatur itaq; medius istorū circulorum in 360. partes, & si possibile fuerit per minuta, deinde super lineam f h alteram duarum linearū ꝑpendicularū quæ sunt f h & g k punctū medium qd est m, ꝑforetur foramen rotundū, & sit medietas diametri foraminis secundū quantitatem distantiæ circulorum quæ est linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos, & medius circulorum diuidet circulum foraminis per æqualia, qm̄ transit per centrum foraminis. Deinde accipiatur lamina ænea plana aliquantulū spissa, & sit eius spissitudo sicut horæ ipsius instrumenti, & eius longitudo sit duorū digitorum sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit æquedistantiū superficierum, planeturq; adeo, ut cōmunis sectio superficierum suæ latitudinis & spissitudinis sit linea recta, quæ sit e s, diuidaturq; in duo æqualia per 10. primi, &



ab

ab eius medio puncto qd' sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quae sit t u, & haec, ut patet ex praemissis & per 29. primi, necessario aequedistabit ambabus lineis longitudinis, diuidens superficiem tabulae per aequalia, & in hac linea perpendiculari quae est t u, & à parte lineae r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta aequaliter distantia ab inuicem secundũ quantitatem medietatis grani hordei quae sint x y z, & à medio istorũ punctoꝝ quae est y perforetur lamina foramine rotundo, sicq; foraminis periferia ad alia duo puncta ꝑtingat, eritq; hoc foramen aequale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo aequalia diuidatur semidiameter uasis fundi quae est f e, cuius extremitati in hora uasis superstat una lineaꝝ ꝑpendiculariũ quae est f h, sitq; punctus diuisionis t, & ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis sup eãdem diametrũ quae sit k t s, deinde ponatur basis paruae laminae super hanc lineã, donec linea quae est differentia cõmunis latitudinis & profunditatis laminae quae est r t s, supponitur lineae isti ꝑpendiculari ductae super diametrũ quae similiter est r t s, sitq; punctus diuidens lineã laminae, quae est cõmunis differentia superficieꝝ latitudinis & profunditatis, qui est punctus t, superpositus puncto t, signato in linea f e semidiametro uasis, deinde consolidaĩ parua lamina fundo uasis, erit quoq; tunc foramen x y z qđ est in parua lamina, quae est r u s, directe oppositum foramen l m a, quae est in uasis ora, & erit linea recta m y, copulans centra istoꝝ foraminum in superficie circuli medij trium circuloꝝ prius signatorũ, cuius diameter est linea m p, eritq; linea m y aequedistans diametro uasis quae est f e, deinde resecetur exora uasis pars interiacens duos diametros orthogonaliter se secantes, quae sit pars 4. proxime sequens quartã illam in qua est foramen, cui foramen laminae opponitur, & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d, & planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis, & ducta 4. circuli quae sit a d, secundũ quantitatem circuli horae diuidatur per 90. grad. & diuidantur grad. in minuta, & isti uasi taliter informato & figurato, deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipiĩ regula aenea quadrangula, cuius longitudo sit unius cubiti, & sint 4. superficies ipsam continentis latitudinis duorũ digitoꝝ, & adaequatur superficies eius, donec fiant aequales rectangulae. Deinde in medio puncto longitudinis regulae, & in medio alicuius illarũ superficieꝝ fiat foramen rotundũ, cuius amplitudo sit capax corpis, qđ est in dorso instrumenti, & sit foramen perpendiculare super superficiẽ regulae transiens ad aliam partem superficiei oppositae, fiatq; taliter ꝙ reuoluatur in ipso instrumentũ non leui reuolutiõe, ponaturq; instrumentũ super regulam immisso corpore, ꝙ est in eius dorso in foramen regulae, donec superficies instrumenti coniungatur superficie regulae, eritq; longitudo regulae aequalis diametro instrumenti, fiantq; duae pinnulae latitudinis & spissitudinis regulae, sed longitudinis plusq; unius digiti, quae consolidentur super extremitates regulae, ita, ꝙ ipsorũ praeeminentia super extremitates regulae sit unius digiti, uel parum plus, uel minus, & pinnulae illae consolidatae sint sup superficiem regulae non perforatã, & quia latitudo regulae est duorũ digitoꝝ, altitudo uero corporis in dorso instrumenti est trium digitoꝝ, ille tertius digitus quo corpus pinni et regulae perforetur, sicut in astrolabio, & imittaĩ cuspis continens regulã cum instrumento. Deinde assumatur alia regula aenea, cuius latitudo sit dupla suae spissitudini, spissitudo uero sit aequalis diametro foraminis qđ est in ora instrumenti, & longitudo eius sit aequalis medietati cubiti, fiatq; haec regula recta & uera, & eius superficies aequales & aequedistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique, donec finis longitudinis eius cõtinuat cum tertio latitudinis angulum acutũ, ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo aequalia, & à puncto sectionis ducatur linea aequedistans lineis longitudinis quae erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29. primi. Cum itaq; haec regula





gula fuerit superposita superficiei fundi instrumenti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundum instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumenti, tunc eius superior superficies in superficie circuli medij trium circulorum in ora instrumenti protractorum, cuius diameter est linea m p, ideo, quia spissitudo regulæ est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ est n l, est æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiẽ planam instrumenti, quæ est linea m f, cui adiacet linea spissitudinis regulæ æqualis ipsi. Cum itaq; propositam conclusionẽ experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumentũ præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuicunq;, uel etiam candelæ, & applicetur centrũ foraminis instrumenti qđ est punctũ m, opposito corporis luminosi secundũ qđ melius fuerit possibile, transibitq; radius luminosus centra amborum oppositorum foraminũ unius in ora instrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia, quæ sunt m & y, describeturq; circulus luminosus ex parte horæ instrumenti opposito foramini l m n directe per diametrũ m p, eritq; centrum illius circuli luminosi in puncto p. qđ faciliter patere potest, si à puncto p ad utranq; partem periferiæ circuli medij illorum trium circulorũ, secundũ gradus & minuta diuisi, partes interiacentes luminosi circuli periferiã computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, est ergo punctum p centrum illius circuli luminosi, linea itaq; m p, secundũ quã incidit radius, transiens per centrũ circuli utriusq; foraminis, & per centrũ circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorũ trium circulorum, & est diameter illius circuli, est ergo linea recta. & si aliqđ corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumen solis uel alterius corporis transiẽs per illud corpus, postmodum incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmissarum suppositionũ, circa punctum p in ora instrumenti describet circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtũ cum lumine diffudit formã suam secundũ lineas rectas, sicut & ipsum lumen: patet ergo, φ radij quorumcunq; luminum & multiplicatiões formarum secundũ lineas rectas ꝓtenduntur, & hoc est ꝓpositum.

II.

Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.

Sit linea ꝓporionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mundi diameter, quæ sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a. si ergo dicatur, φ lumen in tempore defertur per lineam a b c d, & non in instanti, ergo in parte illius temporis defertur per lineam a b, & in minimo tẽpore sensibili feretur per minimã partem sensibilẽ lineæ a b, quoniã si in tempore sensibili feretur per spaciũ insensibile, contingeret spacium sensibile ex insensibilibus componi, sicut tempus mensuratũ post illud spaciũ compositũ ex temporibus sensibilibus in suis partibus feretur, ergo in tempore minimo sensibili per minimũ spacium sensibile, sed in eodem tempore feretur per idem spacium forma luminosi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoso, qm̃ minimo spacio sensibili non est aliqđ spaciũ sensibile minus, etiã minimo tempore sensibili non est aliqđ sensibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, φ est impossibile, qm̃ implicantur contradictoria, est ergo impossibile lumen in tẽpore per ꝓportionatũ sibi mediũ diffundi, necesse est ergo φ illa diffusio fiat in instanti, qđ est ꝓpositum. Ad hoc etiam aliquæ deseruiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

III.

Omnis linea quà peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositũ, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda.

Lux enim non procedit nisi à corpore, qm̃ non est nisi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ sumi potest, est latitudo: qm̃ minimã lucem dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uisibilis, sed utraq; pars extinguetur,

quia

quia neutra pars eius erit lux, neque apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secundũ quã fit diffusio luminis, aliqua latitudo, ꝑpter quã inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginalis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquedistantes erunt, & q̃m lux minima ꝓcedit ad minimã corporis partem quam lux occupare potest, necesse est, ꝙ ꝓcessus eius sit secundũ lineam mathematicã, quæ est in medio lineæ sensibilis, & secundũ lineas extremas æquedistãtes lineæ mediæ, neque cadit lux minima in punctum mathematicũ corporis oppositi, sed in punctum sensibilem correspondentẽ omnibus prædictis mathematicis indiuisibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipsius lineæ possunt terminari, & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in processu.

IIII.

Corpora diafona sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui trasmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris se penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa. Sed fit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per primã huius, quaꝝ aliquæ sunt æquedistãtes, aliquæ secantes se, & quædã diuersi situs, & omnium istarũ lineaꝝ distinctio fit per distinctũ situm corporis luminosi, à quo fit diffusio illius lucis uel coloris. Formæ itaque lucis & coloris extensæ à coloribus diuersis in eodem diafono, extenduntur quælibet ipsaꝝ secundũ lineam rectam, & pertransibunt ad corpora opposita. Corpus uero diafonũ non tingitur per luces uel colores, sed solum penetratur, neque enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt suas formas, neque tinguntur per luces & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris post recessum lucis uel coloris ab ipsaꝝ oppositione, nõ ergo transmutantur illa corpora essentiali transmutatione per luces & colores, quod est propositum.

V.

Luces & colores in corporibus diafonis non admiscentur adinuicem, sed penetrant distincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ causã, ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter distinctæ, & sint omnes oppositæ uni foramini pertranseunti ad locum obscurũ, & opponatur foramini in loco obscuro aliqđ corpus non diafonũ, Luces itaque candelaꝝ apparent super illud corpus distinctè secundũ numerũ candelaꝝ, & quælibet illarũ apparet opposita uni candelæ secundũ lineam rectam transeunte per foramẽ & per medium luminis lumen candelæ, & si cooperiatur una candela, destruetur unum lumen oppositũ illi candelæ tantũ, & discooperta candela, reuertitur lumen: palam itaque, ꝙ luces in medio foraminis, ubi se intersecant omnes uel plures in puncto uno, non admiscentur in eodem puncto, sed sunt distinctæ per sui ipsaꝝ essentias, & ob hoc cum ulterius ꝓtenduntur, tunc secundũ locoꝝ, quibus incidunt, diuersitatẽ localiter distinguuntur, & q̃m lux res coloratas pertransiẽs, illarũ coloribus coloratur, ut suppositũ est: palã, si lumen penetrat distinctũ & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti, patet ergo propositum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totũ corpus luminosum, est sicut determinatæ partis uirtutis ad partẽ corporis sibi ꝓportionabilẽ.

Sit corpus aliqđ luminosum a b. Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b, est sicut ꝓportio partis uirtutis q̃ est a, ad partem corporis quæ est a. Si enim nõ est istorũ eadem ꝓportio, aut ergo maior aut minor: sit primũ maior, & sit uirtus totius corporis a b signata per lineam g d, sitque g uirtus partis corporis quæ est a & d, sit uirtus partis corporis quæ est b: quæ est ergo ꝓportio g ad a, eadem est d ad b, ergo per 18. quinti erit coniunctim g d ad a b, sicut g ad a. Si ergo ꝓportio g ad a est maior ꝓportione g d ad a b, erit

A B

G D

erit quoque maior ꝓportio g d ad a b, quàm g d ad a b, quod est impossibile, non enim potuerint esse unius rei ad aliam duæ ꝓportiones, quarũ una maior alia, idem quoque accidit impossibile danti, quod minor sit ꝓportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ est a, quæ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est ꝓportio g ad a quàm g d ad a b, & quæ est g ad a, eadem est d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim ꝓportio totius uirtutis, quæ est g d, ad corpus a b minor ꝓportione g d ad a b, quod est impossibile, est ergo ꝓportio g ad a, sicut g d ad a b, & hoc est ꝓpositum, & est uniuersale, nisi forte aliquid conferat unio uirtuti, quoniam uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa: unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisæ à toto agunt in ipso toto non actualiter distinctæ, cum enim distinctæ sunt à toto, tunc non sunt partes, quia nomen partis, id quod dicit signat potentiã non actum, & de hoc completius in alijs sermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundum formam uel situm in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, est semper actio æqualis & uniformis.

Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus a, & sit corpus æquale & omogeneũ eidem oppositũ b g, & sit impressio uirtutis a in b g corpora signata per c. Dico quod a semper imprimit in corpus b g impressionem c, quæ est semper æqualis sibiipsi & uniformis. Si enim detur quod a quandoque imprimit in b g impressionem quæ est c, quandoque uero nõ imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d, tunc cum corpus obiectum sit omogeneũ & uniforme, erit diuersitas impressionis non à corpore b g patiente, sed à uirtute a diuersificata in se, hoc autem est impossibile, cum corpus luminosum positũ sit intransmutabile secundum formam & situm, est ergo ipsius actio semper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, & hoc est ꝓpositum.

VIII.

Necesse est terminũ lõgitudinis cuiuslibet umbræ radiũ lumiosum esse.

Quod hic ꝓponitur, satis patet per præmissa principia, quoniam enim per tertiam suppositionem solum in absentia luminis fit umbra, & p 4. suppositionẽ in allatione luminis umbra deficit, tunc necessario oportet in tanto spacio umbram causari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum sit linea, patet quod oportet, ut illa linea sit luminosa, est ergo illa linea radius luminosus per diffinitionem radij, patet ergo ꝓpositum.

IX.

A terminis æquedistantium altitudinum corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi bassioris productæ lineæ, concurrentes sunt suis altitudinibus proportionales, ex quo patet, quod eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proijcit umbram quàm ex lumine altiori.

Sit altitudo corporis umbrosi cuiuscunque linea a b, & sit altitudo alia illi æquedistãs ipsius corporis luminosi, quæ sit d e, sitque linea d e maior quàm linea a b, ꝓducanturque lineæ e b & d a, quæ ꝓtractæ concurrant ad aliquã partem in puncto g per 2. primi huius. Dico quod erit ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, & linea g a ad lineã g d, sicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquedistat lineæ d e ex hypothesi: palam ergo per 29. primi, quoniam angulus g b a est æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoque b g a cõmunis est ambobus trigonis d g e & a g b, ergo per 4. sexti est ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, sicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit econtrario ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, sicut li-

cut lineæ e d ad lineam a b: palam ergo est propositum, quoniã eodem modo demonstrari potest de lineis g a & g d, & ex hoc patet, quõ eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proijcit umbram quàm ex lumine altiori. Esto enim quod aliquod corpus luminosum sit in puncto h, cadatque radius h a in punctum lineæ e g, quod sit k, eritque per præmissum modum proportio e k ad b k, sicut h e ad a b, sed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b est minor quàm d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k est minor quàm e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k respectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, quod umbræ lunares semper sunt lõgiores quàm umbræ solares, & ita de alijs corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunque, patet ergo propositum.

X.

Omnem radium luminosum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.

Remaneat totalis dispositio proximæ præcedentis, & sit punctus g finis umbræ, qua utique, ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius luminosus. Dico quod ille radius terminans umbram est linea recta, ut est in proposita figura linea d a g, si enim non est recta linea d a g, tunc d a linea sit recta per primam huius, ideo, quod nullam habet causam impedimenti in progressu, & linea a g similiter est recta per idem, coniungitur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a: subtendatur illi ergo angulo utcunque contingat basis à punctis d & g, & sit linea d u g recta, & protrahatur uel abscindatur linea a b, trigonum itaque e d b g diuiditur per lineã d u æquedistantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ g e ad lineam g u, sicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmissam est proportio lineæ g e ad lineam b g, sicut lineæ d e ad lineam b a, est ergo per 11. quinti eadem proportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, quod est contra 8. quinti, & impossibile, ad minorẽ enim maior, & ad maiorem minor est proportio, uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori per 9. quinti, hoc autẽ est impossibile. Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta, quod est propositum.

XI.

Omnia corpora densa non diafona in partem luminoso corpori aduersam umbrã proijciũt usque ad incidentiã radij per rei densæ uerticẽ producti.

Quia enim in corporibus densis nõ diafonis natura diafoneitatis & transparentiæ est impedita per admixtionẽ corporũ opacorum terreorum, sunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, necesse est ergo, ut transitum luminis impediant, ergo per petitionem in absentia luminis umbrositatem efficiunt in ea parte, in qua per ipsas luminis excessus impeditur, hoc autem est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autem aliquod talium umbrosorum corporũ, cuius altitudo ab horizonte sit a b, & eius uertex a, & sit corpus luminosum altius quàm linea a b, cuius aliquis supremus punctus sit d, radij itaque in tota linea a b incidentes, impediuntur à transitu propter corporis opacitatem, cadat uero radius d c proximus sup radiũ d a, hic ergo radius, quia non impeditur, transit ultra corpus a b, in sua ergo incidentia quæ sit c affert lumẽ, deficit ergo umbra, & patet propositum.

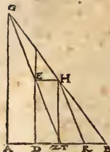
XII.

Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit supremus punctus corporis luminosi g, quod sit altius duobus corporibus umbrosis, cuius altitudo à superficie horizontis sit linea a g, sintque duorum corporum umbrosorũ æquales altitudines erectæ sup lineam a b, productam in ipsa superficie horizontis quæ

 sint

sint d e & z h, quarum d e sit propinquior corpori luminoso a g & z h remotiore, ducaturque per uerticẽ corporis d e radius g e t, qui erit linea una p 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaque per præmissam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico quod umbra d e t est minor quàm umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquedistans lineæ e t p 31. primi, quæ sit h k; palamque per 2. primi huius, quoniã linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquedistans quæ est linea e t, & quoniã lineæ h b & e t concurrũt in puncto g supremo puncto corporis luminosi, cadet ergo punctũ k p 2. & p 14. primi huius inter duo pũcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ p 33. primi ex hypothesi æqualis & æquedistans erit lineæ d z. Sed p 34. primi lineæ e h & t k sunt æquales, lineæ ergo t k & d z sunt æquales, addita ergo linea z t, utrobique erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo p primam sexti umbra z h k est æqualis umbræ d e t, quoniã sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi, sed umbra z h k est minor quàm umbra z h b, quoniam est pars eius, ergo & umbra d e t est minor quàm umbra z h b, patet ergo propositum.



XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, infixæ superficiei corpori densi nulla est, eleuatæ uero est linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per suppositionẽ 3. in absentia luminis fit umbra, tunc patet, quod si lineã mathematicam naturalis corporis superficiei infixam, accidit luminoso corpori ppendiculariter offerri, non impeditur, nisi unita linea radialis à transitu cum alijs lineis radialibus quæ transeunt ad superficiem illius corporis, nulla uero aliarum linearum radialiũ impeditur propter obiectũ illius lineæ, alias enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea ppendiculari ipsis obiecta in uno puncto cõcurrere, quod est impossibile, quia indiuisibilia in nullo se excedunt. Cum autẽ radius non sit aliud quàm linea luminosa, ut patet per diffinitionem, palam, quod radius ad modũ lineæ incidit superficiei corporis secundum punctum, ergo & impedit secundũ punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. suppositionẽ, quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secundũ punctum, palam quod non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur super densi corporis superficiem, ubicunque sub linea ponatur densa superficies, umbra inuenitur: & si per diuersa puncta fiat descensus, palam, quia umbra proijcitur linearis, eo, quod intra quælibet duo puncta est lineam mediam ducere, apparet autem semp punctualis in concursu sui cum superficie corporis densi, quia ibi solũ cum umbra densitatis superficiei commiscetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra superficiei planæ cuiuscunque figuræ perpendicularis super superficiem corporis luminosi infixæ, corpori denso nulla est, eleuatæ uero est superficialis, sed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentẽ, ad quodlibet enim punctũ lineæ terminantis quãcunque datam superficiẽ corpori luminoso ppendiculariter oppositam, contingit ducere lineam p pendiculariter oppositam corpori luminoso. Vmbra ergo cuiuslibet illarum linearum superficie ꝑposita existente infixa corpori denso, nulla est, ergo neque umbra totius superficiei fit aliqua eleuata nisi superficie opposita ab illo denso corpore, umbra cuiuslibet illarum linearum p præcedentẽ ꝑpositionem est punctualis, aggregata uero talia puncta, uidentur lineam constituere, apparet ergo umbrã superficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & quoniam superficies circulares ex suis diametris ex alijs ppendiculariter super corpus luminosum ꝑductis, non accipiunt nisi puncta umbrarum, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transitũ rectæ lineæ ipsarũ umbra linearis recta, non enim causant umbræ à figura quorũlibet obiectarum, nisi secundũ quod transitus luminis impeditur, cuiuscunque

cuncp ergo figuræ fuerit ,ꝓposita superficies,umbra apparens semp erit superficialis, uidebitur autem linearis ,ꝓpter præmissas causas,patet ergo propositum.

XV.

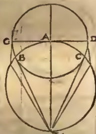
Omnis corporis densi,cuius æqualis uel amplior est basis contraposita sibi superficie perpendiculariter corpori luminoso opposito infixi corpori denso,umbra nulla est,eleuati uero est corporalis,uidetur aũt superficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda,uel aliud corpus,cuius basis sit æqualis uel amplior supficie illius eiusdẽ corporis contraposita ipsi basi,si ipsius corporis superficies terminetur ad unum punctũ,ut est in pyramide,ꝙ infigatur supficiei alicuius corporis solidi,& perpendiculariter opponatur corpori luminoso,dico ꝙ uerum est qđ ꝓponebat. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus,cuius basis sit æqualis superficiei contrapositæ basi,& aduersæ corpori luminoso ,patet , qm̃ radij luminosi ex omni parte secundũ lineas longitudinis perueniunt ad basem,nulla ergo fit umbra,& idem patet,si illud corpus sit pyramidale,uel si basis sit maior sibi contraposita supficie aduersi corporis luminosi , tunc enim lumen nullatenus impeditur, ꝙ tñ accideret,si superficies aduersa corpori luminoso esset amplior ipsa basi corporis umbrosi,tunc enim impedito transitu luminis causaretur umbra. Sed quacunꝙ figura corporis existente,si ipsum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum,apparebit umbra superficialis:superficies enim secantes corpus,& ꝑpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes,umbram constituunt linearem per præmissam,& quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur,lineæ uero tales cõiunctæ superficiem constituunt,palam,omnis corporis sic dispositi umbram superficialẽ apparere,erit autẽ illa umbra necessario corporalis,quoniã erit dimensionata dimensionibus corporis,qđ potest declarari ut prius,patet ergo propositum.

XVI.

Longior radius ad sphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotũdarum perueniens,quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphæræ uel columnæ uel pyramidis rotũdæ,qui d g,cuius centrum sit punctum a,& diameter g d,& qm̃ lumen ad omnem differentiã positiõis se diffundit,sicut patet ꝑ 6.suppositionẽ,sit punctum corporis luminosi z,cuius lumen se diffundit sup circulum d g,ducaturꝙ linea z a à puncto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli,& secundũ diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b,& copulentur radij z e,z b. Dico ꝙ radij z e & z b sunt contingentes sphæram,uel aliud aliorum corpoꝝ,& ꝙ nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire:ducantur enim à centro circuli g d, qđ est punctum a , ad puncta sectionum b & e,lineæ a e & a b,palam ergo ꝑ 30.tertij,q̃niam duo anguli z e a & z b a sunt recti,ergo per 15. tertij patet, ꝙ lineæ z e & z b contingunt circulum g d,ꝓductæ ergo non secabunt circulum g d:sunt itaꝙ lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur ,ꝙ aliqui longiores radij duci possunt à puncto z ad illa corpora,patet per 8.tertij,ꝙ illæ nõ cadent in arcum e b,ipsæ ergo productæ secabunt lineas z e & z b prius ꝗ ꝑueniant ad arcus e g uel b d,duæ itaꝙ lineæ rectæ includent superficiem,qđ est impossibile,& hoc quidem nõ solum demõstrabile est in corporibus illuminandis,sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis,quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens,patet ergo ꝓpositum.

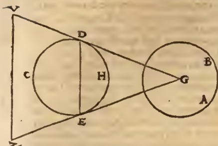


XVII.

Impossibile est,ut lumen egrediens à corpore luminoso,egrediatur tantum à centro corporis luminosi,ex quo patet,ꝙ necesse est à quolibet pun-

cto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.

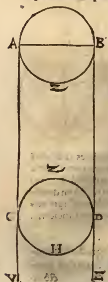
Si enim dicatur ꝙ radij luminosi tantum egrediuntur à centro corporis luminosi, sit corpus luminosum circulus a b, cuius centrum g, sitq́ corpus illuminatũ circulus d e, à centro g corporis luminosi egrediuntur duo radij longissimi, qui possunt ab illo pũcto a corpori illuminando incidere, qui p præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quæ sint g d u, g e z, & puncta contactuũ quæ sint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquedistanter ducatur linea u z, p 31. primi, erit ꝙ pars corporis illuminati super quã cadit lumen pars d h e, & pars obscura super quã nõ cadit lumẽ, quæ d c e, & quia pars supra quã non cadit radius, non illuminatur, ergo ps contenta sub terminis u d c p e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquedistãtes: sunt itaq; per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e est cõmunis ambobus trigonis, est ergo p 4. sexti pportio lineæ g e ad lineam g z, sicut lineæ d e ad lineam u z, sed linea z g est maior ꝙ linea e g, ergo linea u z est maior ꝙ linea d e, umbra ergo corpoꝝ omniũ cuiuscunq; sint pportionis ipsarũ diametri ad diametros corporis luminosi semper est maior corpore umbroso, & semper augmẽtatur secundũ modum ꝙ elongãtur ultra corpus umbrosum, cuius contrariũ notũ est sensui. Vnde fuit suppositũ in principio aliquã umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo est ppositum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solum à centro, ut ostendimus, manifestum est corollariũ, quoniã à quolibet puncto superficiei corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminosum secundũ qđ huius unigeneum est, unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, patet ergo propositum.



XVIII.

Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquedistanter corpori illuminando incidentes.

Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur euidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b, & corpus illuminatũ d g, & pducantur à corpe luminosi duo radij lõgiores, q per 16. huius erũt duæ lineæ cõtingentes fines corporis g d, quæ sint a g e & b d h, & sint æq̃distantes ex hypothesi, pars ꝙ illuminata super quã cadit lumẽ sit g z d, & pars sup quã cadit umbra sit g h d, umbra ergo cõtinetur à duabus lineis e g & d u, quæ sint æq̃distãtes. Si ergo unicuiq; corpori illuminãdo correspõdeat æqualis sibi pars corporis illuminãtis, tũc eni solũ secundũ lineas æquedistantes radij incident per 33. primi, patet ergo, ꝙ omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ, igitur nõ augebitur umbra, neq; minuetur, sed ptendetur super in infinitum, qđ est contra suppositionem, habet enim aliqua umbraꝝ terminũ acutum, est ergo hoc impossibile, oppositum est ergo necessarium, & hoc est, ppositum.



XIX.

Ois pũctus corporis luminosi eam partẽ corporis umbrosi illuminat, ad quã ab eodẽ pũcto rectas lineas possibile est

le est produci, ex quo patet, ꝙ unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus, non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illuminet, & non ab alia, non tamẽ ab uno puncto corporis luminosi ad q̃dlibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ ꝑduci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b, qd' contingat linea d g sup punctum a per 16. tertij, sitq; corpus illuminatum concauũ arcus e b, & secet ipsa linea d g super duo puncta z & h. Dico ꝙ possibile est omnẽ arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi, qm̃, ut patet, possibile est, ut ab omni pũcto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile p. 15. tertij, qm̃ inter lineam g d contingẽtem circulum a b aliquã lineam rectam intercipi est possibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctoꝝ illorum arcuũ ducatur ad punctum a, illa necessario secabit circulum, sicut linea u a secat circulũ a b in puncto t priusq; ꝑueniat ad punctum a, & similiter est de oĩbus lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctũ a ꝑductis, omnes enim secãt circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a priusq; ꝑueniant ad punctum a: radius itaq; exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z, sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, à quibus ad eosdem arcus recte possunt ꝑduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq; corporibus illuminantis, qm̃ si corpora concaua de quibus plus uidetur, ꝙ possint ab uno puncto illuminari, non illuminãtur ab uno puncto coporis luminosi, ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora sphærica, uel alia cõuexa, possunt ab uno puncto luminosi corpis illuminari, patet ergo ꝓpositũ & eius corollarium.

XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppositã superficiẽ duci potest, unica tantum linea perpendiculariter superficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

Quod enim lux cuiuslibet corporis luminosi diffundatur secundũ omnem lineã ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti ad omnem positionis differentiam, hoc patet per præmissam. Qd' autem unica tantũ lineaꝝ ab aliquo uno puncto corporis luminosi ꝑductarũ ad superficiem unam corporis oppositi sit perpẽdicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit superficiei sibi oppositæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto ꝑductæ, incidũt oblique, patet ergo ex hoc, ꝙ cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundũ pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in pũcto corporis luminosi & basi in superficie corporis obiecti, & hoc quidã instrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim transeunte foramen instrumenti, cuius centrum est punctũ m, & diffusio in ipso in partem oppositã oræ instrumenti secundum circulũ, cuius centrum est punctũ p, erit circulus p maior circulo m, qd' sensibiliter potest uideri. Computatis hinc inde partibus in ora instrumẽti, quæ interiacent periferias illorum circuloꝝ & centra, patet ergo ꝓpositum.

XXI.

Corporis umbrosi pars, cui à pluribus partibus corporis luminosi lumen

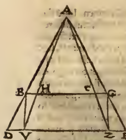
incidit, plus illuminatur, q̄ pars cui à paucioribus, ex quo patet unũquodqꝫ umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentẽ plus illuminari.

Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitqꝫ arcus sui concauitatate respiciens corpus illuminandũ qui a b g, diuisus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pũcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulũ linea i k, & in puncto a linea t h, sitqꝫ corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducatˀ quoqꝫ linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritqꝫ hæc ꝑpendicularis super lineam c z, cõtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæqꝫ igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, similiterqꝫ arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusqꝫ arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaqꝫ l illuminatˀ à tribus punctis corporis luminosi. s. punctis a b g, & totus arcus t i est cõmunis illuminationi trium punctoꝝ a b g, arcus uero c i est cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ a & b, arcus quoqꝫ z t est similiter cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ l & g, qm̄ est cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantũ ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatũ habet lumen, ꝙ arcus z t & c i habent duplum, & ꝙ arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineã ꝑpendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorũ arcuũ z t & c i est æqualis, qm̄ à totidẽ punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorũ uero amboꝝ illuminatio maior est illuminatione duorũ arcuum c h & z k, eritqꝫ semper ꝓportio excessus illuminationis secundũ numerum punctoꝝ corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaqꝫ ex ijs, qm̄ semper id qđ est ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, qđ est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namqꝫ plus luminis cadit, ꝙ à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corpoꝝ quocunqꝫ, exemplificauimus autem istũ in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ꝓpositum.

XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatũ sit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaqꝫ corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitqꝫ linea b g ꝓpinquior corpori luminoso in puncto a existenti q̄ corpus d e. Dico ꝙ corpus b g fortius illuminatur q̄ corpus d e; sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis q̃ sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaqꝫ lineæ u a & z a, hæc ergo secabunt lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primã sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniã basis b g est maior base h t, plus itaqꝫ luminis diffusum est in trigono a b g, q̄ in trigono a h t, in quolibet enim istorum trianguloꝝ puncto est lumen æqualiter diffusum

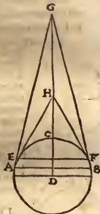


diffusum. Lumē ergo incidēs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat ꝙ corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, ꝓportio enim uirtutis luminis incidētis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor ꝓportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus u z per 8. quinti, qm̄ ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u c, est sicut ꝓportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientē ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionē factā in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ pueniente in lineam b g, ergo impressio perueniens à linea h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaq; ꝓpinquius corpori luminoso fortius illuminatur ꝙ remotius ab eodem, & hoc ēst propositum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoso incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi ꝙ puncto propinquiori.

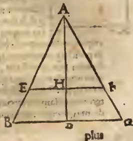
Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur ꝑpendicularis d g, in qua signent duo puncta g remotior, & h ꝓpinquior. Dico ꝙ puncto remotiori qui est g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi ꝙ ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctū h, erunt itaq; per 16. huius illi radij contingentis sphæram. Contingāt itaq; radij incidentes puncto g in pūctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphærā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, qm̄ puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaq; punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctū uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum, quoniā punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus a c b, & punctū h illuminabiť à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus e c k tamē, ꝓpter radiorum fortitudinē quæ sequūtur ipsoꝝ breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs ꝙ punctū g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radioꝝ multorū oblique incidentiū & debilium, sed in puncto propinquiori fortificabiť lux ex breuitate radij secundum quā à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



XXIIII.

Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminat ꝙ spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruam camerā fortius illuminat ꝙ domum uel cameram maiorē, potest tamē idem figuraliter demōstrari: Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnū, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaq; spacium totum b g secūdum has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaq; à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaq; linea e f, secet lineam perpendicularem quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniāt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in spacio e f quam in spacio b g, fortiores ergo fiunt cum sint uirtutis plus unitæ, magis ergo agunt quam in spacio b g, in quo sunt diffusiores, plus ergo illuminatur spacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, quam spacium maius illo, & hoc est propositum.

XXV.

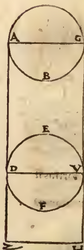
Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphærici luminosi, alicui diametro illius corporis æquedistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens superficiem corporis luminosi sphærici, cuius centrum sit punctum c. Dico quod linea a b æquedistat alicui diametrorum corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminosi, & super punctum c terminum lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, qui sit d c a, producta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquedistant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d est ducta à centro corporis luminosi, patet quod ipsa est pars diametri sphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet quod ipsa æquedistat lineæ a b, & hoc est propositum.

XXVI.

Diametro corporis luminosi sphærici existente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illuminatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protensa.

Esto corporis illuminantis diammeter a g, cuius pars aspiciens corpus illuminandum sit a b g, diameter uero corporis illuminandi sit d b æqualis ex hypothesi, & per præmissam æquedistans diametro a g, & superficies illuminata sit d e b. Dico quod d e b est medietas superficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaque diameter a g est æqualis & æquedistans diametro d u per hypothesim & per præmissam, palam quod radij a d & d u sunt æquedistantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum protracti nunquam concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantum medietas illuminatur; protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & est extensa intra lineas d z & u h, & est linea z h æqualis lineæ d u, portio itaque arcus d f u, quæ est medietas totius superficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propositum.



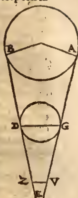
XXVII.

Diametro corporis luminosi sphærici existente maiore diametro corporis sphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminosum contentum circulo a b, & sit corpus umbrosum illuminandum contentum circulo g d & sit diametros a b maior diametro g d, & sint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij necessario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquedistabunt, necessarium ergo erit diametros a b & g d esse æquales, quod est contra hypothesim, concurrunt itaque in puncto e: patet ergo, quod radij a g & b d non transeunt terminos diametri circuli g & d: si enim non transeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e sunt duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32. primi, palam quod radij a e & b e non transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos contingunt superficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius sphærici

corpo-

corporis continet umbram, patet q̧ basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati, quod est propositum.

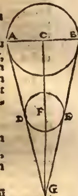


XXVIII.

Diametro corporis luminosi sphærici existente minore diametro corporis illuminandi sphærici minus medietate illuminatur, & est umbra multo maior corpe illuminato in infinitū ꝓtēsa.

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus sit a b, & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cōcurrēt itaq; radij g a & d b ultra corpus luminosum g d p præmissam diametrorū portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrū corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, qa si sic erunt ut in præmissa per 15. tertij trigoni a b c duo anguli recti, qd' est impossibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum ꝓtensa semper dilatatur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illā partem concurrere sit impossibile, patet q̧ umbra extendetur in infinitū, & hoc est qd' proponitur, & per hæc præmissa penitus similiter in columnis & pyramidibus potest demonstrari, idem enim in illis est demonstrandi modus.

XXIX.



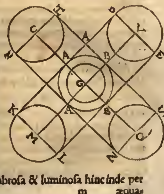
Superficiem planam super medium umbræ erectam corpus umbrosum & corpus luminosum per æqualia diuidere est necesse.

Sit corpus luminosum a b, cuius centrum e, & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f, sitq; pūctum in medio umbræ qd' sit g, & copuletur linea e f g, cadet itaq; linea f g in medio umbræ, superficies itaq; erecta super medium umbræ, necessario erit erecta super lineam g f, transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi, necessario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ ostensa sunt in principio huius, patet ergo propositum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse, ex quo patet tot esse umbras eiusdē umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

Sit corpus super qd' cadit lumen qđ continetur à circulo a b, cuius centrū est g, & sit unum corporū luminosorū cōtentum à circulo d e, cuius centrū aliud corpus luminosum contentum à circulo z b, cuius centrum est t, uidebit itaq; umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cum ergo aliqua superficies diuiserit corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia, illa necessario transibit per lineā u g m, secabit ergo per æqualia ipsam umbram, quia perpendiculariter erecta transit per ipsius corporis centrum qd' est pūctum g. Similiter q̄q; superficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b transit per lineam t g, ductā per centra illorum corporum, sed eadem pertransit centrum umbræ cōtentæ sub lineis a n & u s secundum punctū medium ipsius qui sit q, illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram ꝑ duo æqualia, & qm̄ superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde per



m æqua-

æqualia sunt diuisæ, patet quod secundum ipsas numerantur etiam & umbræ, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

XXXI.

Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbrescit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso propinquius illuminatur fortius corpore plus distante, patet quod umbra corporis propinquioris plus priuat luminis, radij quoque ipsam terminantes sunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbrescit, quoniã radij terminantes illas umbras sunt plus luminosi, propter quod etiam plus apparent umbræ in præsentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis, radij quoque continentes ipsam umbrã sunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbrescit, patet ergo propositum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unũ corpus umbrosum obiectũ pluribus corporibus luminosis, patet iam ergo per 30. huius, quoniã tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponunt luminosis corporibus. Si itaque accidat, ut umbræ se intersecent, dico quod umbra multiplicata plus umbrescit, quælibet enim umbrarũ aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanẽt in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra, ergo illa simplex profunditur aliquo lumine quod ad umbrã multiplicantẽ non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbrescit, quoniam plurimũ lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo propositum.

XXXIII.

Duo corpora, quorũ unum obumbrat reliquũ secundum sui medium in eadẽ superficie erecta, super corpus luminosum consistere necesse est: & si in eadem superficie propinqua adinuicem consistunt, unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.

Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniã enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens, erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ, umbra uero cadit super lumen corporis obumbrati, ergo oportet quod illud corpus obumbratũ secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi, ex hoc patet secunda pars præsentis theorematis, quoniam si duo corpora propinqua adinuicem secundũ sui partes medias in eadem superficie erecta super superficiem illuminosi corporis consistunt, unum reliquũ obumbrabit, quoniã remotius à lumine, quando fuerit propinquũ illi quod plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, quod est propinquius lumini, ut quando idẽ radius transiens uirtutem propinquioris, transit ad uerticem remotioris, uel punctũ aliquod, quod sit altius illo, patet ergo propositum.

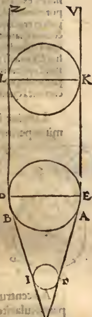
XXXIIII.

Aequedistantia linearum radialium, uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportione diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum, ex quo patet, quod lumen diffunditur uniformiter per aërem circumstantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & potest sic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminosum circulus a b, & una linearum radialiũ ab ipsa egredientiũ sit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, sit tunc una linea e u, & alia h z, & sint e u & h z æquedistantes, sitque corpus unum, cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi super quod cadit lumen positum inter duo a g & b g se contingentes, cuius maior circulus

sit

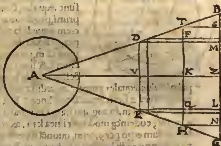
sit t i,& contingat ipsum linea b g in puncto i,& linea a g in puncto t,& corpus aliud æquale corpori luminoso,super qđ cadit lumen,sit positum inter duas lineas æquedistãtes e u & u z,illud corpus cõtingentes,cuius diameter sit k l,contingaturq; á linea e u in puncto k,& á linea b z in puncto l, umbra itaq; ,perueniens ex corpore t i minuitur & terminatur,& fit pyramidalis per 27.huius,ideo,quia radij contingentes corpus t i, q sunt a g,b g,concurrunt in puncto g,umbra ergo corporis t i continetur á duabus lineis l g & t g,& supficie corporis t i, quæ est á parte g, umbra ergo finitur apud punctũ g,umbra uero corporis k l ,ptensa inter lineas æquedistantes l z & k u,ut patet per 26. huius, non terminaĩ ad aliqđ punctũ,quoniã illæ lineæ cõtingentes umbram in infinitũ protractæ,non cõcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z,concurrent lineæ e u & b z, & uariabiť umbra ab ipsis prius cõtenta secundum diuersitatẽ ,pportionis diametrorum corporis t i,& corporis k l ad diametrũ corporis b a, & ex hoc patet,q; radij per se non sunt lineæ,neq; regulares,neq; irregulares, neq; æquedistantes,neq; concurrentes,sed accidit eis lineatio per respectũ ad corpora in quibus incidunt,& æquedistantia & concursus accidunt eis p proportionẽ diametro℞ corporum umbrosorũ ad diametros corporis luminosi:diffunditur ergo lumen uniformiter per totũ aërem circumstantem,ita,ut omnis punctus aëris,á quo possibile est produci lineam rectam ad aliquod punctũ corporis luminosi, illuminetur á lumine corporis luminosi,ut patet per 19.huius,patet ergo ,ppositum.



XXXV.

Radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes, secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt.

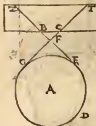
Esto ut á puncto medio corporis luminosi qđ sit a,egrediantur radij a b & a g æquales,copuletur quoq; basis b g,& ducatur linea d e secans trigonum a b g,erit medium sui lateris a g æquedistanter basi b g per 10.& 31.primi,,ptrahatur á puncto a linea a z ppendiculariter sup basim b g per 12.primi,quæ secet lineam d e in puncto u, diuidaturq; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10.primi,& linea d b in puncto t,ducaturq; linea h t,linea ergo h t erit æquedistans basi g l per 2.sexti,secabit ergo lineam u z per 2. primi huius,sit punctus sectionis k,ducantur item á punctis e d & h t lineæ perpendiculares super basem b g,quæ sint e l,d m, h n,t s,secabit quoq; perpendicularis e l lineam h t,sit punctus sectionis linearum d m & h t sit f,erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34.primi,patet ergo,q; linea h t est maior q̃ linea d e,quia itaq; trigona a u e & e h q sunt æquiangula per 29.primi,erunt per 4. sexti latera ipsorũ ,pportionabilia,quia ergo ut patet supra linea a e est maior q̃ linea e h,erit ergo lineæ e u maior q̃ linea h q.Sed linea h t est maior q̃ linea e d,ut præostensum est,ergo per 9.primi huius maior est proportio lineæ e b ad lineam e d,q̃ lineæ q h ad lineam h t,est enim ,pportio lineæ e u ad lineã e d,sicut lineæ h k ad lineam h t per 4.sexti,& per 16.& 18.quinti,sed linea h q est pars lineæ h k,ergo per 8. quinti minor est ,pportio h q ad h t q̃ h k & h t,minor est ergo proportio lineæ h q ad h t q̃ e u,eodemq; modo demonstrandum,q; lineæ g n ad lineã g b



minor est proportio q̄ lineæ h q ad lineam h t: excessus itaq; basis g b super basem h t est minor excessu basis h t super basem d c: & quanto bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tanto excessus remotiorū basium super bases uiciniores plus minuūtur, palam ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquedistantiam plus procedunt: & cum quantitas excessus basium sit quantitatis non sensibilis, tunc lineæ radiales erunt quasi æquedistantes, quoniā enim linea b g sensibiliter non excedit lineam h t, tunc erūt h g & t u radij quasi æquedistantes secundum sensum, & hoc est propositum: & forte ad istud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ semper ut potest approximat suæ perpendiculari, ꝑpter qđ radij omnium punctorū totius corporis luminosi semper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & sic constituunt pyramidē radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per fenestram super corpus oppositū solidum, erit luminis perimeter amplior perimetro fenestræ.



Esto corpus luminosum, cuius centrū a, & circulus magnus d e g, & sit diameter fenestræ b c, sitq; linea t z in superficie corpis solidi opposita lumini cui incidit radius, producant̄ q̄q; lineæ radiales tangētes periferiā fenestræ, quæ sint e b g c, hæ itaq; lineæ secabunt se in aliqua parte medij, sit punctus cōmunis sectionis f, & hæ lineæ productæ incidant superficiei corporis oppositi lumini, cadatq; linea e b in punctum z, & linea g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z est maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius est trigono b c f, & quoniā per omne punctum periferiæ fenestræ sic incidunt radij se secantes, ideo, q̄ à quolibet puncto corporis luminosi in totam fenestram fit missio luminis per 10. huius, palam, quoniā perimeter luminis incidentis corpori solido opposito fenestræ, est maior perimetro fenestræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpendiculariter incidente, lumen in superficie densi corporis æquedistante superficiei foraminis est uere circulare.

Sit circulus foraminis à b g d, cuius centrū e sit æquedistantis superficies solidi corporis f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpēdiculariter super superficiē a b g d circuli, in quocunq; itaq; pūcto lineæ e z, sit centrū corporis luminosi, dico quod lumen incidens superficiei f h k l, est uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam sunt æquales, & æquales angulos cōtinent cū linea e z per 8 primi, producatur itaq; linea z e ultra punctum e ad superficiem æquedistantē circulo foraminis, quæ est f h k l, incidetq; perpēdiculariter super illā per 14. undecimi, sit ut incidat in punctū m, producaturq; linea z b ad superficiē f h k l in punctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l, eruntq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25. primi huius æquales propter æquedistantiam superficierum & æqualitatē angulorū, tota ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducant̄ quoq; lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniā superficies f h k l, est circularis, & ipsa est ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestrā a b g d, quoniā de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio, patet ergo propositum.



XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoso oblique incidente superfi-

perficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ sectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie erecta super superficiem fenestræ, & super superficiem corporis substrati.

Esto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui sit superficies æquedistans h m k l, & sit f centrum corporis luminosi, sitq; primo ut linea f e oblique cadat super superficiẽ a b c d, hæc itaq; producta incidet superficiei h m k l similiter oblique propter æquedistantiam superficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq; in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli: sit itaq; angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtusus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a, per 13. secũdi, & quadratũ lineæ b f, est maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e p 12. secũdi, quadratũ uero lineæ b e, æquale est quadrato lineæ a e, quia sunt æquales semidiametri, & quadratũ lineæ f e, est cõmune, patet quod quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b est maior quàm linea k a, productisq; lineis f a & f b ad superficiem h m k l, si linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatisq; lineis l g, m g ad pũctum g, cui incidit radius transiens centrũ foraminis fenestræ, erit quoq; per 2. sexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq; illa rum proportio est ad inuicem, sicut lineæ g f ad lineam f e, est ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, sicut lineæ b e ad lineam e a, sed linea b e est æqualis lineæ e a, ergo linea l g est æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq; ad superficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam superficies in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circulum fenestræ, quoniã omnes aliæ superficies in quibus est linea f e, incidunt illi superficiei oblique, sic enim accipimus lineã a b, erit ergo superficies a f b erecta super superficiem circuli fenestræ, palam ergo quia angulus f c d est æqualis angulo f e c, est ergo p 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea h g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, sed & f g, est communis, quia linea h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineã f g, palam p 4. undecimi, q linea h g est perpendicularis super superficiẽ in qua sunt lineæ f g & m g, ergo p 18. undecimi, erit superficies h m k l erecta sup superficiẽ f m g, ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l, imaginetur ergo a pun cto g tertio axis, quæ est f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta super illum circulum & ipsa est obliqua super superficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l, patet ergo propositum. Et si superficies fenestræ circularis sit basis pyramidalis illuminatiõis ita quod centrũ corporis luminosi sit polus circuli fenestræ, & axis erectus sit sup superficie fenestræ, superficies uero solidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquedistãs superficiei fenestræ, adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis, qđ est præmisso modo demonstrandũ, ducta enim p 102. primi huius a pũcto l tertio longioris radij, q est f l superficie æquedistante superficiei fenestræ, patet p 100. primi huius quod illa superficies secabit pyramidem illuminationis secundũ circulum quæ sit l p q, ergo superficies h m k l secat ipsam secundũ pyramidalem sectionem, patet ergo propositum.



XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

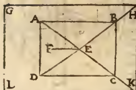
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt, patet q anguli radij secundum foraminum angularum dispositionem ipsis angulis incidentes se applicant æquedistantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius superficiei foraminis incidentis, retrahūt ergo se ab angularitate, & sic lumē superficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. huius à puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur super omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppositā superficiem duci potest: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipsi in quolibet puncto se intersecent, & radij inferiorum punctorū corporis luminosi in punctis linearum fenestræ alio radio superiorū punctorum secant & ultra, ptenduntur, & sic lumen hoc fenestram pertransiens rotundatur, qđ non ab eo accideret, si solum ab uno puncto luminosi corporis egrederentur radij fenestram penetrantes. patet ergo propositum.

XL.

Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumē superficiei corporis æquedistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatē aliquam accedens.

Sit centrū corpis luminosi e, & foramē quadratū sit a b c d, cuius puncto in eo qui sit f incidat perpendiculariter radius e f, sit hæc superficies corporis densi æquedistāti superficiei foraminis quæ est g h k l, dico quod lumē incidens illi superficiei erit figuræ quadratæ: fiunt enī duæ pyramides unam uerticem habentes pūctum e, quarum maioris basis est g h k l, minoris uero basis est a b c d, & earum bases sunt æquedistantes, sunt ergo similes per 99. primi huius, quia ergo basis a b c d, ex hypothesi est quadrata, patet quod & basis g h k l est quadrata, & est hoc propositum primū quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquā æquedistantiam accedunt, accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compressionē radiorū, uel propter ipsorum intersectionem in punctis linearum terminantiū fenestræ, ut diximus in præmissa, patet ergo propositum.



XLI.

Per mediū quadrati foraminis radio oblique incidente superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis æqualiter arcuatis.

Esto ut in præmissa centrū corporis luminosi punctū e, & periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio pūcto qui sit f, oblique incidat radius e f, sitq; supficies corporis densi substrati illi foramini quæ g h k l, cui similiter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in substrata superficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ superficies non sunt bases pyramidis illuminationis, sed solum secantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l, siue earum superficies æquedistāt siue non æquedistant, sunt figuræ altera parte longiores, quoniā illæ figuræ quæ secundum illa puncta quibus axis e f propositis superficiebus aliquæ incidūt pyramides, sunt a b c quadratæ, reliquæ uero obliquæ, secundū illa pūcta axi incidentes sunt ambæ altera parte longiores, patet ergo ppositum primū, & qm̄ ut patet per 35. huius radij longiores quasi ad aliquam æquedistantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, sicut & in duabus præmissis declaratum est, & hoc est propositum.

XLII.

Per medium secūdi diafoni densioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminosi super superficiē obiecti corporis semper penetrat irrefractus.

Huius ppositionis probati plus experientiæ instrumentorum innititur, quàm alteri demonstrationū, cum ergo quis experiri uoluerit modū fractionis radiorū luminosorum in medio secundi diafoni densioris primo, ut in aqua quæ est densior aëre, assumat

uas

uas rectarum orarum qualiscunq; uoluerit medietate uel figuræ,dum tamen sit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius sit non maior diametro instrumēti,ut faciendū præmisimus in prima huius, & planentur oræ illius uasis donec superficies per eius oras transiens sit æqualis plana, & ponatur in fundo uasis aliquod corpusculum coloratū uisibile numisma uel tres picta diuersi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, si aspiciens uisum ppendiculariter ,pie- cerit super medium numismatis,ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipsorū situm & partium ordinationem eo modo quo sunt secundum se ordinata si in aëre uiderentur, consideret ergo experimentator illum sui corporis sitū, siue sit stans siue sedens, & sui distantiam à base,& situm ipsius uasis,& omnia circūstantia:ponatur itaq; uas istud ple num aqua clara in loco, in quo splendet sol,& sistatur uas taliter ut superficies circūfe- rentiæ uasis sit æquedistans horizonti,hoc aūt patet perpēdi ex hoc,si superficies aquæ sit æquedistās periferiæ uasis.Deinde imponat instrumentū in hoc uas, ita quod pinnu læ super extremitates regulæ existentes superponat oræ uasis ex utraq; parte, tunc ergo medietas instrumenti cum tota regula erit intra uas , deinde auferatur aqua,donec su- perficies aquæ fecet centrū instrumenti,& reuoluat instrumentū in circuitu uasis donec oræ super aquam obumbrent alias sub aquam , & tunc retenta regula cū altera manuū reuoluatur instrumentum cū reliqua manu in circuitu sui centri,donec lumen solis per- transeat foramen l m n,quod est in ora instrumenti, & foramen laminæ quadratæ per- ueniat ad superficiem aquæ, quia lumen pertransiens foramen rotundū ampliatur sem per per 36.huius.Sistatur quoq; taliter instrumentū, ut lumen cadens super laminam se cundi foraminis quod est x y z,sitū habeat æqualē,& tunc experimētator reductis ma- nibus ab instrumento,secundū omnem sitū & modum quo prius aspexit numisma inspi ciat ad fundum aquæ ex parte quartæ instrumenti,cuius ora est abscisa,quæ est a d, in ueniet q; lumen pertransiens ex duabus foraminibus super superficiem oræ alterius, quæ est intra aquam , & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æque- distanter signatorum,aut addens super distantiam illorū circulorum modicum , et erit additio æqualis duobus lateribus circulorū, ex quo patet quod mediū punctum huius lu minis cadit in aliquod punctū medij circūferentiæ circuli illorum trium circulorū , ut in punctum p.Deinde acus ferrea uel lignum minutū in interiori parte foraminis oræ instrumenti applicata pertranseat medium foraminis diametraliter,& tunc inspicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppositæ,per undecimā huius diuides eā per æqualia.Deinde retrahatur acus donec acumen eius sit in medio foraminis , & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ est in superficie aquæ, & eius quæ est intra aquā , & uniuersaliter secūdū quā ,pportionē acus periferiā foraminis ut corda ascindit, secundum eandē ,pportionē umbra acus periferiam lucis in superficie aquæ & sub aqua existentis abscindit,acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ est in medio lucis intra aquam existentis , & quod punctus medius huius lucis exijt à puncto medio lucis in superficie aquæ existentis,& quod punctus medius huius lucis,erit à luce quæ est in centro foraminis superioris,lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in superficie aquæ existentis extenditur secundum rectitudinem lineæ re ctæ per 2. puncta m & y, quæ sunt centra amborum foraminū transeuntes , & huius li- nea est in superficie medij circuli trium circulorū,et est pars diametri illius circuli , quæ est m p,tamē sit æquedistans diametro circuli in base instrumenti existentis quæ est f e g punctus ergo qui est in medio lucis quæ est in superficie aquæ existentis , est in superfi- cie huius medij circuli ,sed & punctus p in medio lucis intra aquam existentis, est in cir- cunferentia medij circuli , hæc ergo duo puncta erūt in superficie medij circuli per pri- mam undecimi.Quod si lux quæ est in superficie aquæ non fuerit manifesta, mittatur regula minor in aquam,& superficies eius in aqua signata est linea diuidens superficiē eius latitudinis p æqualia supficiei, applicetur aquæ, ut fiat una superficies cū illa,& alia eius superficies applicetur superficiei basis instrumenti,palam ergo ex præmissis in pri ma huius, quia linea, quæ est in supficie regulæ in supficie medij circuli m & y centrum duorū

duorum foraminum transeuntis, apparebitq́ꝫ lux, quæ est in superficie aquæ super superficiem regulæ, & medium luminis lucis super lineam, quæ est in medio regulæ, & si acus fuerit posita super medium foraminis superioris, obumbrabitur linea, quæ est in medio regulæ, & si acumen acus ponatē super centrū foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ est super regulam, & ablata acu redibit lumen, sic ergo apparebit, lumen cadens super superficiem aquæ apparitione manifesta, & patebit quod lux incidens centro foraminis superioris, ipsa est super lineam transeuntem per centrum duorū foraminum, & quoniam superficies aquæ transit centrum instrumenti, & superficies regulæ est una cū superficie aquæ, superficies itaqꝫ regulæ transibit centrum instrumenti, erit ergo remotio, cētri lucis à centro instrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis super superficiē basis instrumenti, erit ergo centrum lucis, quæ est in superficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli, reuoluatur ergo regula, donec angulus ipsius acutus transeat per centrum instrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia sit in centro luminis, quod est intra aquam, acuitas ergo superior regulæ transibit centrum circuli medij & lucis quæ est in superficie aquæ, & erit illa linea semidiameter medij circuli, immittatur ergo acus lōga in aquā ita ut acumē ipsius sit in pūcto anguli regulæ. Secabit quoqꝫ umbra acus lucem, quæ est intra aquā, eritq́ꝫ umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ est in medio lucis, et sic fixo acumine acus, moueatur acus, umbra acus mutabit situm ad uniuersas partes lucis, umbra tamē acuminis nō mutata à medio lucis, ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis: idē quoqꝫ accidit in quocūqꝫ puncto lineæ, quæ est in superficie regulæ positum super acumen acus, ex quo patet quod lux existens in aliquo puncto lucis intra aquam, ꝓcedit à puncto sibi simili in luce quæ est in superficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ super aquam ad medium punctū lucis inter aquam ꝓtenditur radius secundum lineam rectam, quæ est medium regulæ: ex quo patet, quod transitus lucis per corpus aquæ est secundum lineas rectas per primam undecimi, & hoc est quod circa propositam propositionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio secūdi diafoni, quod est densius primo diafono fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori superficie diafoni secundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super superficiem corporis secūdi.

Experimētaliter etiam & hoc ꝓpositum theorema potest declarari. Opposito enim foramine superiori ipsius instrumenti oblique ipsi corpori solari, ita, ut radius oblique incidat ad oram instrumenti oppositā foramini, & pertractato per modum quo in præmissa centro lucis, quæ est intra aquam, signetur illud per puncturā ferri duri in superficie ipsa instrumenti, & inuenietur illud centrū non in linea g k ꝑpendiculariter erecta super g terminū diametri opposito lineæ f h, in qua est foramen oræ instrumenti, sed declinabit ab illa linea ad partem in qua est sol, eritq́ꝫ inter hoc centrū lucis & punctum p, qđ est cōmunis differentia lineæ g k, perpēdicularis super terminū diametri instrumenti, & circūferentiæ circuli medij transeuntis per m & y centra foraminū distantia sensibili, mutatur itaqꝫ regula in aquā, & applicetur superficiei laminæ, ita, ꝙ terminus latior regulæ sit supra diametrū laminæ, & moueatur regula quousqꝫ acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ quo ad sensum, erit itaqꝫ centrū lucis, qđ est intra aquam & inter acumen regulæ, & lineā g k perpendicularē super f g diametrū basis instrumenti, patet ergo ex hoc, ꝙ hæc refractio est ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiē aquæ. Hæc ita inuento signetur in circūferentia circuli medij trium signatoꝝ circulorū super punctū extremū perpendicularis exeuntis à centro eiusdem circuli perpendiculariter super superficiē aquæ signum fixum per ferri duri puncturā: & quia patuit per præmissam, ꝙ instrumento directe soli opposito & radio solis sibi perpendiculariter incidente, lux quæ ꝑuenit ad centrū lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundū rectitudinē lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrū medij circuli æquedistantis superficiei basis instrumen

strumenti,& est diameter illius,si huius linea fuerit imaginata extendi secundum rectitudinem intra aquam,donec perueniat ad oram instrumenti, tunc erit totaliter æquedistans diametro instrumenti,& perueniet ad lineā g k perpendicularem super diametrum f g,in interiore parte oræ instrumenti ductam, & qñ centrum lucis quæ nunc est intra aquam non est super illam lineam perpendicularem in ora instrumenti productam,tunc patet quod lux ostensa à medio lucis quæ est in superficie aquæ non extendit ad medium lucis,quæ est intra aquam,secundum rectitudinem lineæ transeuntis p centra duorum foraminum, sed refrangitur ab illo,declaratum est autem per primā huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quod est in superficie aquæ ad medium lucis,quæ est intra aquā,est ergo huius lucis reflexio ad superficiē aquæ,qđ est ꝓpositū.

XLIIII.

Per mediū secūdi diafoni rarioris primo radius ꝑpendiculariter incidens à cētro corpis luminosi sup superficiē corporis obiecti penetrat irrefractus.

Instrumentali similiter experientia propositū theorema potest declarari, assumantē ēm uitri clari uel cristalli, figuræ cubicæ frustū longitudinis duplæ diametri foraminis oræ instrumēti, & fiant planæ superficies eorū æquales & æquedistātes,& latera ipsorū sint recta & multum poliantur ,deinde signetur per sculpturam ferri duri in medio basis instrumenti linea recta transiens per centrum ipsius, quod est e, perpendiculariter super ipsius diametrum,quæ est f g, super cuius extremitates sint in ora instrumenti ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k,& producatur illa linea in utranque partem super ficiei circuli basis,& sit z e x, ponatur itaque unum uitrorum istorum super superficiem basis instrumenti,& applicetur unum laterum suorum perpendiculariter ductæ,quæ est z e x, taliter ut medium lateris uitri sit uere super punctum e centrum instrumenti, & sic totum corpus uitri ex parte foraminum sit inter foramina oræ & tabulæ,& inter centrū instrumenti quod est e, transit ergo ducta diameter instrumenti,quæ est f g, per mediū superficiei uitri superpositæ basi instrumenti , applicetur itaque uitrū basi instrumēti forti applicatiōe per bitumen firmum,taliter tamen quod possit auferri quādo placuerit,deinde ponatur super uitrum ultra primum,sed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua superficierū eius superficiei primi uitri, & applicetur basi instrumenti applicatione fixa.Deinde tertium uitrum applicetur secūdo, & adæquetur superficies eius cum duabus superficiebus laterū secūdi uitri,& applicetˀ basi instrumēti,& sic fiat de pluribus uitris quousque perueniatur intra ad aliam perpendicularem super superficiem basis instrumēti aut prope, scilicet uersus pūctum t,cum itaque intra fuerit applicata superficiei basis instrumenti secundum prædictum modum,palam quoniam præmissa diameter instrumenti,quæ est f g,transibit per medium omnium superficierum uitrorum superpositorum basi instrumenti.& altitudo omnium uitrorum est dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis est æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis super superficiem basis instrumenti,& super diametrum eius f g,unaquaque enim perpendicularium exeuntium à centris superficierū uitrorum ꝑpendicularium sup diametrum basis instrumēti,est æqualis lineæ m f,scilicet perpendiculari exeunti à cētro foraminis sup superficiem basis instrumenti,linea ergo q̄ transit centra amborū foraminū transibit centra superficierum uitrorū perpendiculariū super superficiem basis instrumēti:accipiatur ergo regula subtilis,cuius formā præmisimus,& erigatur super oram instrumēti in superficie basis instrumenti, & ponatur superficies regulæ in qua signata est linea ex parte primi uitri,quod est supra e centrum basis instrumenti, & ponatur regula prope uitrum,& applicetur taliter linea, ut quæ est in superficie regulæ sit in superficie medij circuli , secabitque linea recta transiens p centra amborum foraminum , & per centra superficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ꝑpendiculariter,& transibit ad punctum g, tunc itaque ponatur instrumentum in uas prædictum uacuū aqua, & ponatur in sole directæ oppositū centro solis,ut accipiat radiū ꝑpendicularem, hoc aūt potest fieri,si moueatˀ instrumentū quousque lux solis transeat p ambo foramina,& fiat apud secundū foramen lux æqualis,& aspiciatur superficies regulæ opposita uitro, & uidebitˀ lux

exiens à duobus foraminibus ipsius instrumenti extensa sup superficiē ipsius regulæ, & illud umbrosū q̄d circūdat lucē in supficie regulæ, obumbrabit p umbrā oræ instrumēti, eritq; centrū uisus ipsius aspiciētis sup lineā quæ est in superficie regulæ, deinde acus subtilis ponatur super superius foramē, ita quod extremitas acus sit perpēdicularis sup centrū foraminis, cadetq; tunc umbra extremitatis acus super centrum lucis in linea quæ est in superficie regulæ, tunc itaq; signetur punctus illius umbræ cū incausto subtiliter, & auferatur acus à superiori foramine, & eius extremitas ponatur sup centrū inferioris foraminis, cadetq; iterū umbra extremitatis acus sup punctum signatum in superficie regulæ. Ablata quoq; acu lux reuertitur: ex quo patet, q̄m lux quæ est super punctū quod est in superficie regulæ transit p cētra amborū foraminū, deinde cū incausto signetur nota nigra in pūcto in medio superficiei uitri ex parte regulæ, potest aūt ille pūctus inueniri p 40. primi huius, q̄m ille punctus est cōmunis sectio duorū diametrorū superficiei uitri, & tūc intuens lucem quæ est super regulā inueniet umbrā puncti, quæ est in medio uitri, punctum quod est in superficie regulæ, patet ergo ex hoc q̄m lux quæ trāsit per centra duorū foraminū, transit per punctū quod est in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primū, quod est super centrū instrumenti punctū e, & in superficie secūdi uitri signetur punctū medium, ut prius factū est in superficie uitri primi, & cōponatur instrumentū secūdo, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina, peruenietq; lux transiens per centra duorū foraminū ad centrū lucis, quod est in superficie regulæ, patet itaq; ex hoc quod lux pertransiens centra duorū foraminū transit per punctum quod est in medio superficiei secūdi uitri, & quod lux quæ transit per centra duorꝫ foraminū in prima experimentatione, transit & per punctū qđ est in medio secundi uitri. Extrahatur itaq; secundū uitrū & opponatur tertiū, & sic de cæteris usq; ad ultimū, & patet uniuersaliter ꝙ lux transiens per centra duorū foraminū perueniens ad superficiem regulæ, transit etiā per centra superficierū uitrorū omniū positorū sup superficiē laminæ, & sunt omnia centra superficierū uitrorū omniū in una linea recta cōtinuante centra duorū foraminū: lux itaq; pertransiens centra foraminū tam in corpore uitri q̄ extra corpus in aëre, extēditur secundū lineam rectā cōtinuantem centra duorum foraminū, & est illa linea m p, ppendicularis super superficies omniū uitrorū oppositas foramini per 14. undecimi, illa enim linea m p, est æquedistans lineæ f g, diametro laminæ quæ est perpēdicularis super superficiē uitrorꝫ, cum sit perpēdicularis sup differentiā cōmunem superficiei uitri, & superficiei laminæ, & si om̄ibus uitris uel ipsorū aliquo præmisso modo super fundum instrumenti disposito infundatur aqua uasi usq; ad concauum superficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniā radius perpendicularis semp penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis quod rectitudo radiorꝫ perpendiculariū adiuuetur per cubicā figurā uitri, accipiatur medietas sphæræ uitreæ claræ uel cristallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia, quæ est inter punctū c & centrū laminæ qđ est punctū e, & inueniatur centrū basis eius super quod signetur linea subtilis cū incausto. Deinde ex hac linea ex pte cētri sphæræ separetur linea æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ instrumēti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ est inter m centrum foraminis quod est in ora instrumenti, & superficiē laminæ, deinde super extremitatē huius lineæ separatæ à diametro, pducatur perpendicularis ad utrāq; partē superficiei sphæricæ, qđ potest fieri per undecimā primi, & secetur sphæra uitrea secūdū illā lineā planeturq; superficies uitri secti donec sit penitus æqualis, fiatq; ppendiculariter erecta super superficiem planā hemisphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit mensurari, erit ergo tunc cōmunis differentia istius superficiei erectæ, & superficiei basis sphæræ linea recta, super quā erit perpēdicularis linea prius à cētro sphæræ pducta ergo etiā erit perpēdicularis super superficiē erectā. Deinde in medio illius lineæ q̄ est cōmunis sectio fiat signū cū incausto, deinde uitrū illud politū optime super hanc superficiē sectā ponaī super superficiē laminæ instrumēti, ita quod gibbositas eius respiciat foramina, & mediū lineæ quæ est cōmunis sectio duarꝫ superficierꝫ planarū uitri, applicetur centro laminæ, & figatur super laminā ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis

super superficiem laminæ instrumenti sicut in experimentatione uitroꝝ cubitorũ, ita ꝙ superficies regulæ in qua est linea recta latitudinis sit ex parte uitri, & ꝓpe illud: deinde imponitur instrumentũ in uas prædictũ, & ponitur uas in sole uacuũ aquæ, & moueatur instrumentũ donec lux solis transeat ambo foramina, cadetq́; lux sup̱ superficiẽ regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrũ superioris foraminis, cadetq́; umbra extremitatis acus super centrũ lucis, ablato quoq; stilo reuertetur lumẽ ad locum suũ. Idem quoq; accidit ponẽti extremitatẽ acus super centrũ foraminis secũdi. Deinde ponatur extremitas acus super centrũ sphæræ uitreæ, cadetq́; umbra extremitatis acus super centrũ lucis, ex quo patet, quia lux trãsiens p̱ centra duorũ foraminũ trãsit & per centrũ sphæræ uitreæ, & per mediũ superficiei lucis quæ est in cõuexo uitri, patet etiã ex his qđ lux transiens in corpus uitri extẽditur secundũ rectitudinẽ lineæ transeũtis per cẽtra duorũ foraminũ, & est illa linea semidiameter sphæræ. Nam ꝑpendicularis exiens à centro basis uitri ad laminã, est æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad superficiẽ laminæ, & quoniã hæ duæ perpendiculares cadũt super diametrum laminæ, palam qđ linea transiens per centra duoꝝ foraminũ cũ extendit̃ in rectitudinẽ peruenit ad centrũ sphæræ uitreæ, est ergo in illa linea diameter huiꝰ sphæræ uitreæ, est ergo ꝑpendicularis sup̱ superficiẽ huius sphæræ p̱ 72. primi huius, qm̃ enim trãsit centrũ sphæræ, patet quod ipsa est perpẽdicularis super cõuexam superficiẽ sphæræ, sicut superius patuit in uitris cubitis. Auferatur itaq; regula subtilis applicata ad superficiem laminæ, & ponatur instrumentũ secũdo in uas ut prius, & moueatur ꝗusq; lux transeat per duo foramina. Inuenieturq́; lux super oram instrumenti, & inuenietur centrũ lucis in pũcto p, quod est differentia cõmunis inter circũferentiam circuli medij, & lineã g k, perpendicularem in ora instrumenti, hoc est in extremitate diametri circuli medij, quæ est in p, transeuntis per centra duoꝝ foraminum m & y, ex quo patet, qm̃ lux transiens in corpus uitri, & perueniens ad centrũ eius, ꝓcediensq́; in corpus aëris, extenditur secundũ lineã, quæ extendebatur in corpore uitri, cũ enim linea recta transiens centra amboꝝ foraminũ perpẽdicularis sit super superficiẽ uitri, patet quod ipsa necessario est perpendicularis super superficiẽ aëris tangentis uitri superficiẽ. Itaq; si uasi infundatur aqua remanente uitro in sua positione donec aqua superfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrũ lucis super extremitatẽ diametri circuli medij, & si sphæra media transuertatur, ita ut conuexũ eius situetur ad secundũ foramen, & plana superficies ad centrũ instrumẽti, scilicet punctũ e, siue aqua superfundat̃ siue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori situ accidebant, qm̃ semp̱ radius transiens per cẽtra amboꝝ foraminũ, transibit & per centrũ sphæræ. Ex his omnibus p̱ uitra cubica & sphærica, patet qđ suũ mediũ secundi diafoni fuerit densius uel rarius, dũ tamẽ linea per quã extenditur radius fuerit perpendicularis sup̱ superficiem secũdi corporis, quod lux extẽditur in secũdo corpore secundũ rectitudinẽ lineæ, per quã extẽdebatur in corpore primo, patet ergo ꝓpositum, corpus enim uitri est densioris diafonitatis quàm corpus aëris, & etiam quàm corpus aquæ.

XLV.

In medio secundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum oblique incidentium à posteriore superficie secundi diafoni à perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi.

Hoc quod nũc ꝓponitur est cõformiter prioribus per instrumentalem experientiã declarandũ. Assumatur eñ illud uitrum sphæricũ, quo iam in præcedẽti ꝓximo theoremate usi sumus, & ponatur super lineã instrumenti, ita qđ superficies plana ipsius respiciat foramina, & quod mediũ lineæ rectæ, quæ est i ipso sit super centrũ laminæ, & linea quæ est cõmunis sectio superficierũ planaꝝ uitri, cadat oblique super diametrũ laminæ quacũq; obliqua ratione, palam ergo qm̃ linea transiens cẽtra duoꝝ foraminũ obliqua est super superficiẽ planã uitri, cõiungatur itaq; uitrũ laminæ instrumenti secundũ hũc sitũ firmiter, & ponat̃ instrumentũ in uas, & uas in sole, moueaturq́; instrumentũ donec lux transeat per duo foramina, cadetq́; lux in interiori oræ instrumenti, & centrũ lucis

erit in circumferentia medij circuli, sed extra illum punctũ p, qui est cõmunis differentia circũferentiẽ medij circuli, & lineæ stanti in ora instrumenti quæ est g k, & erit declinatio eius ad partẽ in qua est sol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiẽ sphæricã uitri, & qm̃ hæc lux extenditur in aëre secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorũ foraminũ, ut patet per primã huius, & hæc linea in hoc situ ꝑuenit ad centrũ sphæræ uitreæ, & est obliqua sup̃ superficiẽ sphæræ planã, palã ergo quia terminatio extensiõis illius lucis, & est in centro uitri, extendit ergo lux in corpus uitri secundũ lineã rectã exeuntẽ à cẽtro sphæræ ad circũfererentiã, quæ linea cũ sit diameter per 72. primi huius, quoniã ipsa est perpẽdicularis super sphæricam superficiẽ uitri, ergo & super cõcauam superficiẽ aëris continentis sphærã uitri, non ergo refringitur in aëre secundo, sicut neq; in primo, sed neq; reflectitur in corpore uitri, nec in cõuexo ipsius, refringitur ergo apud centrũ uitri, quia fuit obliqua super superficiẽ eius planã, in qua est centrũ uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud qđ est, etiã superius declaratũ, sed qm̃ lux si fuerit extẽsa in corꝑe subtiliori oblique incidens superficiei corporis grossioris, refringetur ab ipso, & erit eius refractio ad partem perpẽdicularis super superficiem sphæricã corporis grossioris, sicut per 43. huius patuit, fiat refractio ex aëre ad aquã, erit illa refractio ad partẽ perpẽdicularis exeuntis à loco refractionis super superficiẽ aquæ, & nõ peruenit refractio ad perpendicularẽ, qđ si uitrũ ecõuerso situetur, scilicet ut superficies eius sphærica & cõuexa respiciat superius foramẽ, & punctũ mediũ lineæ, quæ est cõmunis differentia superficierũ planarũ, quod est centrum sphæræ uitreæ sit super centrũ instrumenti, cadatq; hæc linea oblique super diametrum laminæ, ducaturq; in ipsa superficie laminæ à cẽtro laminæ linea perpendicularis super lineã, quæ est cõmunis sectio illarum planarũ superficierũ, quæ necessario erit perpendicularis super superficiem planã uitri erectam super superficiẽ laminæ, ponatur itaq; instrumentũ in uase sine aqua, & moueatur quousq; lux pertranseat duo foramina, cadetq; centrũ lucis in circũferentia medij circuli extra punctum p, quod est differentia cõmunis medij circuli, & lineæ g k, perpẽdicularis super superficiẽ laminæ ductæ in ora instrumenti quod punctum p, est extremitas diametri medij circuli, quæ est m p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua est perpendicularis educta à loco refractionis super planam superficiem uitri, hæc aũt lux extenditur in uitro secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, quoniã illa linea cum per centrum sphæræ uitreæ transeat est in illa diameter sphæræ uitreæ, fit itaq; refractio lucis apud centrum sphæræ uitreæ, quoniam lux transiens centra amborum foraminum fit oblique super superficiem planam uitri, & super superficiem aëris contingentis uitrum, & si aqua infundatur uasi quousq; supereminеat centro instrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circunferentia medij circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariam illi parti super quam cadit perpendicularis, & quoniam aër est subtilior quàm aqua, & aqua subtilior uitro, maior fiet distantia, circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod si uitrum ponatur aliter in superficie laminæ, scilicet ut linea quæ est communis differentia duarũ superficierum planarum ipsius uitri sit super laminam perpendiculariter diametrum laminæ secantem, non tamen sit eius medius punctus, qui est centrum uitreæ sphæræ super centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figura regulæ subtilis super superficiem laminæ erecta super oram eius, in quo est linea ex parte uitri, & terminus regulæ secet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea transiens per centra foraminum duorum non transit per centrum sphæræ, sed per illud pũctum superficiei planæ ipsius uitri, & erit obliqua super sphæricam superficiem per 72. primi huius, ponatur itaq; instrumentum in uase, & uas in sole, & moueatur instrumentum quousque lux transeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe super superficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ est in superficie regulæ, sed declinabit oblique extra lineam, quæ transit per centra duorum foraminum ad partem in qua est centrum uitri, hoc est ad partem contrariam perpendicula-

ris exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiem uitri sphæricam, e-
ritq; linea pertransiens centra duorũ foraminum perpendicularis super superficiem ui-
tri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea est æquedistans lineæ f g diametro
laminæ, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super superficiem planam uitri. Si ergo
lux transiret per centra duorum foraminũ, & extenderetur secundũ rectitudinẽ ad pla-
nam inter superficiem, palam q tunc extenderetur secundum rectitudinem in aëre. Sed
centrũ lucis, quæ est in regula, cum non cadat in rectitudinẽ huius lineæ, patet q lux nõ
extenditur in eius rectitudinẽ ad superficiẽ planam uitri, est ergo lux refracta, sed nõ re-
fringitur in aëre, neq; in corpore uitri. Refringit itaq; apud sphæricã superficiẽ uitri, in
cidit enim oblique super sphæricam supficiẽ, qm̃ linea transiens centra duoꝝ foraminũ
non transit per centrum uitri, & hæc lux egrediens à plana superficie uitri, qm̃ oblique
aëri incidit, plus refringitur. Qđ si uitrum econtrario disponitur, ut eius superficies pla
na apponatur foramini primo sic, q cõmunis differentia sit super lineam secantẽ diame
trum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ sit extra centrum lami-
næ. Tunc ergo linea pertransiens centra duoꝝ foraminũ non transit per centrum uitri,
sed per alium punctũ illius planæ superficiei, & est perpendicularis super illam superfi-
ciem, moueat itaq; instrumentũ in sole, donec lux transeat per ambo foramina, cadetq;
centrum lucis, quæ cadit in interiori parte oræ ipsius instrumenti in periferia medij cir
culi extra punctũ p, qđ est extremitas diametri medij circuli, quæ est linea m p. sed decli
nabit ad partem in qua est centrũ uitreæ sphæræ, & linea quæ egreditur à centro huius
sphæræ in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiẽ hu-
ius sphæræ, est ergo perpendicularis super superficiem aëris continentis superficiẽ sphæ
ræ uitreæ. Hæc itaq; refractio est ad partem contrariã illi, in qua est perpendicularis exi
ens à loco refractionis super superficiem aëris continentis sphæram. Lux uero transiens
centra duorũ foraminũ pertransit corpus uitri recte, cum sit perpẽdicularis super super-
ficiem planam uitri, sed non est perpendicularis sup superficiẽ conuexam, cum nõ trãsit
centrum sphæræ, ergo etiam non est hæc lux ꝑpendicularis super supficiem aëris conti-
nentis conuexum uitri, & quia hæc lux refracta inuenitur, refrangitur ergo apud conue
xam superficiem sphæræ uitreæ, q si aqua tunc infundetur uasi infra centrum laminæ,
inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua est centrũ uitri: hoc autẽ est ad partẽ con
trariam illi, in qua cadit ꝑpendicularis exiens à loco refractionis, quæ extenditur in cor-
pore aëris perpendicularis super concauam ipsius aëris superficiem conuexi uitri con-
tinentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie cõsi
stere est necesse.

Sed & id qđ nunc proponitur, potest experimentaliter declarari, qm̃ enim omnibus
dispositis, ut est in 43. huius, lux incidens centro lucis, quæ est in supficie aquæ, & à cen-
tro lucis existentis super superficiem aquæ, qđ est centrum medij circuli incidens centro
lucis intra aquam existentis, q est in circumferentia circuli medij, transit per centra am-
borum foraminũ, quæ similiter sunt in superficie medij circuli, palam, qm̃ linea secundũ
quã lumen incidit superficiei aquæ per medium aërem, & secundũ quã refringitur in a-
quæ medio, sunt in eadem superficie, qm̃ utraq; ipsaꝝ est in superficie medij circuli triũ
assignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio solari, quando radi-
us transiens solaris per centra foraminum, fuerit obliquus super aquæ superficiem, non
qñ fuerit ꝑpendicularis, & propter obliquitatem situs instrumẽti à centro sphæræ aquæ
nunq; fiet hæc linea radialis perpendicularis super superficiem aquæ, nisi sol fuerit per-
pendiculariter super zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum existen-
te, satis euidens est hæc experimentatio omni tempore, patet ergo id qđ proponitur, &
hanc superficiẽ dicimus superficiẽ refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. præmissis
propositionibus, quoniã omnis lux pertransit quacunq; corpora diafona secundũ lineas
rectas: & qdiu lineæ sunt ꝑpendiculares super superficies corpoꝝ, quæcunq; etiã diuer-
sæ sint diafoneitatis, semper extendit secundũ rectitudinẽ eiusdem lineæ, & non refrin-

gitur. In corpore uero diuerſæ diafoneitatis omnis lux ſuperficiei ſecundi corporis oblique incidens, refringitur ſecundum lineas rectas alias ab illis, ſecundum quas incidebat primo corpori, quæ tamen lineæ ſemper erunt in eadem ſuperficie plana, imaginate ſecare utrunq; illorum corpoꝝ, & hæc ſuperficies in ſpectione inſtrumenti eſt medius circulus trium circuloꝝ ſignatorũ in interiore parte oræ inſtrumenti, cuius diameter eſt linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore ſubtiliori ad groſſius, refringetur ad partem ppendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ eſt ppendicularis ſuper ſuperficiem groſſioris ſecundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore groſſiori ad ſubtilius, refringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ ſuper ſuperficiem corporis ſecundi, ſcilicet ſubtilioris.

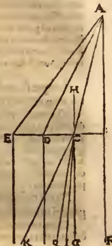
XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio ſecundi diafoni denſioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ ſuper ſecundi diafoni ſuperficiem, & in medio ſecundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud qđ de particularibus experientijs hactenus inſtrumentaliter probatum eſt, naturali demonſtratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt ſecundum lineas ppendiculares, ſunt fortiores, q̃m coadunantur uirtute uniuerſali cœleſti ſecundum lineam rectam breuiſſimã, omni ſubiecto corpori influente. Impulſiones, piectationũ factaꝝ ppendiculariter ſunt fortiores eis quæ fiunt oblique: & ſimiliter percuſſiones, quæ fiunt perpendiculariter, ſunt omnibus obliquis percuſſionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores ſunt illæ quæ plus accedũt ad ppendicularitatẽ, quia itaq; omnis corporis denſitas impedit tranſitũ luminis, neceſſe eſt lumen imaginari repelli à tranſitu per reſiſtentiã corporis denſi, & plus per reſiſtentiam corporis denſioris: & per hanc reſiſtentiam qualitatis paſſiuæ, quæ eſt denſitas ad qualitatẽ actiuam, quæ eſt lumen, intelligimus quendã motum motionis luminis per medium corpoꝝ reſiſtentium, quæ ſecundũ plus & minus capacia ſunt impreſſionis luminaris, non φ in tranſmutatione locali ipſius luminis ſit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodẽ inſtrumenti ſecundũ diuerſitatẽ medioꝝ ſe plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipſius lucis. Omnis itaq; lux pertranſiens corpus diafonum, motu uelociſſimo & inſenſibili pertranſit, ſic tamen, φ per magis diafona uelocior fit motus q̃ per minus diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus reſiſtit penetrationi lucis ſecundũ qđ eſt participans diafonitatẽ plus uel minus, groſſities enim corpoꝝ reſiſtens eſt ſemp luminis penetrationi. Cum ergo lux pertranſiret corpus aliqđ diafonum oblique, & occurrerit corpori alij diafano groſſiori, tunc corpus groſſius reſiſtit luci uehementius, q̃ prius corpus rarius reſiſtebat, neceſſe eſt ergo φ ꝓpter reſiſtentiam illius corporis denſioris motus lucis tranſmutetur: & ſi reſiſtentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partẽ cõtrariam refringetur, quia uero nõ reſiſtit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partẽ ad quã mouebatur. Si uero reſiſtentia fuerit debilis ꝓpter maiorẽ raritatẽ corporis plus diafoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariũ partem, nec poterit per illam lineam ꝓcedere per quã inceperat, ſed mutabitur in ſitu; cum uero perpendiculariter inciderit quibuſlibet corporibus diafonis & quacunq; diuerſæ diafoneitatis, non mutabitur, ſed directe omnia penetrabit, q̃m perpendicularis fortior eſt omnibus, & oblique uiciniores perpendiculares ſunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaq; corpori diafono groſſiori lux incidit, oblique extenditur ſecundũ lineam rectam approximantẽ ad perpendicularẽ, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit ſuperficiei corporis diafoni groſſi ꝓductam ſuper ſuperficiẽ corporis groſſioris, ideo, quia facillimus motuum eſt ſecundũ lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis inciderit ſuper lineam perpendicularẽ, tranſibit recte ꝓpter fortitudinẽ motus ſuper perpendicularẽ. Et ſi radius inciderit oblique, tunc non poterit tranſire ꝓpter debilitatẽ motus ſuper lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquã, per quã facilior ſit tranſitus, q̃ per illam partem, ad quã per lineam incidentiæ mouebatur; facilior autẽ motuũ, & plus adiutus cœleſti influen-

tia

tia est super lineam perpendicularem: qđ enim uicinius est perpendiculari, facilioris est transitus, ꝙ̄ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij ꝙ̄ plures per medium a b super superficiem alterius diafoni corporis, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corporis, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiē, palam itaq; secundum rationē præmissam fortitudinis perpendicularium, & per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, qm̄ radius incidens secundū lineam a b penetrat perpendiculariter totū corpus b e f. Radius uero incidens secundū lineam a c, si directe trāseat corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diafoneitate corporū a b e & b e f, qđ est contra hypothesim: linea itaq; a c propter diuersitatem resistentiæ non erit linea continua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in corpore plus uel minus resistente per eandē lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, ꝙ difficilior est transitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiem corporis b c d e q̄ sit c g, debilitabitur, nec ad aliud peruenit effectus eius, frustra ergo incidebat, natura autē frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est: linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoq; est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris ꝙ̄ sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinē actionis radij perpendicularis qui est a b penetrat irrefractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam ꝙ̄ prius, & quia formarum ꝓprium est semper se diffundere secundum amplitudinē omnis capacitatis materiæ: patet, ꝙ radius a c non procedit secundū lineam a c, quia sic dispositio diafonorū corporum secundū resistentiam ad receptionē luminis esset uniformis, qđ est contra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed nō ad ꝑpendicularē c g, quoniā illa refractio non fit ꝓpter resistentiam materiæ, sed propter uictoriam formæ agentis super materiam plus dispositam ꝙ̄ prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressu secundum lineam a c, & ad partē contrariam ipsius perpendicularis c g, & æquedistantis quæ b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secūdi diafoni densioris, quæ est b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b transeuntis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quæ est perpendicularis super lineam c g, quoniā enim transitus perpēdicularis est fortissimus & facillimus motuū, & densitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebitē ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit superficiei corporis densioris, & quoniā illi motui resistit ꝓpter grossiciē medij, & etiam ꝓpter naturā alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctū b, semper proximans perpendiculari a b f, fit itaq; in medio diafoneitatis secundæ grossiore medio, primo refracto radij a c secundū lineā c l propinquiorē perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctū q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctū h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝑpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cū æquedistante eius linea c g in puncto e. Cū uero radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resistentiæ,



tiæ,

tiæ, erit motus eius uelocior & magis sui diffusiuus, & quoniam resistentia medij densioris impellit super lucem obliquam, ut coaduneiur ad ꝑpendicularē lineam à puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productam, quæ est c g: patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa resistentia erit minor ꝙ̃ prima, fit ergo motus lucis ad partem à qua per resistentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, ꝙ angulus g c k fit maior angulo a c h, fit tamen semper motus lucis a c in reflectione à corpore secundo rarioris diafoni ꝙ̃ primū inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e sit rectus, angulus g c k nunꝙ̃ potest fieri rectus, patet ergo propositum.

XLVIII.

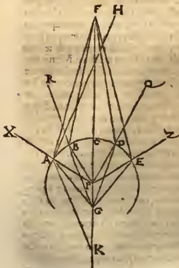
A superficie plana corporis diafoni omniū radiorū illi sup̃ficiei incidentiū, non est possibile fieri refractionē ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim, ut patet per præmissas, in omni corpore diafono semper fit refractio uel ad ipsas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij super superficiē corporis diafoni, à qua fit refractio, uel ab illis ꝑpendicularibus quomodocunꝙ hoc contingat, patet, cum illæ perpendiculares super planam superficiē sunt æquedistantes per 6. undecimi, q̃m siue ad ipsas ꝑpendiculares, siue ab ipsis fiat refractio, nō est possibile, ut omniū radiorum illi planæ superficiei incidente, refractio fiat ad punctū unum, patet ergo propositum.

XLIX.

Nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractio fit in medio secundi diafoni & in rariori à perpendiculari, in densiori uero ad ꝑpendicularē, palam ꝙ semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister, & similiter de alijs differentijs positis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, sed semper permanent, modo suo autē à perpendiculari fit fractio, augetur forma secundū dilatationē. Et cum ad perpendicularem fit refractio, minuitur, q̃m anguli ipsam continentes, angustantur, patet ergo ꝓpositū.



L.

In omni simili superficie eiusdē diafoni radij secundum æquales angulos incidentes, secundum æquales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionū, & si minores, minores.

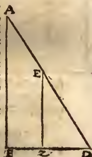
Siue enim refractionis modus attendatur ex parte superficierum corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à superficie sphærica, & alia à plana, siue à parte dispositionis diafonorum, quoniā alia fit refractio à rariori diafono, alia à densiori, ut patet per plures ꝓpositiones libri huius, siue attendatur à parte angulorum incidentiæ, patet semper ꝙ angulis incidentiæ existētibus æqualibus, secundū modum ꝓpositionū nulla subest causa diuersitatis modi refractionis, sit ergo semper refractio secundū angulos æquales, & hoc est ꝓpositum primū. Et est huius exemplū, ut si uni corpori sphærico diafono densiori ipso aëre medio, in cuius superficie

ficie sit circulus a b c d e, cuius centrum sit p, & a puncto f corporis luminosi incidant lineæ radiales, quæ sint a f, b f, c f, d f, e f, incidatq; radius f c perpendiculariter, & alij oblique: patet quod omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diafoni, refringentur per 47. huius. Sit ergo exempli causa & breuitatis figurationis & denominationis linearum, ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g, & ducantur perpendiculariter super superficiem corporis lineæ, quæ sint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico quod si angulus incidentiæ, qui est f d q, sit æqualis angulo f b r, quod angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmissam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum. Similiter quoq; dico, quod si angulus f d q sit maior angulo f a x, quod angulus p d g erit maior angulo p a g, fiat enim super punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23. primi, qui sit angulus h a x, refringaturq; radius h a in puncto a, concurretq; cum linea f g in puncto b, eritq; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g: est autem angulus p a k maior angulo p a g, nō enim est æqualis, quoniam tunc ex præmissis sequeretur angulos incidentiæ esse æquales, quod est contra hypothesim, sunt enim suppositi esse inæquales, sed neq; minor, quoniā sic fieret refractio irregularis, & est contra 43 & 45. huius, est ergo maior, ergo & angulus p d g est maior p a g. Idem quoq; potest demonstri facilius, ut si angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij, utpote si arcus a c & c e assumantur æquales, tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmissam æquales: angulus uero p d g minor est angulo p e g, quod patet, etiam si anguli refractionis ponantur esse æquales. De hac autem materia hic summarie loquimur, quoniam ipsam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet perfectius persequemur, patet ergo propositum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta sit cognoscere sole apparente; & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis, ducatur in illa superficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b, qui sit b, & incidat radius solaris per uerticem a b, qui sit a, ipsi puncto d, & sit a d, ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b, erigaturq; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquedistanter altitudini a b, ut si z e sit baculus notæ quantitatis, erit ergo trigonus d z e per 29. primi æquiangulus trigono a b d, ergo per 4. sexti, uel per 9. huius erit proportio d z ad z e, sicut d b ad b a, sed d z ad z e proportio est nota, quoniam cum z e sit assumpta nota, potest & linea umbræ suæ quæ est z d modica mensuratione fieri nota, ergo d b ad b a proportio est nota, sed d b potest mensurando fieri nota, ergo & a b erit nota, quod est propositum, ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.

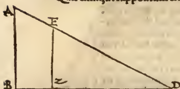
LIBER TERTIVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS


IN præmissis libris mathematicalia & naturalia principia præmisimus, per quæ, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi cōsequentia intendimus declarare. Volentes autē formarū naturaliū actiones sub triplici uidendi modo prosequi .s. illo qui fit per simplicem uisionē, & eo qui per reflexionē & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionē ꝓpriā organi uisiui. Supponimus aūt hæc quæ sequunt in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota. Visionem non compleri nisi apud peruentum formæ uisibilis ad animam. Item ꝙ per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color, quoniam lux se ipsa uidetur, & ipsa est hyposthasis colorū, alia uero per accidēs uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corpeitas, figura, cōtinuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diafonitas, dēsitas, umbra, obscuritas, pulcritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Hæc enim non solum uisu, sed alijs sensibus cōprehenduntur. Item petimus lucē fortē ledere uisum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quàm sit oculus, oculo uideri. Item rem uisam secundū situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. Itē ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. Itē ꝙ color nō est motiuus uisus nisi secundū actū lucidi. Item sine contactu uisionē nō fieri, sicut nec aliquā actionē naturalē. Item uirtutē uisiuā finitam esse, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

Visibili lucem actu non participante, ipsum impossibile est uideri.

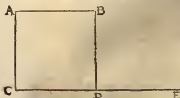
Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia, sunt lux & color: lux autem non est uisibilis præter se, & etiam lux cū sit hyposthasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce, forma enim coloris est forma debilior ꝙ sit forma lucis, cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formā coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarū rerum apud uisum per alternationē lucis orientis super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi, patet ꝙ omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri, patet ergo propositum.



II.

Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci post se lineas rectas est necesse, ut res actu uideatur, ex quo patet, solum in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem.

Visio enim siue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, ꝙ formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, semper necesse est inter quodlibet punctū superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ secundū quodcunq; propositū modum ꝓduci possunt, fit uisio, nisi forte ꝓpter alterius impedimenti resistentiam uisus fuerit impeditus. Cum itaq; uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cū aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionē,



reuertetur sensus, quoniã ab alijs partibus quàm ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibiliũ ad puncta superficiei uisus, patet ergo propositum.

III.

Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse.

Si enim non sit sphæricum, dico quod non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale, siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, patet quod semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius: unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisæ directe secundũ ipsas perpendiculares uidentur, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo quod in talibus nullus punctus est omnibus cõmunis, sola ergo illa ab organo uisiuæ superficiei planæ uideri potest, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum, hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaque superficies plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficie plana alicuius rei uisæ æquedistantis uisui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & sit a c: & à puncto d ducatur similiter super superficiẽ uisus perpendicularis quæ sit d b. Cum itaque lineæ a c & b d sint æquedistantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & quoniam linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior quàm linea c d, ergo non uidetur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatẽ superficiei uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana; sed neque alterius figuræ quàm sphæricæ, quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis, necessario ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat concursus linearum radialium ex longe maiori magnitudine quàm sit ipsum organum uisiuum, patet ergo propositum.

IIII.

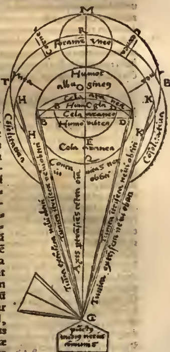
Oculus est organũ uirtutis uisiuæ sphæricũ ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à substantia cerebri prodeuntibus sphærice se intersecantibus compositum.

Quomodo sit oculus uirtutis uisiuæ organũ negocio alterius partis philosophiæ relinquimus, quod autẽ sit sphæricus, necessariũ est per præcedentẽ propositoinẽ, & etiã ex eo quod est naturæ aqueæ, cuius proprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratũ. Quod autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantiũ cura edocuit. Primus itaque humorũ istorum cristallinus uel glacialis, qui proprie est organum uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs, estque sphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarũ uisibiliũ, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati cristalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor cristallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sui parte posteriori uersus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimentũ, quod antequàm perfecte uniatur humori cristallino, quæ principaliter intenditur nutriri, nondũ plene in formis substãtialibus & accidẽtalibus, & eidẽ assimilatũ necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc dicitur alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustrato, & quia in omni quod nutritur, semper purũ ab impuro separatur, illud quod ab humore cristallino nutrito, ut suæ puritati inconueniẽs, separatur ad partẽ oppositã parti nutrimẽtali, hoc est, ad anterius cristallini humoris profluit, & est diafonũ, quoquo modo assimilatũ humori cristallino, nondũ tamen suæ perfectæ consistentiæ in densitate, eo quod est superfluũ nutrimenti corporis densioris, patet quod necessario est diafonũ liquidũ, unde uocatus est humor albugineus, quia simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est enim hu-

mor alb9, clar9, tenuis, diafon9, & habet humorẽ ad ptẽ anteriorẽ, sicut & uitreũ humorẽ ad partẽ posteriorẽ pro custodia humoris cristallini, ne ab extrīsecis occasiōibus uel intrīsecis citi9 patiat̃, & cadat ab officio organi uisiui naturæ sagacitas deputauit. Cōtinet aũt primũ duos hũores. s. cristallinũ & uitreũ, tela ualde tenuis & subtilis separãs eos ab albugíneo, & circũdans ambos eos, cuius etiam telæ aliqua pars descendens per medium separat cristallinũ à uitreo, & hæc tela ꝓpter sui subtilitatem tela aranea nominatur. Cum aũt humor albugineus sit liquidus, per se non consistens, necessariũ fuit ipsum per aliquod solidũ pro oculi custodia retineri, circũdedit ergo ipsum natura pelle uiscosa solida forti, non multũ diafona, quæ sui densitate melius retineat, & sui caliditate humorem albugineum temperet, ne cristallinus congeletur, & fiat inhabilis receptioni uisibiliũ formaꝝ, & quia ꝓpter eius tunicæ densitatẽ & uiscositatẽ formæ uisibiles ad humorem cristallinũ undiq; tali tunica circundata non ꝑuenissent, ideo in anteriori parte oculi, ubi est locus receptionis formaꝝ uisibilium, natura hanc tunicam intercidit, factumq; est foramen rotundũ, cuius diameter est quasi æqualis lateri cubi descriptibilis intra illã sphærã, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphæræ, & est hoc foramen ideo rotundũ, ut sit magis apta susceptioni omniũ formaꝝ pertransiẽs usq; ad eiusdẽ tunicæ concauũ, & ob hoc hic tunica dicta est uuea, quia assimilabit̃ uuæ in aspectu, & est hæc tunica plurimũ nigra, sæpe tñ uiridis, & qñq; glauca, & corpus illius tunicæ est tenue densum non rarum, ne uero humor albugineus effluat ex foramine uueæ, & ut non impediatur operatio uirtutis uisiuæ, necessarium fuit naturæ foramini uueæ subponere uelamen diafonũ solidum ad modũ cornu albi clari, dictaq; est hæc tunica cornea, ubi uero coniungit̃ hæc tunica alijs partibus corporis circũpositis oculo, ibi cessat diafonitas, fitq; alterius dispositionis tunica solidior q̃ cornea non diafona, ipsa tamen cornea complens sphæram unam, quæ est sphæra totius oculi, & illius sphæræ posterior pars nõ diafona, sed carnosa fit alia tunica, & hæc dicit̃ cõiunctiua uel consolidatiua, q̃m cõiungit oculũ, & cõsolidat ipsum cũ partib9 corpis uicini, erit ergo tunica cornea humor albugine9 & humor glacialis & humor uitre9, se ad inuicẽ cõsequẽtes, & oĩa ista sunt diafona ꝓpter meliorẽ formaꝝ uisibiliũ receptionẽ. A substãtia cerebri ꝓdeũt humores & tunicæ oculi, q̃m ex anteriori parte cerebri à duabus ptibus ipsius crescũt duo nerui optici. i. cõcaui cõsimiles habentes duas tunicas ortas à duabus telis cerebri, & ꝓcedunt ij nerui ad mediũ anteriorioris partis cerebri, ubi efficitur neruus unus obticus, qui in ꝓcessu iterũ diuidit̃ in duos neruos obticos cõsimiles & æquales, q transmutatis suis sitibus, ita, ut dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt ꝓcedẽtes ad cõuexa duoꝝ ossiũ cõcauoꝝ cõtinentiũ oculos, q̃m in medijs istoꝝ duorũ ossiũ cõcauoꝝ sunt duo foramina æq̃liter ꝑforata, q̃ dicũt̃ foramina giratiõis neruoꝝ cõcauoꝝ & q̃m illa duo foramina sunt rotunda, punctus uero medius cuiuslibet illoꝝ foraminũ dicitur centrũ illius foraminis, illi ergo nerui intrant ista duo foramina, & exeũt ad cõcauitatẽ duoꝝ ossiũ p̃dictoꝝ, & illic dilatãtur & ampliãtur, & efficit̃ extremitas cuiusq; ipsoꝝ quasi instrumẽtũ ponẽdi uinũ in doleis, hoc est admodũ pyramidis rotũdæ cõcauæ, & q̃libet oculoꝝ cõponit̃ sup unã extremitatẽ istius nerui, & cõsolidatur cũ ipso: cõsimiliter & à tunicis istorũ neruoꝝ oriunt̃ tunicæ oculoꝝ, nã tunica cornea orit̃ ex tunica extrinseca duaꝝ tunicaꝝ istius nerui, & tunica uuea oritur ex tunica intrinseca duarũ tunicaꝝ duoꝝ neruoꝝ, intra istã tunicã uueã ordiat̃ humor cristallinus sup extremitatẽ cõcauitatis nerui mediante uitreo humore, q ambo ex medullari substãtia cerebri oriunt̃, & int̃ humores istos & tunicã uueã ex subtilissimis filis tunicæ uueæ texit̃ tela aranea, quã alij uocant tunicã retiã, q a est cõtexta ad modũ retis. Sphæricæ se intersecãt humores & tunicæ oculi, quia cũ tunica uuea nõ ꝑuenit intra oculũ ad cõplementũ sphæræ, cũ sicut præmissum est, in anteriori sui parte fit foramẽ rotundũ, qđ tegit̃ à cornea tunica, sphæra ergo tunicæ corneæ necessario secabit sphærã uueæ, & cõis sectio suaꝝ sup̃ficieꝝ sphæricaꝝ est circũferẽtia illi9 foramĩs, & est linea circularis p 79. primi hui9, in anteriori q̃q; hũoris cristallini ꝓpter meliorẽ formaꝝ receptionẽ est cõpressio sup̃ficialis ꝑua minoris curuitatis, q̃ sit sup̃ficies cornea cõtinẽs illã: sp̃icitas. n. sup̃ficiei hũoris cristallini assimilat̃ cõpressiõi su

perfi

pficiei lēticulæ, ut patet ex cōsideratibus anathomiā oculi, supficies ergo anterior ipsi9 est portio supficiei maioris sphæræ q̄ sit sphæra unea continens ipsam, & hæc compressio æqualiter deflectitur ad oppositum foraminis, quod est in anteriori parte uneæ, quia situs eius ab eo est consimilis, sicut autem foramen rotundum, quod est in anteriori parte uneæ, est directæ oppositum extremitati concauitatis nerui super quē collocatur oculus, si etiā in parte posteriore cōcauitatis uneæ est foramen rotundum, quod est sup extremitatem concauitatis nerui, & foramen, quod est in anteriori uneæ, est oppositū foramini concauitatis nerui, quoniam neruus opticus intersecat tunicam coniunctiuā & uneam, & penetrat omnes tunicas oculi usq; ad sphæram cristallinam, quæ pyramidē nerui intersecat, sicut & humor uitreus, q̄ in nerui optici pyramidali cōcauo collocatur, itaq; communis sectio pyramidis nerui optici, & sphæræ cristallinæ, est circulus p 109. primi huius, sphæra itaq; glacialis est composita in extremitate concauitatis nerui optici, & in foramine posteriori uneæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium sphæræ glacialis, & est neruus ille concauus deferens in se spiritum uisibilem à cerebro ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias instrumenti, & est in intersectione huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uisiua sentiens & diiudicans omne uisibile, & consolidatur unea cum glaciali in circulo continente foramē rotundum in posteriori uneæ. Intersecant quoq; se sphæræ istæ duæ, scilicet glacialis & uitrea necessario, cum conuexum unius obuiet cōuexo alterius, sicut enī sunt diuersæ naturæ & diafonita tis, sic sunt portiones diuersarū sphærarum se secantium, communis itaq; sectio illarum sphærarum est circulus p 79. primi huius. Idem ergo circulus est basis pyramidis nerui optici, & intersectionis eiusdem pyramidis, & sphæræ cristallinæ, & consolidationis uneæ sphæræ cum sphæra cristallina, & forte intersectionis earundem sphærarum. Corpus uero cōsolidatiue cōtinet partem pyramidalem nerui, quæ est intra foramē ossis per quod transit neruus, & intra circunferentiam sphæræ glacialis, & continet sphæram uneam. Ex his itaq; patet humorem glacialem proprie esse organum uirtutis uisiuæ, nam huius solius diafonitas est receptibilis formarū uisibiliū, & est in medio omniū & humorū & tunicarum collocatus, & si alij cuicunq; tunicæ uel humori accidat lesio saluo glaciali humore, semper auxilio medicinæ recipit oculus curationē, & sanatur ac restituitur uisus: Ipsa uero corrupta, corrumpitur uisus totus sine spe restitutionis per auxilium curæ medicinalis: est itaq; humor cristallinus uel glacialis principaliter uirtutis uisiuæ organum, propter quod est ante diligentius conseruatū, & cōstituit natura duos oculos, propter perfectionem bonitatis uisionis, & complementū eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi sphæricæ se intersecant, & patet declaratio diffinitionis propositæ oculi secūdum omniū eorum experientiā qui de ipsius anathomia hactenus scripserunt. Hæc autē omnia, quæ scilicet de cōpositione oculi, in hac quarta propositione huius tertij libri nostræ perspectiuæ sunt præmissa, nunc summatim per figuram mathematicam duximus exemplanda, quæ est talis. Sit enim centrū oculi punctū a, & superficies conuexa ipsius glacialis arcus b c d, & superficies cōuexa ipsius uitreæ arcus b c d, & tela aranea cooperiens glacialem anterius sit arcus b e d, tela quoq; araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



sit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoq; cooperiens ipsam uitreã posterius sit b q d, exterior quoq; tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoq; uneæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoq; albugineus sit corpus b l d o, superficiesq; intrinsece ipsius corneæ sit arcus h f k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaq; est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

V.

Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisiua rebus extra cõiungitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & coelum, necessarium est, ut à uisu aliquid corporeum exiens impleat totũ spacium uniuersi, quod est inter uisum & partem coeli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus nõ sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactũ uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo ꝓcedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios ꝑ se esse causam uisionis, nisi forte radij dicãtur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata à superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideat, tales uero radij ab oculis nõ egrediuntur, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione quousq; per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur à sensibilibus formis, retinet enim quandoq; in se fortes earũ impressiões: uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locũ obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cũ luce colore, & figura sua & quandoq; color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebũtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisas in loco obscuriori mixtam uirides apparere, si claudatᷣ oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux aũt semper sphæricæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiã colores diffundi: cum itaq; uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tũc multiplicatᷣ lumẽ uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaq; lux & color ueniũt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscẽs, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarũ agẽtium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet

paſſi & indiuiſſibile, & totum paſſum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ ſunt in aliquo punctorum rei uiſibilis perueniunt ad ſuperficiem oculi, & formæ omnium punctorum ſuperficiei rei uiſibilis perueniunt ad punctum unũ ſuperficiei oculi, & ſic fit actio & paſſio inter iſta, non fit aũt actio formarum uiſibilium in uiſum niſi forma uiſibilis ſit potens ad agendum & completæ hypoſtaſis ex luminis præſentia, & niſi medium extrinſecum oculo & rei uiſibili ſit lucidum actu, & niſi organum uiſus ſit receptiuum formarum uiſibiliũ per tunicas medias, & humores diafonos ſuæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ ſuperpoſita foramini ueæ, quæ primo aëri extrinſeco coniungitur, & humor albugineus implens foramen ueæ, ſi à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate ſibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipſe humor glacialis, ſi per minimam cõgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uiſio, quia forma ſenſibilis organo uiſiuo imprimi non poteſt: forma itaq; uiſibilis ueniens à re uiſa per medium lucidum uſq; ad ſuperficiem uiſus, tranſit per diafonitatem tunicarum uiſus, & peruenit ad uirtutem uiſiuam ex foramine, quod eſt in anteriori ueæ, & peruenit ad glacialem, & pertranſit in ſecundum modum ſuæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis ſenſibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uiſus uero licet patiatur à formis uiſibilibus, nõ tamẽ tingitur à forma lucis uel coloris poſt receſſum præſentiæ corporis lucidi uel colorati, ſicut uniuerſaliter oſtendimus hãc paſſionem conuenire omni corpori diafono per 4. ſecundi huius, & licet quandoq; ꝓpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impreſſio in uiſum, & alteratio ſecundum illas luces & colores, nõ tamen illæ remanent in uiſu niſi tempore modico, non eſt ergo talis alteratio fixa, uiſus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis ſenſibilibus agentibus in uiſum, patet ergo propoſitum.

VII.

Centrum ſphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum ſuperficierum extrinſecæ & intrinſecæ corneæ, & centrum conuexæ ſuperficiei humoris albuginei neceſſe eſt idem eſſe: ex quo patet, quoniam ſuperficies intrinſecæ corneæ ſuperficiei ſuæ extrinſecæ æquediſtat.

Reſumpta figura oculi quam præmiſimus in 4. huius, dico quod uerum eſt, quod hic proponitur, quoniam punctum a, eſt cõmune centrum propoſitarum ſphærarum. Si enim detur quod centrum ſphæræ totius oculi, quod eſt punctum a, non ſit centrum ſphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares ſup ſuperficiem ſphæræ oculi, non ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ glacialis niſi ſolum illa, quæ tranſit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus, erunt declinantes ſuper ſuperficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uiſarum ſecundum incidentiam iſtarum linearum quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, & oblique declinantur ſuper ſuperficiem glacialis, tunc neceſſario glacialis comprehendit omnes formas rerũ uiſibiliũ obliquatas, & declinantur à ſuo ſitu & figura quam habent extra in ſuperficiebus rerum uiſibilium, quod eſt contra ſuppoſitionem præmiſſam in principio huius libri, & quoniam formæ incidẽtes medio ſecundi diafoni denſioris ſecundũ lineas non perpendiculares huius refringunt̃ ad perpendicularẽ, ut patet per 47. ſecũdi. Subſtantia uero humorũ & tunicarum oculi denſior eſt aëre circunſtante, & ſubſtantiæ diuerſæ diafonitatis inter ſe, ut patet per 4. huius, palam quod in ipſa ſuperficie glacialis fiet refractio alia quàm in ſuperficie corneæ, non diſtinguet glacialis aliquid ergo in rebus uiſis propter refractionem formarum in ſua ſuperficie factarum, manifeſtũ eſt enim, quod lineæ obliquæ incidentes ſupficiei uiſus magis obliquãtur in ſuperficie glaciali, cum glacialis ſit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, eſt enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua ſpiſſitudo prohibens tranſitum formarum, & ob hoc ſinguntur formæ in eius ſuperficie & corpore, nulla ergo formarum uiſibilium com

prehendit

prehendit glacialē secundū eius situm, & figuram quam habuit extra uisum, hoc autem est impossibile, quoniam patet manifeste per suppositionē, quod glacialis cōprehendit formas rerum uisibilium secundum situm & figuram quæ habent in rebus extra. Est ergo necessarium quod lineæ quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, sint perpendiculares super superficiem glacialis, erunt ergo superficies oculi, & glacialis superficies sphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci à quolibet puncto superficiei rei uisæ perpendiculariter sup superficiem oculi, cōcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & sunt perpendiculares super superficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniā superficies corneæ anterius complet oculi superficiem sphæricam, & fit cum illa una superficies sphærica, patet, qm̄ centrum oculi est centrum corneæ per diffinitionem sphæræ, patet itaq; quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ sunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneæ, & centrū sphæræ glacialis sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis constāte, conuenientius naturæ est ut centrū glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris corneæ, ita quod centrum omniū superficierum oppositarum foramen uneæ sit unum punctum cōmune, & superficies concaua corneæ sphæræ fiat æquedistans eius superficiei conuexæ, sic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini, & augebitur bonitas uisionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, superficies intrinseca corneæ æquedistans est superficiei extrinsecæ ipsius, cū ipsarum ambarum sit idem centrum, humor uero albugineus secundum eius conuexum cōtingit concauum corneæ, ut præmissum est per experientiam anathomizantiū in 4. huius tertij per 79. primi huius, superficies cōuexa humoris albuginei erit pars superficiei sphæricæ secundum eius cōuexum superficiem concauam sphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam conuexæ superficiei humoris albuginei & concauæ superficiei corneæ est idem centrum, & hoc est propositum.

VIII.

Sphæram uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, cētrum uero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum uneæ centris omnium tunicarum & humorū anterioris partis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, sphæra cornea secundum eius superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphæræ ipsius, & totus oculus sit sphæra maior quàm sphæra unea, quoniam intra se continet maximum circulum sphæræ uneæ, patet per diffinitionem sphærarum se intrinsecus intersecantium, quod superficies sphæræ corneæ, est maior superficie sphæræ uneæ, palā itaq; ex diffinitione sphæræ maioris, quæ semidiameter corneæ est maior semidiametro uneæ, & quia superficies intrinseca corneæ supposita foramini uneæ, est superficies cōcaua sphærica æquedistans superficiei manifestæ ipsius corneæ, eo quod tota cornea est æqualis spissitudinis, ut ostensum est in præcedenti, ideo quod centrum superficiei intrinsecæ corneæ, idē est cum centro superficiei manifestæ conuexæ eiusdem corneæ, sed superficies concaua corneæ secat superficiem sphæræ uneæ super circunferentiā foraminis, quod est in anteriori parte uneæ, ut præmissum est in 4. huius, & declaratum p 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum sphæræ continentis sphæram uneam necesse est remotius esse in profundo quàm centrum sphæræ uneæ, patet ergo, qm̄ sphærā uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, centrū uero oculi amplius profundari, quod est principale propositū, & ex hoc etiam patet correlariū, qa cū sphæra uneæ non sit in medio cōsolidantiæ sed anterius ad partem superficiei manifestæ oculi, & cū superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphæræ maioris, palam ut præmissum est, quia centrum eius erit remotius in ꝓfundo centro

ueæ, manifestū uero oculi est superficies ipsius corneæ extrinseca conuexa, cui æqui distat eiusdem superficies intrinseca concaua, centrū ergo tam superficiei concaue quā superficiei conuexæ ipsius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrū uneæ, & quia superficies concaua corneæ cōtingit superficiem humoris albuginei, qui est in anteriori foraminis uneæ, & superponitur ei, patet ex præmissa, & per 70. primi huius, quoniā superficies cōuexa humoris albuginei est superficies sphærica, cuius centrū est centrū superficiei sibi suppositæ, superficies ergo cōuexa corneæ, & superficies cōcaua ipsius, & superficies cōuexa humoris albuginei attingens cōcauum corneæ, cū sint sup̄ficies sphæricæ æquedistantiū sphærarū, palam p 73. primi huius, quia centrū ipsaꝝ omniū est unus punctus, qui amplius profunditur centro uneæ, & quia superficies anterioris glacialis est sphærica cū cētricato totali oculo per præcedentē, & etiam quia superficies sphæræ glacialis conuexa secat superficiem sphæræ uneæ intrinsecus, patet per 84. primi huius, cum superficies glacialis sit portio sphæræ maioris quàm superficies sphæræ uneæ, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uneæ, centrum itaq; uneæ centris omnium tunicarum & humorū oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem aëris extrinsecam respicientes amplius eleuatur, quod est totum propositum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea recta centrum circuli sectionis uneæ, & medium cōcauitatis nerui obtici necessario penetrabit.

Ostensum est per 7. huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneæ, sed linea quæ continuat duo centra corneæ & uneæ, quæ in præmissa figura oculi in 4. huius est linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cōmunis earū sectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uneæ, secundū cuius periferiā illæ sphæræ se intersecant: superficies enim concaua corneæ, & superficies conuexa uneæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se secundum periferiam foraminis uneæ, ut patet per 4. huius, palamq; per 86. primi huius, quod eadem linea ꝓducta peruenit ad duo media duarum superficierum corneæ inter se æquedistantium suppositarū illi foramini uneæ, cuius foraminis periferia est circumferentia circuli sectionis, & quoniam foramen quod est in anteriori uneæ est directe oppositum foramini, quod est in posteriori uneæ, quod est extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam eadem linea producta medium concauitatis nerui obtici necessario penetrabit, & hoc est centrum circuli basis pyramidis obtici concaui, patet ergo propositum.

X.

Inter centra sphærarum glacialis & uneæ linea recta producta ad centrū circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea necessario pertinget, & super illius circuli superficiem erecta erit.

Patuit ex præmissis in 4. huius, quoniā sphæra glacialis interse cat itrinsecus sphæram uneam, linea ergo per centra istarum sphærarum transiens, quæ est linea a n, p 82. primi huius, erit perpendicularis super centrum circuli cōmunis sectionis ipsarū. Iste uero circulus sectionis, aut est circulus distinguens finē consolidationis harum sphærarum ad inuicem, aut æquædistans ei, superficies enim quæ est in anteriori parte glacialis opposita est foramini, quod est in anteriori parte uneæ, & situs eius ab eo est situs cōsimilis, ut patuit in 4. hui9, terminus ergo istius sup̄ficiei, qui est circulus sectiōis inter duas superficies sphæræ glacialis & uneæ, aut est ipse circulus consolidationis istarum sphærarum cum unea, aut æquedistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies, glacialis. s. sphæræ & uitreæ, fuerit ipse circulus cōsolidatiōis ipsarū cū unea, iste ergo circulus, est circulus sectiōis inter superficiē glacialis & uneæ, & tūc ut prius per 82. primi, patet ꝓpositū, qđ si circulus sectiōis inter superficiē sphæræ glacialis & sup̄ficiē sphæræ uitreæ, nō fuerit ipse circulus consolidationis sphærarū cristallinæ, & uitreæ cū sphæra unea, sed fuerit æquedistans circulo consolidationis earum cum unea, tunc superficies sphæræ glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id quod

forma naturalis suæ sphæræ extenditur, secabit sphæram uneæ super circulum æquedistantem isti circulo sectionis sphæræ glacialis & uitreæ. quoniam iste circulus æqualem habet situm à circumferentia sphæræ uneæ, & quia iste circulus est æquedistans circulo consolidationis, erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uneam, aut ipse circulus consolidationis, aut æquedistans ei, quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum uneæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eo quod iste circulus est circulus sectionis inter duas illas superficies sphæricas. Sed si iste circulus fuerit æquedistans circulo consolidationis, & est æquedistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uneæ, est ergo cum circulo sectionis inter superficiem glacialis & uitreæ, in superficie una sphærica, quæ est superficies glacialis, & est æquedistans circulo dictæ sectionis. Sed si in aliqua sphæra duo circuli fuerint æquedistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessario transibit perpendiculariter centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur quæ transit per centrum uneæ & per centrum glacialis, transit per centrum circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea secundum omnes dispositiones sphærarum & illorum circulorum, est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66. primi huius, quod est propositum. Sunt tamen necessario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si sint diuersi circuli, & æquedistantes eidem, proposita omnibus occurrunt, secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambæ illæ secant uneam, & consolidantur secundum eundem circulum cum illa, & est ille circulus basis concauitatis nerui optici, & sic ille unus circulus obtinet officiũ 4. circulorum.

XI.

Sphæram uitream necesse est sphæræ glaciali ecentricam esse, centrumq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim superficies sphæræ glacialis, & superficies sphæræ uitreæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se, centrum ergo superficiei anterioris regulæ manifesti oculi, est remotius in profundo quàm centrum superficiei, posterioris per 84. primi huius, posterior uero harum duarum est superficies ipsius uitreæ, ut præostensum est in 4. huius, patet ergo propositum.

XII.

Lineam transeuntem centrum glacialis & uneæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici necessarium est transire.

Quia linea recta transiens centrum sphæræ glacialis & uneæ, quæ in præmissa figura oculi est linea a n, producta super cẽtrum circuli consolidationis glacialis, cum uneæ perpendiculares super superficiem circuli cõsolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem est circulus interfectionis glacialis cum uitrea aut æquedistans ei, quocunq; uero istorum modorũ existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulum sectionis sphæræ glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipsa trãsit per centrum sphæræ uitreæ, quia ergo linea ista transit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipsa necessario centrum circuli cõsolidationis perpendiculariter transibit: extenditur ergo in medio concauitatis nerui optici super quẽ componitur oculus, quoniam circulus consolidatiõis est basis, & extremitates cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero ostensum est supra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea centrum circuli sectionis uneæ, & medium concauitatis nerui optici necessario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli sectionis sphæræ uneæ & glacialis, & centrum uneæ & centrum oculi, & sphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli consolidationis est transiens, patet itaq; ex præmissis, quod una & eadem linea est, q a f, transit per medium cõcauitatis nerui optici per duo media omniũ tunicarum oppositarum foramini uneæ,

et est

& est ipsa per 74. primi huius, perpendicularis sup superficies omniū tunicarum oppositarū foramini uueæ, & est perpendicularis sup superficiem foraminis uueæ, & est ppendicularis sup supficiem oculi consolidationis, & extēditur in medio concauitatis nerui obtici sup quod cōponitur oculus, & ipsa est axis totius oculi quæ in proposita figuratione est linea g a f.

XIII.

Visus nō comprehendit res uisas nisi corpore medio diafono existente.

Quia eī, ut patet per 9. sexti huius, uisio nō est nisi ex actione formæ uisibilis uenientis à re uisa ad uisum, formæ uero nō extendunt nisi in corpibus diafonis consimilis diafonitatis, in quibus fit lucis & formaꝝ extensio secundum lineas rectas, ut patet p primam secūdi huius, cū ergo lineas ꝑductas à rebꝰ uisibilibus ad uisum nō abscindit aliqđ corpus mediū non diafonū, tunc perueniunt formæ ad uisum, & uisio complet̃, quod si aliquod corpus nō diafonū interuenerit, impedit̃ multiplicatio formæ ad uisum, patet ergo propositum.

XIIII.

Non fit uisio corpore uisibili existente similis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uisibile sit diafonum, tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi, ergo non uidetur, quoniā ut patet per 4. secundi huius, lux nō figitur in corporibus diafonis taliter ut ipsas tingat, uel quod eis præstet actum uisibilis, cum ergo diafonitas corpori uisibili fuerit similis diafonitati aëris, tunc erit eius dispositio sicut dispositio aëris, & non apprehenditur à uisu, sicut nec aër, & similiter est de alio medio quocunq;: nullum enim taliū uidetur, cum diafonitas rei uisæ non fuerit spissior corporis medij diafonitate. Si uero corpus uisum fuerit diafonum, sed minus quàm medium: sicuti cristallus respectu aëris: tūc res uisa quoniam habet aliquam colorem respectu suæ spissitudinis, uidebitur per medium aëris ueluti res colorata, quoniam cum lux oritur super ipsum figetur in ipso aliqua fixione, scilicet secundum id quod est in ipsa de spissitudine, & transibit in eo secundum suam diafonitatem, & est in eo forma in aëre secundum colorem & lucem quæ sunt in sua superficie, & illa forma cum peruenerit ad uisum operabitur in uisum, & sentiet uisus rem uisam, patet ergo propositum.

XV.

Inter uisibile & oculi superficiem distantiam mediam necessariū est esse.

Non enim apprehendit uisus rem uisibilem, nisi quādo fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc aūt non est nisi per mediam distantiam, quando ergo uisibile fuerit suppositum uisui sine medio, tunc ipsum non uidetur, res enim per se luminosæ non possunt immediate superficiei uisus applicari, talia enim sunt, ut stellæ & ignis, quæ uisui immediate non possunt applicari, quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminosa si uisui applicentur, illa sine lumine non uidebūtur, relinquitur ergo media distantia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius uisus, in qua se diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus uisibilibus ipsi uisui immediate applicatis, tunc corpus oculi secundū situm suū prohibetur à uisuali operatione, quia enim uisio non fit, nisi ex parte opposita foraminis uueæ, ut patet per 4. huius, si ergo uisus comprehēdat rem uisibilem per immediatam applicationem, non comprehēdit illam nisi secundū partem applicatā foramini uueæ, & non comprehendet residuum rei uisæ, & si imaginetur res uisa moueri super oculi superficiem quousq; uisus totam illam rem contingat, nō propter hoc erit iudicium p uisum, sed potius per tactū, nec enim sic aget in uisum forma uisibilis, quæ est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa, non ergo erit uisio nisi inter uisibile & oculi superficiem sit aliqua media distantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Visio non fit sine dolore & passione à substantia oculi abijciente, ex quo patet uisum oportere conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut complete exerceat uisionem.

Quoniam enim glacialis recipit formā lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem, erit necessario illa operatio non sine dolore, quamuis quandoq; non sentiat ille dolor, ut cum non est ualde fortis, luces uero fortes angustiant uisum, & lædunt ipsum manifeste, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum, & quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere non diuersificata secundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc secundum magis & minus, sic etiã quod quãdoq; latet dolor ipsum sensum, semp tñ illa passio, quantumcunq; insensibilis abijcit à substantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut cõplete exerceat uisionem, quoniam semper comprehensio uisibilium ab uisu est secundũ fortitudinem uisus, quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum, humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & sicci minus, & hæc uoluimus declarare.

XVII.

Visio distincta fit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, ex quo patet omnem formã uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ.

Licet enim ut ostensum est in 6. huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiei uisus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantũ unius puncti totius superficiei rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidet uni puncto superficiei uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiei rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficiei uisus sup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quolibet puncto superficiei uisus transeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorum, quæ sunt in superficiebus omniũ uisibilium oppositorũ uisui in illo tempore, quoniã suppositum est in principio huius, uisum simul diuersa uisibilia uidere, sola uero forma pũcti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiei uisus per 47. secundi huius, transit recte p diafonitatẽ omniũ tunicarum oculi: formæ uero omniũ aliorũ punctorum refringuntur, & transeunt per diafonitatẽ tunicarũ uisus secundũ lineas declinantes sup superficiem uisus, & etiã ex quolibet pũcto supficiei glacialis erit una tantũ perpendicularis super superficiẽ uisus, qm̃ cum sphæræ glacialis & totius oculi sit idem centrũ, ut patet p 7. huius, quæcũq; linea fuerit perpendicularis sup superficiẽ unius, & super alterius superficiem perpendicularis erit p 74. primi huius. sicut aũt ex eodem pũcto superficiei sphæræ glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeũt lineæ infinitæ ad superficiẽ uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus, sic à puncto aliquo superficiei glacialis, ex quo erit perpendicularis super superficiẽ uisus, & pertransit foramini uneæ, exeũt lineæ aliæ infinitæ transeuntes in foramen uneæ, & q̃d peruenĩetes ad superficiẽ uisus declinantes, & sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerunt imaginati refringi secundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47. secũdi huius, peruenerint ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibiliũ oppositarũ uisui in uno tempore, & nulla istarũ linearũ occurrunt pũcto, quod est apud extremitatem perpendicularis, sic etiã secundũ nos ponentes radios non egredi sed formas diffundi ad uisum formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per eandem 47. secundi huius, refringuntur ad idem punctũ superficiei glacialis: solus autem punctus qui est apud extremitatem perpendicularis non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illum punctum glacialis: si itaq; glacialis secundũ lineas non perpendiculares sentiat, tunc puncta q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ nunq̃ ordinabunt in sensu secundũ modũ ordinis sui in superficie rei uisæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis, sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentient, tũc distinguentur in ea puncti q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ, nec erit differẽtia situs & ordinatiõis formarũ uisibiliũ in supficie glacialis & in rebus uisibilibus, q̃ sunt extra: qm̃ aũt secũdũ suppositionem

unē nostrā formæ uisibiliū perueniunt ad uisum sub figuris quas habent in rebus extra: patet ꝙ secundū solas perpendiculares lineas fit uisio, tunc enim solum forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinatū in superficie rei uisæ, patet ergo propositū. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarūcunq; uisarū formaꝝ, quæ sunt perpendiculares sup superficies tunicaꝝ uisus, continent in pyramide, cuius uertex est centrū uisus, & cuius basis est circulus foraminis uneæ, uel pars superficiei illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiū intra illam pyramidem, extendūtur in rectitudinem lineaꝝ radialiū, & pertranseunt tunicas oculoꝝ refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uisibiliū, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunq̄ incidunt per aliquā illarum lineaꝝ perpendicularium, sed forte accidit ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiē uisus oppositam foramini uneæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarū uisus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uisiuam, unde non fit distincta uisio secundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, sed indistincte in concursu. s. ipsaꝝ cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nūc superficiem uisus illam partem superficiei oculi, quæ est opposita superficiei foraminis uneæ. ꝙ aūt uisus cōprehēdat q̄nq; illa quæ sunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quiescente uisu uidebitur, cum tñ illa extremitas sit extra pyramidē radialem. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculū erecto indice uel alio digito extra pyramidē radialem, quæ ualde subtilis est, qm̄ pyramidalitas eius est ampla, unde nihil sui prouenit ad loca quæ circūdant oculū, uidebitur tamē superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorum uisibiliū peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidem radialē, patet ergo ꝙ formæ rerum taliter situataꝝ respectu pyramidis radialis perueniunt ad superficiē uisus per refractionē factam in superficie uisus ab aëre, qui est rarioris diafoni, q̄ sint tunicæ ipsius uisus. ꝙ aūt refractio fiat in superficie ipsius uisus formarū oblique uisui incidentiū, patet etiam in illis, quoꝝ formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidē radialem: si enim acus uel aliqua res subtilis minuta directe opposita foramini uneæ interponatur uisui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cū secundū ueritatem formæ partis parietis directe oppositæ acui & uisui, directe non perueniat ad superficiē ipsius uisus, peruenit aūt, ut patet, qm̄ uidetur: palam ergo, qm̄ peruenit per refractionē factam in superficie ipsius uisus, omnia aūt hæc uidentur indistincte, unde reductis ipsis intra pyramidē radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illaꝝ formæ distincte & perfectius q̄ prius: fit ergo uisio distincta solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiē productas, indistincta uero uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

XVIII.

Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidē, cuius uertex est in centro oculi, basis uero in superficie rei uisæ, ex quo patet, omne quod uidetur sub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum, & quælibet pars formæ uisibilis & punctus se multiplicat per mediū extrinsecū ad oculi superficiem totam, & tota superficies rei uisæ ad unum punctū oculi, quia tñ oculoꝝ tunicæ sunt alterius diafonitatis q̄ aër extrinsecus, solæ illæ lineæ formaꝝ à sup̄ficie rei uisibilis ad superficiē oculi productæ, quæ protractæ centrū oculi penetrant, cū sint perpendiculares super sup̄ficiem oculi, non refringūtur in medio diafoni ipsius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. secundi huius, & per præmissam. aliæ uero lineæ omnes refringūtur, quia incidunt oblique, unde non fit uisio secundū illas, qm̄ aūt sola glacialis proprie est organū uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphæræ corneæ, oportet necessario ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniant ad glacialē, & quia non est possibile, ut

uiſus comprehendat rem uiſam ſecundū ſuum eſſe, niſi quando apprehendit formā unius puncti rei uiſæ ex uno tantū puncto ſuæ ſuperficiei, quoniam ut in præmiſſa oſtenſum eſt omnis forma rei uiſæ ſic ordinatur in oculi ſuperficie, ſicut eſt ordinata in ſuperficie rei uiſæ. Non eſt ergo poſſibile, ut glacialis comprehendat rem uiſam ſecundū ſuum eſſe, niſi quando cōprehendit colorē uel formam unius puncti rei uiſæ ex uno tantū puncto ſuperficiei uiſus uenientē ad ſe: & cū centrū oculi & centrū ſphæræ glacialis, ſicut patet per 7. huius, ſit idem punctū, neceſſe eſt quod omnes lineæ perpendiculariter ꝓductæ, à punctis uiſibiliū ſuper ſuperficiem oculi diaſoni concurrant in centro glaciali, eruntq; quidē diametri in ſuperficiebus tunicarū oculi ꝑpendiculares ſuper ipſas tunicas oculi, eritq; quælibet perpendicularis occurrens ſuperficiei corneæ in puncto uno, & occurrens ſuperficiei glaciali in puncto uno, & una tantū perpendicularis, tranſit per punctū aliquod glacialis à centro corneæ per ipſam ſuperficiē corneæ ſuperpoſitā illi puncto glaciali, quæ ſit perpendicularis ſuper ſuperficiē rei uiſæ, quoniam per 20. primi huius ab aliquo puncto ſuper ſphæram unam una tantū perpendicularis duci poteſt, unde cū ſuperficies rei uiſæ fuerit æquediſtans ſuperficiei ipſius uiſus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis ſup ſuperficiē uiſus & ſuper ſuperficiē rei uiſæ: aliæ uero lineæ omnes ſunt obliquæ ſuper ſuperficiem rei uiſæ, quamuis productæ ad centrū uiſus, fiant perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus, & ſuper ſuperficiem ipſius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſibilis mota ad uiſum ſecundū lineam unam perpendicularē productam ab eo ad ſuperficiē uiſus, occurrit ſuperficiei uiſus ſuper unum punctū, ſuper quē nō occurrit ei aliqua formarū punctorū aliorum rei uiſibilis. Productis ergo à quolibet puncto ſuperficie rei uiſibilis ad centrū oculi lineis, palam, quoniam iſtæ lineæ productæ in diuerſis punctis oculi ſuperficiem ſphæricam oculi ſecabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ iſtæ continentur quaſi in uno copore continuo, quia à punctis quaſi continuis unius ſuperficiei rei uiſæ ad unum punctū qui eſt centrum oculi terminantur: palam ergo, quoniam omnes iſtæ lineæ imaginandæ ſunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & baſem in ſuperficie rei uiſæ, erit enim forma cuiuſcunq; puncti ſuperficiei rei uiſæ extenſa ſecundū rectitudinē lineæ, quæ eſt inter illud punctum & uerticem pyramidis qui eſt centrū uiſus. & omnes tunicarū oculi & humorum ſuperficies ſecant hanc pyramidem, quoniam formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia ſuperficies glacialis conuexa ſecat hanc pyramidē quaſi æquediſtanter baſi, figuratur in illa ſuperficie glacialis, quia noua pyramis, cuius baſis eſt in ipſa ſuperficie glaciali, & uertex ubi prius & baſes illarū pyramidū fiunt quaſi ſimiles, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne quod uidetur ſub angulo uideri quē continent lineæ radiales cōcurrentes in centro uiſus, patet ergo propoſitum. Linea itaq; recta tranſiens per omnia centra tunicarū uiſuū ad locum girationis concaui nerui, ſuper quē componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmiſſis & 12. huius, tranſit per centra uiſus & per centrum foraminis quod eſt in anteriori ueæ. & per centrū ipſius ueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

XIX.

Corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu ſuperficiei uiſus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim oſtenſum eſt, quoniam uiſio ſemper fit per pyramidem, cuius conus eſt in centro oculi, & baſis in ſuperficie rei uiſæ per præmiſſam, & quod iſta pyramis diſtinguitur ex ſuperficie membri ſentientis paruam partem in qua ordinatur forma rei uiſæ, ut patet per 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars diſtricta per ipſam ex ſuperficie conuexa glacialis, quæ eſt primū membrū ſentiens, erit quaſi punctus & ualde parua, ſed membrū ſentiens non ſentit foramen, niſi quando pars ſuæ ſuperficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quātitatis ſenſibilis reſpectu totius oculi, quoniam uirtutes ſenſus ſunt finitæ, & non extenduntur in infinitū, unde ſunt ſecundū unum aliquem terminū ad quē peruenire poteſt uirtus ſenſitiua. Cum ergo pars membri ſentientis ad quam peruenit forma, nō eſt quantitatis ſenſibilis apud totū membrū ſentiens, tunc nō ſentit membrū

actio-

actionem quã agit forma rei uisibilis in illa parte ꝓpter paruitatem ipsius, quare nõ cõprehendit formam rei tam paruæ, solæ itaqꝫ res sunt sensibiles actu, quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficie glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis, illæ ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, & hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concursu amboꝝ neruorũ opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiua sentiens & diiudicans omne uisibile, ꝓpter qđ in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accidit uideri, patet ꝙ uisio non complebitur nisi cum forma uisibili unietur uirtuti sentienti, quæ est in cõcauo cõmunis nerui, oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti, quia uero per 17. huius formaꝝ uisibilium fit ordinatio in ipsius oculi superficie, sicut ordinatæ in superficie rei uisæ, & ex suppositione huius res uisa secundũ situm, figuram & ordinem suaꝝ partiũ uidet̃, necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo, qm̃ secundũ modũ ordinationis quo est recepta in superficie glaciali, & aliter non complebitur uisio, patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreũ alterius diafonitatis à glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorũ duoꝝ corporũ glacialis. s. humoris & uitrei sit consimilis, tunc, ut patet per primam secundi huius, & per 17. huius. & per 72. huius, qm̃ formæ uisibiles receptæ in superficie glaciali non reflexæ secundũ lineas radiales concurrẽt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis, & ibi se intersecantes ulterius se diffundent. Quia uero, ut patet per præmissam, uisio non completur nisi postqꝫ ordinatio formæ, quæ recipit̃ in superficie glaciali, peruenit ad neruũ cõmunẽ, situs aũt partiũ formæ secundũ suum esse in superficie glaciali non potest peruenire ad neruũ cõmunẽ nisi per extensionem eius in concauo nerui, sup quam componit̃ sphæra glacialis, qa aliter est ipsam impossibile peruenire; forma uero non potest extendi à supficie glaciali ad cõcauũ nerui cõmunis secundũ extensionẽ linearũ rectaꝝ, & conseruare situs suaꝝ partiũ secundũ suũ esse, nisi natura alterius diafoni clarioris sibi occurrat anteqꝫ pueniat ad centrũ oculi, qm̃ si nõ sit mediũ alterius diafoni cõmunis, istæ lineæ cõcurrent apud centrũ oculi, & efficiet̃ quasi unum punctũ, & quia hoc centrũ oculi est ante locũ unionis neruorum otpicorũ, patet per 91. primi huius, ꝙ si illæ lineæ ultra centrũ oculi debeant extendi, necessario erit linearum illarũ intersectio in centro, & post cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis secundũ positionem & situm priori pyramidis modo cõtrario se habebunt, conuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ, quoniam habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis taliter, ut illud qđ est in superficie glaciali dextrũ, fiat sinistrũ apud sensum, & econtrario, & superius fiat inferius & econtrario, nec perueniet aliquid formæ directe ad neruũ communem nisi solũ unum punctũ quod est in extremitate axis pyramidis; omnes ergo res secundũ modum suo naturali situi contrariũ uidẽtur, quod est contra suppositiõem, & manifeste contra id qđ accidit in sensu, patet ergo ꝙ necessarium est, ꝙ isti humores sint diuersæ diafonitatis, qđ est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi sitam esse, humoremqꝫ uitreũ & spiritũ uisibilẽ eiusdẽ quasi diafonitatis, & utraqꝫ plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uisæ secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem, palam, sicut in præmissa ostensum est, ꝙ necessarium est ꝙ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrũ oculi, quia etiam si fiat refractio post centri transitum, erũt necessario formæ conuersæ,

quoniã

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus situs partium formæ, refractio uero cum solũ fiat ad perpendicularẽ, uel à perpendiculari, ut patet per 47. secundi huius, palam, quia non transmutat situm partiũ, sed solum auget uel minuit figuram per 49. secundi huius, quia uero glacialis ad quã perueniunt formæ secundũ rectitudinem, tota est unius diafoni, refractio uero non fit nisi medio alterius diafoni: palam, quia non potest fieri refractio formaꝝ nisi apud humorem uitreũ, cuius corpus, ut in præcedenti ostensum est, diuersæ est diafonitatis à corpore glaciali: hic ergo humor necessario antecedit centrũ oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipsum priusq̃ perueniãt ad ipsum centrũ oculi, qđ est idem centrũ humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concursus omnium lineaꝝ radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ sunt omnes ꝑpendiculares super superficiem glacialis, accideret quoq; illis formis ulterius progredientibus transmutatio secundũ situm per 91. primi huius, ut præmissum est, & q̃a hoc est impossibile, patet ergo ꝙ humor uitreus antecedit centrũ glacialis, q̃uis ita q̃ glacialis, in qua est principiũ sensus, indigeat lineis radialibus extensis secundũ rectitudinem, eo ꝙ impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus ꝓpter magnitudinem rei uisæ, & per unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur cõprehensio rei uisæ secundũ suum esse: peruentus tñ formaꝝ ad ultimum sentiens non indiget tantũ extensione formaꝝ secundũ rectitudinẽ istarũ lineaꝝ, qm̃ receptio formaꝝ in membro sentiente non est omnino similis receptioni formaꝝ in corpore diafono, membrũ enim sentiens recipit istas formas ꝓpter suam diafonitatem, & sentit eas ꝓpter eius uirtutem sensibilẽ, & sic recipit formas secundũ receptionem sensus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantũ ad repræsentandũ ipsas uisui, non aũt ad sentiendũ. Qualitas ergo receptiõis formaꝝ in humore uitreo secundũ lineas refractas, est ꝓpter diuersitatẽ suæ diafonitatis à corpore glaciali & ꝓpter qualitatem receptionis sensibilis, quæ non est completa in humore glaciali, sed & corpus subtile, qđ est in concauitate nerui inter humorem uitreũ & neruũ cõmunem, qđ corpus nominatur spiritus uisibilis, qm̃ in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diafonum esse, qm̃ formæ rerum uisibiliũ quando perueniũt in corpus humoris uitrei, extendit sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundũ extensionẽ sensus extendunt formæ ordinatæ secundũ suam dispositionem, patet ergo ꝙ ordinatio partiũ corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis æqualiter est necessario in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctũ superficiei uitreæ, extenditur directe, & non alteratur eius situs in concauitate nerui in quo extendit corpus sentiens, & erunt formæ omniũ punctoꝝ consimilis ordinationis adinuicem: corpus ita q̃ sentiens qđ est in concauo nerui, erit necessario diafonũ ꝓpter receptionem formaꝝ uisibiliũ, eritq; diafonitas eius quasi eadem cũ diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monstruosæ formæ apud ꝑuentũ eaꝝ ad ultimã superficiẽ uitrei uicinantẽ qđ corpi est in cõcauo nerui, pertranseũt ergo formæ in isto corpore subtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti sensitiuæ ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaq; ultimũ qđ est in neruo, qđ comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorẽ ex eius coloratione, qm̃ horũ formæ transeunt & figuræ in ipso: fit aũt refractio formaꝝ apud humorẽ uitreũ tam ꝓpter diuersitatẽ qualitatis receptiõis sensus, q̃ ꝓpter diuersitatẽ diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diafonitas suorũ corporum esset consimilis, esset forma extensa in corpore uitreo secundũ rectitudinẽ lineaꝝ radialiũ ꝓpter consimilitudinẽ diafonitatis, & esset refracta ꝓpter diuersitatem qualitatis sensus inter hæc duo corpora, & sic fient formæ aut monstruosa, aut essent duæ formæ, qñ uero ꝓpter diafonitatis diuersitatem fit refractio, & diuersitas qualitatis sensus affirmat illam refractionẽ aut obliquationẽ, tunc erit forma post obliquationẽ refractionis, forma una ordinata secundũ suaꝝ partiũ situm figuram & ordinem, quã habet forma in re extra, & uirtus sensitiua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente, extenso à sup̃ficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipientis usq; ad concauũ nerui cõ-

munis

munis, qđ est ultimũ corpus sentiens, quoniã in ipso constituta est uirtus sensitiua, sunt itaq; humor uitreus & corpus qđ est in cõcauitate nerui eiusdẽ quasi diafonitatis, q̃a inter ipsa nõ fit refractio aliqua sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatẽ uirtutis sensitiuæ ad unitatẽ simplicis extensionis formæ post refractionem in superficie uitreæ, & q̃m in ijs ambobus corporibus fit progressio formarũ ultra centrum oculi, patet q̃ illa refractio facta est à perpendiculari erecta à puncto refractionis super superficiem glacialis, utrũq; ergo illarum corporum est plus diafonum corpore ipsius glacialis per 45. uel 47. secundi huius, patet ergo propositum.

XXIII.

Superficiẽ cõmunis sectiõis sphæræ glacialis & uitreæ, necesse est planã esse, aut ptẽ sphæræ maioris, q̃ sit sphæra glacialis & ecẽtricã sup̃ficiei oculi.

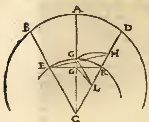
Istarum sphæra℞ glacialis. s. & uitreæ cõmunis sectiõis superficies est necessario plana, aut talis qualis ꝓponitur, q̃m oportet superficiẽ huius sectionis esse similis ordinationis, itaq; eius extremitates ordinenẽ in cõsimili & eadem distantia à centro oculi, ut nõ appareant formæ mõstruosæ per refractionẽ: superficies cõsimilis ordinatiõis, aut est plana, aut est sphærica, hæc aũt superficies nõ potest esse ex sphæra cõcentrica oculo, tũc enim erunt lineæ radiales quæ sunt perpẽdiculares super superficiẽ glacialis, perpendiculares etiã super ipsam ex 74. primi huius, & nõ fieret refractio forma℞, sed cõcurrerẽt in centro, & fierent formæ mõstruosæ, sicut per præmissã mostensum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars sphæræ, necessario ecentrica oculo, ergo nõ potest esse ex sphæra minore q̃ sit sphæra ecentrica oculo, q̃m ratione diuersitatis centri formæ cõcurrent ante peruentũ suũ ad centrum oculi, minoris enim sphæræ minor est diameter quantum est de natura sphæricitatis, & ꝓpter maiorẽ diafonitatem sphæræ uitreæ super glacialẽ quæ ostensa in præmissa, refringerenẽ formæ ab ipsa perpendiculari per 97. secundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero sphæræ minoris in superficie cõmunis sectionis frangerentur ad perpendicularẽ, sic ergo efficerentur formæ monstruosæ, q̃m ꝓcederent ad perpendicularẽ ratione suæ perpendicularis super superficiẽ sphæricã, quæ perpendiculares semper transeũt per centrũ per 72. primi huius, & reflecterentur à perpendiculari: ista ergo superficies est aut plana aut sphærica, utpote pars sphæræ alicuius bonæ quantitatis, ita q̃ sphæricitas eius cõueniat ordinationi secundũ proportionẽq; refractionis à perpendiculari, quæ fit per naturã alterius diafonitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in superficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis secundum rectitudinẽ linea℞ radialium quousq; peruenerint ad istã superficiẽ, tunc reflectuntur apud ipsam secundũ lineas consimilis ordinatiõis secantes lineas radiales: forma itaq; perueniens in aliqđ punctũ superficiei glacialis, semper extenditur super eandem incidentiam lineæ ad idem punctum superficiei uisus, & ad idem punctũ loci nerui cõmunis, à quibuslibet ergo duobus pũctis cõsimilis situs in respectu duorũ neruo℞ extẽduntur duæ formæ ad idem punctũ in neruo cõmuni, donec fiat perfecta unitas formarũ.

XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, necesse est solam axem transeuntẽ per centrũ foraminis uueæ super superficiẽ cõmunem glacialis & uitreæ, & super posteriorem superficiem uitreæ perpendicularem esse.

Axis enim hic, si non fuerit perpendicularis, sed declinans super aliquã ista℞ superficierum, accidet diuersificatio ordinationis forma℞ peruenientiũ ad illam superficiẽ, & mutabuntur dispositiones illarũ forma℞ propter declinationẽ axis, solum enim cũ axis fuerit perpẽdicularis super superficiem glacialis, perueniet forma rei uisæ in superficiẽ glacialis ordinata secundũ ordinẽ partium superficiei rei uisæ, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatẽ axis in superficie rei uisæ, ad punctũ qđ est super axem in superficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialẽ, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes superficies planæ exeuntes ab axe, & secantes superficiem glacialẽ, erunt perpẽdiculares super istã superficiẽ,

& quia superficies humoris uitrei respiciens ipsam superficiē glacialem, quæ est cõmunis sectio sphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmissam, aut est superficies plana aut sphærica, & centrum eius nõ est centrum uisus. Si ergo axis radialis est declinans super istam superficiē, & nõ est perpendicularis super ipsam, nõ exibit ab axe superficies plana perpendicularis super istam superficiē, nisi una tm̃ superficies, illa .s. quæ transit ꝑ inæqualitatē maximam angulorum, quæ patet per 19. primi huius, & omnes sup̃ficies residuæ exeuntes ab axe, erunt declinantes super ipsam superficiem uitreæ. Si enim duæ superficies uel plures exeuntes ab axe, sunt perpendiculares super dictam superficiē, cũ illæ superficies de necessitate se intersecent, & sua cõmunis differentia sit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis super eandem superficiē: datum autē fuit ꝙ esset declinans, sit itaq; centrum oculi punctum c, in superficie quoq; oculi, siue in ipsa superficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi huius æquedistat superficiei ipsius oculi, sit linea b a d, & in superficie humoris uitrei recipiente humorem glacialē sit linea e g f, sitq; axis pyramidis radialis linea a c, imaginemur ergo superficiē a b c d exeuntem ab axe, & erectam super superficiem glacialē trãseuntē per centrũ oculi, qđ est c, & hæc superficies erecta sit etiam super superficiē humoris uitrei, quæ est e g f, sitq; cõmunis sectio huius superficiei erectæ a b c d, cum ipsa superficie glaciali linea b a d, & sint puncta b & d æqualiter distantia à puncto a, qđ sit terminus axis pyramidis uisualis, & sit cõmunis sectio eius cum sit humoris uitrei linea e f: exeunt quoq; duæ lineæ à centro



c, quæ sint c b & c b, erũt ergo istæ duæ lineæ c b & c d, & cũ axe c a in superficie cõmuni perpẽdiculari super superficiē e g f per primã undecimi, qm̃ omnia puncta c b d sunt in illa superficie, eruntq; ex hypothesi duo anguli a c b & a c d æquales, ꝙ patet per 8. primi, si illis arcubus b a & a d subtendanĩ cordæ b a & d a, sint quoq; lineæ c b & c d secantes lineam e f, quæ est cõis sectio dictæ superficiei erectæ & superficiei uitreæ super duo puncta e & f, seceтq; axis c a eandē lineã e f super punctũ g. Si ergo sup̃ficies, q̃ est cõis sectio sphæræ glacialis & uitreæ, est plana, & differentia cõis, quæ est e g f, linea erecta, & si axis a c fuerit declinans super superficiē uitreæ, & ipsa est in superficie a b c d erecta super superficiē e g f, tunc necessario erit axis c a declinans super lineã e f, erũt ergo anguli e g c & f g c inæquales, qm̃ linea à puncto g ꝑpẽdiculariter ꝑducta super lineã e g f ex 11. primi faciet angulos æquales cũ linea e f. Cũ itaq; anguli e g c & f g c sint inæquales, angulus ꝗq; c g f sit exempli causa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d sint æquales, erũt per 24. primi duæ lineæ e c & e f inæquales, est enim linea e f breuior ꝙ linea e c: si enim illæ lineæ sint æquales, cum anguli e c g & f c g sint æquales, & linea g c cõmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g c æquales, qđ est cõtra datum, cũ axis a c sit declinans super lineã e f, sit ergo linea c h æqualis lineæ c e, ducatur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmissis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g ducatur perpendicularis g l super lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus g h oppositum angulo recto in triangulo h l g, est maius latere g l, ergo per 19. eiusdem primi erit linea g h maior ꝙ linea g f: cum enim angulus g f h sit extrinsecus angulo g l f recto, palam ꝙ angulus g f h est obtusus, est ergo maior angulorum trigoni f g h, ergo linea e g, quæ est æqualis lineæ g h, maior ꝙ linea g f, erunt ergo duo puncta e & f diuersæ distantiæ à puncto g, & ista duo puncta e & f sunt illa ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum superficiei glacialis .s. b & d, quæ sunt æqualiter distantia ab axe: pũcta itaq; æqualiter distãtia ab axe in sup̃ficie glaciali, inæq̃liter distãt à pũcto axis incidẽtis sup̃ficiei uitreæ, ꝙ cũ ita sit, palã, qa cũ forma ꝑuenerit à sup̃ficie glaciali ad sup̃ficiē hũoris uitrei, erit ordinatio formæ nõ scđm esse qđ habet in sup̃ficie glaciali, nõ secũdũ suũ esse ĩ sup̃ficie rei uisæ: qñ ergo axis fuerit declinãs sup̃ sup̃ficiē planã, q̃ est cõis sectio sup̃ficiei glacialis et uitreæ, & erit linea q̃ est differẽtia cõis cuiuslibet sup̃ficiei exeũ

tis ab axe erecte ſuper ſuperficiem uitreæ & ſuperficiei ipſius uitreæ continens cum axe duos angulos inæquales, præterq̃ in una tantum ſuperficie, quæ ſecat ſecundum angulos rectos ſuperficiem tranſeuntẽ per decliuitatẽ axis, qm̃ huius tantũ ſuperficiei cõis differẽtia cõtinebit cũ axe angulos rectos: & cũ duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrũ glacialis æquales, erũt duæ partes differentiæ cõis, quæ eſt in ſupficie uitrei, inæquales: formæ ergo ſecundũ iſta puncta q̃ ſunt in extremitatibus iſtaꝝ differentiaꝝ ꝑuenientes ad ſuperficiẽ uitreæ, erũt diuerſæ diſtãtiæ à pũctõ axis qđ eſt in iſta ſupficie, ſed qa puncta iſtarũ lineaꝝ in ſupficie glaciali æqualiter diſtãt à pũcto axis, in eadẽ ſupficie uidebunť formæ nõ ſecundũ ſuã ordinationẽ in ſupficie glaciali & in rei uiſæ ſupficie. Similiter q̃q; demonſtrandũ ſi ſupficies uitreæ fuerit ſphærica, & fuerit axis declinãs ſuper ipſam, tunc enĩ axis nõ tranſibit per centrũ uitreæ, & cũ trãſibit per centꝝ glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quoꝝ diſtãtia à pũcto axis in ſuperficie glaciali eſt æqualis, cõtinent cũ axe apud centrũ glacialis angulos æquales, & quia centrũ glacialis nõ eſt centrũ uitreæ, ut patet per 11. huius, diſtinguẽt iſtæ lineæ ex ſupficie uitreæ arcus inæquales. Cũ enim linea e c, ut prædictũ eſt, ſit maior q̃ linea e f, ſit linea c h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, ſuper quã deſcripta portio oculi e g f quæ ſit g h, erit æqualis portiõi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g eſt æqualis cordæ g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h maior q̃ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ eſt e g æqualis lineæ g h, erit maior q̃ linea g f recta, arcus ergo e g eſt inæqualis arcui g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cõtinentes cũ axe angulos rectos & exeuntes cũ linea a c, in eadem ſuperficie diſtinguũt ex ſuperficie uitreæ duos arcus æquales, niſi duæ tantum lineæ, quæ ſunt in ſuperficie, ſecante orthogonaliter ſuperficiẽ erectã ſup ſuperficiẽ uitreæ. cũ ergo axis fuerit declinãs ſup ſuperficiẽ uitreæ, formæ peruenientes ad ſupficiẽ uitreæ, erunt diuerſæ ordinationis, ſiue ſit ſuperficies uitreæ plana ſiue ſphærica: cũ uero axis fuerit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ uitrei, erit perpẽdicularis ſuper oẽs differẽtias quarũcunq; ſuperficieꝝ planarũ ductaꝝ per lineã a c, & ſupficiei ipſius uitreæ. & erũt q̃libet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali ꝙ eſt unus punctus axis, cõtinentes cũ axe angulos æquales, & diſtinguentes ex differẽtia cõi, quæ eſt in ſuperficie uitreæ duas partes æq̃les, ſiue ſit ſuperficies illa plana ſiue ſphærica, & cõprehenduntur formæ à ſenſu ſecundũ ſuã ordinationẽ in ſuperficie glaciali & in ſuperficie rei uiſæ, & qa talis eſt comprehẽſio formaꝝ, ut patet ex ſuppoſitiõe, palã, qa ſemꝑ axis pyramidis uiſualis eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ hũoris uitrei anteriorẽ & poſteriorẽ, qm̃ eadẽ eſt cauſa & eodẽ modo demõſtrãdũ: oẽs uero aliæ lineæ erũt declinãtes ſuper has ſupficies, qm̃ ꝓcedunt ac ſi ſecare poſſint axem ſup centrũ glacialis, & nulla ipſaꝝ trãſit per centrũ uitreæ ſi fuerit ſphærica, niſi axis tm̃ per 72. primi huius, qm̃ ſola illa eſt perpẽdicularis ſuper ipſam, patet ergo ꝓpoſitũ.

XXV.

Motu oculi ſecundum ſe totum exiſtente poſſibili, non eſt poſſibile ſitũ ſuarum partium mutari.

Oſtenſum eſt in 4. huius foramen eſſe in concauo oſſis, per qđ tranſit neruus opticus, ſed inter hoc foramen oſſis & inter circũferentiã glacialis coniunctã cũ unea, eſt ſpacium aliquantulũ, & neruus opticus extenditur in illo ſpacio ex fine foraminis uſq; ad circumferentiã glacialis ſecundum pyramidalitatẽ, & amplificatur quouſq; perueniat ad circumferentiã ſphæræ glacialis cum qua conſolidatur. Cũ ergo iſte neruus declinať, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipſius oſſis, & quoniã concauitas oſſis continet totum oculũ, declinato ſic neruo, & oculus mouebitur ſecundũ totum in iſta cõcauitate, conſolidatiua enim quæ conſolidatur cum eo, ꝙ eſt in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis reſiduis ſemper eſt cuſtodiens ſitum eius: declinatio ergo nerui apud motũ oculi non eſt niſi à poſteriore totius oculi, non eſt ergo poſſibile ſitum partium oculi mutari, qm̃ ut per 7. huius patuit, centrũ ſupficieꝝ tunicarũ uiſus oppoſitaꝝ foramini ueneæ ut corneæ, eſt idẽ cũ centro oculi, ſicut ergo cũ mouebiť oculus nõ mutabiť centrũ ocu-

li,quoniam sphæra aliqua aliqualiter mota,non propter hoc mutatur situs centri,sic nec centrũ superficie tunicarum oppositarũ foramini uneæ mutatẽ,ergo neq; situs tunicarum oculi mutatẽ,quia enim linea transiẽs per centra omniũ tunicarum & humorũ oculi, transit per mediũ cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta super basem pyramidis nerui, ut patet per 9.huius:& linea quæ transit orthogonaliter per centrũ circuli basis alicuius pyramidis,necessario attingit uerticẽ pyramidis per 89.primi huius.In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur,necesse est moto oculo secũdũ se totũ partes eius nullo modo mutari,qm̃ linea quæ transit per centra illarum partiũ, transit per mediũ cõcauitatis nerui optici per 9.huius,ex quo patet,q partes oculi nullo modo mutanẽ.Declinatio enim partis pyramidalis nerui super superficiẽ circuli consolidationis est semper declinatio cõsimilis,partes ergo oculi secundũ suũ situm nõ mutantur,& hoc est ꝓpositũ,& qm̃ oculi ambo sunt cõsimilis dispositiõis in suis tunicis & partibus,& in figuris suarũ tunicarum,& in situ cuiuslibet tunicarũ respectu totius oculi,patet q nõ est diuersitas inter illos quo ad hoc qđ ꝓponiẽ de suarũ partium situs mutatione ipsis oculis motis,situs enim linearũ ambarum trãseuntiũ per centra tunicarum uisus in utroq; oculorum est semp situs consimilis in oĩbus dispositionibus oculorum,patet itaq; illud qđ ꝓponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto,necesse est alium eidem conformiter moueri.

Quoniã enim situs partiũ oculi non mutatur in utroq; oculorum & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis ossis,motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui cõmunis,quoniã semper illud quod mouetur in partibus aliarũ, mouetur circa aliqđ fixum:motus itaq; nerui partialis incipit in puncto nerui cõis ambobus neruis opticis amborum oculorũ,in quo est uirtus animæ sentiẽtis & mouentis,& qm̃ illa uirtus est indiuisibilis & uniformis & principiũ,quo primo mouet est corpus naturale secundũ sui formã naturalẽ indiuisibile:palam q mouendo unum oculũ mouet & alterum,nec enim est maior ratio qua unum oculũ moueat,q̃ qua alterũ:uno itaq; oculo moto,ambo oculi mouentur,& unus conformiter alteri mouẽ,ut sicut ab eodem puncto motus amborum incipit,sic ad eundem terminum terminentur ambo motus,& sicut ab uno indiuisibili incipiunt,sic ad unum diuisibilem terminenter, palam est ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uisibus uno uisibili directe oppositis, necesse est duas figurari pyramides,quarum cõmunis basis est superficies rei uisæ,& axis cuiuslibet transit per centrũ foraminis uneæ,& per centrum sui uisus.

Qm̃ enim,ut patet per 17.hui9,situs partiũ superficiei rei uisæ peruenit ad sũpficiẽ utriusq; uisus,& in illa figuraẽ secundũ lineas ꝑpẽdiculares ab omnibus punctis superficiei rei uisæ ad oculi illius superficiem productas,quarum omniũ concursus secundũ puncta suarum incidentiũ respicit centrum oculi cuius superficiei incidit,& demum post refractionem quælibet illarũ figurarum peruenit ad medium punctũ nerui cõmunis,ambarum itaq; illarum formarũ concursus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaq; centra duorum uisuum sunt duo,palam,quia in uisione eiusdem rei à duobus oculis duæ pyramides uisuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis,propter multiplicationem formæ cuiuslibet punctĩ superficiei rei uisæ æqualiter ad uisum,& axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis uneæ ad centrum sui uisus. Sicut enim uisibile directe opponitur uni uisui,sic directe opponitur & alteri,ex hypothesi, & quoniam ambo uisus æqualiter moueñ ad aliquid uidendũ,per præmissam patet,q semper in uisione unius rei mediũ punctũ superficiei uisus oculi opponiẽ medio puncto superficiei rei uisæ,uel ꝓpinquo illi,medium aũt punctũ superficiei uisus uel oculi est centrũ foraminis uneæ per 4.huius:forma ergo illius puncti medij superficiei rei uisæ uel puncti ꝓpinqui illi,per centrũ foraminis uneæ peruenit ad centrũ sui uisus,& hoc est ꝓpositum.

Duo

XXVIII.

Duobus existentibus oculis unius rei, unam tantū formā accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictū est, forma recepta in superficie glacialis pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimū, quod est uirtus sensitiua, comprehendens sensibilia, cuius uirtutis oculus est instrumentum recipiens formās rerū, & reddens eas ultimo sentienti, sic quod apud neruum cōmunem ambobus oculis, cuius nerui situs à duobus oculis est situs consimilis, demum completur uisio, licet ergo duæ formæ perueniant in duobus oculis ab una re uisa, illæ tamen formæ ambæ quando perueniunt ad neruū cōmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harū formarum comprehendit ultimū sentiens formam rei uisæ, & sic unius rei tantū unam formā accidit uideri, nisi forte per aliquam occasionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorū opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aspiciēs mutauerit sitū unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus situs duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia situs ipsorū ab una re uisa est situs consimilis, perueneri forma ab una re uisa in duo loca consimilis situs, & cum situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diuersatur situs oculorum ab illa re uisa, & sic perueniunt duæ formæ illius rei uisæ diuersī situs, sed hoc non inest uisui naturaliter, sed solum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas consuetudini naturæ: quando itaq; situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus uisibus unius rei unam formam accidit uideri, quod est propositum. Duæ ergo formæ uisi puncti insiguntur in duobus medijs duarum superficierum amborū uisuum, & quilibet punctus alius formæ uisæ infigetur in duobus locis consimilis positionis in duobus uisibus. Deinde duæ formæ uisæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ sunt in puncto, quod est in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, secundū quas fit uisio ad punctum, quod est in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ sunt in duobus punctis consimilis positionis à duobus uisibus peruenient ad idem punctum punctorum circunstantium, punctum qui est in axe communi, sic ergo duæ formæ totius rei uisæ superponuntur sibi & efficiuntur una forma, & sic uisum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentē superficiebus uisuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere est necesse.

Quoniam enim quælibet axium transit per centrū foraminis uneæ ad centrum uisus, ut patet per 27. huius, ergo & pertransit centrum ipsius sphæræ uneæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & uneæ centrum circuli sectiōis uneæ, & medium punctum concauitatis nerui necessario penetrabit per 9. huius, palā ergo cū perpendicularis semper maneat inconfracta per 47. secundi huius, quod omnē punctum formæ incidentem superficiebus uisuū per axes radiales ad centrum giratiōis nerui communis pertingere est necesse, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam medius punctus nerui cōmunis est tantū unus, palam quia axes amborum uisuum in uno puncto nerui communis semper concurrunt, patet ergo propositum.

XXX.

Si à terminis liniæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cōcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, necesse est in constituto triangulo angulos ad basem æquales esse, ex quo patet quod liniæ illæ productæ sunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorū r & t, inter quæ producatur linea r t, sitq; medius punctus nerui communis a, & constituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t est æqualis angulo a t r, cum enim positio duorum neruorū

q 3 in respectu

in respectu concauitatis nerui communis sit positio consimilis, quia concauitatis nerui unius est omnino similis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius est simile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis est axi nerui alterius, sed per eandem 4. huius, positio duorum neruorum in respectu duorum foraminum est positio consimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam positio duarum linearum r a & t a apud lineam r t est positio consimilis, hoc autẽ est impossibile, nisi anguli a r t & a t r sint æquales, quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum neruorum concauorum, & ex consequenti ipsorum neruorum, sunt ergo illi anguli ad basem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linia a r lineæ a t, patet ergo propositum.

XXXI.

Vno puncto rei uisæ superficiebus amborũ uisuũ perpendiculariter incidente, necesse est axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

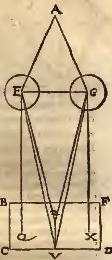
Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertransit centrum foraminis uneæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam secundum motũ oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus sunt semper idem semidiametri oculorum, qui scilicet ab ipsorũ centris ad centra foraminum uneæ protenduntur, partes aũt superiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, semper manent secundũ modum unum; cũ itaq; aliæ partes illorũ axium semper sint immobiles, & alij semper mobiles, cum per ipsas unus punctus uideẽ, patet per primã undecimi, quoniam illæ lineæ non sunt linea una, utpote si forma puncti b, uideatur secundum ambos axes b r & t r, & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui sit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, nõ sunt linea una, eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse, quod est impossibile, patet ergo quoniam angulariter cõiunguntur, quod est propositum, & licet axes præmisso modo refringãtur, formatio tamen pyramidũ uisualium fit ac si axes integri ad uerticem peruenirent, neq; accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

XXXII.

Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum uneæ semper coniungi in uno puncto superficiei rei uisæ etiam motis uisibus per superficiem rei uisæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam, tunc uterq; uisus erit in oppositione illius rei uisæ per secundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali propter uisuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g, & sit medius punctus nerui communis pũctus a, & superficies rei uisæ b c d f, quæ sit exẽpli causa æquedistans lineæ, centra uisuum conuertenti quæ sit e g, palam ergo quoniam à cẽtris uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f, productæ sunt æquedistantes per 6. undecimi, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f, signetur punctus qui sit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionibus, si alter uisus fuerit motus ad uidendum punctũ u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum uisualiũ transeuntes per centra foraminum uneæ coniunguntur in pũcto u, una ipsarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, sit illud pũctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorũ terminos

linea z u producatur, & quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, sicut necq concurrunt si super perpendiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uisibus, sed tantum uno, alter ergo oculorũ mouetur superflue, cum unus oculorum secũ dum sui axem omĩa puncta lineæ z u, possit intercepsiliter transcurrere; cõstituit aũt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisiõis et complemẽtum eius, ut ipsorum uirtus unica sit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliud pũctum unum lineæ z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliori quo potest operari, quorum uterq est impossibile, Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per suppositionẽ, accidit autem hoc impossibile si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis, impossibile aũt nunquam accideret, si incidant in illud punctum, palam itaq quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uisuum semper est necesse, quoniam operatio amborũ uisuum est uniformis, cum igitur uisus fuerit motus super rem uisam, tunc uterq uisus mouebitur super illud, & axes cõgregati in uno puncto superficiei rei uisæ, moto uno ambo mouebũtur simul ad aliud unum punctum super superficiem illius rei uisæ, ambo enim oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus, & est ambobus oculis unus neruus communis, & quoniam motus oculorũ procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq & passio oculorum semper est æqualis & consimilis, & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendum, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu, & si alter uisuũ quiescat reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuum moueri, & alterũ quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & sicut etiam declaratum est per 18. huius, superficiem rei uisæ semper erit basis utriusq pyramidis ab utroq oculorum prodeuntis, quoniam tunc positio puncti in quo ambo axes sunt coniuncti est positio consimilis, quia est oppositus duobus medijs amborum uisuũ, palam ergo propositum, dicemusq punctum concursus amborum axium in superficie rei uisæ punctum coniunctionis.

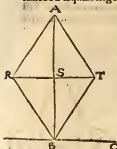


XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur, necesse est productam super diuisam perpendicularem esse, & eam puncto uiso cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmissam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonstretur, sint oĩa disposita ut in 30. huius, & sit linea r t, diuisa per æqualia in puncto s, sitq uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus q̃d sit b t, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant per præcedentem ipsi axes radiales, quæ sint r b & t b, & producatur à puncto a, quod est medius punctus concauitatis nerui ad punctum scilicet linea a s, dico quod linea a s, est perpendicularis super lineam r t, quoniam enim angulus a r t est æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r est æqualis lineæ a t. Sed linea a s, est æqualis sibi ipsi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, sunt æqui angula, angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s est perpendicularis super lineam r t, producatur item linea a s, usq ad punctum con iunctionis

iunctionis amborum axium, quod sit pũctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum partiale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniã



tota linea a b, cuiusq; puncto uiso incidit, utcunq; transmutatis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit, possumus ergo illam nominare axem communem, quia semper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborũ axiũ in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineæ extensæ in duobus medijs concauitatũ neruorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est unus non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non transmutabilis per quem semper transit hæc linea a b, est ergo & ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur quandoq; ab ipso communi axe.

XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem amboś q; axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

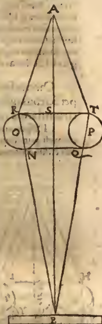
Sit dispositio quæ in proxima, dico q̃d linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui est a b, & duas axes radiales scilicet r b & t b, in eadem semper superficie cõsistere oportet, duo enim axes t b & r b, transeunt per centra r & t, per 29. huius, transeũt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothesi, necessario erunt cum axe communi in eadem superficie per secundam undecimi, sed & linea r t, cõnectens centra foraminum girationis neruorũ, secat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoq; r a & t a, secant lineas r t & a b, in pũctis in quibus cum ipsis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ sunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundũ undecimi, quoniam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

XXXV.

Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes in pũcto cuius distantia à uisu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuũ æquales esse, superficiebusq; amborũ uisuũ nec nõ superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales.

Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur secundũ totũ non secundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, sunt posteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ quod sit b, procedant axes ad centra uisuum, & producãtur ultra ad puncta r & t, palam itaq; quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum, transeat ergo axis r b, superficiem anteriorem sui uisus in puncto n & axis t b, transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto q, & producatur linea n q, sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficierum uisus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod est b, & quoniam axes r b & t b, sunt æquales per præmissam, dico quod partes axium quæ sunt b n & b q, sunt æquales, & quod incidunt uisui secundum angulos æquales, cum enĩ lineæ r n & t q, sint æquales, quia sunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, distantium, necesse est si illæ ab æqualibus axibus abscindãtur, quod residuum sit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquedistat

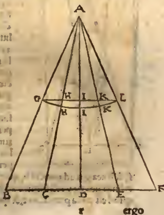
stat lineæ r t, per secundam sexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis est angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & basem eius r t, ut patet p præmissam, patet ergo quoniã axes radiales superficiebus uisuum æqualiter incidunt & secundũ angulos æquales, & si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuum transeant, palam ergo quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo superficiebus uisuum æqualiter secundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiõe motu uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quæ causat aliquam diuersitatem uisionis, maximæ cum res uisa nõ fuerit ualde propinqua uisui, sed cum distantia eius à uisu fuerit mediocris, cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea quæ est interduo centra oculorum, quæ sunt o & p, proportionum æqualitatis uel extẽsus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes sensibiliter inæquales, & facient angulos inæquales: aliãs uero semper sensibiliter æquales erunt, & constituent angulos sensibiliter æquales, quia propter unitatem uisuum, & uniformẽ receptionem formarũ q̃dlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculũ, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsæ omẽs sensibiliter sunt æquales, eodẽ quoq; modo demõstrari potest, quia anguli qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreæ in qua fit refractio sunt æquales, patet ergo ꝓpositũ.



XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarũ plus uicinarum axi refractio fit secundum angulos minores: remotiorũ uero secundum angulos maiores: æqualiter uero distantium secundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter basis quæ per 18. huius est superficies rei uisæ sit b c d e f, axis uero d a, & sint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & sint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a secũdum minorem angulum refringũtur, & lineæ b a & f a, secundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes istæ lineæ concurrere in puncto a, quod est uertex pyramidis, & sit in superficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: sit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea c a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, est rectus per præcedẽtem, palam per 32. primi, quod angulus g h a est obtusus, ergo per 19. primi, linea a g est maior quàm linea a h, & quia à puncto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ sunt ad basem trianguli a g i, quæ est g h i, angulus ergo a h i maior est angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & similiter angulus b g h cum angulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor est angulo b g i,

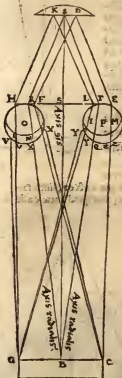


ergo per penultimã secundi huius angulus refractionis lineæ c h est minor angulo refractionis lineæ b g, patet ergo quod linea c h reflectetur secundum minorem angulum quàm linea g b, & similiter est de lineis e k & f l, & quia lineæ æqualiter distantes ab axe a d, ut sunt exempli causa liniæ a c & a e, secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitreæ, qui sunt c h i & e k i, patet per penultimam secundi huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales, patet ergo propositum, quoniam linea g h i k l, sit linea circularis, erit eodem modo demonstrandum per 50. secundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunstantium puncta quæ superficiebus uisuum incidunt, secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter contingunt.

Disponantur omnia alia ut in 35. huius, signeturq; in superficie oculi cuius centrum est punctum o, ex utraq; parte puncti etiam duo puncta u & x, & in superficie oculi cuius centrum est punctum p, signentur ex utraq; parte pũcti q, duo puncta y & z, sitq; superficies rei uisæ opposita uisibus, in qua sit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c, incidantq; axes radiales qui sunt r b & t b, cũ axe communi qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omniũ trium axium, protrahaturq; à punctis u & x, superficiei uisus cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficiei rei uisæ duæ lineæ rectæ, quæ sint u g & x c, & à punctis y & z, superficiei uisus cuius centrum est p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pũctorum superficiei rei uisæ quæ sunt g & c, quæ in supficie oculi o incidunt in punctis u & x, in superficie oculi p in punctis y & z, nõ perueniunt ad medium punctum nerui communis quod est a, sed circunstant ipsum punctum a, similis dispositionis ut puncta c & g, disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisæ taliter, ut pũctus qui est dexter, ad punctum b, qui est punctus coniunctionis axium in superficie rei uisæ sit dexter pertingens ad punctum a, & sinister ipsi puncto b, fiat sinister ipsi pũcto a, & sic de alijs differẽtijs positionũ, qđ est sursum ad pũctũ b sit sursum ad pũctũ a, & qđ est deorsum punctũ b, deorsum fiat ad punctũ a, producatur etiã in utroq; oculorum linea l m, recta uel curua, distinguens superficiẽ uitreæ à superficie glacialis, & hæc linea siue recta fuerit siue curua, quorum alterum est necessarium p 23. huius, semper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, qm & eadẽ de illis est demonstratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmissam, & ideo quia propter conformitatem uisuum & æqualem distantiã punctorum g & c, à puncto b, ex hypotheli, sequitur trigona y g u & x c z, esse æquiangula, anguli ergo g p u & c x z, sunt æquales, sed & figuræ oculorum sunt penitus similes, et dia fonitas est conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in superficie refractionis conformis refractio, & similiter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & secundum angulos æquales, quilibet ergo ipsarum refringitur æqualiter à perpendiculari, fit ergo ut linea t x refringatur ad punctũ f, & linea g u ad punctũ h, quæ sunt puncta foraminis girationis termini circa punctũ r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pũctum alterius foraminis, quod est circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum secundũ lineas rectas bre-



bruissimas refringuntur à perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, sed directe diffundentes se ad puncta nerui communis similem situm & dispositionem recipiunt eis quæ habent in superficie rei uisæ, quæ est basis pyramidis uisionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uisæ refrangitur ad aliquod punctum nerui, aliud à pũcto a quod sit d, & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uisæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod sit k, & quoniam unius dispositionis sunt ambo uisus, & oculorũ distantia est res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uisibus ambobus sunt æquales, & anguli incidentiæ sunt æquales per 35. huius, anguli quoq; refractionis sunt æquales per præmissam, palam quia linea u l, quæ est formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiusdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoq; z c, quæ est formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. similiter quoq; demonstrandum de quibuslibet duobus punctis superficie rei uisæ, æqualiter distantibus à puncto coniunctionis quod est b. Omnes ergo formæ punctorum rei uisæ æqualiter circunstantium, puncta quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter pertingunt, & seruatur figura & dispositio totius superficiei rei uisæ in partibus suis, & in remotione à puncto quod est in axe secundum modum distantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in superficie rei uisæ secundum dispositionem angulorum refractionis in superficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ infiguntur in duobus punctis consimilis positionis apud superficies duorum uisuum, perueniunt ad illum eundem punctum concauitatis nerui cõmunis, & superponuntur sibi in illo puncto, & erunt una forma: lineæ quoq; obliquæ superficiebus uisuum incidentes, quæ in superficie ipsius uisus refringuntur, ad eandem ordinationẽ formæ possunt peruenire, patet ergo ꝓpositũ.

XXXVIII.

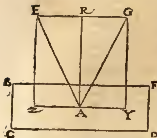
Necesse est ambos axes radiales cum axe cõmuni concurrentes in superficie rei uisæ cum linea æquedistante lineæ connectenti centra oculorũ uel cum totali superficie æquales hinc & inde angulos continere.

Sunt enim ambo oculi æqualis dispositionis per 4. huius, patet etiam sensui quod sunt distantiæ modicæ ab inuicem, & axis semp in quolibet oculo una tantũ linea transiens per centrum foraminis ueæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius: sit ergo ut lineæ b f c æquedistat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, sitq; medius pũctus nerui communis qui a, & sit ut forma puncti superficiei rei uisæ quod sit f, per axes f e & f g, perueniat ad centra oculorũ quæ sunt e g, connexa per lineam e g, pertingatq; ad punctum a, quod sit punctus medius nerui communis, & sit axis communis qui a f, incidens superficiei rei uisæ in pũcto f, secundum angulos rectos, quoniam superficies in qua sunt omnes assignatæ lineæ axium & pũcta per 34. huius, erecta est super superficiem rei uisæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorũ lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui est æquedistans, ergo & lineæ uel superficiei illi æquedistanti p 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e est æqualis angulo a f g, erit ergo residuum duorum rectorum contentorũ ab axe & linea b c, quæ est communis sectio rei uisæ, & superficiei axium inter se hinc inde æquale, axes ergo radiales incidũt supficiei rei uisæ secundũ angulos æquales, & hoc est propositũ, quoniam angulus e f b sit æqualis angulo g f c.

XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquedistantem lineæ connectenti centra oculorum in superficie rei uisæ illi æquedistante protrahere.

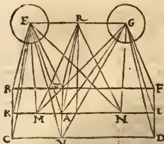
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, sitq́ superficies rei uisæ b c d f, à cuius puncto dato quod sit a, linea æquedistans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq́ linea e g, per æqualia in puncto r, p 10.primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineæ e a & g a, quæ sint axes uisuales concurrentes in puncto a, superficiei rei uisæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis est axi g a, per 35.huius, & linea e r est æqualis lineæ g r, & linea r a communis: erit ergo per 8.huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uisuum e & g ducantur æquedistantes lineæ r a, per 31.primi, quæ sint lineæ e z & g y, hæ ergo inter se sunt æquales & æquedistantes per 25.primi huius, & sunt in eadem superficie per primam primi huius, & quia cōmunis sectio huius superficiei & superficiei rei uisæ transit per punctum a, & est per 33. primi æquedistans lineæ e g. palam quod ipsa linea z a y, est linea quæ quæritur, est ergo factum id quod proponebatur.



XL.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis necessario sunt æquales.

Verbi gratia sint ut supra in proxima præcedente centra duorum uisuum puncta e & g, & superficiei rei uisæ sint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utranq́ partem producatur linea una quæ sit r a u, rectos angulos continens cum utraq́ axium, producanturq́ à centris uisuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico qd' lineæ e u & g u, sunt æquales inter se, & lineæ e z & g z, æquales inter se, quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35.huius, palam quod axis e a est æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq́ ipsorum est rectus ex hypothesi: sed linea a u, linea est communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4.primi basis e u æqualis basi g u, & similiter erit basis e z æqualis basi g z, & eodem modo in punctis omnibus lineæ z u, accidit, palam ergo est quod proponitur. Potest et hæc aliter demonstrari, ducatˀ enim à puncto a, superficiei rei uisæ, in quo concurrunt axes, linea æquedistās lineæ e g, quæ est inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ sit linea k l, eritq́ illa linea k l, in superficie rei uisæ, ducatur quoq́ linea z a, perpendicularis super lineam k l, per 12.primi, et tunc ducatur à pūcto a, linea orthogonaliter super lineam e g, quæ sit linea a r, lineæ e g per æqualia in pūcto r, per 31.primi huius, et ex 35.huius, et ex 5.primi, qm̄ eīn axes e a & g a, sunt æquales, erūt anguli ad basem æquales, et linea r a cōmunis ambobꝰ trigonis e a r, anguliq́ ad pūctū r sunt æquales, qa erecti, erit ergo p 32.primi, & p 4.sexti, linea e r æqualis lineæ r g, producaturq́ linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis sup lineam k a l, & qm̄ per 34.huius lineæ e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis sup lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi, ergo per 4.undecimi linea z a est perpendicularis erecta super illam superficiē in qua sunt lineæ e a, g a, r a, ergo & super lineam r a, Item per 4.undecimi linea k a erit perpendicularis super superficiē r z a, erit



a, erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis super eandē superficiē r z a ex diffinitione, ergo lineæ erectæ super superficiē erit linea e r perpendicularis super lineā r z, qa ergo duoꝝ triangulorꝝ e r z & g r z anguli sunt æquales, qa erecti, & linea e r æq̃lis est lineæ r g, & latus r z cōmune erit per 4. primi, linea e z æqualis lineæ g z, & eodē modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonstrandū, patet ergo ꝓpositum.

XLI.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus, ad idem punctū lineæ cū ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessario sunt inæquales.

Sit omnimoda dispositio ut supra in præcedente. Dico omnes lineæ ab ambobus uisibus ad idem punctū extra lineam u z, quæ sola cum ambobus axibus facit rectos, semp sunt inæquales, signentur enim in lineam k l ut oportet, secante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, distantia quæ fuit m & n, & ducantur lineæ e m & e n, dico ꝙ lineæ e m & g m sunt inæquales, & lineæ e n & g n inæquales: ducatur enim à puncto r ad punctū m linea quæ sit r m, qm̄ ergo angulus e r m est minor recto, angulus ergo g r m est maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m est commune, & linea e r æqualis est lineæ g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m: & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandū, patet ergo ꝓpositum. Ista tamen inæqualitas illarum lineaꝝ minus est sensibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniūctionis.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquedistantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uisibus ꝓductæ, necessario sunt æquales, & æquales cū illis lineis angulos cōtinentes.

Sit omnis dispositio ut supra in duabus præmissis, & sint m & n, puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter distantia à puncto a, qđ sit punctū coniunctiōis axium, ita qđ linea m a sit æqualis a n. Dico ꝙ protractæ lineæ ab alterius uisibus ut e n & g m & e m & g n sunt æquales: cū enim axis e a est æqualis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis e a, qui est angulus e a m, æqualis est angulo incidentiæ axis g a, qui est angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n sunt recti, anguli quoq; r a e & r a g sunt æquales, ut hæc patent ex prædemonstratis in præmissis duabus ꝓpositionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n æquales: sed & axes e a & g a sunt æquales, & linea m a æqualis est lineæ n a ex hypothesi, erit ergo linea g n æqualis lineæ e m per 4. primi, & angulus g n a æqualis angulo e m a, ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per eandem 4. primi basis e m æqualis est basi g n. Et similiter demōstrari potest in omnibus alijs punctis similibus, lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c omnes ut sic nominantur, & ut ab alternis uisibus ad puncta æqualiter à puncto a distantia producuntur, necessario sunt æquales, patet ergo propositum, quocunq; etiam alijs lineis modo simili productis.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarū fit certa cōprehensio à uisu, magis autem secundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis uueæ transeuntem.

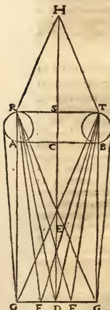
Solus enim huius axis extendit secundū rectitudinem quousq; perueniat ad locū girationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uisæ oppositæ medio superficiei uisus, peruenit ad glaciale & uitreum secundū extensionem usq; ad locum girationis nerui concaui: formæ uero quæ ueniunt secundū lineas alias obliquantur, & quia dispositio formaꝝ obliquataꝝ nō est sicut dispositio formarū extensaꝝ recte, qm̄ obliquatio necessario ipsas alterat aliqua alteratiōe in certitudine comprehensionis: punctus ergo formæ perueniens ad locū girationis concaui nerui, qui

ui, qui extenditur secundũ rectitudinẽ axis, est magis uerificatus omnibus punctis formarum, & quia obliquatio linearũ uicinarũ axi est minor, & remotiorũ maior, eo ꝙ anguli qui fiunt ex lineis super quas ueniunt formæ, & ex ꝑpendicularibus super axem ꝓductis in superficie obliquationis linearũ uicinarũ axi, sunt acutiores, & remotiorũ minus acuti, ut patet per 36. huius: formæ uero, quarũ obliquatio est minor, magis manifestantur, ꝗ̃ formæ quarũ obliquatio est maior: punctus ergo, qui est super axem, perueniens ad locum girationis nerui concaui, est manifestior omnibus alijs punctis, & certioris comprehensiõis, & qđ est propinquius illi, est manifestius remotiore ab illo: & similiter est de forma peruenientẽ in neruum cõmunem, ex quo comprehẽdit uirtus sensitiua formas rerum, patet ergo propositum.

XLIIII.

Puncto coniunctionis in axe cõmuni existente, certissima fit uisio, propinque uero illi axi ad hæc certa, remotius uero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminũ uneæ quæ a b, & sit linea c e axis cõmunis, pũctus quoq; coniunctionis in ipsa linea c e sit d, in quo cõcurrant axes a d & b d, & sit medius punctus concauitatis nerui cõmunis punctũ h. Dico ꝙ puncto d existente in linea c e, tunc certissima fit uisio: formæ enim uisæ peruenientes ad superficiẽ uisus, sunt tunc magis cõsimiles, eo ꝙ axibus cadentibus in centra foraminũ uneæ, quæ sunt signata ꝑ puncta a & b, formæ punctorũ circumstantiũ punctũ d distincte, & consimiliter incidunt circa illa centra, & qm̃ axis cõmunis qui est e c diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33. huius, & per 29. primi, ideo quia linea cõnectens centra foraminum uneæ, est æquedistans lineæ r t, cõnectenti centra foraminũ girationis neruorũ concauorũ, ut patet ex præmissis, & per 4. huius: unde per 31. huius patet, ꝙ linea h c per æqualia diuidit lineã a b, & est perpendicularis super illam, est ergo palam per 4. primi, qm̃ axis a d est æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c, sed per 30. huius anguli h a c & h b c sunt æquales, & qm̃ axis cõmunis, qui est e c, pertingit ad h punctũ mediũ cõcauitatis nerui cõmunis, ad qđ formæ à pũctis a & b diffundunt: palam per 26. primi, qm̃ anguli c h a & c h b sunt æquales. Idem quoq; accidit in omnibus punctis quibus incidunt lineæ radiales ipsis axibus a d & b d ꝓpinque, quæ sunt æquales quasi ad sensum, ut patet per 40. huius: hæ enim lineæ radiales quasi æqualiter incidunt punctis æqualibus superficiei nerui cõmunis per 37. huius. Formæ itaq; punctorũ taliter uisorũ sunt magis cõsimiles, unde fit tunc uisio certior. Sed cũ punctus coniunctionis fuerit modicũ extra cõmunẽ axem, ut in puncto f, siue remotio illa fit ad partẽ sinistrã uel dextram, sursum uel deorsum, siue ad alias utcunq;, tunc ad hæc duæ formæ quæ infigunt duobus uisibus, non multum habent diuersitatis: unde punctũ formæ, cui duo axes infiguntur ipsi puncto h, medio .s. puncto cõcauitatis nerui incidente, residua puncta formæ rei uisæ per lineas radiales uicinas axibus ipsis uisibus incidentes, in concauitate nerui cõmunis circa punctũ h uniuntur, non tamẽ secundũ perfectionem prioris dispositionis: uidetur itaq; & tunc res certa uisione, non tñ in gradu certitudinis prioris; cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extra communem axem, qui est c e, ut in puncto g, ad quãcunq; differentiam positionis hæc contingat, tũc ad hæc punctus rei uisæ, in quo duo axes concurrũt, infigetur ipsi puncto h. Sed formæ residuorũ punctorũ illius rei uisæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient dispositionẽ prioribus duabus similem, neq; erit illorum punctorum uisio bene uerificata, sed remanet minus certa, patet ergo propositum.



XLV.

Omne uiſum in puncto coniunctionis duorũ axium uiſualium certius uidetur, eo ꝙ per radios axibus propinquos, & ſecundũ remotionẽ ab axibus gradus certitudinis decreſcit, ex quo patet, ꝙ puncta ſupꝑficiei rei uiſæ æqualiter diſtantia à puncto coniunctionis, ſimiliter uirtuti uiſiuæ offerentur.

Quoniã enim, ut patet per 43. huius, ſecundũ omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis ſit certa cõprehẽſio formæ uiſibilis à uiſu, magis aũt ſecundũ lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrũ foraminis uueæ tranſeuntem: in puncto aũt coniunctionis concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata ſit fortior ſui medietate, ꝙ in puncto coniũctionis certior fit uiſio ſecundũ totam ſuperficiem rei uiſæ, quæ eſt baſis ambarũ pyramidũ uiſionis, & ſecundũ proportionẽ dupli ad duplũ, quæ eſt ſimpli ad ſimplũ, ſecundũ lineas uero radiales quæ ſunt propinque axibus fit minus certa uiſio ꝙ̃ per axes, quoniã formæ punctorũ peruenientes ad uirtutem ſenſitiuam, non perueniunt directe ad mediũ cõmunis nerui, unde non fit adeo perfectũ de illis iudiciũ, ut de formis peruenientibus per ipſos axes: ſecundũ remotionẽ uero illarũ linearũ ab axibus gradus certitudinis uiſionis decreſcit, quia cum partes ſuperficiei rei uiſæ quibus axes incidunt, & partes illis proxime manifeſtius uideantur per 43. huius ſecundũ partes remotiores illius ſuperficiei, quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, eſt debiliſſima certitudo uiſionis, & ſecundũ alias partes medias fit media diſpoſitio certitudinis, ſecundũ qđ plus accedunt axibus, uel ſecundũ ꝙ ab illis plus remouentur, palam ergo ꝓpoſitum, & per hoc patet corollariũ, qm̃ in punctis ſupꝑficiei rei uiſæ æqualiter à puncto coniunctionis diſtantibus eadem eſt ratio certitudinis uiſionis hinc & inde, quoniam illarum formæ æqualiter in ſuperficie ipſius uiſus, & ex conſequenti in ſupꝑficie nerui cõmunis ſemper figurantur, patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

Omne uiſum in quo concurrunt duo axes uiſuales, uel radij illis propinqui, uidetur ſemper unum.

Quoniã enim formæ per axes radiales peruenientes ad uiſum æqualiter incidunt uiſibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui, concurrũt ergo ambæ illæ formæ ad punctũ unum, & una ipſarum ſupponiť alteri, & fiunt forma una, & qm̃ omnia uiſa nobis aſſueta ſemꝑ ſunt oppoſita ambobus uiſibus, & ambo uiſus aſpiciũt ad qđlibet illorũ uiſibiliũ, propter qđ duo axes duorũ uiſuũ ſemper cõcurrunt in uno puncto illorum uiſibilium per 32. huius, & poſitio radiorũ reſiduorũ qui circũincidũt cõmuni puncto ipſorũ eſt poſitio cõſimilis per 37. huius, maxime qñ non differũt in remotione à duobus axibus maxima differentia: ꝓpter hoc ergo quodlibet uiſorũ aſſuetorũ uideť ambobus uiſibus unum, & qa ut ꝓmiſſum eſt, patet per 37. huius, qm̃ omnes formæ punctorũ æqualiter circũſtantiũ puncta, quæ ſupꝑficiebus uiſuũ incidũt ſecundũ axes radiales ad puncta æqualiter circũſtantia mediũ punctum nerui cõis conſimiliter pertingũt: lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uiſualibus, quia nõ multũ oblique incidunt uiſibus, ideo nõ multũ oblique refringunť, qm̃ ipſarũ refractio eſt ſecundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniũt ad concauitatem nerui, & contingũt ergo ſe circa medium punctũ concauitatis nerui, & ſupponuntur ſibi adinuicem, fiuntq́; forma una, & hoc proponitur.

XLVII.

Omne uiſum in quo concurrit axis communis, & unus axium uiſualium comprehenditur ſemper unum.

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehenſionis, & axis uiſualis unicus unam tantum formã regulariter diſpoſitam imprimit medio puncto nerui cõmunis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad aliquã partẽ nerui diſtinctã ſecundũ partẽ uel ſecundũ remotionẽ, patet ergo ꝓpoſitum.

XLVIII.

Nullum uisorum simul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim siue aliqđ uisum existat in axe communi, siue extra illam, semper punctum eius cui incidūt axes uisuales certius uidetur, q̃ puncta quibus incidūt radij ꝓpinqui, & illa puncta certius uidentur, q̃ pūcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet ꝙ nullū uisum totum simul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipsius cōmuniter per oēs tres axes, uel saltem per duos uisuales motu oculi trāscursa fuerint, tūc solum æqualiter est totum uisum, quoniam tunc forma cuiuslibet sui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit semper noua dispositio totius formæ circa punctum illud, magis ergo æqualiter perpendet tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus dispositionibus suis, tūc ergo tota res æqualiter uidebit: nullus aūt motus est in instanti, sed solū in tempore, palam ergo, ꝙ nullū uisoꝝ simul totum æqualiter uidebitur, sed bene est possibile ipsum totū simul uideri inæqualiter, qm̄ omnia puncta formæ oppositæ uisui, à quibus lineæ rectæ possunt ꝓduci ad uisum, simul multiplicant ad uisum, q̃uis secundū diuersitatē anguloꝝ diuersimode secundū diuersas partes uideant: parua tamen corpora & propinquoꝝ diametrorū æqualius uident, q̃ corpora diametroꝝ maiorū: remotiores enim partes à puncto coniūctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius: & si uisum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, q̃ si fuerit plurium colorum, aut si fuerit in ipso lineatio, aut pictura, aut aliæ subtiles intentiones, tunc enim forma extremoꝝ erit magis dubitabilis, & non bene certificata: hæ enim comprehendunt per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ꝓpositū.

XLIX.

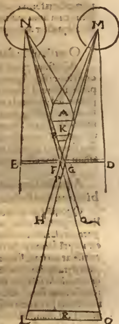
Impossibile est plura simul æqualiter uideri.

Quãuis enim uisus quandoq; eodē tempore opponat multis uisibilibus diuersi coloris, inter quālibet quarū & uisum produci, possint lineæ rectæ in aëre cōtinuato medio inter eas & uisum, perueniantq; formæ lucis & coloris, quæ sunt in rebus uisis ad superficiē uisus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipsaꝝ ad quālibet partem superficiei uisus ꝓpter earū directam oppositionē, & licet uidens uideat in eodem tempore uisibilia diuersi coloris opposita uisui, & sic i tota supficie uisus sint multa lumina diuersa & multi colores diuersi, quorum quilibet implet superficiē uisus sibi oppositam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamē ut patet per 17. huius, non fit distincta uisio nisi solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiē productas, & secundū hæc distinguunt formæ secundū distinctionē partium superficiei uisus, in quas solum incidunt perpendiculares, & licet sic perueniant ad superficiē uisus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuersis, uisus tñ comprehendit omnes formas secundum ipsarum proprietatem: non est ergo impossibile plura simul uidere, sed inæqualiter & indistincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis sentiat formam unius rei secundū suū esse, & figuram ordinatā in sui superficie secundū ordinem quā habet in superficie rei uisæ, extra poterit etiam sentire in illa dispositione formas aliarū rerum uisarū præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguentibus ex sua superficie alias huius rei partes, & poterit sentire formam cuiuslibet illarum rerum uisarum secundum suū esse, & sentire situs eorū adinuicem, non tamen æqualiter: sed perfectius illud qđ uidet secundū pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uneæ ipsi centro uisus, minus uero perfecte alia, quorū pyramidū axes incidunt secundū alia puncta superficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius, illorū enim omniū axes sunt longiores, etiā si ab eadem distantia ꝓcedant: aspiciens itaq; qn̄ fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, inueniet rem oppositam medio sui uisus manifestiorē illis quæ sunt à parte laterum illius medij, & qđ est propinquius medio & manifestius, & qđ est remotius, erit minus manifestum, ut hæc omnia patent per 43. huius, est ergo impossibile plura simul æqualiter uideri, qm̄ impossibile est axem pyramidis radialis transeuntē per centrū uneæ simul pluribus punctis nō dū supficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propositum.

Inter-

L.

Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur.



Exempli causa sint duo puncta n & m centra duorum uisuū, & sit r punctum cuiusdam rei uisæ, quæ sit l o, remotior ab ambobus uisibus q̃ sit res uisa, quæ sit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uisuales, quæ sunt m k & n k, sitq; punctum r taliter positum, ut ipsum protractis axibus n k ad punctū q, & m k ad punctū h intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiat per interpositionē rei uisæ quæ est b c, sit aūt uisibile e d remotius q̃ sit ipsum b c, & ꝓpinquius puncto r inter duos axes taliter disposita, ita q lineæ n b & m e protractæ, & cōcurrentes in ipso p, aliquā partē eius intercipiāt quæ sit f g: lineæ uero m p & n p intersecantes se in pūcto p ꝓtractæ contingēt periferiā corporis, in q̃ est punctū r in pūctis l & o, sit uero a quoddam uisum ꝓximū uisui cadens inter axes m k & n k, dico q̄ uisus cōprehendit in eadē hora in simul formas uisibiliū q̄ sunt b c & c d & r, q̄d q̄ q impedit secundū aliqd uisio ipsius e d, q̄m impedit secundū sui partē quæ est f g, quæ cū sit obumbrata uisui per interpositionē uisibilis q̄d est b c, patet q forma illius partis nō perueniet ad uisum, neq; seruabit in neruo cōi: forma uero uisibilis remotioris q est l o, in quo est punctū r, q̄m ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in pūcto p, quæ ꝓductæ ultra punctū p, suis terminis l & o incidūt, patet q perueniet ad uisum, nō impediente uisibili b c, qa tn̄ in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebit inordinate secūdū situ earūdem partiū ipsius formæ, q̄ sibi directe nō supponent, ut ostensum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate secundū remotionem à puncto medio nerui cōis, quæ remotio erit huic inde inæqualis ꝓpter diuersitatē incidētiæ ipsarū linearū, per quas adueniūt eadē pūcta formarū, ut sunt lineæ m l & n l respectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o respectu formæ puncti o, para tn̄ uniuersi, quæ attēdit secundū dextrā uel sinistrā, sursum uel deorsum ꝑtiū ipsius formæ nō mutatur, uisum eni b c cū sit minus uiso l o, in quo est punctū r, q̄n in puncto k rei b c cōiungūtur duo axes m k & n k, tūc forma uisi b c sit in duobus locis duarū uisuū consimilis positionis, & forma uisi q est l o diuersificabitur secundū situm partiū suæ formæ, & secundū remotionē inæqualē à puncto medio nerui cōmunis, q̄m est magna diuersitas in angulis reflexionis suarū partialiū formarū, sicut & in angulis incidētiæ earundē, ut hoc patere potest per 36. huius, nō tn̄ erit error in parte uniuersi, quia formæ partiū suo ordine disponent, ut sunt in re, & res uidebitur una, q nō accidit in forma uisi, s. ipsius a, q propinquius uisui est, si ipsum paruæ fuerit quantitatis, & nō sit in illorū corporū positione differentia sensui, ita q corpus a cadat inter axes m k & n k, q̄n itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, comprehendūt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundū loca nō obumbrata instituūtur illarū rerum uisarum d e & l o, formæ duobus locis duorū uisuum, & fiunt consimilis positionis in parte uniuersi, & nō in remotiōe à pūcto medio nerui cōmunis, aut non omnes partes earū erunt consimilis positionis in remotione à duobus axibus, nec forma eorū erit certificata: de uiso uero a, q est proximū uisibibus, q̄m ipsum cadit inter axes m k & n k, & est ꝓpinquius uisui, quia eni figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius in respectu amborū uisuū diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrā nec ad dextrā, q̄m forma ipsius quantum est de se ad nullam partium uniuersi secundū respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes

uisuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uisu existente fixo interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundū aliquid, uisio impeditur, ut patet. Cū autē uisus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoq; uisibiliū cōprehensorum, in simul tūc formæ omniū uisibiliū cōprehēdent simul in ambobus uisibus cōsimiles in parte & remotiōe, & comprehendent secundū modū situ certitudinis formæ uniuscuiusq; uisibiliū: huius autē rei totius ratio est hæc, quia certitudo uisionis fit secundū axes, & uisio fit per multiplicatiōem formæ uisibilis in uisum, quæ uero nunq; tunc per corpus interpositū impeditur, cum linea multiplicationis formæ aliam superficiem corporis medij oppositam ui sui aliqualiter attingit, & hoc est quod uolebamus.

LI.

Omnis uisio fit uel per aspectū simplicē, uel per intuitionē diligentem.

Aspectum primū simplicem dicimus illū actum, quo primo simpliciter recipitur in oculi superficie forma rei uisæ: intuitionem uero dicimus illū actum, quo uisus ueram cōprehensionem formæ rei diligenter prospiciendo perquirit, non contentus simplici receptione, sed profunda indagine: uisus itaq; per aspectū simplicem comprehendit intentiones manifestas, quæ sunt in rebus, nec certificat illas, per intuitionē uero cōsiderat oēs intētiōes partiū formæ uisæ occultas aspectui, & certificat omnes dispositiōes illius formæ uisæ, & quia aspectus simplex potest esse sine intuitione, cuius intuitio non potest esse sine simplici aspectu, patet quod omnis uisio aut fit per unum istorum modorum, aut per alium, & hoc est propositum.

LII.

Aspectu simplici secundum totam pyramidem uisualem existente possibili, intuitio fit solum secundum incidentiam axis pyramidis uisualis.

Quoniā enī, ut patet per præmissam, aspectus simplex est solū receptio formæ sensibilis in superficie uisus, palam quod ipsa fit secundū totam pyramidem uisualē, quælibet enim perpendiculariū siue linearum radialiū illam pyramidem constituentiū per 17. huius, adducit aliquā formā puncti superficiei rei uisibilis quā tūc aspicit uisus: quia uero intuitio certificat ueritatē formarum cōprehensarū, certificatio uero oīm formarum uisibiliū plus fit per axes pyramidū uisualiū, quàm per aliquā aliarū linearum illius pyramidis per 43. huius, patet quod intuitio fit solū per incidentiam illius axis: cū ergo uisus fuerit fixus oppositus alicui rei uisæ, quæ fuerit alicuius quantitatis, & illud quod opponitur medio uisus ex illa re uisa fuerit, siue per axem uisualem aut prope illum, tunc erit ipsum quod est in axe, uel quod approximat axi, manifestius residuis partibus rei uisæ: si itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uisæ, mouebit ambos uisus, donec medium eius opponatur cuilibet partiū, uel punctorū superficiei rei uisæ sibi oppositæ, & tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuiq; punctorū, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ, quoniam enim uisus fuerit oppositus rei uisæ, tunc sentiens comprehendet totam formam cōprehēsione qualicūq; per 43. huius, & partem quæ est apud extremū axis comprehendet uera comprehensione, deinde mutatis axibus ad aliud punctū, tunc idem punctum uerius cōprehendet, & tūc cū hoc tota forma prius cōprehēsa cōprehendetur secundo, & etiā ille pūctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cū axes mutabūtur ad punctū tertiū, fiet tertio cōprehensio totius formæ, & etiā illorum punctorum quibus prius axes incidebāt, & ita secundum numerū punctorum quibus incidūt axes, numeratur cōprehēsio totius formæ, semper tñ punctus, cui axes incidūt, certius alijs pūctis cōprehendet. Sic ergo intuens per motum axiū cōprehendit certitudinē cuiuslibet puncti rei uisæ, & insuper reiterat frequentationē cōprehensionis totius formæ secundum numerū punctorum quibus incidūt ipsi axes, apparet ergo uisui tunc omne id quod possibile est apparere in forma illius rei uisæ, & non certificabitur forma rei uisæ, nisi post motus uisus secundum suos axes radiales super omnes partes uel puncta superficiei rei uisæ, nec enim intentiones subtiles, quæ sunt in re uisa, apparent uisui nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut radialium linearum, quæ sunt prope ipsam, super quamlibet partium rei uisæ, & etiam si res fuerit

infimæ paruitatis,& non fuerit opposita uisui,nõ intuebitur illam uisus intuitione perfecta,nisi donec moto uisu axis radialis transiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei,sic ergo fit solum intuitio secundum axis pyramidis radialis incidentiam,quamuis aspectus simplex fiat secundũ omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis, patet ergo propositum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ, quoniã ille motus oculi est insensibilis uelocitatis.

Motus enim axis super partes rei uisæ non est per girationem axis à loco centri ipsius uisus,& per motum eius per se super partes rei uisæ,patet enim per 24.& 12.huius,quod linea axis extenditur recte usque ad locum girationis nerui,super quem componitur oculus,& quod situs eius à uisu non mutatur,sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei uisæ,& medium oculi,in quo est sensus uisiuus,opponitur cuilibet partium rei uisæ,tũc axis transit per quamlibet partium rei uisæ,& secundum istum modum tota forma cuiuslibet partis rei uisæ extenditur ad uisum semper secundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco suo respectu omnium partium & tunicarum oculi, sed cum girabitur axis in concauo ossis cum motu totius oculi,& cum uisus uoluerit intueri rem uisam,& inceperit intueri in extremitatem rei uisæ, & tunc extremum axis super extremitatem rei uisæ,eritque in dispositione maior pars totius rei uisæ in parte superficiei uisus,declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem super quã est axis,quoniam forma eius erit in medio uisus & in loco axis,eritque residuũ formæ obliquũ ad aliam partem ab axe:& cum uisus post illam dispositionem mouebit super aliquã diametrũ rei uisæ,trãsfert axis ad partẽ sequentẽ illã partẽ rei uisæ,& erit forma primæ partis declinans ad locũ aliũ oppositũ loco ad quẽ mouet axis,& nõ cessabit forma declinare quãdiu mouet axis sup illã diametrũ,quousque axis perueniat ad ultimũ illius diametri rei uisæ,quæ est pars alterius rei uisæ,& sic erit forma totius rei uisæ in ista dispositiõe obliqua uisui & puncto opposito ipsi axi,etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuersis incidente,præterque ultima pars & extrema ipsius rei uisæ quæ remanebit sup axem,& in medio uisus & axis,in isto toto motu erit fixus in suo situ quantũ ad situm uniformẽ omnium tunicarum oculi,patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunquam fit basis anguli quem respicit superficies rei uisæ,neque semper secat angulum quẽ respicit aliqua diametrorũ rei uisæ.

Quia enim iam ostensum est in præcedente theoremate,quod axis in toto motu oculi ad intuendum semper manet fixus: si ergo axis fieret basis angulo quẽ respicit superficies rei uisæ,oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes,& moueri axem,hoc autem nõ esset possibile,nisi quoniam axis moueretur per se toto oculo quiescente,& quia hoc est impossibile per præcedentem,totus enim oculus mouetur apud intuitionem,& axis mouetur per motum eius,& moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis,& tota pyramis uariato axe uariatur:incidente enim axe radiali diuersis punctis superficiei rei uisæ,licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem basis sit. Variato tamen axe,causatur semper noua pyramis,quamuis uideatur semper una,ideo quia motus oculi est insensibilis uelocitatis :per hunc itaque motũ comprehendit uisus quodlibet punctum superficiei rei uisæ uisui medio in puncto scilicet axis,& per hunc modum mouetur forma rei uisæ ad ipsam superficiem uisus,& mutatur pars superficiei uisus in qua prius fuit forma,quoniam forma rei uisæ apud motum axis erit in una parte superficiei uisus post aliam partem superficiei uisus, quotiens enim comprehenderit uirtus sentiens partem rei uisæ,quæ est apud extremum axis,totiens comprehendet cum hoc totam superficiem rei uisæ,& comprehendet totam illam partem superficiei uisus,in qua peruenit forma totius rei uisæ,quæ semper est alia & alia, quãdiu itaque axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uisæ non terminantiũ ipsam

diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in centro uisus subtenditur illa diameter, sed cum incidit ipsi termino diameter, tunc ipse axis fit una linearum continentium illũ angulum, nõ ergo secat semper illũ angulũ, quod est propositum.

LV.

Necesse est omnem uisionem quæ fit aspectu simplici fieri in instanti.

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcunq; paruum sit illud tempus, erit ipsum pars magni temporis, & quoniam non datur uisio fieri in tempore nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu, palam tunc, quod secundum spacium distantiæ uisibilis a uisu multiplicabitur & tempus. producatur itaq; linea a b c d, & sit uisus ad punctum a & aliquod uisibile sit apud punctum b. Cum itaq; ut dictum & declaratum est in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si hoc fiat in tempore quocunq;, etiam forte imperceptibili, sit aliud uisibile in puncto c, & sit spacium a c multiplex spacio a b, erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a, & si hoc tempus nondũ sit sensibile, sicut in ulteriori puncto uisibile d remotiori a uisu a, quàm est ipsum c, sitq; spacium d a multiplex spacij c a, ergo erit ipsum magis multiplex spacij b a: forma itaq; puncti d multiplicabitur ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum forma puncti c, sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spacium a d non requiritur in ipsa operatione uisua plus temporis, quàm in spacio a b: apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua, neq; enim est sensibilis differentia temporis, quo mouetur res proxima, aut aliqua stellarum fixarum, cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium: impossibile est ergo uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in tempore, sed necesse est omnem huius uisionem, quantum ad aspectum simplicem, fieri in instanti & subito, eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc est propositum.

LVI.

Omnem intuitionẽ in tempore fieri est necesse, tempusq; intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim, ut patuit in 51. huius, intuitio sit actus uirtutis uisiuæ, quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspiciẽdo perquirit, & semper in ipsa intuitione axes radiales per omnia puncta superficiei rei uisæ mouentur, ut declaratum est per 52. huius: cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibili, ideo, quia ut alibi declarauimus, tempus est proportionale motui, palam, quia omnium intuitionũ in tempore sensibili fieri est necesse; tempus quoq; intuitionis diuersatur secundum diuersas intuitiones formarum uisibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplũ est, ut si uisus comprehendat animal longũ multorum paruorũ pedũ, quod moueatur, tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motũ eius, & per motum comprehendit ipsum esse animal, deinde per modicã intuitionem in pedibus comprehendet ipsum esse multorum pedum, ex comprehensione distantiæ inter pedes, non tñ cognoscit numerũ ipsorum pedũ, & deinde diligentius intuens cognoscet numerũ pedum pluri intuitione & maioris temporis conatu: cõprehensio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore, & cõprehensio multitudinis pedũ erit in tempore maiore illo tempore priori, in quo cognitũ est ipsum esse animal: numerus aũt pedũ erit ad hoc in tẽpore maiori aliquo illorum temporũ, oportet enĩ uisum intueri quemlibet illorum pedũ, & numerare illos, erit aũt quãtitas tẽporis intuitiõis pedũ sc͂dm numerũ multitudinis uel paucitatis pedũ, & hoc etiã patet per diuersitatẽ aliarum uisibiliũ intẽtionũ: tẽpus itaq; intuitiõis intentionũ uisibiliũ formarum, quarũ una est numerus, diuersat secundũ diuersitatẽ intẽtionũ formarum intuitarũ, patet ergo propositum.

LVII.

Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post diligentem intuitionem.

Cum

Cum eñ formæ uisibilium sint cõpositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdã uero subtilibus ualde, ut sunt lineatiões minutæ & colores minutatim dispersi, & similia quæ primo aspectui qui est instantiuus per 55. huius, statim se offerre non possunt, unde indigent tempore ut uideantur, post diligentem ergo intuitum uidebuntur, & non prius: uisus enim nõ comprehendit ueram formam rei uisæ nisi per comprehensionem omniũ intentionum particularium quæ sunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uisæ in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur à uisu secundũ ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus nõ sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentium à primo aspectu diiudicare nõ potest, ideo etiam tunc est opus intuitione, nec enim potest certificare ueritatẽ formæ nisi post diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ: palã itaq; quia uisus nũquam potest comprehendere ueram formam rei uisæ in primo aspectu, sed solum post diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem, tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est, & si terminabitur comprehensio rei uisæ, tũc est forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ, quia uisus raro comprehendit perfectæ rem rei semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuo ad animã, & renouatur forma prius uisa apud animã, & si aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum est restauratur, & si prius uisum non est recuperatur: anima aũt, per formam secundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiusdem intentionis super animam, erit anima magis rememorans illam intẽtionem, & sic erit illa forma magis fixa in anima sed & magis certificata, quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, forte anima nõ comprehendet omnes intentiones quæ sunt in illa forma, neq; certificabit ipsas, & cum forma redierit secundo, cõprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit, & quanto magis forma iterabitur super animam, tanto magis manifestabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus nisi solum luces & colores.

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est, patet quod ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus, unde ipsa sine alijs offerũtur uisui, ut sine situ figura et magnitudine et similibus, alia uero nõ offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem non participante impossibile est aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis, lux enim quæ est in corpore illuminato comprehenditur à uisu secũdum suum esse per se ex ipso sensu, lux uero et color quæ sunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur à uisu simul, et admixta comprehenditur aut utrunq; illorũ in solo sensu uisus, lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminatiõe corporis sentientis quod est de substantia oculi, et color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris: sicut enim sentiens comprehẽdit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem, sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuisibilium, quoniam illa quasi plura à pluribus sensibus sentiuntur, et sine aliqua ipsorum solo sensu uisus sentiatur, & non alijs sensibus particularibus hoc accidit, uel ex istorum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diafonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio cōferens hinc inde, quae non est necessaria in comprehensione lucis & coloris, patet ergo propositum.

LX.

Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter, aut cum ratione & distinctione.

Vt enim patet per praecedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehēdit solus uisus, sunt tamen plura aliorū quae de numero uisibilium sunt supposita, quae uisus quidem comprehendit non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animae accedentibus, & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehensio non est puro sensu uisus, quoniam uisus quando comprehendit duo indiuidua eiusdem superficiei et formae eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehēdet quod sunt similia, sed similitudo duarum formarum non est ipsae formae ambae neq; una ipsarum, sed neq; forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarū duarum formarum in aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarū similitudo nisi ex operatione unius ipsarum ad alteram, non fit ergo similitudinis comprehensio per solū uisum, sed ex potentia animae, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiōis diuersas formas uisas ad inuicem comperantem, et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorū unus est albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum est fortioris albedinis, comprehendet ergo similitudinem illorum duorum alborū in albedine, et diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate: distinctio uero inter illas duas albedines nō est ipse sensus albedinis, quoniam sensus albedinis est ex albatione superficiei uisus, quae fit ab utroq; albedine, distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatē actionis illarum duarum albedinum in ipsum uisum, non est ergo illa distinctio à solo sensu, sed est ab alia uirtute animae, quam dicimus distinctiuam: & similiter est de comparatione & distinctione aliarum sensibilium formarum: nihil enim illorum accipitur solo uisu, sed ratione & uirtute distinctiua coadiuuantibus: uisus enim per se non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua animae distinguit omnia illa mediante uisu, patet ergo propositum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium saepius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formae uniuersalis existens uisui principiū cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei.

Quia enim quodlibet uisibilium indiuidualium habet formam & figuram, in quibus conueniunt omnia indiuidua illius speciei, quae diuersantur solum intentionibus particularibus cōprehensis p sensum uisus, & forte erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quasi uniuersaliter indiuiduis auiū, ut cigno coruo pica & graculo & similibus, in qbus est uniformitas coloris conueniens toti speciei uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & ursum album, si itaq; forma & figura & color & omnes intentiōes, ex quib9 cōponitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis totius speciei, & uisus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium illorum intentionē, quae conueniunt illi speciei, tunc anima iudicabit illud particulare uisum esse indiuiduum illius speciei, non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduū ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares p quas diuersantur indiuidua, et donec illae quieuerint in anima et in ipsa uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uisorum indiuiduorum ipsi uisui occurrente per intuitionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, iteratur à uisu intuitio illius formae uniuersalis quae est illius speciei, cū diuersitate formarum particulariū illorū indiuiduorum, et cū illa forma uniuersalis per intuitionem alterius indiuidui

indiuidui eiuſdem ſpeciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quieſcet, ex diuerſitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uiſum cũ formis uniuerſalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuerſitatem indiuiduorum eiuſdem ſpeciei, et per conuenientiã accidentium uiſibilium in diuerſis indiuiduis cõprehendet, quod forma in qua conueniunt om̃ia indiuidua illius ſpeciei eſt forma uniuerſalis illorũ omniũ. Sic remanet ergo in anima forma uniuerſalis, & in eius uirtute imaginatiua, & eſt illa forma uiſui principium cognoſcendũ omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei, quantum ad illud quod eſt in ipſis ex intentionibus uniuerſalibus indiuiduatũ & de intentiõibus particularibus ſenſibilibus quibuſcunq;, patet ergo propoſitum.

LXII.

Omnis uera comprehenſio formarum uiſibilium, aut eſt per ſolam intuitionem, aut per intuitionem cum ſcientia præcedente.

Comprehenſio uiſibilium ſola intuitione fit, quando comprehendũtur uiſibilia extranea, ut quando uiſus comprehendit rem uiſam quam antea non perceperit nec in ſe nec in ſua ſpecie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes diſpoſitiones & formam eius ueram, non tamen cognoſcit formam eius, quia ipſam antea non percepit, uel non recolit: ſic ergo comprehendetur illa forma uera comprehenſione per ſolam intuitionem, comprehenſio aũt uera formarũ uiſibilium alia ab alia quæ fit per ſolam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum ſcientia præcedente, ut quãdo uiſus comprehendit formam alicuius rei uiſæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ intentio eſt apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uiſus ſtatim in aſpectu illius rei comprehendet eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam formã eius, quæ eſt ſciẽtia uniuerſalis ſuæ ſpeciei, & cognoſcet formã uniuerſalẽ quam comprehendet in illa re uiſa apud comprehenſionem formæ in anima per rememorationem illius rei uiſæ ſpecialiter, & deinde intuens intentiones reſiduas quæ ſunt in illa re uiſa, certificabit particulare formam illius ipſi uiſo indiuiduo appropriatam, & ſi fuerit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uiſum comprehenſæ, tunc cognoſcet illam formam indiuidualem. & quia nulla res uiſa comprehenditur uera comprehenſione, niſi aliquo iſtorum modorum, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Comprehẽſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Eſt enim cognitio comprehenſio ſimilitudinis duarum formarum ſcilicet formæ quam comprehendit uiſus apud cognitionem, quando ſentit ſe cognoſcere rem quam uidet, & formæ quieſcentis in anima prius comprehenſæ, unde non fit uiſualis cognitio niſi per rememorationẽ, quoniã ſi nulla forma talis fuerit quieſcens apud animã & præſens memoriæ, non cognoſcet uiſus rem uiſam: ſemper itaq; fit cognitio ex aſſimilatione formæ quieſcentis in anima ad formam poſtea uiſam extra, ſiue forma quieſcens ſit forma ſpeciei uel indiuidui cognoſcendi, uiſus itaq; comprehendit multas res p̄ cognitionem, cognoſcit enim hominem eſſe hominem, & equum eſſe equum, & Socratem eſſe Socratẽ, & cognoſcit alia ſibi aſſueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit, & cognoſcit illis ſimilia, & omnes intentiones ſibi aſſuetas in rebus uiſibilibus, & quãtitates omniũ rerum ſibi conſuetarum, quæ non cognoſcuntur ſolo uiſu per 59. huius, nec tamen cognoſcit uiſus omne quod uidit prius, niſi quando fuerit rememorans formæ prius uiſæ, non eſt ergo cognitio uiſualis comprehenſio ſolo ſenſu, ſed per rationem formã præſentis rei uiſæ formæ prius uiſæ & apud ſe quieſcenti conferentem, nunquam enim poteſt fieri cognitio niſi per comparationem formæ quieſcentis in anima ad formam uiſam extra, ſic ergo patet, quoniam comprehenſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

Omnem comprehenſionem uiſualem cognoſcitiuam in tempore fieri eſt

necesse, sed in minori quàm sit tempus comprehẽsionis per solã intuitionẽ.

Quoniã em̃ sicut in p̃cedente ꝓpositione præmissum est, oĩs uisualis cognitio fit p intuitionẽ & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formæ, nūc per diligentem intuitum perspectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tẽpore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uisæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per discursum animæ per formas quas apud se habet in imaginatione, quæ si quærenti animæ statim occurreret, non esset rememoratio sed cõtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterum fit in tempore, patet etiã qđ omnis comprehẽsio uisualis cognoscitiua fit necessario in tempore, sed in minori quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem, quoniam intuitiones existentes in anima præsentis memoriæ non indigent ut cognoscantur omnes intentiones quæ sunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, est signans super illas formas, ut quãdo uisus intuens Socratẽ, cõprehendit lineationem manus humanæ, statim comprehendit quod sit homo, & antequam comprehẽdat lineationẽ suæ faciei uel partium aliarum, ex comprehensione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uisibile sit homo sine indigentia cõprehensionis partium aliaꝶ, quas comprehendit solum per cognitionẽ præcedentem ex formis residentibus in anima, per comprehensionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris grossiciẽ aut arcuitatem superciliorum aut similibus, cõprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & similiter cognoscet equum per aliquã maculam in fronte aut alibi in corpore, & scriptor ex quorundam comprehensione linearum cognoscit oẽs partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cõprehensio quæ acquiritur tantum per intuitionẽ fit per cõsideratiõnẽ omniũ partium rei uisæ, & omnium intentionem quæ sunt in ea, cõprehensio uero per cognitionẽ fit per considerationẽ solum quarundam intentionũ quæ sunt in illa forma, palam quod uisio quæ est per cognitionẽ est in minori tempore, quàm sit uisio per solam intuitionẽ, & propter hoc uisus cõprehendit uisibilia assueta uelociter in paruo tempore quasi latente sensum, & maximæ illa quæ á sui primordio cognoscere cõsueuit, uel cũ quibus multo tẽpore perseuerauit, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.

LXV.

Visio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nõ efficit certam formæ rei comprehensionem.

Quoniam enim uisio per cognitionem præcedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisæ superficialiter & in grosso & per quædam exteriora signa illius rei uisæ, & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares quæ sunt in illa re uisa secundum modum quo cognouit res uisas ex prima forma illius rei uisæ in anima existente, sed omnes particulares intentiones uisibiliũ, quæ sunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uisus aũt non cõprehendit mutationem intentionum rei uisæ per formam prius habitam, cũ mutatio fuerit nõ manifesta nec cõprehensibilis á uisu primo aspectu, cognitio ergo præcedẽs nõ efficit ueram rei cognitionem, utpote si in homine mundæ faciei prius cognito accidat postmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nõ sit manifesta, cum enim postea longo tẽpore uiso illo homine non cognoscet ipsum uidens secundam formam sui quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionẽ diligentem factam in illã maculam uel cicatricẽ, & tunc cõprehendet formã eius secundũ suũ esse: & similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamẽ fuerit uisui multũ manifesta, tũc em̃ licet habeat uidẽs apud se formã illius nõ maculatã, nõ tamen applicabit ipsam illius facie maculatæ, & nõ cognoscet ipsum nisi post multã aliaꝶ

intentio

intentionum particularium intuitionem, & similiter est in alijs indiuiduis uisibilium & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim ipsis uisio per cognitionē præcedentē per modicā intuitionē nō efficit certā formæ rei comprehensionē, patet ergo ꝓpositū.

LXVI.

Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens mediantibus intentionibus sensibilius quæ per se uidentur.

Quoniā enim ut suppositum est in principio libri huius, uisio non completur nisi apud peruentum formarū uisibilium ad animā, quæ omnes sunt de genere accidentis, ut patet per ipsarū singulari enumeratione, palam cū nullius substantiæ quidditas sit de genere accidentis, quod nulla ipsarum per se est uisibilis, per accidens aūt quidditas substantiarum corporalium ꝑcipitur à uisu, scilicet per comprehensionē suaꝝ intentionū uisibiliū q̄ per se uidenī, sic ergo quidditas substantiæ non fit nisi per cognitionē intrinsecam animæ, quæ fit ex cōparatione formæ unius posterius cōprehensæ, ad formā aliā prius cōprehensam quiescentē in imaginatiōe: cōprehensio ergo quidditatis substātiæ uisæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiæ, nō est nisi ex cōprehensiōe assimilationis formæ rei uisæ ad aliquā formarū uniuersaliū quiescentiū in aīa & fixarū in imaginatione quam uisus ante cōprehenderat, & quia uirtus distinctiua quæ est in anima, per quā anima reꝝ differentias dijudicat, ut hominē nō esse canē, & ecōuerso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibiliū nouiter scilicet uisas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cū ergo uisus cōprehenderit aliquā rē uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius simile in formis existentibus in imaginatione, & illa inuēta cognoscit per illā rem uisam, & cōprehendit quidditatē eius, & si non inuenerit ex formis quiescentibus in anima formā similē formæ illius rei uisæ, nō cognoscet illā rem uisam, neq; cōprehēdet quidditatē eius: sic ergo nulla quidditas alicuius substantiæ comprehenditur per se à uisu, sed per accidens ut ꝓponitur. Si eñ aliquā taliū quidditatū ꝑ se cōprehenderetur à uisu, ergo & oīnis quidditas cuiuslibet uisibilis substantiæ esset cōprehēsibilis à uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substātiæ quantū ad sensum & sensibile oppositione existētes indiuisibiles ꝑ suas quidditates uiderētur, qđ non est uerū, oportet eñ ut corpus uisibile sit alicuius quātitatis respectu superficiei uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet ꝑ 19. huius. Similiter quoq; patet de oībus alijs quorumcūq; entiū quidditatibꝰ, semꝑ eñ quidditas cuiuslibet cōpositi cōposita est, et eius cōpositionē uisus ꝑ se cōprehendere nō potest, & si uisus aliquā quidditatē, ut est quidditas, cognosceret, tunc uisus omnē quidditatem cognosceret, quarū multæ tamē sunt inuisibiles, cū oīnes ipsæ sint per se intelligibiles & cum hoc sit impossibile, patet ergo propositum.

LXVII.

Primum quod comprehēdit uirtus distinctiua ex intensionibus appropriatis formæ uisibili est quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primo uisibilia, ipsorum tamē quidditates & differētiæ essentiales solo sensu uisus comprehēdi nō possunt, quidditas enim lucis non cōprehenditur solum ꝑ uisum, nisi cooperante uirtute animæ quæ est cognoscitiua, qm̄ uisus cognoscit lumē solis, & distinguit inter ipsum & lumē lunæ & lumē ignis per cognitionem prius factā & per formā in anima reseruatā, similiter etiā quidditas coloris non comprehenditur à uirtute distinctiua nisi per cognitionem quādo color rei uisæ fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uisi ad formas similes illi colori prius cōprehensas, nō enim potest uisus comprehendere colorem rubeum & quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidentis permansit forma eius ut prius uisa: si enim uisus nunquam colorem rubeum antea uidisset, nunc ipsum uisum cognoscere non posset, sed ipsum coloribus illi ꝓpinquius sibi cognitis assimilaret, ut quotidie facit in noua ꝑmixtione quorumlibet colorum. Cum itaq; uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis & colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uisus sit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, & quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo necesse est ut primū quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & p se debetur uisiua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debetur p se & primo operatio uirtutis distinctiuæ, ut illis quorū præsentia prius relucet in organis uisiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propositum.

LXVIII.

Cōprehensio coloris in eo quod est color, est prior cōprehēsione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior est cōprehensio omniū uisibiliū in eo quod in suo genere uisibilia sunt, quàm suarū specialiū quidditatum.

Visus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positis in locum non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistincte tantum, distinguūtur aūt per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem, & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris: comprehensio ergo coloris in eo quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quæ fit non p solū sensum uisus sed p cognitionem, quando idem color prius fuit à uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata, & si uisus comprehendat colorem extraneum, quam nunquā uidit, tunc comprehendet quod est color, & tamē nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs assimilabit propinquiori colori simili sibi, & forte plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum em̄ aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cōprehēsio coloris in eo quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris, & quoniam color est primū uisibile post lucem, patet quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo quod uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura, & si contingat in uisu absolui in specialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ est primi generis, uel illa quæ est generis secūdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti, similium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55. huius, statim ut uisu præsentant per rationem & distinctionem propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ sunt in illis: uirtus enim distinctiua nō arguit per cōpositionem & ordinationem propositionum ad formā syllogisticam, sicut ergo in intellectu qui est habitus primorū in actuali intellectu ꝓpositionū uniuersaliū & per se manifestarū non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo conclusiōes particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionē, quæ immediate sequit̄ ex illa, ideo quia aīa humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cōprehensio quæ fit per rationem & distinctionē fiat per argumentū, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat p uiam argumentationis & considerationis eligendorum, hoc itaq; modo simili & conformi quatenus est possibile fit omnium intentionum uisibilium per rationem & distin

ctionem

ctionem in instanti comprehensio. Distinctio eñi & argumentatio uirtutis distinctiuæ fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totũ corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usq; ad medium nerui communis, est sentiens & diafonum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam sit spiritus uisibilis diafonus, per quẽ uirtus sensitiua defertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborũ oculorum: omnia enim diafona illa illuminãtur à luce & colorãtur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati, & corpus quod est in concauitate nerui cõmunis, est ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cõprehenditur ab ultimo sentiente, & tunc fit distinctio formarum, non tamen inter actũ distinctionis & actũ primi aspectus est differentia temporalis, quoniam sicut lumẽ in uno instanti se multiplicat per mũdi diametrum propter corporis medij diafonitatem, sic etiam formæ sensibiles ut ostensum est per 55. huius, in instanti pertingũt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur comprehenduntur & distinguntur, & quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti, quoniam uero intentiones uisibilium fiunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uisu, sed post compositionem unius ad alteram ex post facto cõprehensionis, fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione necessarium est tempus medium assumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehensionẽ quidditatis coloris in tempore fieri est necesse, ex quo patet quod comprehensio quidditatis omnium similium uisibilium non fit nisi in tempore.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo quod est color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod est color non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55. huius, cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris sit composita ex comprehensione coloris in eo quod est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palã quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis quàm comprehendatur à uisu, sed inter quibus duo instantia est tempus mediũ, quia itaq; cõprehensio quidditatis coloris fit per distinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmissam, quoniam illa distinctio completur in tempore, ergo & comprehensio quidditatis necessario fit in tempore: uisus quoq; non comprehendit quantitatem coloris nisi p intuitionem, quoniam si color nõ fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tẽpore sensibili, nõ cõprehendit uisus quidditatẽ colorũ, unde in rebus uelociter motis nõ distinguitẽ quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores uidebuntẽ oẽs indistincte unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactũ fortem, patet ergo cõprehensionẽ quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse, & ex hoc patet q comprehensio quantitatis oĩm formarũ uisibiliũ nõ fit nisi in tẽpore. Si eñi uisus nõ cõprehendit quidditatẽ coloris, qui cõprehenditur solo sensu uisus, nisi in tẽpore, palã qđ plus indiget tẽpori intentionibus aliorũ uisibiliũ quæ cõprehenduntur plurimũ distinctione & cognitione: oĩm itaq; intentionum uisibiliũ quidditatũ cõprehensio fit in tẽpore, licet illud tempus quandoq; sit ualde paruum, & hoc ꝓponebat.

LXXI.

Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit inten-

tiones speciales quàm indiuiduales.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cõuenientia propria formæ hominis cõprehendit ipsum esse hominem, quamuis non cõprehendat lineationẽ suæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uisæ non cõprehendetur nisi ex comprehensione intentionũ particulariũ illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quæ sunt ex genere uel specie illius indiuidui omnium aut quarundam. sed comprehẽsio formæ partialis est in minori tẽpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatẽ, patet quod indiuidualitas est quasi quædam totalitas respectu specialitatis, comprehensio ergo specialitatis rei uisæ est in minori tempore quàm comprehensio indiuidualitatis, & hoc proponebatur.

LXXII.

Intentiones speciales & indiuiduales quorundã uisibiliũ assuetorũ minori tẽpore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus cõprehendũtur.

Quædam enim specierum uisibilium assuetorum non assimilatur alijs speciebus, ut species hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur, & quædam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quæ assimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uisus comprehẽdit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore in quo comprehendit equum esse equum, & maxime quando comprehendit utrãq; istorum in magna remotione, quoniam uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendet ipsum esse animal, ex motu & ex corporis erectione cõprehendet ipsum esse hominem: sed licet per motũ etiã possit cõprehendere quod indiuiduum equi sit animal, & per numerũ quatuor pedũ comprehendit ipsum esse bestiã, non tñ propter hoc cõprehendet ipsum esse equum, quoniam intentiones equinæ quæ sunt ĩ spacio remoto uisu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedũ, quæ assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaq; uisus non cõprehendit aliquã intentionũ propriarũ equo, nõ comprehendet illud esse equũ, quia itaq; tempus in quo comprehendit uisus erectionẽ corporis hominis, non est sicut tempus in quo comprehẽdit formã equi cũ intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suæ faciei, & extẽsio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm cõprehensio speciei equi, quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tñ unum ipsorum secũdum omnes dispositiones eius est maius altero, & similiter quia rosæ hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suæ speciei, uel etiã intentione suæ rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehẽdit eius speciem per rubedinem roseaceum, quàm speciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum assimilantur; & uniuersaliter quidditates omniũ specierum quæ possunt assimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uisu, sicut quidditates omnium specierum, quæ paucis uel nullis assimilantur, & similiter etiam est de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alij assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa, illud aũt indiuiduum, quod assimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus sensitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies rei uisæ solum ex comprehẽsione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ.

Quãuis eñ ordo puræ mathesis sit in hoc, ut per quantitatẽ angulorũ sciaẽ quãtitas partium superficierũ sphærarũ illis angulis subtensarũ, eo quod sicut centrũ est principiũ constitutionis totius sphæræ, sic partes angulorũ solidorũ, qui sunt circa centrũ sphæræ, ut circa quodlibet

q̃ãlibet uniuersi ptiũ sit principiũ distinctiuũ oĩs ptis sup̃ficiei sphæræ p 87. primi huius: tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quæ naturaliũ rerũ cõditione permiscetur, uirtus sensitiua ex comprehẽsione partis superficiei uisus, in qua figurat̃ forma rei uisæ, comprehendit à posteriori uia sensibus competente quantitatẽ anguli, quã in centro uisus respicit superficies præfatã: sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam sup̃ficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionẽ lucis & coloris, qui per se accidũt in illa parte ab alijs superficiebus uisus distincta, & quando cõprehendit quantitatẽ illius partis, tunc imaginatur angulos quos respiciũt illæ partes, & comprehendit quantitates eorũ apud centrũ uisus secundũ quantitatẽ partiũ superficiei uisus illis angulis subtensarũ: anguli aũt tunc non certificantur nisi per motũ uisus respicientis super diametros rei uisæ, aut super spaciũ, cuius uisus magnitudinẽ uult scire: patet ergo propositũ: & licet lineæ radiales in centro uisus non concurrant, qm̃ peruenit intersectio axiũ uisualium ad mediũ punctũ nerui cõmunis, ut in præcedentiũ theorematũ pluribus patuit, partes tamẽ superficiei uisus ipsius informantur secundũ modũ quo lineæ radiales concurrunt in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractio in medio secundi diafoni præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc est notatu dignũ, qm̃ nos in sequẽtibus utemur centro uisus, ac si lineæ radiales in ipso angulariter cõcurrant, quia scd̃m hoc oĩs uisio informat̃.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



TRactauimus in præmisso tertio libro de proprietatibus organi uisiui, & de essentialibus modis uidendi, nunc aũt restat, ut in hoc quarto libro psequamur pprietates omniũ uisibiliũ, quæ ut in principio tertij diximus, sunt uigintiduo, quorũ tantũ duo. s. lux & color sunt per se uisibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur, uel quia non uidẽtur nisi ppter luces & colores, ut patet in singulis ipsorũ, & qm̃ in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmisimus, ideo nũc alia 20. uisibilia restant ptractanda: hæc itaq; omnia, passiones quoq; & deceptiones, quæ accidũt uisibus & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & possibilitas nostra fert, sub modo demonstrationis suo ordine percurremus, unicuiq; ipsorũ suæ uisionis modũ & in se & in suis ptibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipso uel tantũ uirtuti uisiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiuæ & rationatiuæ accidunt, cum studio subiũgemus: quæ aũt præmittimus sunt ista.

Forma dicit̃ directe uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est ppendicularis incidens ipsi centro foraminis uueæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua pducta recta dicto modo non est ppendicularis. Linea directe uisui opposita, dicitur illa cui axis radialis ppendiculariter incidit secundũ aliquod eius punctum. Linea obliquata ad uisum, dicitur cui axis radialis ad nullũ sui punctũ ppendiculariter potest incidere. Superficies directe opposita, dicitur quando axis radialis ppendiculariter erigitur super illam. Superficies uero obliquata ad uisum, dicitur quando axis radialis punctis illius superficiei incidit oblique. Complementũ directionis in oppositione uisus est, cum axis ppendicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ppendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ ppinquior, tanto erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione.

Vera comprehensio per uisum, dicitur illa inter quã & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino respectu totius rei uisæ. Remotio unius rei ab altera, est priuatio cõtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuscũq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aũt hæc. Sub eleuatioribus radijs uisa eleuatiora apparere, sub decliuioribus uero decliuiora, & similit̃ sub dexterioribus radijs uisa dexteriora

riora apparere, sub sinisterioribus uero sinisteriora. Item sub pluribus angulis uisa ꝗ spiſsatius uideri. Item omnes uisus æqualis dispositionis æque ueloces esse. Item omne totum uideri maius sua parte.

THEOREMA 1.

Ex intemperata proportione circumstantiarū formarū uisibilium ad uisum fit deceptio in uisu, non solum secundum se, sed secundum uirtutem animæ distinctiuam.

Ex his quæ declarata sunt in libro tertio patet 8. esse necessaria ad perfectam operationem uisus, quæ sunt lux, dispositiones, uisibilia & uisum, per 1. tertij huius. Item distantia uisibilis à uisu per 15. tertij huius. Item situs oppositionis ipsius uisus per 2. tertij huius, uel situs respectu axis cōmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis per 19. tertij huius. Item soliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item sanitas uisus per 16. tertij huius: quodlibet aūt istorū latitudinem habet proportionatā ad rem uisam: lux enim habet latitudinē, qm̄ lux maxima impedit uisum, & lux debilis non educit uisibilia in actū agendi in uisum, unde corpora minuta uel intentiones uisibiles minutæ non uidenī in luce debili, sed est ibi latitudo in ijs lucibus, quæ est magnitudini corporis proportionata. Distantia quoq; uisibilis à uisu siue ipsius remotio latitudinē habet: corpus enim aliquod ab aliqua distantia plene comprehendit, & ab alia non plene, & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio corporis illius, & secundū ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo distantiæ spacij secundū quā ipsum poterit uideri. Similiter cū magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppositionis ipsius uisus, non comprehendūtur particulæ uel notæ paruæ quæ sunt in ipso, quæ in parua declinatione corporis uiderenī, & est ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruū situm extra axem cōmunem uidebitur multū elongatū & occultatū, & idem corpus situm circa axem cōmunem uidebitur aperte, palam aūt ꝙ situs respectu axis cōmunis habet latitudinē, qm̄ habet habitudinē proportionatā ad corporis magnitudinē & minutias ipsius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinē; si enim partes rei uisæ non fuerint proportionales totali magnitudini uisæ, occultabūtur uisui: & si fuerint proportiōales totali uisæ magnitudini, sit tñ corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non statim percipimus uisu, licet proportionales sint suis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uisæ proportionata debet esse ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uisa magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinē proportionatam ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipsum sit paucæ soliditatis, illud tamē corpus uideri poterit, ꝙ nō accideret maiori soliditate in illo corpore existente, qm̄ forte color propter reflectionē uehementem luminis impediret uisum, quæ reflectio fieret propter magnam corporis soliditatem: & si color fuerit obscurus, tūc forte accidet minus solidū debilius uideri colore eius obscuro existente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinē, quia per flammas & per fumos nō fit uisio rerum minutarū, sed forte grossarū, sicut si per ipsa uidereī carta nō scriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus subito uisum pertransiens, non comprehendit à uisu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia est uelocissimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uisus latitudinē habet, in quibusdā enī īfirmitatibus minutiæ corporis, nisi abscōdanī, in minori spacio percipiuntur, & uisus debiliores non uident illa quæ occurrunt uisibus fortioribus. Vniuersaliter ergo, quilibet istorū motorū, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in rei ueritate, est egressus à tēperantia ad rem illam uidendā proportionata, & hæc omnia se alterutrū respiciunt, scdm conuenientes adinuicem proportiones, & q̄dlibet ipsorum ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat dispositionem, quorum pertractationē relinquimus considerationi animæ res propinquius intuentis.

Impos-

II.

Impossibile est uisum unam intentionum uisibilium per se solam comprehendere.

Visus enim per se comprehendit formas uisibiliũ, quæ sunt corporales: omnes autẽ formæ corporales sunt cõpositæ ex multis intentiõibus uisibilibus particularibus prædictis, sicut magnitudo non est sine figura, & figura non est sine situ, & hæc omnia nõ sunt sine colore, & color non est sine luce, & lux nõ diffunditur nisi in corpore: uisus itaq; nõ comprehendit aliquã istarũ partium intentionem, nisi ex cõprehensione formarũ uisibiliũ cõpositarũ ex pluribus intentiõibus particularibus, quarũ quãlibet simul comprehendit uisus, & qm̃ nulla intentionũ per se sola complet aliquã formarũ corporaliũ sensibilium: palam q̃ impossibile est uisum cõprehendere aliquam illarũ intentionũ solam per se, sed semper sunt plures illarũ intentionũ simul in forma sensibili congregatæ: uisus ergo cõprehendit simul semper multas intentiones particulares, quæ solũ distinguũtur auxilio uirtutis distinctiuæ per imaginationẽ, & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam, quod est propositum.

III.

Non sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur.

Quod omne qđ uidetur sub angulo uideatur, patet per correlariũ 18. tertij huius, & etiam cũ per 19. tertij huius, corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu uisus ad hoc ut actu uideaẽ, palam ergo, q̃ sub angulo contingentiæ, qui est indiuisibilis p 15. tertij huius, non erit possibile aliquã rem uideri. omnis enim angulus sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis p axem pyramidis radialis supficiei ipsius uisus ppẽdiculariter incidẽtem, eo q̃ omnis uisio fit per pyramidẽ uisualem, cuius basis superficies rei uisæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus est sub illa axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54. tertij huius, est ergo rectilineus, est ergo diuisibilis per 9. primi, & qm̃ maximus angulorũ, sub quo fit uisio, est quasi rectus, ideo q̃ diametrũ foraminis uueæ quæ subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis sphæræ uueæ, uel lateri quadrati ĩscriptibilis circulo magno illius sphæræ, ut ostendimus in 4. tertij huius, illi aũt lateri semper subtendiẽ angulus rectus per ultimã sexti, qm̃ eius corda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret, ac si lineæ radiales in centro uueæ concurrent, tunc maximus angulus secundũ quẽ fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita q̃ pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit aũt uisio ac si lineæ concurrant in centro uisus, ut patet per ultimã tertij huius: centrũ uero uisus est remotius in profundo q̃ centrũ uueæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus secundũ quẽ fit uisio, est minor recto, sed non multũ minor, quia illorũ centrorũ sphæræ scilicet uueæ & oculi, nõ est magna distantia, & fit axis maximæ pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̃ si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculũ ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartam circuli maioris sphæræ cœlestis per zenith capitis transeuntis, & per anguli huius diuisionem fit uisio partium illius, & omniũ rerum illis angulis subtensarũ, quousq; perueniaẽ ad angulum minimũ, qui si diuideretur, non fieret uisio secundũ illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitũ diuisibilis, in angulis tñ naturalibus, scđm quorũ dispositiõem fit passio operationis sensibilis, oportet ut sit status in diuisione, quando minus sensibile illo non erit, neq; ergo erit uisio sensibilis secundũ illum, sed omnis uisio est sensibilis, cum sit actio sensitiua, nulla ergo uisio erit secundũ angulũ minorem illo, non ergo sub quocunq; angulo res sensibiles uideñ, & hoc intelligendum est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisuum incidentes non oblique, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formarũ rerum uisibiliũ in uisu, ut ostẽdimus in 17. tertij huius, patet ergo propositum.

Forma

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter superficiei uisus oppositæ non uidetur, quoniã per ipsam solum fit distinctio punctualis, oppositæ uero uisui secundum longitudinem secundum sui formam propriam uidetur.

Esto ut uisui, cuius centrum sit d, ꝑpendiculariter incidat linea a b, quæ sit aliqua sensibilis, utpote corpus longum insensibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet sit columna rotunda, uel lãterata, basis tamen eius à uisu percipi non potest, dico ꝙ tale corpus taliter dispositum nõ uidetur, est enim angulus in centro uisus, cui subtendit͂ basis eius diametri penitus insensibilis, secundũ qđ non potest fieri uisio per præmissam, in formis tamẽ alijs uisis fiet per incidentiã formæ huiusmodi corꝑis aliqua distinctio punctualis insensibilis, qm̃ forma puncti illius ꝑpendiculariter incidentis, se formis punctoꝝ circũstantium aliarũ formaꝝ immiscebit, & cũ non sit de genere illorũ, necessario aliquã faciet distinctionẽ, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum sensibiliter distinguant͂, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingunt, opposita uero linea uisui secundũ longitudinẽ siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundũ sui formam ꝓpriam uidebitur, qm̃ tota eius longitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilibus peruenient ad uisum, ut si linea a b c opponatur uisui d secundum sui longitudinẽ, & sit distantia conueniens, tunc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c, & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c, & siue sit recta uel curua, uel irregularis, semper aliqua longitudo secundũ latitudinem describetur in oculi superficie, secundũ ꝙ est in ipsa linea, & per longitudinẽ sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formã lineæ indicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ sunt ut quidam pili, patet ergo propositum.

V.

Superficiei oppositæ uisui taliter, ut imaginata protrahi secet oculum per eius centrum una tantum linea, oppositæ uero uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.

Opposita enim uisui superficie, quacunq; superficie per mediũ quo ꝓponit͂ formæ omniũ punctoꝝ perpẽdiculariter incident superficiei uisus, & concurrent in centro, & quoniã forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ facit aliquã distinctionẽ in uisu per præcedentem, & oĩa illa puncta secundũ longitudinẽ incidentia coniũcta cadunt in quadã linea, patet ꝙ illius sup̃ficiei sic dispositæ una tm̃ linea uidet͂, opposita uero linea superficie secundũ sui longitudinẽ uisui forma cuiuslibet suæ lineæ uidet͂ secundũ sui formã propriã linearis ꝑ præcedentẽ: tota ergo superficies secundũ sui formã ꝓpriã uidet͂, qm̃ semꝑ uidebitur longitudo & latitudo aliqua, siue illa superficies sit plana siue cõcaua, uel conuexa, q̃a nõ est differentia in illis quantũ ad ꝓpositam passionẽ, patet ergo propositum.

VI.

Corporũ uisibus oppositorũ solæ superficies à solo uisu cõprehendunt͂.

Quia enim à solo uisu corpora uidentur, secundũ ꝙ formæ ipsorum uisui se offerũt, & in eius superficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uisibus non offeruntur, sed solum ea quibus secundũ longum & latum lineæ ductæ à centro uisus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aũt est dispositio superficialis corpoꝝ, ergo uisibus oppositorũ solæ superficies à solo uisu comprehenduntur, & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphæricum concauum uel conuexũ, una tantum uidebitur superficies, & si plures sint corporis unius superficies, ut in corporibus

ribus omnium planarum ſuperficierũ & columnarũ rotundarum, & pyramidũ & portio num ſphærarũ quarũcunq;, ſemper non niſi plures ſuperficies uidebuntur, ac ſi nõ eſſet corpus, ſed quædam ſuperficies ſic extenſa, ſine corporis medij incluſione, patet ergo ꝓpoſitum, quia itaq; paſſio in lineis uiſui accidens, deſcendit in ſuperficierũ uiſionem, & paſſio in ſupficiebus uiſui accidẽs deſcendit in corporũ uiſionẽ, ſola uero corpora per ſe uideantur, quia ſolum corpora per ſe ſunt entia naturalia ſenſibilia, & ſuperficies & lineæ in illis ſunt imaginabilia. Parcendum nobis eſt, ſi uiſuales paſſiones corporum proponimus per modum paſſionũ uiſualium ſuperficierũ uel linearum, quia ꝙ uiſibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini ſolum æſtimamus accidere, & ꝙ ſuperficiebus accidit, corporum longitudini ſimul cum latitudine neceſſarium eſt euenire, unde ſecundũ iſtorũ conuenientiam ſuperficiebus uel lineis nos poſterius utemur.

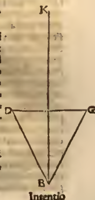
VII.

Omnium æqualiũ uiſibilium qđ à propinquiori uidetur, ſub maiori angulo uidet̃: qđ uero à remotiori, ſub minori.

Sint duæ magnitudines æquales b c & d e, ſitq; centrum uiſus a, ſitq; b c propinquior uiſui a ꝙ̃ ipſa d e, dico ꝙ b e c uidetur ſub maiori angulo ꝙ̃ d e, ducantur enim lineæ a b & a c, & quoniam hæ lineæ concurrunt in puncta a, palam ꝙ non æquediſtant per diffinitionem æquediſtantium linearũ, ſed neq; concurrent in aliquo alio pũcto ꝙ̃ in a, quia ſic duæ rectæ lineæ ſuperficiẽ includerẽt, qđ eſt impoſſibile, nunꝙ̃ ergo concurrent alibi ꝙ̃ in puncto a, protractæ uero ultra puncta b & c, ſemper ibunt in diſtantiam, ergo nunꝙ̃ tangunt lineam d e, nec erit uiſio aliquorũ punctorũ lineæ d e ſecundũ illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent, hoc erit ſecundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quæ ſint lineæ a d & a e, ſiue ergo magnitudines b c & d e æquediſtent ſiue non, ducta à puncto d æquediſtante & æquali ipſi b c per 31. primi, patet ꝑ 34. primi huius, qm̃ angulus b a c erit maior angulo d a e; lineæ ergo a d & a e ſunt angulũ b a c diuidẽtes, qa uero angul9 partialis d a e eſt minor totali angulo b a c, patet id qđ ꝓponebat̃: & ſimiliter demõſtrãdũ eſt, ſi linearũ b c & e d æqualiũ ſit idem terminus, qui eſt c, uel ſi ſint adinuicẽ declinantes, tũc enim idem accidit ꝙ prius, totũ tamẽ qđ hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uiſi axis pyramidis radialis, eſt longior axe pyramidis radialis propinquioris uiſi, unde anguli ſolidi in uerticibus illarum pyramidum diuerſificantur, patet ergo ꝓpoſitum.

VIII.

Vnumquodq; uiſorum longitudinem habet ſpacij, ultra quod non uidetur.



Sit centrum oculi b, res autem d g ſit uiſa ſub minimo angulo uiſui determinato, dico ꝙ illa res quæ eſt g d in ulteriori ſpacio nõ uidebitur: ſit enim poſitum g d in ſpacio ulteriori, in quo ſit punctus k, ſi igitur g d uidetur in puncto k, neceſſe eſt per præmiſſam ipſam ſub minori angulo uideri ꝙ̃ ſub illo minimo, qui eſt uiſui determinatus: nec enim ſub minori angulo uiſibile potuit ad uiſum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uiſum tam diu poteſt diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur niſi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propoſitum.

IX.

Remotio rei uiſæ ab ipſo uiſu non eſt comprehenſibilis à ſolo ſenſu uiſus, ſed auxilio uirtutis animæ cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora est priuatio contactus propter aliquod spacium inter illa duo corpora existens: non comprehenditur ergo remotio per se à uisu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utriusque extremorũ corporum & distinguentis inter illa, fit tamẽ talis comprehensio nõ in tempore, sed in instanti, quiescunt enim in anima intentiones sensibiles, per quas cõprehendit remotio, & quia illæ intentiones requieuerũt in aĩa per tempora longiora, ideo ꝑpter nimiã frequentationẽ & iterationẽ formarum illarũ pluries in uisu factã, nõ indiget uirtus distinctiua nouis collationibus tẽporalibus apud cõprehensionẽ illarum intentionũ, sed statim cõprehendit remotionẽ simul cũ rei cõprehensione ꝑpter cognitionem antecedentẽ, quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione non uidetur, concludit ratio quod illud quod accidit esse in uisu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum, & quoniam forma ipsius per quam uidetur, non est intra uisum, est ergo ab extrinseco à corpore scilicet existente extra uisum, non contingens uisum, est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis, quoniam ex frequentia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis ꝑpositio, quã etiã aĩa nõ ꝑcipit apud se quiescentẽ, & est quod oĩa uisibilia sunt extra uisum, & quod inter quãlibet rem uisam & ipsum uisum est remotio, patet ergo ꝑpositum.

X.

Quantitas remotionis cõprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata.

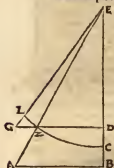
Quantitas remotionis diuersa est ab intentione remotionis in eo quod est remotio, quoniam intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquorum duorũ corporum ꝑpter spaciũ inter illa duo corpora existens, sed quantitas remotionis est quantitas spacij inter illa duo corpora remota existens: nulla itaque quantitas remotionis omniũ uisibiliũ comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotionis illorum uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris, tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata respicientia remotiones aliquorum corporum, & certificat mensuras illorum corporum, consequenter quoque certificat remotionis mensurã per mensuras illorũ corporũ & per quãtitates spaciorũ, quæ sunt inter extremitates eorum: spaciũ enĩ qđ est inter duas extremitates uisus & corporis respicit remotionẽ quæ est inter uisum & rem illam uisam. Unde cũ uisus apprehenderit mensurã illius spacij, comprehendet etiam mensuram remotionis rei uisæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spacio existentia & uere cõprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta disposita, inæquali quasi ab inuicem distantia, ut sunt arbores, montes, uel altæ turres, & similia: per istorum enim numerationem cũ ipsorum distantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innotescit quantitas remotionis eius quod secundum illam lineam à uisibus est remotũ. Mediocris uerò remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilis respectu quantitatis totius remotionis: solum itaque illorum corporum remotio à uisu cõprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporũ & spaciorum ipsa interiacentiũ quantitas & mensura à uisu potest comprehendi uera comprehensione, & cum remotio est mediocris, unde siue deficiat cõprehensio corporum continuatorum & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotiõis, nunquam comprehendetur remotio illorũ corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationẽ: unde uidens nubes in loco non montuoso, æstimabit nubes ualde ꝑpinquas cœlo: si autem nubes uideantur super cacumina montium, uel sub illis, tunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ: cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu, tunc uirtus distinctiua cognoscit mensuras remotionis eorum secundum æstimationem, non secundum rectitu-

ctitudinem,& comparat remotionem earum ad remotionem sibi similium ex uisibili-
bus prius comprehēsis à uisu;quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam re-
motam,statim uirtus distinctiua comprehendit remotionem eius & mensuram remo-
tionis eius secundū qđ poterit comprehendere,aut per certitudinem,aut per æstimatio
nem,& statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora
uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibiliū, sunt ut plurimū partes
terræ & uisibilia assueta,quæ semper uel frequentius comprehendunƭ à uisu, ut q̄ sunt su
per terræ superficiem,& corpus terræ interiacet illa corpora,sicut etiam interiacet illa &
corpus hominis aspicientis:corpus aūt terræ interiacens illa corpora,mensuraƭ à uisu ꝑ
numerū pedum,quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensuran-
dum partes terræ propinquas,per quas partes terræ propinquas mensuranƭ partes ter-
ræ remotæ per uim distinctiuam animæ,propter frequentationē comprehensionis simi
liū partiū illi parti terræ,quaꝝ partiū mensura quiescit in anima,ita,ꝙ etiam anima nō
percipit illaꝝ partiū quietem apud se ipsam,peruenit aūt hæc mensura ad animā,quoni
am quātitas spaciaꝝ quæ sunt apud pedes hominū cōprehendunƭ à uisu,mensuranƭ enī
etiam sine intentione per pedes hominū,qm̄ frequenter ambulant super illa spacia,sicut
etiam mensurātur per extensiones brachioꝝ,& uirtus distinctiua cōprehendit istam ue-
ram mensurationē,& certificat ex ea quātitates partiū continuataꝝ cū corpore hominis
uidentis:& hoc quiescens in anima est principiū mensurationis omniū remotionū secun
dū æstimationē:cū enim uisus cōprehendit super quantitatē partiū terræ sibi uicinarū,
remanet apud animā etiam quantitas linearū protensaꝝ ab extremitatibus illaꝝ partiū
terræ ad uisum,& quantitas partis superficiei membri sentientis,ad quā peruenit forma
illarū partiū terræ,& per consequēs quantitates anguloꝝ peruenientiū in centro uisus,
quos respiciūt illæ partes superficieꝝ uisus per ultimā tertij huius:unde si homo erectus
aspexerit terrā quæ est ante pedes eius,tunc longitudo lineaꝝ radialiū erit quantitas li
neæ erectionis,& superducta superiori palpebra uisui,erit quasi indiuisibilis,sicut angu
lus cōtingentiæ,ille angulus secundū quē fit uisio,& cū ꝓspexerit ulterius,augmentan-
tur lineæ radiales per penultimam primi,& eleuata superiori palpebra , augebitur an-
gulus,ita ut cum quantitas spacij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit , &
quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum,quoniam illi angulo subtendetur
quarta circuli magni ipsius sphæræ coelestis uisæ. Cum itaq; hæ intentiōes linearum &
angulorum in anima quieuerint,fiunt principia comprehensionis quantitatū remotio-
num quarūcunq;,quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimanƭ partibus æquali
bus correspondere,& utimur ijs uidens præter intētionē compositionis,& coadiuuat in
hoc quantitas anguloꝝ & augmentatio ipsorū in longiori quantitate respectu breuio-
ris:& similiter est in ꝓportione lineaꝝ lōgitudinis radialiū quā per se sentit uisus auxi-
lio uirtutis distinctiuæ,ꝑpendens ꝙ omne totū est maius sua parte,hoc itaq; modo com
prehēdit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatē remotiōis rerū uisaꝝ scd̄m lineas
distantiaꝝ suarū abinuicē & à uisu,sicut etiā uisus q̄nq; per uirtutē distinctiuā cōprehē
dit quātitates altitudinū aliquoꝝ corporū eleuatoꝝ sup superficiē terræ,sicut turriū, pa
rietum & montiū,maxime cū remotio fuerit mediocris,uel etiā altitudo. Cū aūt remotio
uel altitudo fuerit maxima,tūc partes paruæ,q̄ sunt in ultimo spacij,nō cōprehendūtur
à uisu,nec distinguūtur per uirtutē distinctiuā,qm̄ parua quantitas in remotione maxi
ma latet uisum,nō enim facit angulū sensibilē apud centrū uisus,ꝓpter qđ quantitas il-
lorū nō certificaƭ per 3. huius. Nihil itaq; ex quātitatibus remotionū uisibiliū certifica
tur,nisi per corpora ordinata & cōtinuata mediocris distantiæ ab inuicem & æqualis,
nulla quoq; remotio potest certificari,nisi cum uisus assimilat remotionē rei uisæ remo
tioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis:remotio uero mediocris,cuius quanti-
tas certificatur à uisu,est remotio apud cuius ultimū non latet uisum pars habens pro-
portionem sensibilem ad totam remotionem,& cum uidens scit quantitatem anguli se-
cundū quā uidet remotionem certam cognitā sibi,tūc secundū excessum uel diminutio-
nem,uel æqualitatem ,aut illum angulū notum uirtus distinctiua iudicat , remotiones

ignotas accipiendo secundũ quantitatẽ anguli & quantitatẽ ipsius remotionis,& etiam certificatᵱ remotio per motũ uisus super corpus respiciens remotiones extremorũ alicuius superficiei aut spacij generaliter,aut forma rei uisæ cũ forma remotionis rei uisæ,cuius remotio est mediocris,& respiciens corpora ordinata & continuata,perueniunt cõmuniter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ,& uirtus distinctiua illã diiudicat modo dicto,patet ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis,maior est proportio distantiæ maioris ad minorem,quàm maioris anguli,sub quo fit uisio,ad minorem.



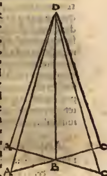
Sint exempli causa datæ duæ æquales & æquedistantes magnitudines,quæ a b & g d,sitq́; centrum uisus punctum e,& sit g d propinquior uisui,a b uero remotior,sitq́; illarum magnitudinum una remota ab altera,& utraq; ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione,statuanturq́; taliter,ut puncta b & d,quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum,sint in uno axe pyramidis uisualis,& secundum illum axem formæ illorum punctorũ perueniant ad uisum: cum itaq; puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent,palam quòd oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire,& quoniam ut patet per 7.huius magnitudo a b,quæ est remotior à uisu sub minori angulo,patet quòd linea e a secat angulũ g e d,ergo per 29.primi huius ipsa secabit basem g d,sitq́; punctus,in quo linea a e intersecat lineã g d,punctus z,& centro existente puncto e,fiat arcus circuli ad quantitatẽ semidiametri e z,qui necessario secabit lineas e g & e b,cum linea e z,quæ est semidiameter,sit minor illis ambabus lineis,linea .f. e b ex hypothesi,& linea e g per 21.primi,secet ergo lineã e g in puncto l,& lineam e b in puncto c,sitq́; ille arcus i z t,quia itaq; trigonũ e g z est maius sectore e z l,& trigonũ e z d minus sectore e z t,ergo per 9.primi huius trigonũ e z g maiorem habet proportionem ad trigonũ e z d,quàm sector e z i ad sectorem e z t,ergo per 11.primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d,quàm sectoris e i t ad sectorem e z t,Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z,sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi,ergo per 7.quinti linearum g d & a b ad lineam d z est eadem proportio,& quoniam per 29.primi,& ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula,quia ambobus ipsis angulus a e b est communis,est ergo per 4.sexti proportio lineæ a b ad lineam d z,sicut lineæ b e ad lineam e d,ergo per 11.quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior quàm proportio sectoris e i t ad sectorem e z t:sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t,ita se habet arcus i t ad arcum z t,quòd patet per primam sexti,& nos hoc declarauimus in 35.primi huius:est autem proportio arcus i t ad arcum z t,sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti,est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e,quàm anguli i e t ad angulum z e t,palam ergo quòd maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem,quàm anguli maioris sub quo fit uisio ad angulum minorem,& hoc proponebatur.Illud enim quòd in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est,in non æquedistantibus amplius patet,quoniam tunc uisionis anguli minuuntur,ut ostendimus in 7.huius,patet ergo propositum.

XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus directionis,comprehensionis uisiuæ est causa,sicut inæqualitas eadem eorundem est causa obliquationis.

Aequa

Aequalitas enim remotiõis extremorũ lineæ uel superficiei rei uisæ causat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidentium secundum media ipsorum puncta, ut si lineæ a b c extrema quæ sunt a & c, æqualiter distent à cẽtro uisus, qd est d, & ducatur axis radialis quæ d b, & lineæ radiales quæ d a & d c, tũc patet ex hypothesi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, sunt æquales. Si uero extrema puncta quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d, tunc lineæ d a & d c, fiũt inæquales, & similiter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uisio obliqua. Si itaq; linea uel superficies rei uisæ fuerit directe opposita uisui, sentiet uisus directionẽ eius ex sensu æqualitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente, quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel superficiei directe uisibus oppositæ, & per 38. 3. huius patet, quoniã ambo axes radiales cõtinẽt hinc & inde angulos æquales, & si superficies rei uisæ fuerit obliqua, tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatũ remotionum extremorũ eius, & etiam angulorum eius, & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuã, qm uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionũ diametrorũ extremorũ illius obliqui supficiẽ obliquatione pyramidis continentis ipsum, quasi sentit diminutionẽ magnitudinis basis eius, ppter obliquationẽ, & nõ cõuenit secũdũ assimilationẽ quantitas magnitudinis obliq̃ uisui oppositæ quãtitati magnitudinis directe uisui oppositæ nisi tũc qñ cõparatio fuerit ad angulũ solum, sed si fiat cõparatio ad angulũ & ad lõgitudines linearũ radialium interiacentiũ uisum & extrema rei uisæ, tunc nullũ erit dubiũ in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionum mediocrium respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionũ mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ per directionem. Remotio uero mediocris respectu rei uisæ est in qua non latet uisum pars rei uisæ pro portionẽ habens sensibilẽ ad totam rem uisam, tota itaq; res obliquata uisui latet in remotione minori sub illa remotione in qua latet illa res uisa in directione, & diminuitur quãtitas eius in remotiõe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius qñ fuerit directe uisui opposita, patet ergo propositum.



XIII.

Horizon uidetur quasi pferiæ terræ cohærere, distantiæ tamẽ maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui est circulus terminator uisus ad cœli cõcauam superficiem, & inter extremã terræ periferiã, quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cõprehenditur aliquod spacium sensibile per uisum, non potest uisus illorum certã remotionem ad inuicem discernere, quoniam ut patet per 10. huius, quãtitas remotionis tũc solum comprehẽditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum cœli non sunt huius corpora, uidetur ergo horizon quasi periferiæ terræ cohærere. Distãtia uero periferiæ horizõtis à suo centro quod est centrum uisus, apparet sensibiliter maior quàm distantia cenith capitis uidentis qui est polus horizõtis. Quia licet secundum diuersitatẽ illã, quantitas distantiæ aut eadem sit aut insensibiliter maior, propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum fiunt, centrum uisus ponitur centrũ mundi, apparet tñ sensibiliter maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicante, quod accidit propter latitudinem spacij superficiei terræ quod sentit inter uisum & horizõta, cũ inter cenith capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediorũ sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10. huius, necesse est ubi maior quãtitas interiacere uidetur, maior distãtia iudicetur, multo ergo maior uidetur distantia periferiæ horizontis quàm distantia cenith capitis uidẽtis. & similiter est de qualibet parte alia cœli uisa, ppter hoc qđ uisus in medio terræ latitudinẽ cõprehendit, patet ergo ppositum.

XIIII.

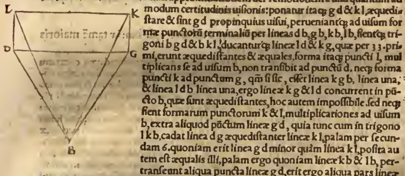
Locus rei uisæ comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quãtitas remotionis, intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex cõsequenti cõprehẽsio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum: comprehensio uero quantitatis remotionis est cõprehensio quantitatis uel magnitudinis spacij illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehensio loci rei uisæ nõn est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisæ ex cõprehensione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuersi, in qua est res illa uisa respectu uidentis, & ex cõprehensione quantitatis remotionis, quando omnia hæc simul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã quia ut patet p 17. tertij huius, uisio distincta fit ex peruẽtu formarũ secundũ lineas perpẽdiculares super superficiẽ oculi incidentiũ ad ipsum uisum: cũ ergo uisus senserit formã sic aduenientẽ, æstimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineæ, & secundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uisæ: locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente ex comprehensiõe situs rei uisæ apud uisionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uisum: cũ itaq; forma rei uisæ peruenit ad uisum, tunc sentiet uisus partẽ membri sentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus distinctiua cõprehendet statim locũ rei uisæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã intentio remotionis est quiescens in anima ipsa. ergo cõprehendet locum & remotionẽ insimul in comprehensione formæ ab ipso uisu, patet ergo propositum.

XV.

Aequalium uisibilium inæqualiter à uisu distantium æquali intuitu uisorum propinquioris certior est uisio.

Sit centrũ uisus b, sintq; duo uisibilia g d & k l, inæqualiter distantia à centro uisus b, quæ nunc exempli causa ponantur æquedistantia inter se, quoniam si sint se contingentia uel secantia, patet ꝙd ipsa in puncto contactus uel sectionis æqualiter distant à puncto b, de alijs uero ipsorũ punctis eadẽ est demõstratio quæ de ipsis æquedistantibus ipsorum partibus uariatis secũdum approximationem uel remotionem à uisu quantum ad modum certitudinis uisionis: ponatur itaq; g d & k l, æquedistare & sint g d propinquius uisui, perueniantq; ad uisum formæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, k b, l b, fientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. primi, erunt æquedistantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans se ad uisum b, non transibit ad punctũ d, neq; forma puncti k ad punctum g, qm̃ si sic, esset linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pũcto b, quæ sunt æquedistantes, hoc autem impossibile. sed neq; fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uisum b, extra aliquod pũctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquedistanter lineæ k l, palam per secundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, posita autem est æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertransennt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ g d, intra pyramidem uisionis quæ b k l, sub quoq; ergo angulo uidetur k l, sub eodẽ uidetur & aliquid ipsius g d, & non econuerso, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p 7. huius, angulus g d b est maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uisiuæ applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non econuerso, fortius autem patet illud per 108. primi huius, sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perspicatius uidetur per suppositionẽ præmissam in principio libri huius, ipsius ergo certior est uisio, & hoc est propositum.



XVI.

Visioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotiõis uisione ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Accidit enim uirtuti distinctiuæ in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum: existente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus, tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uiso adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ sibi quasi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa, & si illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, semper simul moueri putabuntur, & non perpendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuæ accidit error in rerum uisarum remotiõe ab inuicem, tamẽ eñi si quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illi plurimũ distent inter se, uidebunt tamen quasi coniunctæ uel quasi propinquæ ad inuicẽ, & ita stellæ cœli aliquæ reputantur quasi coniunctæ, licet plurimũ à se distent in ueritate, propter egressum etiam distantiæ à temperantia stellæ uagantes æstimantur fore in eadem superficie cum stellis fixis licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata dispositione etiam situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione, ut si uideãtur duo corpora, quorum unum sit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem posterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uisa, & sic remotio temperata nõ multum certa tunc non plene æstimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua, & est hic error ex sola situs oppositionis intemperantia, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia unius ab alio, & ita patet quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto nõ accideret error talis. Ex intẽperantia etiam dispositionis quantitatis error accidit in uisione remotionis, unde si sint duo corpora æqualiter à uisu distantia secundum temperatam remotionem non multũ certam, quorũ unũ sit longe maius alio, æstimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur, & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intẽperata quoq; soliditate corporũ accidit error uisui in remotiõis uisione, si enim corpus fuerit ualde rarum minime soliditatis, sicut est cristallus pura, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur cristallus, sed quasi non esset inter media comprehendetur corpus per ipsam, & accidit error in comprehensione cristalli propter remotionem cristalli à uisu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uisui remotionis uisione, si enim fuerit aër nubilosus, sicut accidit plærũq; in crepusculis, tunc res aliqua ut turris opposita uisui in longitudine temperata æstimabitur à uisui plus elongata quàm sit secundũ ueritatem, quia enim tunc propter densitatem aëris nõ comprehenditur quãtitas terræ interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris, fitq; erroris causa ex ipsa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperãtia etiã tẽporis fit error uisui in remotione, si enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, q̃d statim uisui subripiatur, tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tẽpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uisam, secundum quam per 10. huius, perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum transcurrere, unde illam nõ plene comprehendit: & sic ex breuitate tẽporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione, si enim opponãtur uisui duo corpora, quorum unum quod est remotius à uisu sit coloris fortis, & alterum quod est propinquius sit coloris debilis, tunc debilitas uisus incertam faciet collationẽ, & quia apud

fortes uiſus expertum eſt, & patet per præcedentem, quod corpus uiſui propinquius eſt maioris certitudinis. Aeſtimabit uiſus debilis illud quod eſt certius eſſe propinquius, & ſic quia fortior color à uiſu debili melius percipitur, iudicabit uiſibile fortiori colore coloratum propinquius ſibi, licet ſit remotius ſecundum ueritatem: & ſic fit error in remotione ex uiſus debilitate, & etiã quia ab oculis groſſa humiditate infectis fit reflexio formarum, ſicut etiam à ſpeculis cum ab uno uiſu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter groſſitudinẽ aëris extrinſecam uidebit uiſus debilis formam ſibi propinquam, quæ eſt forma rei remotæ ſcilicet. Sic ergo uiſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit ĩ remotione ex intemperata diſpoſitione circunſtantiarum quarumlibet rei uiſæ, quæ ſunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per ſe notis, patet itaq; propoſitum.

XVII.

Magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis ſuperficiei uiſus, ad quam peruenit forma rei & anguli ſolidi qui fit in centro uiſus.

Pars enim ſuperficiei uiſus ad quam peruenit forma rei uiſæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, ſecundum quam per 18.3. huius, fit rei obiectæ uiſio, quod eſt apud centrum uiſus ſemper menſuratur, quamuis uirtus ſenſitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehenſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus eſt per ſe cauſa menſurationis illius ſuperficiei: eſt enim ſemper proportio illius partis ſuperficiei oculi ad totam ſphæricam ſuperficiem oculi, ſicut illius anguli ad octo angulos rectos ſolidos per 87. primi huius, cũ em̃ pyramidis radialis baſis ſemper ſit in ſuperficie rei uiſæ per 18. tertij huius, ſecatur tamẽ ipſa pyramis quaſi æquediſtanter ſuæ baſi per ſuperficiem ipſius uiſus, & ſic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis reſectæ per ipſam ſuperficiem oculi. Magnitudo itaq; partis ſuperficiei uiſus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem ſuperficiei uiſus, ſunt ambo radix comprehenſionis magnitudinis rei uiſæ: quamuis aũt & hic angulus & hæc pars ſuperficiei uiſus diuerſificentur ſecundum diuerſitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p 106. primi huius, quia pyramis radialis fit ſtrictior, & quaſi una pyramidũ radialium, quæ eſt rei uiſæ remotioris, inſcribitur pyramidi radiali quæ eſt rei uiſæ propinquioris: angulus ergo in centro uiſus fit acutior, & pars ſuperficiei uiſus correſpondens illi angulo fit minor, & quãto plus approximatur res uiſui, tanto plus ampliatur magnitudo: ſemper tñ magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis præmiſſæ ſuperficiei uiſus, & anguli illius ſolidi qui fit in centro uiſus, patet ergo propoſitũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽſæ à uiſu ſecundum oppoſitionem ſunt quantitates ſuperficierum uiſibilium & partium illarum ſuperficierum, nec non ſuorum terminorum & ſpaciorum inter uiſibilia diſtinctorum.

Quantitas enim totius corporis rei uiſæ non comprehenditur à uiſu, quoniam uiſus non comprehendit totam ſuperficiem corporis, ſed ſolum illud quod ſibi opponitur ex ſuperficie corporis aut ex ſuperficiebus eius, quamuis corpus ſit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem ſuperficiei uiſus duci poſſunt lineæ rectæ per ſecundam 3. huius: ſic ergo uiſus comprehendit ſolam rei ſuperficiem, & ſi uiſus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, ſed tantum figuram corporeitatis: quod ſi fortaſſe corpus fuerit motum aut uiſus motus, ita quod uiſus comprehendet totam corporis ſuperficiem, tũc uirtus diſtinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uiſa ſit apud uiſionem, & ſimiliter eſt de partibus corporis: quantitates ergo quas uiſus comprehẽdit per oppoſitionem, nõ ſunt niſi quantitates ſuperficierum & linearum terminantiũ illas ſupficies uel ipſas

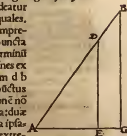
menſurantiũ

mensurantium secundum longum uel secundum latum, & quoniam comprehensis diuersorum corporum superficiebus diuersis & ipsarum terminis, necessario comprehenditur distantia inter illa corpora per comprehensiones partium superficiei uisus non coloratarum colore uisorum corporum, sed interiacentium partes superficiei uisus coloratas coloribus illorum corporum, nec sunt plures magnitudines quæ uisu comprehendantur, patet ergo propositum.

XIX.

Omnia uisa sub eodem angulo, quorum distantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

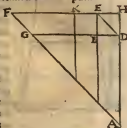
Sit uisus centrum punctum a, & sit res uisa linea b g, sintq; lineæ secūdum quas puncta g & b, perueniunt ad uisum g a & b a, uidetur itaq; linea b g sub angulo g a b, sitq; alia res quæ est d e cadens inter easdem lineas g a & b a, ita ut ipsa uideatur sub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uisu, quia enim uisus a, comprehendit duo puncta d & b, super lineam unam quæ est a b, & duo puncta e & g super lineam unam quod est a g, non ergo uidet aliquem terminū alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, sed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, esse aliquam, apparet uisui punctus d super punctum b, & pūctus e super punctum g, eorum uero quorum alterum alteri suppositionē nō excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa sunt ad inuicē æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidētur æquales, qm̄ secūdū iudiciū uisus una ipsarum aliam cooperit, neq; extremitates unius superant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de sub nubibus, uel in horis crepuscularibus, si accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri sub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipsius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uisu, patet itaq; propositum.



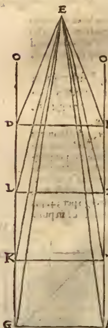
XX.

Omne quod sub maiori angulo uidetur, maius uidetͅ, & qđ sub minori minus: ex quo patet qđ idē sub maiori angulo uisum apparere maius se ipso sub minori angulo uiso, & uniuersaliter secundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel sub eadem obliquitate uisæ.

Esto centrum uisus in pūcto a, & sit res quæ f e uisa sub angulo f a e, ꝓductis quoq; lineis a f & a e, producatur inter ipsas linea g b æquedistanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b sub angulo f a e, quam forte accidet uideri esse æqualem lineæ f e, per præmissam, ut si lineas g f & b e, non contingat uideri, sed uisis lineis g f & b e, uidetur minor, quia est secundum ueritatem per 4. sexti, linea g b minor quàm sit linea f e, cū linea a g sit minor quàm linea a f, ex hypothesi: ducatur itaq; à puncto e linea æquedistans lineæ a g per 31. primi, quæ secet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq; linea a d, secans protractam lineā e f in puncto h, eritq; linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h est maior angulo f a e, per 19. primi huius, & quoniam angulus f a e est pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uisus partē à toto diiudicat, q ergo sub minori angulo uidetur, minus uidetͅ, sed & quãdoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut potest uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ est æqualis lineæ f e, ut patet ex præmissis: quod ergo sub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur sub minori, uidetur minus: conus itaq; pyramidis uisualis qui est f a e, secundum quam uidetur res remotior, quæ est f e, minor & acutior est quàm conus pyramidis



g a d, & quoniã superficies oculi secat ambas istas pyramides, cũ ipsarum ambarum conus sit quasi in cẽtro oculi per 18. tertij huius, necesse est ergo basem pyramidis abscisæ à pyramide f a e minorem esse base pyramidis abscisæ à totali pyramide g a d, per 109. primi huius, cũ illæ duæ abscisæ pyramides æqualis sint altitudinis, quoniã linea producta à centro foraminis girationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecã, est axis ambarũ illarum pyramidũ abscisarum, pars ergo superficiei uisus ibi figurata ꝑ formã rei uisæ quæ est g d, est maior quàm pars eiusdem superficiei figurata per formam rei q̃ est f e, uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e, & quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius uisus uirtus sensitiua comprehẽdet angulũ quẽ lineæ radiales continent in centro per ultimam 3. huius, patet quod rei quæ uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor correspondet angulus minor, quoniam secundũ qđ forma rei uisæ recipitur in superficie organi uisui, secundũ hoc accipitur quantitas anguli sub quo fit uisio, & secũdũ hoc idẽ etiã fit iudiciũ quantitatis rei uisæ: oĩs ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori, & uniuersaliter in rebus directe uisis secundũ excrementũ anguli fit excrementũ quantitatis rei uisæ, unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo triplũ, & sic secundũ proportionẽ neruorꝫ. In oblique tñ uisis, uel in his quorũ unũ uidetur directe, & aliud oblique, non sic. Si enim trigonũ a e f sit orthogoniũ, ita ut eius angulus a e f sit rectus, diuidaturq; angulus f a e per æqualia, producta linea a k, secante lineam f e in pũcto k, nõ propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in pũcto k, qm̃ ut patet per 35. primi huius, minor est proportio anguli f a k ad angulũ k a e, quàm lineæ f k ad lineã k e, & sic secũdum ꝓportionẽ anguli ad angulũ, nõ semper fit proportio quãtitatis uisæ ad quantitatẽ uisam, neq; eñ talia uisa secundũ eandem uident dispositionẽ & sitũ respectu ipsi9 uisus. In cõformibus aũt uisibilibus secundũ distantia & situm & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circũstantiã uidendi, quæ patent ꝑ primã huius, semꝑ secundũ ꝓportionẽ anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uisæ, unde etiã illud qđ sub minimo angulo uidetur, minimũ uidetur, & q̃d sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisus superficiẽ, nullo modo uidetur, ut patet ꝑ 19. primi huius, patet ergo ꝓpositũ.



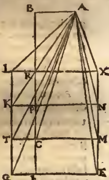
XXI.

Paralellæ lineæ secũdum remotiores à uisu ꝑtes quasi concurrere uidentur, nunq̃ tñ uidebuntur concurrentes.

Vniuersale est qđ proponitur uisui quocũq; modo se habente ad illas lineas paralellas, siue eñ uisus sit in illarũ superficie siue supra illam siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit, sit ergo primo uisus in illa superficie, & sint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo ꝑ primã 3. huius, necessario erunt in eadem superficie, sit ergo in ipsarũ superficie uisus qui sit e, uel ꝓpe illam, dico qđ superficiei interiacẽtis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo, & quod pars sui propinquior uisui apparebit latior quàm pars eius à uisu remotior, & ita lineæ a b & g d, quasi concurrere uidebũtur: signẽtur enim puncta æquedistanter, & similiter in lineis a b & g d, quæ sint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z l, t k, a g, quæ oẽs erũt æquedistantes ex hypothesi, & ꝑ 33. primi, & ꝓducantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & qm̃ ergo angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte; quod patet ꝑ 34. primi huius, palã ꝑ præmissam, q̃a maior uidebitur linea b d quàm linea z l, & eodẽ modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq; uidebitur linea t k quàm linea a g, et quia sic diminuuntur in uisu lineæ latitudinis, palam qđ sũꝑficies interiacens lineas minor

uidebitur

uidebitur, lineæ ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur, nunquã tñ uidebuntur cõcurrẽtes, quia semp lineæ latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisiõis subtenditur basis cuiuscũq; fuerit paruitatis, nunquã ergo uidebũtur cõcurrentes, si nota uisui quæ sit a, paralellæ subiaceant, quæ sint lineæ l g & x e, ita qđ uisus sit erectus super superficiẽ horizontis, & lineæ illæ sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illæ lineæ secundũ remotiores à uisu partes quasi cõcurrere uidebũtur, dimittatur eñ à uisu a, ꝑpendicularis sup superficiẽ horizontis p 11. undecimi, quæ sit a b, sintq; ut prius lineæ b e, k n, t m, paralellæ, dico qm̃ adhuc inæqualis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearũ remotiores à uisu quasi cõcurrere uidentur, ducatẽ eñ linea à puncto b, perpendiculariter super lineã x l quæ sint b r, eruntq; lineæ b r & l x, in eadẽ superficie per secundã 11. & producatur linea b r super lineam g e in punctum f, seceтq; lineã k n in puncto p, & lineã m in puncto t, & ducãtur lineæ l a, k a, c a, x a, n a, m a, similiter ducantur lineæ a r, a p, a t, qm̃ itaq; angulus a b r, est rectus, palamq; superficies a b c, erecta est sup superficiẽ l x, e g, & earũ cõmunis sectio est linea b f, per 19. primi huius, qm̃ illa linea b f, est in ambabus illis superficiebus, quia ergo linea a r ꝓtracta est in superficie a b c, & similiter lineæ a p & a t, palã per diffinitionẽ, qm̃ anguli a r x & a p u & a c m, sunt recti, & ita illi trigoni qui sunt a b r, & a b p, & a b c, sunt orthogonij, si linea p n est æqualis lineæ r x, ex hypothesi, & per 34. primi, q̃a uero angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p est obtusus, linea ergo a p maior est quàm linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior est angulo p a n, maior ergo uidebitur linea r x q̃ linea p n, per præmissam, similiterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p, quoniam eadem est demõstratio, est enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiũ: Si ab æqualibus etc. tota ergo linea l x uidebit̃ maior quàm tota linea k n, eodẽq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m superficiei, ergo l x g e, partes remotiores uisui uidebuntur strictiores, lineæ ergo l g & x e, uidebuntur quasi concurrere, non tamẽ uidebuntur unquã concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur, & eodẽ penitus modo demonstrãdum si lineæ paralellæ uisæ sint uisu superiores, ut si uisu inferius existente lineæ ipsæ paralellæ sint in aliqua supficie super uisum, ut accidit in tectis domuum, & similibus uisu existente inferius, patet ergo propositum.



XXII.

Lineis pluribus æqualiter ab inuicẽ æquedistãtibus obiectis uisui distãtia remotiorũ minor uisui apparet.

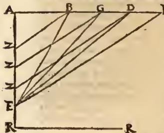
Esto ut in præmissa uisus, cuius centrum sit a, erectus in aẽre secundũ erectionem uidentis, in superficie quoq; horizontis subiaceant uisui lineæ æquales & æquedistantes, & secundũ æqualẽ distantiam ab inuicem distantes, quæ sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positæ ut linea b e sit uisui ꝓpinquior, aliæ uero suæ nominationis ordine sint remotiores à uisu, dico quod linearũ k n & t m, distantia minor uidebitur quàm linearũ l x & k n, cum eñ istæ lineæ sint æquales & æquedistãtes, quæ sunt l x, k n, & t m, copulatis ipsarum terminis per lineas l g & x e, erit per 30. & per 33. primi, linea l g æqualis lineæ x e, & ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis super superficiẽ l x, g e, & facta demõstratione ut in illa, sequatur angulum r a p esse maiorẽ angulo p a c, facilius tñ patet hoc per 35. primi huius, qm̃ in trigono orthogonio a b f, partes æquales sunt abscissæ ab uno laterũ rectum angulũ continentiũ, quæ r p & p c, & c f, est ergo angulus r a p maior angulo p a c, p 10. quinti, linea ergo r p p 20. huius, uidebit̃ maior q̃ linea p c, et linea p t maior q̃ linea e f. Remotior ergo istarũ distantiarũ quæ sunt r p, & p c, et e f, minor ap

paret uisui per 20. huius, & hoc est ꝓpositũ. Et uniuersaliter in omni uisus dispositione ad datas paralellas potest hoc idem ut in præcedenti demonstrari.

XXIII.

Aequaliũ partiũ eiusdẽ uisibilis lineæ cõnectenti centra foraminũ girationis neruorum cõcauorum æquedistantis remotior à uisu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminũ girationis neruorum concauorũ, sintq; æquales partes eiusdẽ uisibilis sup lineã æquedistantẽ lineæ r t collocatæ, quæ sint a b, b g, g d, d f, trahaturq; perpendicularis a e, in qua sit centrũ oculi e, dico quod maior apparebit pars a b q̃ b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cũ enim perpendicularis e a, sit breuior oĩbus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oĩbus lineis e b, e g, e d, q̃d per

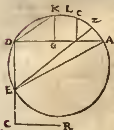


penultimã primi palã est, manifestũ est ergo, q̃m ps a b, est ꝓpinquior uisui oĩbus illis partibus quæ sunt b g & g d, d f, ducantur enĩ lineæ p quas accedunt formæ punctorũ ad uisum quæ sunt b e, g e, d e, f e, & ducatur p 31. primi, linea b z æquedistãs lineæ g e, quia igit in trigono a e g, linea b z æquedistat lateri e g, palã per secundã sexti, q̃m est ꝓportio lineæ a z ad lineã z e, sicut lineæ a b ad lineã b g, sed linea a b æqualis est lineæ b g, ex hypothesi, ergo linea a z est æqualis lineæ z e, sed p penultimã primi linea z b est maior quàm linea z a, ergo linea b z est maior q̃ linea z e, angulus ergo z e b p 18. primi, maior est angulo z b e, sed angulus z b e, per 29. primi, æqualis est angulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquedistãtes, quæ sunt z b & e g, ergo angulus a e b maior est angulo b e g, ergo p 20. huius, maius uidebitur a b quàm b g, sub maiori enĩ angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquedistãte lineæ e d, eadẽ est demonstratio. Idem quoq; accidit si lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nõ sunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipsas imaginata æquedistet lineæ g e uel g t, & hoc est ꝓpositũ.

XXIIII.

Aequalium diuersorũ uisibiliũ secundum eandem rectam lineam æque distantem lineæ connectenti centra foraminum giratiõis neruorum concauorum uisui obiectorũ, quod propinquius est uisui apparet maius.

Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secũdũ lineã a d, quæ sit æquedistans lineæ r t, cõnectenti cẽtra foraminũ giratiõis neruorũ cõcauorũ, & sint inæqualiter distãtes à cẽtro uisus qd' sit e, ducãturq; lineæ à terminis uisibiliũ ad centrũ uisus, quæ sint e d & e a, & sit linea e a maior q̃ linea d e, dico qd' g d apparebit uisui maius q̃ a b, ꝓducantur enĩ lineæ e g & e b, et circa trigonũ a e d, describatur circulus p 5. quarti, & ꝓducatur linea e g ad circũferentiã in punctũ l, & linea a b in punctũ z, & à puncto g ducatur perpendicularis sup a d, p 11. primi, q̃ ꝓtracta ad circũferentiã sit g k, et à pũcto b ducatur linea b c, æquedistãs lineæ g k, erit ergo p 29. primi linea b c, ꝑpendicularis super lineã a d, secetq; periferiã circuli in pũcto t, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulũ collocatæ æquales ptes sunt resectæ quæ sunt a b & g d, q̃m illæ sunt æquales ex hypothesi, & à pũctis sectionũ sunt duæ lineæ ꝑpendiculares sup lineã d a, ꝓductæ ad periferiã illius circuli, q̃ sunt g k & b c, erit ergo p 45. primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, sed & linea a b est æq̃lis lineæ g d, ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, qa uterq; rectus, ergo corda k d æqualis est cordæ c a, p 4. primi, ergo p 27. tertij, arcus d k æqualis est arcui c a, sed arcus c a est maior arcu z a, ergo & arcus k d maior est arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior est arcus l d arcu z a, sed in arcũ z a cadit angulus



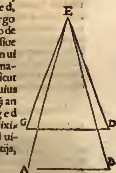
a e z,

a e z, & in arcū l d cadit angulus l e d, ergo ꝑ ultimā sexti angulus l e d maior est angulo z e a, sed sub angulo a e z, uidebitur linea a b, & sub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uisui linea g d, quàm linea a b, per 20. huius, quod est propositum.

XXV.

Aequaliū & æquedistantiū magnitudinū inæqualiter à uisu distantiū, ꝓpinquior semp maior uidetur, nō tñ ꝓportionaliter suis distātijs uidetur.

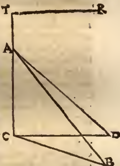
Sint duæ magnitudines uisæ a b & g d inæqualiter distantes ab oculo, cuius centrū sit e, sitq; uisui propinquior g d q̃ a b, dico q maior apparebit g d q̃ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq; g d sub angulo g e d, qui est minor angulo a e b, ut parte sua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia linea g d uidebitur maior q̃ linea a b, & hoc eodem modo demonstrandum, siue centrū uisus & res uisæ sint in eadem altitudine, siue in diuersis: ut si uisus sit altior rebus uisis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter suis distantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris secundū apparentiam ad a b minorem, secundū apparentiā sit sicut b e distantiæ maioris ad d e distantiam minorē, qm̃ ut patet per 11. huius maior est proportio b e distantiæ maioris ad d e distantiæ minorē, q̃ anguli g e d maioris ad angulū a e b minorem. Sed quantū angulus g e d est maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior q̃ linea a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uisibilia conformiter ordinantur ad uisum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter suis distantijs, quoniam distantiarum maior est proportio, & hoc est propositum.



XXVI.

Omē uisibile obliquatū à uisu minus uidetur se ipso secundum proximum sui terminū directe uisui opposito.

Sit enim linea connectens centra oculorū r t, sitq; centrum uisus a, & sit uisibile obliquatū à uisu b c, ducanturq; lineæ a b & a c, & à puncto c, qui sit terminus rei uisæ proximus uisui, ducatˀ linea c d, æqualis lineæ c d, & æquedistans lineæ r t connectenti centra oculorū, qđ fieri potest per 39. tertij huius, illa ergo directe uisui opponetur per suppositionē, ducatˀ quoq; linea a d, & quoniam per 2 huius linea c d sub maiori angulo uidetur q̃ linea c b, patet per 20. huius, quoniā minor uideˀ linea c b obliquata q̃ sua æqualis, quæ est linea c d directe uisui opposita secundum proximū terminū ipsius lineæ c b, quo uisui plus appropinquat, qui est punctus c, & hoc est propositum.



XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uisu nisi auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmissis, anguli qui formantur in centro uisus, & partes superficierū uisus, secundū quas fit cōprehensio magnitudinis rei uisæ, semper diuersantur secundū approximationē & remotionem eiusdē rei, & secundū eandem directionem uel obliquationē se habentis ad uisum & ad axes radiales. Virtus ergo distinctiua distinguens quantitatē ueram rei uisæ, non considerabit solum angulū uel solum remotionem, qm̃ neutrū illorū per se sufficit, sed considerabit angulū & remotionē simul: quātitates ergo ueræ ipsoꝝ uisibilium nō cōprehendentur nisi per distinctionē & cōparationem: hæc aūt cōparatio erit simul, & erit ipsius basis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, est superficies rei uisæ ad angulū pyramidis, & ad quantitatē lōgitudinis axis pyramidis, quæ est linea remotionis rei uisæ à uisu. Cōsideratio uero uirtutis distinctiuæ ipsius superficiei est semper in parte colorata superficiei uisus, angulo dicto correspondenti cum cōsideratione remotiōis ipsius rei uisæ à superficie uisus, qm̃ quantitas illius partis coloratæ superficiei uisus semper est secundū quantitatē illius anguli per ultimā

tertij huius. Nõ est autem in illa cõsideratione uirtutis distinctiuæ inter remotiõem rei uisæ à superficie uisus & remotionem eius à centro uisus diuersitas sensibilis: cum itaq; uisus cõprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes, tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensiõis, secundũ quantitatẽ extensiõis istarum linearũ à centro uisus usq; ad terminos rei uisæ, & quomodo cũ hoc cõprehenderit quantitatẽ remotiõis rei uisæ per 10. huius, tunc imaginabiẽ quantitatẽ lõgitudinũ istarum linearũ & quantitatẽ spaciorũ, quæ sunt inter ipsarũ extremitates, quæ spacia sunt diametri rei ipsius uisæ, qm̃ ergo uirtus distinctiua imaginabiẽ quantitatẽ anguli, & quantitatem partis superficiei uisus correspondentis illi angulo, & quantitatẽ lõgitudinis linearum radialiũ, & quantitatẽ situs ipsorũ adinuicem, & quantitatẽ spaciorũ quæ sunt inter extremitates eorũ, tunc ipsa cõprehendet quantitatẽ rei uisæ secundũ suum esse, qm̃ tunc nihil eorũ, quibus cõprehenditur magnitudo rei uisæ, remanet incõprehẽsum. Hæc est itaq; qualitas cõprehensionis magnitudinis rerum uisarũ, & fit plurimũ ꝑpter assuetudinem uisus indistinctæ remotionis uisibiliũ, qui quando senserit formã & remotionem rei uisæ, statim imaginabitur quantitatẽ loci & quantitatẽ remotionis, & ex ijs cõprehendet magnitudinẽ rei uisæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominẽ uidentem distantia inter hominẽ & nemus aut parietẽ uisum, quãuis illa distantia secundũ ueritatem sit plurima, tunc uidebiẽ propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebũtur homo & nemus aut paries eiusdẽ altitudinis, qm̃ sub eodem angulo uidẽtur, & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore: ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinẽ nõ pertingat, & huius simile accidit iuxta ciuitatẽ Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uisi sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto, & uisus est lupus iuxta lignum & castrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipsi nemori, sed hoc accidit in horis crepuscularibus: sed cum lux est dubia, & æstimata sunt illa uisa fuisse fantasmata à uidentibus: non accideret autẽ aliquid talium luce existente in temperamento, qm̃ tunc distantia hominis à nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundũ terminũ ipsius apparentem mẽsuraretur. Similiter etiã ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis, qm̃ si in aliquo loco statuatur aliqđ corpus fortis coloris, nõ latebit uisum: ꝗ si in eodem loco ponatur corpus æquale priori, sed coloris debilis, non uidebiẽ illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex colorũ identitate in corpore medio & in re uisa, unde corpus album in loco aliquo positũ effusa aliqua albedine in superficie terræ interiacentis uisum & rem uisam, nõ uidebiẽ: remota uero albedine spacij interiacentis, statim forma illius albi corpis cõprehendeẽ, fit ergo tunc occultatio ex cõuenientia colorũ, qm̃ si loco illius albi corporis ponatur corpus æquale sibi alterius coloris, unde uidebiẽ ipsum trans mediũ dealbatum. Ex intemperata etiam lõgitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione, qm̃ tunc uidebiẽ res multo minor q̃ sit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiusdem rei improportionales suo toti absconduntur uisui, quia nõ potest in tanta distantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniã plura insensibiliter abscõdita faciunt rei sensibilem ablationẽ, quæ nõ fieret distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis, qm̃ corpus approximatũ oculo, uidetur maioris quantitatis q̃ sit re uera, quoniam ꝑpter magnitudinẽ anguli corpus uideẽ maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uisum est minus, & patet hoc per 29. huius, secundũ quantitatẽ enim ampliorem anguli pyramidalis amplior superficies uisus informaẽ, ut patet per 37. primi huius, unde secundũ quantitatẽ illius anguli & elongationem corporis fit æstimatio quantita

titatis rei uisæ, ut præmissum est in præcedente ꝓpositione, nec enim longitudo distantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nõ sit capax totius quantitatis radialiũ linearũ, nec potest certitudinaliter mensurari, & ꝓpter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam longitudinẽ. Vera aũt remotio corporis attendit̃ secundum lineam à centro uisus ad superficiẽ rei præcedentẽ, respectu cuius lineæ semidiameter oculi incipit esse insensibilis, unde nõ facit aliquã sensibilẽ errorem in longitudinis illius æstimatione. Sed corpore approximato uisui ultra illam distantiã, tunc fit semidiameter oculi ꝓportionalis distantiæ corporis ꝓportione sensibili, erit enim aliqñ maior, aliquando æqualis, aliqñ minor ꝓportiõe modica, nec forte sub dupla uel sub tripla, uel huiusmodi: unde in tali ꝓprietate rei uisæ magnitudo anguli pyramidalis & sensibilis minoritatis lõgitudinis æstimatæ respectu, uere inducunt sensibilẽ apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiã situs oppositione fit error in magnitudinis uisione, cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se æqualia, quorũ est unum post aliud in ordine dispositũ, tunc enim per 25. huius iudicabitur postremum, qd̄ est uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigil stans in turris alicuius eminẽtia, uidẽs homines uel arbores æquales, inæqualiter à se distantes, ꝓpinquiores sibi æstimat altiorẽ. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisæ accidit error in magnitudinis uisione, propositis enim uisui duobus corporibus, quorũ unum sit modicũ maius alio, aut in sola longitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipsorũm, forsitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimensione, qm̃ paruitas illius excessus nõ sentitur ꝓpter sui paruitatem, nõ enim excedit fines temperantiæ respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis, in cristallo enĩ angulata corpora angulorũ, quia parum solida sunt, qñq; nõ uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperata etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit, quoniã in aëre nubiloso obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, ꝙ corpus uisum maius apparet ꝙ̃ in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cũ tractatũ de ijs quæ uidentur per medium secundi diafoni faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis, cum enim ardens ticio sæpius per aliquod spacium uelociter mouetur, apparet totum spacium ignitũ, quia nõ perpenditur quantitas temporis propter uelocitatẽ motus ticionis, & sic ignis paruus æstimat̃ maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in senibus, qui non possunt discerniere literam minutã, patet ergo propositum.

XXIX.

Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitæ remotionis in ipsis rebus situatis.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisæ, siue partiũ eius oppositionem ad uisum secundũ directionem uel obliquationẽ, siue dicat ordinationẽ superficierum rei uisæ, uel partium eius apud superficiẽ ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficierũ apparentium uisui, siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficierum uisibilium, siue dicat situm spaciorũ, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul cõprehẽsa à uisu, semper accepto situ secundũ quãcunq; istorũ modorũ: hæc omnia & singula cõprehẽdit uisus, ut hæc sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per se uisibilibus & in illis fundata, & semꝑ cõprehendit quẽlibet motũ situs, cõprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis, patet ergo ꝓpositũ, qm̃ hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

XXX.

Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam ꝙ oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est, cõpo

componitur ex remotione rei uisæ à uisu,& ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus: comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescētem in anima, ut ostensum est per nonam & per 10. huius. Cum ergo uirtus distinctiua cōprehendet locum rei uisæ & suam remotionē, tunc uisibilis cum illis cōprehendet rei oppositionē: uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem, quoniā uisus nō cōprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquū uisui & locum propinquū ei: uirtus enim distinctiua cōprehendit omnia loca rerum locatarū per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quā est illa remotio, ut patuit per 14. huius: unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud cōprehensionem rei uisæ, & quoniā uisui ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua cōprehendit ꝙ res uisa non est nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ, & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorū in superficie membri sentientis, ad qđ perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus, & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua, ita loca uisibiliū comprehendūtur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisæ peruenerit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis ad quam peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco, comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ, & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In peruentu ergo formæ uisæ ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ, & partem superficiei uisus, quæ illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul: situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, quod est propositum.

XXXI.

Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum & spaciorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarū extremitatum auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim axes radiales secant lineas uel superficies, uel spacia, ut super illa perpendiculariter erecti, tunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti, tunc comprehendit illam superficiem esse directe uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiē illam directe oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatis superficiei uisæ diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus, tūc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatā: & similiter est de sitibus linearum & spaciorū cadentium inter res plures uisas simul, ipsorum enim directionē & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, & ista æqualitas directionis & diuersitas obliquationis multotiens comprehendātur à sentiente per solam æstimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spacium, quod est obliquatum, quasi sit directū, quando scilicet non perfecte cōprehenditur diuersitas, quæ est inter remotiones extremitatum eius: unde ad hoc quod uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uisibilium sit distantia mediocris, quia etiā in magna distantia, parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet secundū modum prædictum superficies aliqua, uel linea uel spacium uisui sint directe opposita, nulla tamē pars illius superficiei, lineæ uel spacij per se directe opponitur uisui, quoniā

axes

axes radiales ubicunq; extra unum punctū perpendiculares incidāt, semp incidūt oblique, & secundū angulos inæquales per 10. primi huius. Si aūt superficies, lineæ uel spacia æquedistēt axibus uisualibus, nec secenē ab illis, opponanē aūt uisui, tūc etiā situs ipsorū in directione & obliquatione cōprehenditur à uisu per remotionē suarum extremitatū, & potest fieri proportio istorū ad superficies, lineas uel spacia quæ secant axes radiales, quibus axibus ipsa æquedistant, patet itaq; illud quod proponebatur.

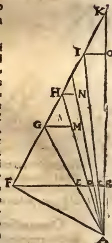
XXXII.

Situs partiū & situs terminorū superficiei rei uisæ, aut situs superficierū eius adinuicem, & situs plurium uisibiliū simul uisorum ex comprehensiōe diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiū ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniā enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ puenit ad aliquā partē superficiei uisus, ad quā peruenit forma totius rei uisæ: unde cū superficies rei uisæ fuerit diuersorū colorū distinctorū, tunc erit forma perueniēs in uisum diuersorū colorū, & erūt partes eius distinctæ secundū directionē partiū superficiei rei uisæ, tunc itaq; uisus senti et quālibet partē formæ uisæ ex sensu colorū illarū partiū & lucis quæ est in eis, & sentit loca formarū partiū in superficie uisus ex sensu colorū partiū illarū & lucis earū, & uirtus distinctiua cōprehendit ordinationē illorū colorū ex cōprehensione diuersitatis partium formæ, & ex cōprehensione differentiarū ipsarū partiū, & sic cōprehendit aliqd cōtiguū & aliquid separatū, similiter etiā est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uero partium rei uisæ adinuicē secundū accessionē & remotionem, uel secundū præeminentiā unius ipsarū super alterā, & profundationē unius ipsarū sub altera cōprehenditur à uisu ex cōprehensione quantitatis remotionis partiū secundū magis & minus: termini aūt superficiei rei uisæ ac superficierū eius, quæ sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorū cōprehenditur à uisu per cōprehensionē partis superficiei eius, in qua puenit color ipsius superficiei rei uisæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eius & p cōprehēsionē terminorū illius partis ordinatiōis auxilio uirtutis distinctiuæ, & qm oīa pposita secundū hunc modum cōprehenduntur, patet ergo illud qd pponebatur.

XXXIII.

Oīs linea uel supficies rei uisæ directe uisibus uel uisui op posita pfectius uidetur q̄ obliquata, & secūdum quātitatem obliquationis fit imperfectio uisionis.

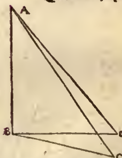


Esto centrum uisus a, & sit exempli gratia superficies plana rei uisæ directe uisibus opposita, in qua sit linea b c d e f, & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, sitq; superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k, & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f, sitq; linea a d perpendicularis super lineā b f, ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b, quæ omnes pducantur ad superficiē obliquatam. Incidat linea a e in punctū g, & linea a d in punctū h, & linea a c in punctū i, & linea a b in punctū k, & quia per 13. primi angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h est maior q̄ linea f d; & si à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ f d per 31. primi, quæ sit g m, erit per 29. primi & 4. sexti, & penultimam primi linea g h maior q̄ linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquedistans lineæ d c, quæ sit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d est acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtusus, ergo per 29. primi angulus i n h est obtusus, ergo per 19. primi & per secundam sexti linea h i est maior q̄ d c, eodem quoq; modo fit de omnibus

punctis lineæ h k, patet ergo q eidem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtendun tur maiores partes lineæ obliquatæ, q̃ lineæ directe oppositæ uisui: partes itaq; superficiei rei uisæ directe uisui uel uisibus oppositæ æqualiter distantes à puncto axis, uel à puncto coniunctionis, similiter uisiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qd' perfectius tota illa superficies uidetur, & omnes subtiles intentiones quæ sunt in ipsa: superficies nota obliquata uisibus, acquirit formam dubitabilem, siue per unum uisum uideatur siue per ambos, & siue illa forma per axes perueniat ad uisum siue extra axes: & etiam si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ à uisu, partes enim superficiei illius æquales partibus superficiei directe uisui oppositæ, ut patet ex præmonstratis, sub minori angulo uidentur, quoniã si essent directe uisibus oppositæ, quia lineæ earum extremitatum à centro uisus productæ, minoribus angulis subtenduntur, sic ergo totales illæ superficies instituuntur in superficiebus uisus, quasi congregatæ propter suam obliquationem, angulus enim quem subtendit superficies ipsius uisus, quæ est informata superficiei obliquatæ, est paruus & sensibiliter minor, eo q faceret eadem superficies uisibus opposita directe, uel superficies aliqua alia æqualis superficiei obliquatæ, quia ergo ipsa supeficies uisus informata ex illa obliquata superficie est minor, & partes paruæ illius superficiei obliquatæ incidunt angulis quasi insensibilibus ꝑpter maximam obliquationem, ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua superficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extremam illius partis, fient quasi linea una, qua propter sentiẽs non comprehendet angulũ contentum inter illas, neq; partem quam distinguũt ex sup ficie uisus: tota ergo sup̃ficies obliquata uisui multũ amittit sensibilitatis, qa si in ipsa fuerũt subtiles aliq̃ intentiones, non cõprehendent̃ à uisu, ꝑpter latitantiã suarum partiũ paruaꝝ. & qm̃ superficiebus plus obliquatis plus accidit ꝓpositæ passionis, ideo secundũ quantitatẽ obliquatiõis fit imperfectio uisionis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXXIIII.

Excessu remotionis nimio existente, res à uisibus obliquata quandoq; uidebitur directe opposita.



Quoniã enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendit̃ secundũ quantitatem diametrorũ rei uisæ, ideo & nimietas excessus remotionis attenditur secundũ quantitatem diametroꝝ rei uisæ: quæ enim magno uisibili non est nimia distantia à uisu, hoc minori uisibili est nimia, qm̃ non eodẽ modo in eadem distantia magis & minus percipiũtur à uisu, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaq; centrum uisus a, & res uisa obliqua quæ b c, cuius alter terminorum qui sit b propinquior sit uisui, sitq; illa res uisa sub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor q̃ ipsa res uisa, quæ b c à proximo sui termino ad uisum qui est b directe uideretur, sed per 11. huius, in omnibus uisis maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minoris, q̃ sit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autẽ remotione distantiarum proportio distantiæ maioris unius extremorum rei uisæ, ut in proposito ipsius c ad distantiã minorem alterius extremorum, ut ipsius b, est differentiæ insensibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis insensibilis est differentia ipsorum angulorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quasi directe uisibus opposita cum sit obliquata, & hoc est propositum.

XXXV.

Omne uisum existens extra cõmunẽ axem in uno tantũ axe uisuali, uel ꝑ radios propinquos axi, uel in ꝓpinquos ambobus axibus uisualibus comprehensum, uidetur axi communi approximare plus eius situ uero.

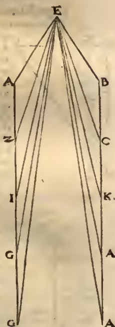
Axis

Axis enim radialis, ut patet per 37. tertij huius, semper defert punctum, cui incidit ad punctū medium nerui cōmunis, cui semper inhæret terminus axis cōmunis. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam secundū qđ est, & instituitur forma in concauitate cōmunis nerui in uno loco, & cōtinua sibi adinuicem secundū continuationem rei uisæ, & punctus rei uisæ qui est super radialem axem, licet non fuerit super axem cōmunem, uidetur tamen in loco propinquiori cōmuni axi, ꝗ̄ sit in suo uero loco, tunc puncta residua etiam uidentur in loco propinquiori cōmuni axi, ꝗ̄ sint in suo uero loco, quia sunt continuata cum parte quæ est apud extremum axis: & si axes amborū uisuum concurrerint in aliqua re uisa extra axem cōmunem, uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi, ꝗ̄ sit in suo loco uero, hoc tamen raro accidit, quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso, tunc ut plurimum axis communis transibit per illud uisum, quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem communem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc: unde hæc dispositio non est uisibus assueta, quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta, tunc ipsa accideret in omni uisione uel pluribus, qđ tamen non est uerum, patet itaq; propositum.

XXXVI.

Omnium uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extensorum, quæ sunt à dextris in sinistram, & quæ in sinistris ad dextram educi uidentur partem.

Sint duo uisibilia secundū sui longitudinem ante oculos extensa, quæ exempli causa sint æquedistantia, & sint a b & d g, sitq; centrum uisus e, ducanturq; lineæ ad puncta illorum uisibilium in sinisteriori quidem parte quæ sit a b, ducantur lineæ e b, e c, e k, e a, & in dexteriori quæ sit g d ducantur lineæ e d, e z, e i, e g, dico ꝙ lineæ e z, e i, e g uidenẽ quasi in partem sinistram productæ, & lineæ e t, e k, e a uidentur quasi ꝓtractæ in partem dextrā, sit enī linea e d ꝑpendicularis sup lineam d g, & linea e b ꝑpendicularis super lineā b a, erit ergo per 19. primi linea e d breuior oībus lineis e z, e i, e g, & linea e b breuior oībus lineis e t, e k, e a: lineæ ergo e d & e b minimā à uisu denotebūt distantiam lineaꝝ g d & a b, secundū illas ergo lineas ꝑfectior fit uisio partiū rerū uisaꝝ q̄bus incidūt p 23. h9, linea ergo e d apparebit dexterior oībus lineis suo uisibili incidētibus, & linea e b sinisterior, illis ꝙ ꝙ lineis ꝓpinquis incidētes mutabūt situs dispositionē scđm recessum ab illis lineis, eritq; linea e z dexterior ꝙ̄ illa linea e i, & linea e i dexterior ꝙ̄ linea e g: palā ergo, qm̄ linea e g uideẽ in sinistra à linea e i, & linea e i similiter uideẽ in sinistra à linea e z, eodē quoq; modo uidebitur linea e a in dextrā educi à linea e k, & linea e k uidetur in dextrā educi à linea e t: punctū ergo z plus approximat ad sinistrā ꝙ̄ punctū d, & punctū i plus ꝙ̄ punctū z, & punctū g pl9 ꝙ̄ punctū i: tota ergo linea d g uideẽ sinistrari, & tota linea b a uideẽ dextrari, qm̄ pūcto b existente sinistro, punctū t uideẽ plus dextrū illo: & itē punctū k plus dextrū pūcto t, & punctū a plus dextrū puncto k, patet ergo ꝓpositū, qm̄ similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandū, q̄ enim sub dexterioribus radijs uidenẽ, dexteriora apparēt, & quæ sub sinisterioribus sinisteriora, ut patet per suppositionē huius, hæc aūt omnia accidūt, qa lineæ paralellæ scđm remotiores sui à uisu partes cōcurrere uidenẽ p 21. huius, & hoc est propositum.



XXXVII.

Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisu, altiores uidentur.

Sit centrum uisus a in altiori situ collocatū, quoniam superfi-

cies rei uisæ in qua sint lineæ b e, e d, d g, ducanturq́ꝫ lineæ a b, a e, a d, a g, sitq́ꝫ causa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, qm̄ in alijs sitibus maior est diuersitas, dico ꝙ linea g d altior uidetur ꝙ̄ linea d e, & linea d e altior ꝙ̄ linea b e, sumatur enim in linea b e punctus, & à quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis super lineam b e, quæ fiat altior ꝙ̄ linea a b, quoniam ergo punctorū formæ e g d procedentes ad uisum, primo pertranseunt lineam z i, ꝙ̄ perueniant ad punctum a centrū uisus, sit ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior est puncto t, & pūctus t puncto k, ideo ꝙ linea a t maior est ꝙ̄ linea a i, & linea a k maior ꝙ̄ linea a t per 18. primi: & in linea in qua est punctum i est etiam punctum g, & in linea in qua est punctum t, est etiam punctū d, & in linea in qua est punctū k, est etiam punctū e: per cōprehensionē uero punctorū d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, qm̄ cū linea g d eleuatior apparebit ꝙ̄ linea d e, & similiter d e apparebit eleuatior ꝙ̄ linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per suppositionē huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundū illum modum figuratur in superficie uisus, patet ergo propositum, & patet ex hoc, ꝙ multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longe à uisu concaue uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctorꝫ ad uisum per modū circūferentiæ circa centrū uisus propter æqualitatem uirtutis uisiuæ, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Superficierum uisui superiacentiū remotiores à uisu decliuiores uidenť.

Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum ꝙ̄ superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g, & ducantur sicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui, dico ꝙ linea d g apparebit decliuior ꝙ̄ linea d e, & linea d e decliuior ꝙ̄ linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquedistans lineæ a b, secans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur ꝙ̄ forma puncti d, & forma d decliuior ꝙ̄ forma puncti e, & forma puncti e decliuior ꝙ̄ forma pūcti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorū e & b uidebitur forma lineæ e b. quoniā itaq́ꝫ, ut ostendimus in præmissa, linea a t est maior ꝙ̄ linea a i, & linea a k minor ꝙ̄ linea a c: & secundum harum lineaꝝ dispositionē fit forma illoꝝ punctorū uisio, palā ergo, qm̄ cētro uisus & ipso uisibili sic dispositis. Remotiora igiť à uisu, decliuiora uisui occurrunt, ꝙ̄ propinquiora, & hoc est ꝓpositum.

XXXIX.

Aequalium magnitudinū sub eodem uisu erectarum remotiores altiores apparent.

Sit centrum uisus punctum i, & sint uisæ æquales magnitudines, quæ sub ipso uisu sint erectæ, q̄ sint a b, g d, e z, sitq́ꝫ a b remotior à uisu, & deinde g d, & deinde e z, & sit centrū oculi punctū i, eleuatius existēs illis magnitudinibus, ducāturq́ꝫ lineæ i a, i g, i e, dico ꝙ magnitudinū illaꝝ a b apparet altior ꝙ̄ g d, & g d altior ꝙ̄ e z, qm̄ enī linea i a est eleuatior ꝙ̄ linea i g, & linea i g eleuatior ꝙ̄ linea i e, & in linea cui icidūt lineæ i a, i g, i e sunt pūcta a g e, & p 37. h9 uidenť pūcta remotiora uisui altiora, pūcta uero a g e sunt in magnitudinib9 a b, g d e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatior ꝙ̄ ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet

paret altior quàm ipsa e z, quod est ꝓpositũ, & qa de qualibet magnitudine lõgiori potest abscindi æqualis breuiori. Ideo in oĩbus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidẽtur altiores, quàm sint secundum ueritatem.

XL.

Aequalium magnitudinum uisui super erectarum remotiores decliuiores apparent.

Esto sicut in præcedenti centrum uisus punctum i, & sint æquales magnitudines quæ a b, g d, e z, erectæ superstantes uisui, sitq; a b remotior uisui quàm aliæ, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior q̃ e z, ducantur enim ut in præmissa lineæ i b, i d, i z, quoniã ergo sicut, patet per 38. huius, forma ueniens per lineã i b, est decliuior modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uisui aduenlens per lineam i d, decliuiori modo incidet, quàm forma ueniens per lineam i z, sed in linea cui incidunt lineæ i z, i d, i b, sunt puncta z d b, quæ puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarum magnitudinum illa quæ est a b decliuior apparet quàm g d. & g d quàm e z, & hóc est propositũ, est aũt uniuersale illo modo quo diximus in præcedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectæ accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris ꝑpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autẽ idem.

Sint duæ uisæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrũ uisus punctum e, ducaturq; linea g e perpendicularis super lineã g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineæ a b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d, ipsi uisui, nisi sola forma pũcti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem superficiei ab eodem pũcto ductas perpendiculariter insistere est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augumentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex præmissis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundũ hoc aũt diuersificatur in uisu quantitas lineæ a z, semper tamẽ illius lineæ a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.

XLII.

Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti accedente uisui secũdum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentẽ, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundũ aliã uero lineã accedente uel recedente uisu, accidit econuerso.

Sint ut in præmissa duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrum uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente pũcto a qui sit altior terminis lineæ a b, ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d subiacebunt uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta à centro uisus ad magnitudinem altiorem, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectæ, ut pũctum a sit altius quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius pũctorũ lineæ a b, quod sit z, per

uerticem lineæ d g. qui sit g ad uisum e, & sit linea secundum quam aduenit illa formæ linea z e, sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc est linea z b, accedat autem uisus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uisum, sub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam linea a t est maior quàm linea z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessarium autem est lineam t a fieri maiorem quàm sit linea z a, ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z, illud ergo quod uidetur sub angulo a i t, est maius illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod accedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, recedente uero uisu sit minor, & hoc est propositum primum: secũdum aliam uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso, nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu magis, existente enim uisu in pũcto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero p, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius pũctorum lineæ z t, sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor quàm linea z a, patet ergo propositum.

XLIII.

Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem linea æquedistãte horizonti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, secundum aliam uero lineam accidit econuerso.

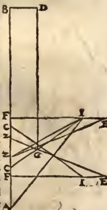
Hæc non differt in hypothesi à præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacentia uisui, In hoc uero sunt superstãtia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior sit a b, sintq; uertices illarum quantitatum b & d, & sit linea b d æquedistans horizonti, sitq; centrũ uisus in puncto e, multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per basem g, ad uisum e, fiatq; linea z g e, sub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uisui propter interpositionem ipsius g d, inferior uero ipsius pars decliuior apparet per 40. huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, super lineam a b quæ sit e f, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d, multiplicabiturq; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uisum existente in puncto i, sit ille punctus t, & ducatur linea t g i, sub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, sub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor est quàm linea t a, cum enim angulus t i f, p 16. primi, sit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uisa sub angulo, t i f

lo t i f maior est quàm linea z f. uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f. communis est linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc est primum propositorum. Si uero uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum excessus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducātur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cōmunis, uisum ergo à pūcto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z linea ergo z a est maior q̄ linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uisus collocatur super lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipsum collocetur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerso, patet ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiuæ error accidit in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet à uisu, tunc æstimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota à uisu & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situs uisione, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm à temperamento egressum, quoniam non fit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita, iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tūc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nō potest comprehendi, nec enī est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima linea omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accidit uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantiæ reputabitur cum alia, cum tamē sint diuersæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo fit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatiōe obijciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accidit in oris crepusculatibus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uisui in situ, cū aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit, hoc enim forte directe uisui oppositum reputabitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate fit error uisui in situ, ut si ab obliquata distātia licet temperata corpus aliquod in oppositione uisus modicum obliquatur, tunc enim uisu existente debili, non sentietur obliquatio, cū tamen sit obliquatio secundū uerum.



Sic ergo in situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione

octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis superficiei rei uisæ comprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ.

Quoniam enim formæ rerum describuntur in oculi superficie sicut sunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ secundum figuram quæ describuntur in oculi superficie sic perueniũt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurãtur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima secundum sui dispositionem, tũc patet quod forma circularis superficiei rei uisæ cõprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ, & similiter cõprehenditur circularitas cuiuslibet partium superficiei rei uisæ, certificatur aũt hæc uisio cũ uidens mouerit axes radiales ambos uel saltem unũ per totam circumferentiam rei uisæ aut partis eius, sic eñ ex certificatione situum terminorũ formæ comprehendet figuram superficiei circularem ex consimilitudine uel dissimilitudine partium, & ex cõprehensione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiũ rei uisæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiũ rei uisæ super inuicem, patet ergo propositum.

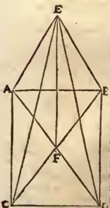
XLVI.

Figura rectilinea cõprehendit à uisu ex suorũ terminorũ cõprehẽsione.

Qm̃ enim figura est quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum sunt lineæ quæ comprehendũtur uisu non decepto secundum ipsarum situationẽ in superficie oculi, sicut est ipsarum situatio in superficie rei uisæ, palam ergo quoniam ipsarum comprehensio à uisu est comprehensio figuræ in ipsis contentæ, cuius sunt termini illi, & hoc est propositum, sed in his omnibus uisus requirit distãtiam mediocrem & alias circunstantias uisui debitas, ne forte fiat deceptio in ipso uisu.

XLVII.

Planicies superficiei secundum mediocrem distantiam directe uisui oppositæ comprehenditur, & ex comprehensione æqualitatis remotionis partium, & consimilitudinis ordinationis ipsarum.



Sit superficies plana a b c d, & sit centrum uisus e, à quo ducatur super datam superficiem perpendicularis e f, & quoniam superficies illa est directe uisui opposita, sic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius superficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f distantia quæ sunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cõtinuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipsarum distãtiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ super superficiẽ erectæ sint ppendiculares super lineã e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d sunt æquales, superficies itaq; a b, c d, secundum illos eius terminos æqualiter distat à uisu, sed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter distantia à puncto f, centro uisus productis illarum omnium ad inuicem ex præmissis cõcluditur æqualitas, tota ergo superficies secundum omnes sui partes æqualiter distantes ex omni parte à puncto f, consimiliter peruenit ad uisum, tota itaq; superficies uidebitur plana ex comprehensione æqualitatis remotionis partium & consimilitudinis ordinationis ipsarum, & hoc est propositum. Sed & si axes radiales nõ incidant ad medium, nihilominus per eandem demonstrandum, semper enim termini cuiuslibet partium superficiei erunt lineæ rectæ, superficies ergo est plana.

XLVIII.

Conuexitas superficiei comprehenditur à uisu ex propinquitate partiũ mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim superficies conuexa directe uisui opponitur secundum mediocrẽ distantiam, tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius sphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, si superficies illa opposita uisui sit pars sphæricæ superficiei, si à centro uisus ad centrum sphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimum producãtur, patet per 73. primi huius, quod sola illa quæ centrũ transit, est ꝑpendicularis super sphæræ superficiẽ: aliæ uero oẽs lineæ à centro uisus ad illã sphæricã superficiẽ productæ, sunt sup illã superficiẽ incidẽtes obliquæ, erit ergo p 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrũ uisus & superficiẽ sphæricam omniũ aliarum linearũ breuissima, ergo secundũ illã fit ꝓxima approximatio ad uisum, & oẽs circuli secundũ punctum cui incidit illa perpendicularis in superficie sphæræ descripti, erũt uisui proximiores secundũ illa puncta, & secundũ alias lineas oblique incidentes erunt uisui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ꝓpinquiores modo dicto sunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, oẽs lineæ à centro uisus ad periferias maioꝝ circulorum productæ sunt longiores lineis ꝓpinquioribus ipsi perpendiculari, ex cõprehensione ergo propinquitatis partium mediorum in illa superficie, et remotione aliaꝝ partiũ quæ sunt in terminis, apparet maior eleuatio partiũ mediarũ quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiũ superficiei uidetur gibbositas, quæ est causa conuexitatis, & q̃m in omni pũcto supficiei sphæricæ secant se circuli magni trãseuntes per centrũ illius sphæræ, & oẽs lineæ quæ lineæ breuissimæ utrunq; æque ꝓpinquant sunt æquales, ideo secundũ æqualem distantiam à perpendiculari fit æqualitas omniũ lineaꝝ ad sphæræ superficiẽ à centro uisus ꝓductarũ, & apparet deflexio gibbositatis æqualis secundũ omnẽ differentiã positiõis in sphæricis superficiebus maxime cum directe uisibus opponuntur. Si uero superficies conuexa opposita uisui fuerit pars superficiei columnaris aut pyramidalis rotundarũ, tunc fit eadẽ demonstratio ꝓductis lineis perpendicularibus à centro uisus ad centrum circuli basis, & omnium circulorũ æquedistantiũ basi, alijs quoq; lineis pluribus ab eodẽ centro uisus non perpendiculariter per eosdẽ circulos ꝓductis, cõplebitur demonstratio ut prius, & si illæ supficies quæcũq; obliquatæ sint ad uisum, nihilominus p eadẽ est demõstrandum. Siue enim gibbositas sit inferius, siue superius, siue à dextris, siue à sinistris, semper partiũ inæqualis distantia propositũ cõcluderet de irregularibus cõuexitatibus per eadẽ fit cõprehensio in uisu, patet ergo ꝓpositum, uniuersaliter enim cõuexitas comprehenditur à uisu ex ꝓpinquitate partiũ mediaꝝ, & æquali remotiõe partiũ extremaꝝ, patet ergo q̃d ꝓponebat.

XLIX.

Concauitas superficiei comprehenditur à uisu ex remotione partiũ mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

Per eadem q̃ in præcedenti demonstrandũ, & similiter per omnẽ superficiẽ transcurrendũ, semp em̃ per 8. tertij, linea à cẽtro uisus ad centrũ sphæræ uel circuli ꝓducta, quia continet diametrum, est omniũ longissima, & sibi ꝓpinquiores sunt cæteris remotioribus maiores, & oẽs æqualiter ab illa distãtes sunt æquales, ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales, & tota superficies uidebitur concaua, & si illæ superficies sint obliquatæ uisibus, secundũ arcualitas terminoꝝ sit superius secundũ inferius, siue à dextris, siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum, patet ergo propositum.

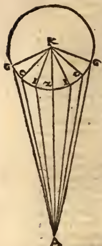
L.

Centro foraminis uneæ & circunferentia circuli in eadẽ supficie existentibus, circunferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Esto foraminis uneæ centrũ a, in eadem existens superficie, cũ circunferentia circuli oculi, ita q̃d plana superficies circuli imaginata ꝓduci, secet sphærã oculi trans centrum, illius quoq; circunferentia circuli sit g b, & eius centrũ k, & à punctis illius circũferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uisum a, quæ sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, secundũ quas lineas formæ illoꝝ punctorũ accedũt ad uisum, dico q̃m arcus b g, apparet uisui linea recta, ducãtur em̃ à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, q̃m ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniã

z pars

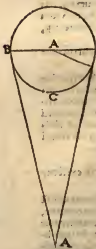
pars eius est, ergo p 20. huius, palā est, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, quā sub maiori angulo uidetur, & similiter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior quàm k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior quàm k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoque z inter omnes datos punctos, quā cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e propinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctū b, in apparentia ergo uisui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & similiter est de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, sit omniū breuissima, & linea a e breuior sit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet quòd in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensæ, & sic non uidebitur tota periferia linea recta, sed ad rectitudinē aliqualiter accedens, patet ergo propositum, & hoc idē accidet cōuexis & concauis partibus periferiæ circuli uisui oppositis, quia si à puncto z ducať aliqua perpendicularis super lineam a z, tūc nō est differentia magna uisui inter arcū & lineā cōtingentem, cū per maius spaciū uisio fiat, prope uero existēte uisu, maior percipitur conuexitas uel cōcauitas & magis apparet. Et si centrū oculi & circulus nō sint in eadē superficie, tūc circūferentia circuli uidebitur curua, quā tunc situs partium lineæ circularis secundū suum sitū & esse propriū, peruenit ad uisum & depingitur secundū suā curuitatē in superficie illius, licet quandoque forma sphærica illius curuitatis secundū aliquid sui uarieť.



L I

Circulo centroque foraminis uneæ in eadem superficie existentibus minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ quod sit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existens, uideaturque arcus b c d, dico quod minus semicirculo uidebitur, si enim arcus b c d qui uidetur sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e, super terminos diametri b e incidere, aliter enim semicirculus non uidebitur, quia sola diameter est quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, semper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraque cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaque a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod est contra 32. primi, & impossibile, patet ergo propositum.



L I I.

Centro foraminis uneæ existente in circūferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

Esto centrum foraminis uneæ punctum a, in circumferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim est punctus in toto circulo à quo ad quēlibet punctum datum in circumferentia duci linea recta non possit, & quia ut ostensum est per secundam tertij huius, possibile est solum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediente, talis ergo circulus secundum omnia sua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli existente, ad huc omnes lineæ ducibiles à punctis circūferentiæ ad centrū ad ipsum uisum perueniunt, patet quia fiet uisio secundum lineas quæ à punctis circumferentiæ ducuntur ad centrum uisus per decimam septimam tertij huius, & hoc est propositum.

Existente

LIII.

Existente centro oculi in linea à centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ superficiei circuli insistentis æqualis semidiametro, oēs diametri in eodē circulo ꝑducti æquales uisui apparebūt.

Esto circulus d e g z, cuius centrum sit punctus a, erigaturq; linea a b, perpendiculariter super circuli superficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq; centrū oculi in linea a b in pūcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur eñ à centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrum a sunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes semidiametri æquales apparēt, imò & ipsi diametri, sub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, sed & omnes lineæ æquedistantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquedistante diametrorum d g, cuius medio puncto qui sit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq; linea a k per 3. tertij ꝑpendicularis super lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipsam per æqualia in puncto k, quia itaq; in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h sint recti, ut b a g, ex hypothesi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k est maior quàm linea b a, & linea a g est maior quàm linea k h, ꝑ 37. primi huius, angulus b h k est maior angulo b g a, similiter quoq; angulus b f h, erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit ꝑ 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebit maior quàm linea f h, per 20. huius, similiter quoq; est de omnibus alijs lineis æquedistantibus diametro respectu ipsius diametri, & ad inuicē demonstrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figuræ, & hoc est propositum primum. Si uero linea a b, non sit erecta super circuli superficiem, sed oblique insistens, sit tñ æqualis semidiametro circuli, adhuc diameter d g & z e uidebuntur æquales cētro uisus in puncto b, existente eñ ex hypothesi, z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem, palā quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a, ad quantitatem semidiametri e a, circulus describatur in superficie in qua sunt lineæ a e, a z, a b, palam quia transibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z est rectus, similiter quoq; ostēdetur angulum g b d esse rectū, & quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparent ꝑ 19. uel 20. huius, palam quia oēs diametri illius circuli quocunq; ducanť æqles apparebūt, sicut diametri e z ipsi diametro g d, qđ est propositum secūdum, patet ergo totū q̃d ꝓponebať.

LIIII.

Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli, cuius supfi ciei in cētro oblique est insistens, æquales angulos cū diuersis semidiametris cōtinentes, illæ diametri eiusdem circuli æquales apparebunt.

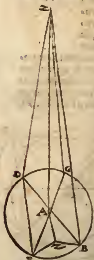
Sit circulus b g d e, cuius centrū a, & sit centrū uisus z, sitq; linea a z non erecta sed oblique incidens superficiei circuli maior uel minor semidiametro d a, sit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis an-

gulo b a z, dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim linea d a est æqualis a g, & linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d, est quoque ex hypothesi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4. primi, linea z d æqualis lineæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a, ergo per 19. uel 20. huius, basis d a uidebitur æqualis g a basi. Similiter quoque per eadem demōstrabitur angulus e z a æqualis angulo b a z, & p præmissa uidebiť linea e a æqualis lineæ b a, & angulus a z g, æqualis est angulo a z d, & angulus e a z æqualis angulo a z g, ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter d b æqualis diametro e g, quod est ꝑpositum, possibile est aūt hoc in quibusdam diametris accidere, non aūt in om̄ibus diametris circuli taliter uisui oppositi, nō ergo oportet qđ oēs diametri illius circuli uideātur æquales: nō eñ illæ diametri uidebunť æquales, cū quibuslibet linea z a, facit angulos inæquales.

LV.

Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nō erigatur super superficiem circuli, neque æquales angulos cōtineat cū diametris, sitque maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusque circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

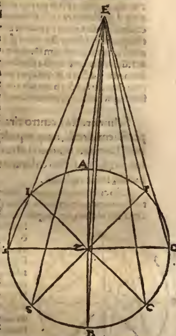
Esto circulus a g b d cuius centrum z, & ducantur diametri a b & g d, se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi e, à quo ducatur linea e z ad centrū circuli diametro quidem d g secūdum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero a b oblique ut acciderit, non erit ergo linea e z erecta super superficiem circuli, sitque linea e z maior semidiametro circuli, dico quod diametri a b & g d uidebuntur inæquales, & g d maxima quidem a b uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri apparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distāt ab utraque parte à minima diametro quæ est a b, quoniam enim diameter g d, est perpēdicularis super diametrū a b, & super lineā z e, palam per 4. undecimi, quoniam linea g z est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ e z & a z, uel a b, ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem e a z, ergo & e a z, superficies erecta erit super circulum, ducatur ergo à puncto e, super superficiem circuli a b g d, perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaque per præmissa necessario cadet in communem sectionē illarum superficierum, quæ est a b, cadat ergo & sit e k, & ducātur lineæ e a, e b, e d, e g, producaturque diameter circuli alia quæ sit s z p, constituendo cū diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoque alia diameter quæ sit i z d, ita ut anguli g z g & i z g sint æquales, quia itaque à puncto e, in aere dato super substratam planam superficiē circuli qui est a b g d, ducanť duæ lineæ, una ꝑpendiculariter q̄ est e k, & alia oblique q̄ est e z, & inter pūcta incidētiæ quæ sunt k & z copulatur linea z k, in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, qm̄ angulus e z k, minimus est omniū angulorum sub linea e z, oblique incidente, et semidiametro z i uel z p, uel quacūque alia diametro contentorum, & omnis angulus istorū angulorum propinquior angulo e z k est minor remotiore: duo quoque anguli ex utraque parte æqualiter angulo e z k approximātes, ut sunt anguli i z k, & p z k inter se sunt æquales, copulentur quoque lineæ e i, e s, e p, e t, quia itaque ab angulis duorum trigonorū d e g & t e i, ad medietates suarum basium æqualiū in trigono d e g linea e z perpendiculariter

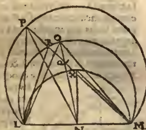


incidit, & in trigono t e i obliq̄ est, q̄ linea e z maior medietate utriusque illarum basiū, g d & i t, ut patet ex hypothesi, ergo p 49. primi huius, erit angulus d e g maior angulo t e i;

ergo

ergo p̄ 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t, & quoniam ut ostensum est p̄ 39. primi huius angulus e z i est maior angulo e z a, ambabus uero basibus trigonorum t e i & a e b, quæ sunt i t & a b, ad medium punctū qd' est z linea e z incidit oblique: erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b, & sic per præmissa de qualibet aliarū diametrorū respectu diametri a b est demōstrandū. Oīm itaq; diametrorū circuli propositi g d uidetur maxima, & a b minima, & propinquiores diametro g d uidentur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes uidentur æquales, ut sunt i t & s p per præmissam, qm̄ propter æqualitatē angulorū aliquorum qui sunt e z i & e z p per 39. primi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio columnaris. Sed & suppositis ijs quæ per 39. primi huius declarata sunt, potest reliquū aliter demōstrari. Extra hanc enim figuram ꝓtrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3. primi, & diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter super lineam l m per 11. primi, & resecetur linea n x ad æqualitatē lineæ z e, quæ est ex hypothesi maior q̄ linea n m, æqualis semidiametro z g, ut patet ex præmissis, ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonū l m x, & per 5. quarti circūscribatē ei portio circuli quæ sit l m x, est itaq; illa portio circuli l m x maior semicirculo, ideo quia linea n x est maior utraq; linearū n m & n l, & qm̄ trigonorum g z e & l n x latus g z est æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, qm̄ ut patet ex præmissis uterq; ipsorū est rectus, erit per 4. primi basis g e æqualis basi l x: & similiter iterata demonstratio in trigonis d z e & n x m, erit linea d e æqualis lineæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; super punctū n terminū lineæ l n p̄ 23. primi angulus æqualis angulo i z e, & sit angulus l n o, fiatq; per 3. primi linea n o æqualis lineæ e z, & ducantur lineæ l o & m o, describaturq; supra circa trigonum l o m portio circuli quæ sit l o m, erit quoq; secundū præmissum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi constituatur super punctū n terminū lineæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e, & fiat linea n p æqualis lineæ e z, & ducātur lineæ l p & p m, & circa trigonū l p m describatur portio circuli ut prius, quæ sit l p m, erit quoq; modo præmisso angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; linea à puncto l ad punctū sectionis, ubi linea m o secat circūferentiā portionis circuli quæ l x m, quæ linea sit l q, & quia per 26. tertij angulus l q m æqualis est angulo l x m, cadunt enim in eundem arcū quē concordat linea l m. angulus uero l q m maior est angulo l o m per 16. primi, patet, qa angulus l x m maior est angulo l o m, angulus uero l x m æqualis est angulo g e d, & angulus l o m æqualis est angulo i e t, pa-





ſam ergo, quoniã angulus g e d maior eſt angulo l e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ ſectionis, in quo linea m p ſecat arcum l o m, palam ut prius, q̃m angulus l o m maior eſt angulo l p m, & quoniã angulus l p m eſt æqualis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20. huius maior apparebit uiſui in puncto e poſito diameter g d, q̃ diameter i r, & diameter i t maior diametro a b, & q̃m de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem eſt demonſtratio reſpectu diametri a b, patet q omnibus illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per præmiſſam angulus i e t æqualis eſt angulo s e p, palam quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniã ſunt diametris g d & a b æqualiter diſtantes, ut patet per præmiſſam & per 15. primi, hoc ergo eſt propoſitum.

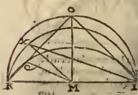
LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uiſus incidens, non erigatur ſuper ſuperficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, ſitq; minor diametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur ſectio columnaris, cuius maxima diameter eſt illa, cui oblique incidit linea radialis.

Eſto circulus a b g, cuius centrũ e, & ducantur duæ diametri a g & b d ſe inuicem ad rectos angulos ſecantes in cẽtro e, & ducatur linea e z, quæ neq; ſit erecta ſuper ſuperficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & ſit minor



ſemidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b, dico q diametri propoſiti circuli apparebunt inæquales, & q totus circulus uidebitur ſectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omniũ minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab iſtis ambobus diametris diſtantes, æquales apparebunt oculo in puncto, & exiſtẽte ut ſunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g eſt rectus, ducantur lineæ z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h, z p, & ad diametrũ g r lineæ z g & z r, & omnibus alijs ut in præmiſſa diſpoſitis, ſcilicet ducta linea z k ſuper diametrũ g a, cui perpendiculariter incidit linea z e per 39. itaq; primi huius, patet q angulus z e k eſt minimus omniũ angulorũ illorũ: & omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a deſcendit linea z e ad mediũ baſis, quæ eſt a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p deſcendit eadem linea z e oblique ad medium baſis h p. eſt itaq; linea z e minor medietate utriuſq; illorũ baſium æqualiũ, ut patet ex hypotheſi, palam per 50. primi huius, q̃m angulus g z a eſt minor angulo h z p, ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a eſt angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuſcunq; diametris medijs demonſtrandũ, patet ergo per 30. huius, q̃m omniũ diametrorũ a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo ſe habentes, ſecundũ q plana approximant hinc & inde; duæ quoq; diametri æqualiter diſtãtes ab extremis uidentur æquales per 54. huius, patet ergo propoſitũ. Sed & ſuppoſitis ijs, quæ per 39. huius primi, poteſt reliquũ aliter demonſtrari: Aſſumatur ut in præmiſſa k l æqualis diametro g d, & diuidatur in duo æqualia in puncto m, & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z, erit ergo linea m o ex hypotheſi minor ſemidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineæ k o & l o: trigono quoq; k n l circũſcribatur circuli portio per 5. quarti, quæ ſit k o l; eſt autẽ illa portio minor ſemicirculo, quia linea



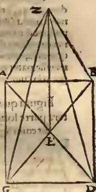
m o

mo est minor semidiametro, eritq; per 4.& 5.primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x,& sit linea x m æqualis lineæ e z,du ctisq; lineis k x & l x,circũscribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmisso angulus k x l æqualis angulo h z p.Item sit angulus k m q æqualis angulo a e z,& sit linea m q æqualis e z,ductisq; lineis k q & l q,ut prius describatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b,& quia inter præmissum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l,& angulus k x l minor angulo k q l,erit angulus g z a minor angulo h z p,& angulus h z p minor angulo d z b,apparebit ergo diameter d b maior q̃ diameter h p,& h p maior q̃ g d,diameter uero h p & e i æqualiter distans, quæ s k, à diametro g a,æquales apparebunt per 54.huius,& hoc est propositum.

LVII.

Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum,latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d,& protrahatur in ipso diagoni a g,b d,& earũ intersectio sit e,erigatur e z super superficiem tetragoni per 12.undecimi,ponaturq; oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z,& ducantur lineæ z a,z b,z d,z g,quia itaq; per 40.primi huius medietates diagonorũ inter se sunt æquales,ut d e & g e,& linea e z est cõmunis duobus trigonis d z e & g z e,& anguli circa e sunt recti per diffinitiõem lineæ super superficiẽ erectæ,erit per 4.primi basis z g æqualis basi z d,& angulus e z g æqualis angulo e z d,uidebitur itaq; linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius:& similiter per eandem,quia angulus a z e est æqualis angulo b z e.uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e,tota quoq; linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g,& q̃m linea g z est æqualis lineæ b z,& linea a z æqualis lineæ d z,& linea a b est æqualis ipsi g d, quoniã sunt latera eiusdem quadrati,& sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius,ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales:omnia itaq; latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt,& hoc est propositũ,q̃m in omni puncto lineæ a z eadem est demonstratio,concludendo semper per 20.huius.



LVIII.

Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uisus incidens obliquata super eius superficiem æquales angulos cõtineat cum diuersis medietatibus diagonorũ,diagoni illius quadrati apparebũt æquales.

Sit quadratũ a b c d,cuius medius punctus inueniatur per 40.primi huius, quod sit e, & ducantur diagoni a c b & c e d,sitq; centrũ uisus f,& linea f e sit maior q̃ linea e a medietate diagoni,uel minor illa,sit quoq; linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamẽ angulus f e a æqualis angulo f e c,dico q adhuc diagoni ipsius quadrati æquales apparebunt:circa punctũ enim e describatur circulus ad quantitatẽ semidiametri e a,palam ergo,cum omnes medietates diagonorũ sint æquales per 40.primi huius, q̃m per 9.tertij circulus iste circũscribet totali quadrato,oẽs terminos diagonorũ attingẽs, erit ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli.Sed manifestũ est p 54.huius,q̃m diametri circulorũ in hac dispositione omnes uidẽtur æquales,ergo & diagoni quadrati cum sint idem cũ illis,& hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus figuris polygonijs quibuscunq; formæ,& per eadem uel similia demonstrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratæ oblique à centro uisus incidẽte,& inæquales angulos cũ diagonis cõtinente, siue maior siue minor semidiagono fuerit,semp diagoni quadrati inæquales apparebũt.

Remaneat

Remaneat dispositio proximæ præcedentis, contineatq; linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita q angulus f e a sit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & si linea f e fuerit maior semidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui sunt diagoni propositi quadrati, inæquales uideri, q si linea f e fuerit minor semidiagono a e, tunc similiter per 56. huius conuincetur diagonos quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamen istarum inæqualitatũ, fit secundũ modum illic in circulis propositũ, secundũ diuersitatẽ angulorum incidentiæ hinc inde, patet ergo propositũ, & eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte lõgiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus poligonijs parium angulorum faciliter demonstrari, q ipsorum diagoni quandoq; æquales uidenẽ, & quãq; inæquales, nec in talibus duximus immorandũ, quia quilibet huius scientiæ perscrutator hoc faciliter cõprehẽdet.



LX.

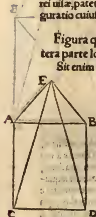
Centro foraminis uneæ in puncto medio superficiei cuiuscunq; figuræ rectilineæ existente, semp figura secundũ sui formã propriã uisui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli causa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uneæ, & hoc est, ut supponatur oculus illi puncto, & quoniã ab illo puncto ad omnem punctũ laterum angulorum possunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipsa superficie, patetq; q forma cuiuslibet illorũ punctorum uidebitur, & propter æqualitatẽ linearũ radialium ad eas quæ in superficie lineas figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extra in superficie rei uisæ, patet ergo q totalis forma & figura illius supficiei uidebiẽ, sicut est ppria illi figuratio cuiuscunq; sit figuræ, & hoc est propositum.

LXI.

Figura quadrata uno solo latere directe uisui opposito, distantia uisa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uisus e, & latus quadrati qđ sit a b, opponatur uisui directe, palam ergo, quoniã alia uisui opponẽtur oblique, sed per 26. huius quantitas oblique uisui opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: directe uero uisui opposita, uidetur sua propriæ quantitatis q oblique uisa: sub maiori enim angulo uidetur omnia directe uisibus opposita, q sibi æqualia quæ opponuntur uisibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, distantia uisa altera parte longior, uidetur ut proponitur, sed est possibile, uel altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus ei uero breuius directe opponaẽ uisui & longius oblique, tunc enim potest fieri propter dispositionem obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit fixæ formæ diuersitas in uisione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis, sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.



LXII.

Si quadratum, cuius latus non sit excedẽs, distantia oculorũ uisibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uisibus obuiantia, ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

Sit qua-

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatē lineæ cōnectenti centra oculoꝝ, hoc est distantiā oculoꝝ, & applicetur uisibus ut ꝓpius potest, secundū latus suū a b, dico ꝙ uidebiť altera parte longius, latera enim eius duo .s. a c & b d directe subijciuntur uisui, qm̄ q̄dlibet illorū laterum imaginatū extendi secundū suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subijcitur, & sic forma eius directe depingitur in sūꝑficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebūtur ergo illa sua ꝓpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uideť oblique, qm̄ cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualiū, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratū a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundū lineam c d, ꝙ secundū lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, qđ est propositū: & eadem passio accidit figuræ quadrangulæ altera parte lōgiori, nec est differentia q̄ ad illū, qđ etiā per eandē potest demōstrari, patet ergo ꝓpositum. Et qm̄ figura corporalis q̄dā figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figuræ, quō uirtuti distinctiuæ error in uisiōe figuræ accidat, duximus in posterius differendum.

LXIII.

Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundū trinā dimensionē, dico ꝙ ipsa quandoq; cōprehenditur in quibusdā corꝑibus à uisu per se, quædā enim corpora continentur à sūꝑficiebus planis secātibus se recte uel oblique adinuicē, & quædā à superficiebus cōcauis & cōuexis, & q̄dam à sūꝑficiebus cōuexis & planis, & quædā à superficiebus concauis & planis, & quædā à diuersis superficiebus cōuexis, concauis & planis se intersecantibus, & quædam continentur ab una sola superficie rotunda: corpus itaq; cōtentum à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundū directam oppositionē siue obliquatam, ita tamen, ꝙ communis sectio duarum superficierū uideatur, & ꝙ ambæ superficies se secantes occurrant simul uisui, tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem à uisu comprehendetur, sic ergo corporeitas cōprehendetur. Corpora quoq;, quorū superficies est conuexa siue sit una siue multæ, cum opponuntur uisui secundū directionem uel obliquationē, erunt remotiores partiū eius à uisu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uisu remotiores, quo comprehēsio sentiet uisus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à se respectu partiū propinquiorū sibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionū illorum corporū. Corporis quoq; concaui concauitas percipi potest à uisu secundū mediocrem distantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uisu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cōprehenditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum, sed ex consequenti longitudo & latitudo patent: ꝙ si plures sunt in ipso superficies se secantes, quorū communes sectiones se à uisu offerant, corporeitas ipsorum comprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarū superficierum. In ijs autem omnibus attendenda est mediocritas distantiæ, quoniam in maximis remotionibus est secus, tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiei, sed auxilio uirtutis animæ superioris, est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum, & est tale, ꝙ nihil uidetur nisi corpus. Vnde qando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ dicet, ꝙ uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficiei cuiuscunq; per 17. tertij huius, non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quæ est tertia dimēsio ipsorū, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animæ, patet ergo propositum.

LXIIII.

Longior linea ab aliquo puncto superficiei conuexæ sphæricæ ad uisum accedens, est linea contingens circulum magnum illius sphæræ.

Esto data sphæra d g, cuius centrū sit a, circulus eius magnus d g e b, quæ sphæra sit uisa ab oculo, cuius centrū sit punctū z, & super lineam distātiæ centri sphæræ qđ est a, & centri oculi qđ est z, positam ꝓ diametro quæ sit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad sectiones circulorꝫ istorū lineæ z b & z e, dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulū d g e b, qui est circulus magnus ꝓpositæ sphæræ, & ꝙ ipsæ sunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuscunqꝫ punctis superficiei sphæræ ad centrū uisus, ducantur enim à centro sphæræ qđ est a, duæ lineæ ad terminos linearū z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterqꝫ illorū cadit in semicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b sunt contingentes circulū d g e b, protractæ ergo circulū nō secabūt. Si uero dicať, ꝙ illæ contingentes non sunt longissimæ, quæ perueniūt à punctis superficiei sphæræ uisæ ad centrū uisus z, sint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmissis, si linea z b protrahatur, ipsa non secabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo si à puncto z centro uisus in superficie, in qua sunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior ꝙ sit linea z b usqꝫ ad circulum: palam ergo, quia ista recta cum linea z b superficiem includet, qđ est impossibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulū sunt omnibus alijs lineis longiores, quod est propositum.

LXV.

Sphæræ à remotissimo uisæ supficies conuexa uel concaua uideť plana.

Sit sphæra, cuius centrū sit a, & in ea circulus magnus b c d, & sit centrū uisus e, ducanturqꝫ lineæ e a, e b, e c, e d, palamqꝫ per 50. huius, quoniā forma arcus b c d ipsi uisui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem est de alijs arcubus quibuscunqꝫ uisus incidit in tota data sphæra, totalis ergo portio conuexæ superficiei, cui uisus incidit, uidetur plana, ut sicut arcus circulorꝫ in superficie ipsius descriptibiliū accedūt ad rectitudinem linearꝫ, sic totalis sphæræ superficies ad planiciem accedat, & per eadem potest fieri demōstratio de cōuexa superficie ipsius sphæræ, cū enim in illa partiū rei uisæ plus altera distare uidetur, necesse est unius dispositionis apparere totam superficiē rei uisæ. Cum itaqꝫ totum conuexū corpus uel concauū in remotione maxima fuerit à uisu, tūc uisus nō comprehendet concauitatē uel conuexitatē, sed cōprehēdet ipsum quasi planū, quia situs partiū superficiei suæ adinuicem nō comprehendiť à uisu in aliqua diuersitate, sed secundū concauitatē æqualem peruenerint ad uisum, & in ipsius uisus supficie secundū diuersitatem situs figurať, unde plana iudicanť, & plana uidebiť totalis superficies rei uisæ, & ob hoc figuræ superficierū solis & lunæ uidenť planæ, semidiametri enim ipsorū ad lineam suæ distantiæ, quæ à centro uisus ad ipsorum solis & lunæ centra ducitur, non habet aliquā sensibilē ꝓportionē, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uisus productæ contingente sphæras illas per præmissam. Longior enim linea ab aliquo puncto superficiei conuexæ ipsius sphæræ ad uisum accedens, est linea circulū magnū illius sphæ-

ræ contingens,& illæ lineæ omnes sunt æquales inter se per 58.primi huius,& qm̄ sensibiliter nō excedunt lineam à centro uisus super supficies illarū sphæraꝝ ꝑductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quasi æquales ipsis ꝑpendicularibus,quæ transeunt centra illorum corporū à centro uisus productæ,& arcus interiacentes rectitudini accedunt:unde totales superficies uidentur planæ,& hoc idem propter eandem causam accidit in omnibus alijs stellis,quæ propter remotiōem maximam quasi quædam superficies paruorum circulorū uidentur,patet ergo propositum.

LXVI.

Sphæricæ superficiei cōuexæ illuminatæ uno oculo uisæ,semper minus hemisphærio apparet,& pars eius uisa circulo continetur.

Sit sphæræ uisæ centrū a,& sit centrum uisus b,producaturq; linea a b,sitq; ut superficies plana transiens punctū b,secet sphæram,erit ergo per 69. primi huius communis sectio illius superficiei & sphæræ circulus,sit ille circulus g d,& super diametrū a b,quæ interiacet centrum uisus & centrū sphæræ uisæ,describatur circulus qui sit a g d b,& producantur lineæ g b,d b,a g,a d, quia ergo arcus a g b est semicirculus,palā per 30.tertij,quia angulus a g b est rectus. Similiter autē & angulus a d b est rectus, ergo lineæ b g & b d sunt contingentes circulū per 15.tertij,copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuū, quā secabit linea b a per æqualia per 58.primi huius,sit ergo punctus sectionis k,eruntq; per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula,patet & hoc p 3.tertij,ducat̃ q̧ ꝑ centrū a linea i t æquedistāter lineæ g d per 31.primi:erit ergo per 29.primi linea a b ꝑpendicularis super lineā i t, cum ipsa sit ꝑpendicularis super lineam g d æquedistantē lineæ i t, ergo per 15.tertij erit linea i a contingēs circulū a g b d,& ipsa est diameter circuli d g,arcus ergo d g qui uidetur,minor est semicirculo,ꝑut etiam patet per 51.huius, trigonus itaq; b g k manēte fixo latere b k,intelligatur circūduci quousq; redeat ad locum unde cœpit,& palam,quoniā linea b g contingens circulū d g,unūquodq; punctū superficiei sphæræ,cui ipsa circūducitur,continget,& linea k g motu suo faciet circuli sectionem,fietq; pyramis,cuius uertex erit punctū b,qď est centrum uisus,basisq; eius erit circulus per motum lineæ k g factus:pars ergo uisa sub circulo continetur,palam quoq;,quoniam uidetur minus hemisphærio:est enim,ut præmissum est,sphæræ uisæ diameter i t,& linea g d illi æquedistās minor diametro,est aūt linea g d diameter basis pyramidis uisionis,minus ergo hemisphærio uidetur,quod est propositum.

LXVII.

Visu sphæræ illuminatæ conuexæ approximāte,minus superficiei sphæræ uidetur,apparet autem quasi magis uideatur.

Esto ut in præmissa sphæra,cuius centrum a,sit quoq; centrū uisus b,& ducatur linea a b,& circa diametrū a b describatur circulus g b d,& ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter super lineam a b per 11.primi,& quia lineæ a b & e z sunt in una superficie per 2.undecimi. Intelligat̃ hæc superficies plana secare sphæram,ipsa aūt per 69.primi huius secabit sphærā secundū circulū qui sit g e z d,eruntq; puncta sectionis duorū ꝑpositoꝝ circulorū quæ g & d,ducantur lineæ g a,d a,b g,b d,& patet per modū ꝑximæ præcedentis,qm̄ lineæ b g & b d contingūt sphæram,& uidet̃ ab oculo existente in puncto b pars sphæræ g d: sit ergo ut appropinquet oculus sphæræ,& fiat in pūcto c, ducanturq; c a circa quā ut diametrū describat̃ circulus a k d l,ducanturq; lineæ c k,c l,a k,a l,ergo propter præmissam uidebitur sub circulo existente

ſtente in puncto c pars ſphæræ, quæ eſt k l, quæ minor eſt parte ſphæræ g d uiſæ ab oculo exiſtente in puncto b, quõ arcus cadens inter puncta cõtingentiæ linearũ c k & c l, quæ per 64. huius attingũt ſphærã, minor eſt arcu g d, quæ cadit inter puncta cõtingentiæ linearũ b g & b d, qđ patet per 60. huius, palam ergo, quõ appropinquante oculo ipſi ſphæræ, minus ſuperficiei ſphæricæ uidetur, quia uero, ut patet per eandẽ 60. primi huius, lineæ g b & c k concurrũt ſi producãtur uerſus punctũ g, palam per 16. primi, quoniam angulus k c a minor eſt angulo g b a, ſimiliter angulus a c l maior eſt angulo a b d; totus ergo angulus k c l eſt maior toto angulo g b d: pars ergo ſphæræ, in qua eſt arcus k l, ſub maiori angulo uidebitur, quàm pars ſphæræ in qua eſt arcus g d, apparet ergo per 20. huius maior uiſui pars ſphæræ quæ eſt k l, quàm pars eius quæ eſt g d, & hoc eſt propoſitum.

LXVIII.

Diametro ſphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborũ oculorũ æquali exiſtente, hemiſphæriũ eſt qđ ambobus uiſibus uidetur.

Sphæræ datæ ſit centrũ a, ſitq́ circulus eius maior, cuius diameter ſit b g, quæ ex hypotheſi erit æqualis diſtantiæ oculorum, hoc eſt lineæ connectenti centra uiſuum amborũ quæ ſunt e & d, ducantur quoq́ à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ fiant æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypotheſi erit æqualis & æquediſtans lineæ g b, ducatur quoq́ perpendicularis à puncto a centro ſphæræ ſuper lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e ſecet ipſam in puncto z: palam ergo per 29. primi, quoniã linea a z eſt perpendicularis ſuper lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquediſtans lineæ g e, ergo per 33. primi patet quòd linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypotheſi, erunt oculi in punctis d & e, dico quòd hemiſphæriũ eſt qđ uidetur, manente enim fixa linea a z, circũuoluatur paralellũ a b z d, donec redeat ad locum unde incepit: linea ergo a b mota deſcribet circulũ æqualẽ circulo g b, cuius ipſa eſt ſemidiameter, erit aũt circulus magnus ſphæræ datæ circulus g d, ergo per motũ lineæ a b deſcribitur circulus magnus, hic aũt ſphærã diuidit in duo æqualia, patet ergo propoſitum.

LXIX.

Linea connectẽs centra amborũ oculorũ, ſi maior diametro ſphæræ illuminatæ cõuexæ fuerit, plus hemiſphærio eſt qđ ambobus uiſibus uidetur.

Sit ſphæra data, cuius centrum a, & eius circulus magnus ſit e c d i, ſintq́ centra amborum oculorum b & g, ſitq́ linea b g producta maior diametro datæ ſphæræ & eius circuli magni, dico quòd a b ambobus uiſibus maius hemiſphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e c d i per 16. tertij, contingantq́ in punctis e & d, & ducatur à puncto a diameter ſphæræ æquediſtans lineæ b g per 31. primi, & quia diameter ſphæræ ex hypotheſi eſt maior quàm linea b g, palam, quõ lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulũ ſcilicet e z & z d, palã, quia portio circuli quæ eſt e c d eſt minor ſemicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiuſdẽ circuli reliqua, quæ eſt e i d eſt maior ſemicirculo: hæc aũt portio eſt illa quæ uidetur, & quia idẽ eſt de oĩbus circulis magnis in tota ſphæra ſignatis, palã, quia maius hemiſphærio eſt, qđ ſuperficiei ſphæricæ hypotheſi tali exiſtẽte uidetur, & hoc eſt propoſitũ.

LXX.

Linea connectens centra amborũ uiſuum, ſi diametro ſphæræ conuexæ minor fuerit, minus hemiſphærio eſt quod uidetur.

Sit sphæra data cuius centrum a,& circuli eius magni diameter sit f h,sintq; centra oculorum d & e,& producatur linea d e,cōnectens centra oculorum minor existens diametro f h,ducanturq; lineæ illum circulum contingentes,quæ sint d b & e g,dico quod minꝰ hemisphærio est illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e,& quoniam linea d e, est minor diametro f h,palam per 15.primi huius,quoniam lineæ b d & g c, concurrunt ultra ambos uisus, sit ergo concursus punctus z,palam per 58. primi huius,quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes,quæ sint z b & z g,quod arcus b i g est minor semicirculo,minus ergo semicirculo b g uidetur sub oculis d & e, ergo ut prius minꝰ hemisphærio uidebitur sub oculis d & e,& hoc est qđ ꝓponebatur.

LXXI.

Centro foraminis uneæ in superficie sphæræ concauæ illuminatæ existente tota sphæræ intrinseca superficies uidetur.

Esto centrum foraminis uneæ punctus a,& sit sphæra data,cuius maior circulus sit b a g trāsiens per centrum a,patet ergo per 52.huius,quoniam sic uisu disposito totus circulus b a g,poterit uideri, & quia plurimi circuli magni sphæræ se secant super polos sphæræ,quilibet autem punctus sphæræ est polus sphæræ,palā quia omnes circuli magni sphæræ datæ,qui per omnia puncta superficiei sphæræ imaginari possunt,transeuntes se intersecabunt super punctū a,erit ergo punctū a,quod est centrum foraminis ipsius uneæ in quolibet illorum magnorum circulorum,omes autem illi circuli magni sphæræ totam sphæræ superficiem euacuant,quia non est dare punctum in sphæræ superficie,quem aliquis circulus magnus nō transeat, uisu ergo taliter disposito tota cōcaua sphæræ superficies uidebitur,&hoc est propositum.

LXXII.

Centro foraminis uneæ intra sphæræ cōcauæ illuminatæ superficiem uel extra illam existente portio circularis sphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uisus ductæ,eritq; uisum quandoq; hemisphæriū,quādoque maior portio quandoq; minor.

Esto centrum foraminis uneæ punctum a, & sit sphæra concaua,cuius circulus magnus sit b c d,& centrum sphæræ sit punctum e.Si ergo centrum uisus fuerit in puncto e,centrum sphæræ quod est etiam centrum circuli magni, qui est b c d, per diffinitionē circuli magni,tūc manifestum est per 52.huius,quod totus circulus b c d uidebitur, sed & per eandē 52.huius,omnes alij circuli subiecti hemisphærij æquedistātes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cētrum uisus, omnes quoq; lineæ directe ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales per 65.primi huius, & quoniam hi omnes circuli totū hemisphæriū exhauriunt,patet quod in hoc situ existente uisu totū hemisphærium uidebitur, quod si punctum a,centrum foraminis uneæ sit sub centro sphæræ,quod est pūctum e, tūc per eadem minus hemisphærio uidebitur.Si sit supra centrū e,siue sit intra sphæram siue extra, tunc similiter per secundam tertij huius,omnes circuli ad quorum circunferentias possunt ꝑduci lineæ rectæ uidebuntur,maius ergo hemisphærio uidebit, & si linea à centro uisus ad superficiē sphæræ ducta, oblique incidat superficiei ipsius sphæræ,tunc palam,quod etiam superficiebus multorum circulorū oblique incidet, & potest accidere quod tota figura sphæræ uidebitur inæqualis,suorum circulorum periferijs quibusdam tendentibus ad figurā se-

ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphærio cõcauo appropinquante minus superficiei sphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphæra conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus, unde hæc sphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non existente licet in sphærarũ superficiebus permaneat dictorũ modorum uisibilitas, non tamen actu uidebũtur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundũ diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphærarũ quæ uidentur, non ne passiones uisibus generantur, æquales sunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorum existente, & diametro sphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq́ basis pyramidis uisionis æquedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisiõis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphæræ illuminatæ, aut æquedistans ei. Circulus autem qui est basis pyramidis uisiõis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphæræ uisæ, quoniam ut ex hypothesi diameter sphæræ uisæ est maior quàm distantia oculorum. Si ergo circumferentia circuli minoris sit æquedistans circumferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem sphæræ diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidetur aũt superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorũ circulorum usq; ad punctum contactus circumferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non secat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphæræ uisæ superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebrescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi fit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distãtia oculorũ existente, diametroq́ sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore basis pyramidis uisiõis intersecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basiũ sint sub sũpficie cõmunis sectionis, erit illa cõmunis sectio pars superficiei sphæricæ irregularis, uidebiturq́ sũpficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro sphæræ uisæ fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secent quantumcunq́, dum tamen centra ambarum basium sub sphæræ quæ est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostẽsum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periferias arcuum ductæ essent inæquales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæq̃lis quãtitatis

titatis & curuitatis contenta, quoniã arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suæ circunferentiæ, quàm arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suæ circunferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorũ, patet ergo propositũ.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphæricæ, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphæræ fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphæræ illuminatæ est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, qd' etiam basis pyramidis uisionis omnis sphæræ sit circulus, patet p 66. & 68. & 69. & 70. huius. quoniam axes istarum pyramidum ex hypothesi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, qd' ab illorũ axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphæræ uisæ circũducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterq; axiũ est perpendicularis super superficiẽ sphæræ illuminatæ uisæ, palam per 111. primi huius, quod uterq; axiũ transibit per centrum illius sphæræ: punctus itaq; intersectionis axiũ est in centro illius sphæræ, & solũ ille punctus qui est centrũ sphæræ ambobus axibus erit cõmunis, axibus itaq; interiacet quarta magni circuli sphæræ æqualiter distantis à duobus punctis duarum intersectionũ circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: cõmunis itaq; sectio istarũ duarum basiũ est quarta superficiei sphæricæ, & quoniã tota superficies sphærica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphæricam planam à maiori distantia uideri, axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, qd' patet p 4. undecimi, palam ergo cũ centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta. quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphæricæ, uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circunferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphæræ fit secundũ pyramidum cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palã si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non secent ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus supficiei sphæræ, cuius una pars est illuminata uel aliàs uisa, nec incidentia luminis quæ sic superficiei sphæræ aliqualiter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autẽ globo ita ut lumen superficiei sphæricæ ipsius globi incidens aliqualiter appareat, tũc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circunferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisa ut illuminata est, terminatũ p circunferentiã basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisa portio sphæræ est minor quarta parte superficiei sphæræ: cũ enim neutrius pyramidis axis incidet superficiei cõmunis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illã superficiem æqualiter distans à duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basiũ diuidens totam sphæram & illam communem sectionis superficiem per æqualia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quod ar

cus ille est minor quarta circuli,& ipsa uisa superficies uidetur plana per 65.huius, & qa nullus illorum circulorum uel arcuum directe uisibus opponitur,quilibet illorum in sua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundum si tum suum peruenit ad uisum.Illa ergo portio cõmunis sectionis basium ductarum pyramidum uidetur quasi duobus æqualibus arcubus contenta propter insensibilitatem inæqualitatis,maxime cum à remotiori spacio fit uisio per 50.huius, certum tamẽ est per 27.secundi huius,& per septuagesimam huius, quia arcus basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quàm arcus basis pyramidis uisionis,quoniam diameter sphæræ corporis illuminantis est maior diametro sphæræ illuminatæ, & distantia oculorum minor illa,patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet,quare forma lunæ sit in recessu à coniunctione nouacularis:in tempore enim cõiunctionis luna non uidetur, nisi fiat eclypsis solis,ita quod radij solis penetrantes diafonitatem corporis lunæ propter differentiam densitatis corporis lunaris ad diafonitatem partium suæ sphæræ uicinarum,& peruenientes ad uisum,faciant corpus sphæricum lunæ uisibile:tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distincte,sed proprio lumine priuata.In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunæ,aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uisum. Corpus tunc lunæ non uidetur,eo quod basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis illuminationis,nec secat una illarum basium aliam.Cum autem luna recedet à sole, istæ bases se incipiunt intersecare,tunc ipsorum communis sectio quæ est portio superficiei sphærici corporis lunæ uidetur,& propter magnitudinem distantiæ uidetur illa portio sphæræ quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & concauum contenta,quæ uidentur æquales propter remotionem,nõ sunt autem æquales, sed semper illa quæ est in conuexo,quia itaq; arcus circuli basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quàm illa quæ est in concauo,quæ est arcus circuli basis pyramidis uisionis,& quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis sup corpus solis,ut patet per 3.primi huius,ideo semper conuexum lunæ est auersum soli & cornua uidentur semper respicere ad solem.Vnde illorum situs semper uariatur secundum situm solis,& secundum latitudinem motus lunæ , Et durat semper in luna hæc figura,quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76.huius,tunc enim luna uidebitur in quadratura,quoniã quarta pars suæ sphæræ interiacẽs periferias ductarum basiũ uidebitur,& in prima quadratura & secũda semper arcus illuminationis,quia directe uisibus opponitur,uidebitur linea recta,& arcus pyramidis illuminationis semper curuus.Mutato autem hoc situ,tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in superficie communis sectionis,uidebitur ergo luna gibberosa & planæ superficiei p 75. huius,& hoc durabit quousq; circuli basium intrinsecus se contingant , tunc enim luna uidetur plena.Et quando centra circulorum ductarum basium sibi ad inuicem supponentur,ita ut ambo fiant in linea una,ut quando illi circuli fiunt æquedistantes in eadẽ superficie sphæræ lunæ,ut patet per 68.primi huius,tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ ex omni parte circumfertur æquale. Et deinde luna mota usq; ad cõcauum circulorum ipsarum basium,uidetur semper plena,tñ aliquantum obfuscatur lumen approximans tenebrositati,& sic procedit luna in figuris eidem distantiæ competentibus ab oppositione ad coniunctionem,sicut à cõiunctione ad oppositionem,& hoc quidem in luna ꝓpter eius propinquitatem ad uisus nostros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus stellis suum lumen & acualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est easdem figuras ex præmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundũ hoc cœlestium influentium aspectus & modi diuersificantur : non apparet autem hoc uisibiliter in stellis alijs à luna,propter ipsarum magnam remotionem à uisu , ratione cuius accidit error uisui,ut patet p 16.huius. Videntur itaq; omnes aliæ stellæ præter lunam semper rotundæ ꝓpter sui remotionem à uisibus , propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur autem stellæ eædem maxime plenæ quandoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidem causæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel

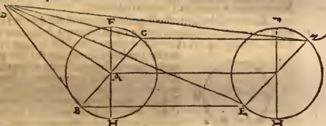
multitu

multitudini credimus ex præmissis ascribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad præsens uero nobis sufficiat ex præmissis ꝓpositionibus demonstrationē præsentibus attulisse, secundum enim stellarum diametri sunt omnes ad inuicem æquales, cum tamē una ipsarum sit maior altera, semper tñ patet, qđ omnis diameter cuiuscūq; stellæ est maior q̃ sit distantia oculorum cuiuscūq; uidentis, & sic hanc passionem uisibus in ipsarū illuminatione accidere est necesse, quamuis illā distincte non cōprehendat uisus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Messala, Sed super hoc nullā attulit demonstrationē.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi sub uno oculo uisi minus medietate curuæ superficiei uidentur.

Esto columna rotūda, cuius una basis sit circulus g b, & eius diameter f h, & centrū a, sitq; in superficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producatur linea d a, copulans centrum uisus cum centro circuli basis columnæ, & ducātur lineæ d b & d g, quæ contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duæ lineæ longitudinis columnæ per 101. primi huius, quæ sint b e & g z. & erunt illæ lineæ orthogonaliter super basem g b erectæ, per 92. primi huius sitq; ut per lineas b e & b d, una transeat superficies plana, & per lineas g d & g z, alia superficies plana, neutra ergo istarum superficierum secat columnam, quoniam lineæ d b & d g, sunt contingentes circulum basis, & lineæ b e & g z sunt lineæ longitudinis in superficie columnæ nō secantes illam: sunt ergo illæ superficies ipsam columnam contingentes, istarum quoq; superficierum contingentium columnam, quia ambæ transeunt centra uisus, ut patet ex præmissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3. undecimi, intersectio fit in quadam linea transeunte centrum uisus æquedistanter axi columnæ & hoc quod inter ipsas de superficie columnæ intercipitur, hoc solum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, sunt æquedistātes p 6. undecimi, parallelam per 33. primi, quoniā cordæ arcuum basium inter ipsas cadentes, quæ sunt g b & z e, sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus illis cordis correspondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipsarum basium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circulorum æquedistantium basibus sunt æquales portioni circuli g b, est autem hoc minor semicirculo per 51. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum sunt minores suis semicirculis, uidebit ergo minus medietate columnæ, quod est propositū. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iuuant uisionis quantitatem, quorum uisionis modum propter infinitatem numero eum obmittimus, quia radice præsenti supposita diligens inuestigator multa particularia concludet.

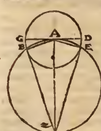


LXXIX.

Linea connectens centra amborum uisuum si æqualis diametro basis chilindri fuerit, semichilindri conuexum uidebitur, si maior magis, si minor minus.

Esto circulus basis chilindri, cuius centrum sit punctum a, punctus uero extra signatus sit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogonaliter super lineam z a, per 11. primi, & describatur super lineam a z, ut super diametrū

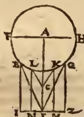
circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z, duæ itaque lineæ quæ z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per 101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares super lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod sint erectæ super basem, superficies quoque ductæ super lineas z e & z b, & per lineas longitudinis sibi conterminales secabūt se in linea per centrum communem amborum uisuum, quod est in medio puncto interfectionis nerui concaui, ducta æquedistanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit minor diametro basis columnæ, quæ si maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem oppositam in aliqua linea superficiei ductæ per lineam ductam per centrum commune æquedistanter axi, & per ipsam axem. Si uero fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cōnectens centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquedistātis centris oculorum, & superficies productæ nunquam concurrent, Superficies autē columnæ inter has superficies columnam contingentes intercepta est portio supficiei columnæ quæ uidetur, sunt autem omnes portiōes circulorum interceptæ inter eas æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e, tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis, patet ergo propositum.



LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ superficiei uidebitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus b g cuius centrum sit a, & diameter f h, oculi uero centrum sit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b i & g z, uidetur itaque p modum præmissarum sub oculo existente in puncto e, superficies chilindri i b & g z, quæ minor est semichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uisus columnæ & sit in puncto t, & ducant lineæ cōtingentes basem columnæ, quæ sint t k & t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b a & k n, uidebitur ergo sub uisu existente in pūcto t, superficies chilindri, quæ est b a & k m, quæ minor est superficie i b & g z uisa in puncto e, cuius declaratio est similis declarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uisu ad chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autē ac si magis uideatur, quoniā per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uersus punctum g. patet ergo propositum per 20. huius.



LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunque incidente, uel si distantia oculorum æqualis uel minor fuerit diametro basis chilindri obiectæ directe uisui, sola basis uidetur, quæ si maior base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uisio, & axis incidat centro circuli basis columnæ rotundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis sunt perpendiculares super basem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum nisi solus punctus communis lineæ longitudinis & periferiæ superficiei basis, uidebitur ergo sola basis, & idem est si uisio fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum quæ

est li-

est linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro basis, tunc enim ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus, & uidebitur tota conuexitas uisæ columnæ, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiæ suæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisione facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo illud quod proponebatur. Est aūt possibile ut uisu oblique basi columnæ incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quæ est basis absidis columnaris rotundæ incidente, tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit ꝑpendiculariter erectus super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis hæc est sectio q̄ dicitur columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnæ abscisa dicitur absis, dico quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet q̄ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̄ uisu. Huius autem causa est obliquatio basis quæ sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cū residui anguli perueniūt ad uisum, quod nō accideret si illa basis posset directe uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Centro foraminis uneæ in superficie illuminata concaua columnæ cuiuscunq; existente, semper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarū concauarū uisionibus, idē accidit qđ sphærarū cōcauitati.

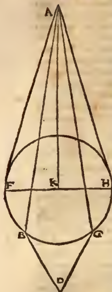
Disposito enim uisu secundum propositū modum respectu cuiuslibet columnæ cōcauæ formæ omniū punctorum linearum longitudinis quas secat superficies foraminis uneæ, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundū lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantū una in illo centro, aliæ uero ipsam contingunt in pūctis diuersis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes ꝑ secundam tertij huius, & quoniam formæ omniū aliaꝝ linearum longitudinū, & omnes puncti basiū directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columnæ cōcauitas uidet secundū omnia puncta suæ superficiei. Sed forte accidet figuræ uisæ irregularitas ꝑpter aliquarum suarū partium obliquationē ad uisum ꝑ 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uisionibus partium columnarū concauarum idem accidit quod in sphæris cōcauis, quoniam uisu positæ in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrū illū totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorū superficiei concauæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo pūcto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ basi in eadem superficie cū centro unius oculorum existente, minus medietate superficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cētrum k, uertex uero illius pyramidis sit punctum a, & sit centrum uisus d, & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, ar-

eius b g minor semicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonstrauimus in columnis, quoniã superficies intercepta lineis a b & a g sola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquedistantibus basi pyramidis partes similes resecant & intra se illas continent, cum per 58. huius, arcus b g sit minor semicirculo. Erunt necessario arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis, ergo portio uisa minor erit hemiconio. Quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet, Sic pars proportionalis ad totũ conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basem: quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam basis, sicut diuidũt conicam superficiem, sic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam, & potest hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpositum.



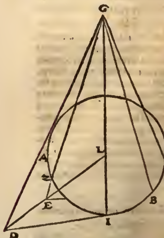
LXXXV.

Centris amborũ uisuũ in eadem superficie cũ base coni existentibus, si linea connectens centra uisuũ æqualis fuerit diametro basis, hemiconiũ uidebitur, si maior maius, si minor minus.

Dispositiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc solo adiecto quod centra uisuum sint solũ in eadẽ superficie cũ base pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi coni æque distantem, sicut potest fieri in columna. Si enim uisus in linea æquedistante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in basi existente, quia in columna sufficit, etiam si sint in superficie basi æquedistãti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & est idẽ demonstrandi modus, unde frustra est membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uisus in superficie basis coni, minus conicæ superficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.



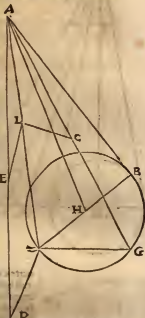
Sit circulus a b, basis coni, cuius centrũ l, & sit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi sit d, ducatur linea d l, ad centrum uisus à centro basis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui est basis coni, in pũctis b & a, & ducanť à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ sint g a & g b, ergo ꝑ ea q̃ prius in præcedentibus dicta sunt, sup̃ficies g a b uideť sub oculo d, & est minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducanturq; lineæ e z, e i, contingentes circulũ qui est basis coni, & à uertice coni cõtinueñť lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e, portio sup̃ficiei conicæ, q̃ est g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝑpter maioritatẽ anguli z e i, super angulum a d b, & hoc est ꝓpositum.

LXXXVII.

Lineis à cẽtro uisus ad basem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, si in cõmuni sectiõe sup̃ficierũ ꝑ easdẽ lineas & per centrum oculi

oculi productarum uisus cono appropinquet, eadem portio superficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit.

Esto conus, cuius basis sit circulus b z g, & uertex eius punctū a, axis quoq; sit a h, centrumq; oculi sit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uisus d contingentes circulum b z g, quæ sint d z & d g, & quoniam hoc sit ex hypothesi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniā centrum uisus est in superficie basis coni uisi, & ducantur à punctis cōtactuū z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticē punctum a, quæ sint z a & g a, quod fiet 101. primi huius, & à centro uisus puncto d, & ad uerticem punctū coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & quoniam eæ superficies concurrunt in centro uisus d, & in uertice coni a, erit ipsarum cōmunis sectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico quod si oculus appropinquat cono secundū lineam d a, non uidebitur maior conicæ superficiei portio nūc quam prius oculo in puncto d existente. Sit enim ut approximando ipsi cono perueniat in punctū e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lineis d b & d z ad superficiem coni uisam, hæ erunt ergo necessarij contingentes aliquā circuli coni æquedistantē basi b z g, ergo necessario cadent in aliqua puncta linearum a z & a g, ideo quod illæ secant proportionaliter basem coni, & omnes circulos ei æquedistantes, quoniam secundū lineas illas terminatur uisus, & secundū illas superficies contingentes terminatur uisio circulorū. Si ergo dicatur quod illæ lineæ contingentes alicui dictorū circulorum ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum: & similiter illæ contingentes terminēt uisum, sequitur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diafoni, quod est contra ea quæ demonstrata sunt per 44. & sequētes secundi huius, uel sequitur lineas radiales esse curuas, quod est contra 1. secundi huius, uel sequitur duas rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile: cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad superficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipsarum duo puncta quæ sint l & c, & sint lineæ e l & e c, quia ergo angulus d e l est æqualis angulo g d z per 10. undecimi, sicut & anguli contenti sub lineis c l & g z, quoniam omnes illi anguli continentur sub lineis æquedistantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10. undecimi, palam ergo est propositum, & hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.

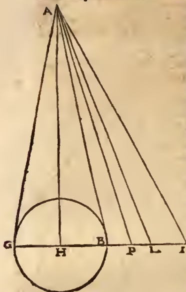


LXXXVIII.

Eleuato uisu respectu superficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depresso uero uisu minus erit quod uidebitur, sed apparebit maius prius uiso.

Esto conus, cuius basis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ sint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur usq; ad punctum l, & à puncto t, quod sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in puncto p, & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & sit illa linea t k p, dico quod oculo posito super punctum t, qui est eleuatior puncto k, pars superficiei conicæ uisa, maior quidem erit, minor autem

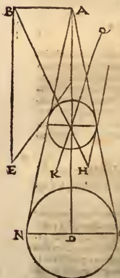
uidebitur, q̃ uideatur oculo existente in puncto k, ducantur enim lineæ à k & a t, & producatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: cōcurrant autem per conuersam secundæ 6. quoniam enim linea t p est minor q̃ linea a b, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquedistant, patet q̧ lineæ a t & b l concurrent, sit ergo punctū concursus i. & similiter lineæ a k & b l concurrent, sitq̧ punctus concursus l: palam itaq̧, quia magis uidebitur de cono super punctū i, q̃ super punctum l per 86. huius, propinquior enim est ipsi cono punctus l, quàm punctus i: qd' autem de superficie conica uidetur oculo existente in puncto i, idem per præcedentē proximam uidetur centro uisus existente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uisu existente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineæ l a existente uisu, ergo & in puncto k. Sed qd' uidetur à pūcto i maius est eo qd' uidetur à puncto l & minus esse uidetur per 86. huius. ergo illud quod uidetur à puncto t maius est illo qd' uidetur à puncto k, & minus uidetur esse, & hoc est quod proponitur, & hoc idem etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari, patet ergo propositum.



LXXXIX.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta perpendiculariter existente super axem superficiei conicæ medietas uidetur.

Verbi gratia sit pyramis a c n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, q̧ punctū d est centrū circuli basis ipsius coni, sitq̧ centrū uisus b, & ducatur linea b a faciēs angulum b a d rectū, dico q̧ conicæ superficiei a c n medietas uidebitur, secet enim aliqua superficies conum a c n æquedistanter basi c n: hæc ergo per 100. primi huius secabit ipsam secundū circulū qui sit f g, & eius centrū, qd' sit punctū l, erit in aliquo puncto axis a d, secetq̧ superficies plana pyramidis per axem a d, & per centrum uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g, linea quoq̧ cōmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem, quoniā axis est erectus super superficiem circuli, & transibit centrū circuli. Sit quoq̧ illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquedistans lineæ b a, & est cum illa in eadem superficie: ducatur quoq̧ per centrū circuli diametri f l g orthogonalis super lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cōtingentes circulū per 16. primi, quæ sint f e & g h, & ab eisdē punctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per 101. primi huius, quæ sint f a & g a: duæ ergo superficies planæ, in quarū una sint lineæ f e & f a, & in quarū altera sint lineæ g h & g a: palam, qm̃ contingent pyramidem secundū lineas longitudinis, quæ sunt f a & g a, per 95. primi huius. & qm̃ linea k l æquedistat lineæ b a, & lineis contingentibus circulū, quæ sunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e & g h æquedistantes lineæ b a: quælibet ergo ipsarū est in eadem superficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ superficies necessario se-

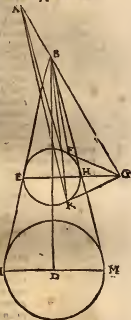


rio secabunt se super lineam b a per 19. primi huius, utraque ergo superficierũ pyramidũ ppositarũ in terminis diametri unius suorũ circulorũ contingentiũ transit per centrũ uisus: quod ergo superficiei conicæ inter illas superficies cadit, apparet uisui, est aũt hæc medietas pyramidis, quoniam illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicæ uidetur, quod est propositum.

XC.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta angulum obtusum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur superficiei conicæ pars maior medietate.

Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamq́ue per 89. primi huius, quod centrũ circuli basis est punctũ d, sitq́ue punctũ a centrũ uisus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamen, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ longitudinis coni, sed secet eas utcunque possibile est productas omnes, eritq́ue tunc uisus altior uertice pyramidis. Sitq́ue ut in præcedente circulus c h æquedistans basi pyramidis quæ est i m, & linea cõmunis huic superficiei & circulo, in quo est centrũ uisus punctũ a, & axis coni qui est b d sit linea e h, eritq́ue linea e h ppendicularis super axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cũ linea b a, producta ultra punctũ b, concurret aũt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d est obtusus ex hypothesi, & angulus d b h est acutus per 32. primi, & linea e h est ppẽdicularis super axem b d. Sit ergo concursus punctus g, & à puncto g producãtur duæ lineæ g f & g k, circulũ e h contingentes per 16. tertij, contingant quoque circulũ in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, pducantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b quæ sint f b & a b: superficies ergo illæ in quibus sunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingũt pyramidem, & in utraque istarũ superficierũ erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in quo concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi est in utraque illarũ superficierũ, ergo utraque superficies transit per punctũ a centrũ uisus, & quoniã per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includũt minorem partem circuli, quoniam arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarũ linearũ ab eodem puncto productarũ, est minor semicirculo, tunc patet, quod illæ duæ superficies includũt minorem partem superficiei conicæ quam sit medietas: residuũ ergo illius superficiei est maius medietate, hoc autem uidetur à uisu taliter ut pponitur collocato, pars ergo superficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc est ppositũ, ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.



XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uisus concurrerit, nihil uisum totius superficiei conicæ latebit, nisi linea longitudinis illa sola.

Sit pyramis, cuius uertex sit punctũ b, & linea longitudinis sit c b, sitq́ue centrum uisus punctũ a, & linea c b producta ultra punctũ b, concurrat cum centro uisus puncto a, dico quod non latebit uisum totius huius superficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ est ipsa linea longitudinis b c. Omnis enim superficies in quo est linea à centro uisus ad aliquod punctũ axis ducta, secabit pyramidẽ, excepta tãtum illa superficie in qua est linea a b c, hæc enim contingit pyramidem secundũ lineã b c per 95. primi huius, & quoniam illud quod sub superficie contingente pyramidem, & transeunte centro ui-

tro uisus continetur occurri uisui per 17.tertij huius, formae enim omnium punctorum superficiei illius conicae in superficie uisus depinguntur: palam ergo, quoniam tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali quae est b c, dato enim quocunque puncto superficiei pyramidalis extra lineam b c, dico quod illud uidebitur, sit enim illud punctum h, & ducatur ad ipsum a centro uisus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quae sit h b, fietque triangulus h b a, qui necessario erit in aliqua superficie pyramidē secante, pertranseunte centrū uisus a: ex lineis aūt illius superficiei non cadunt, nisi duae in superficiem conicā pyramidis. s. linea lōgitudinis b h, & linea opposita lineae b h in alia parte pyramidis, quoniam ut patet per 90. primi huius, planae superficiei secantis conū trans axem, & superficiei conicae cōmunis sectio est trigonū duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentū: linea uero a h secat lineam b h in puncto h, & linea c b secat eādem b h in pūcto b per 91. primi huius: lineae ergo a h nulla linea concurret a uertice pyramidis nisi in puncto a, nec enim ad aliquod punctū medium lineae a h a uertice b ductae lineae incident, nō occultabitur ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrū uisus a, occurrit ergo punctus h uisui, cū inter ipsum & uisum nō accidet solidi corporis interpositio, eadem quoque est probatio de quolibet alio dato puncto superficiei pyramidis: in linea uero b c quae perpendicularis est super superficiē uisus per 72. primi huius, solū tantū punctū possibile est uideri, ut ostensum est in 4. huius: omnia uero alia puncta lineae b c necessario occultantur, patet ergo propositū. Patet itaque ex ijs, quoniam in hoc situ nulla superficierum pyramidū contingentium peruenit ad centrū uisus, praeter illam quae in linea b c longitudinis centrum uisus transeuntis pyramidē contingit, & omnes superficies aliae conū contingentes, secant lineam productam a centro ad ipsam pyramidem inter uerticem coni & centrum uisus.

XCII.

Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concurrente, tota conica superficies uno oculo uidetur.

Esto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoque punctus b, & sit uisus centrū punctū a, sitque ut axis b c producta currat in punctū a, dico quod in hoc situ oculi tota conica superficies pyramidis occurrit uni uisui. nullus enim punctus superficiei conicae totius pyramidis uisui occultatur, dato enim quocunque puncto sit ille l, & ducatur ad ipsum a centro uisus a linea a b, & ab ipso puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quae sit l b, fietque trigonū l b a, quod necessario erit in superficie pyramidis secante, ideo quod linea a c ducta a centro uisus intrat in ipsam pyramidē secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1. undecimi, quoniam linea a b est in linea superficie: linea uero a l secat lineā b l in puncto l, ex lineis uero superficiei, in qua sunt duae lineae a l & b l, nō sunt nisi duae tantū lineae in superficie pyramidis. s. linea longitudinis quae est b l, & linea alia longitudinis illi opposita quae sit b k, ut patet per 90. primi huius: haec ergo linea b k producta ultra punctū b, cum sit in eadem superficie cū lineis a b & b l, necessario secabit angulū a b l, ergo per 49. primi huius ipsa secabit & basem a l: sit ergo ut secet illam in puncto d, & quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quae solae ex lineis superficiei pyramidis secantis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineam k b extra pyramidē in puncto d, & lineam l b in superficie pyramidis in puncto l: producta ergo linea a k in infinitū, non concurret cum aliqua illarū linearum: nō interponatur ergo solidum punctum

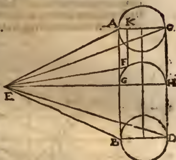
qd

quod est k inter uisum & punctum l, sed nullum aliquod aliorum punctorum ipsius pyramidis, quoniam nullum ipsorum cadit in illa superficie, non occultabitur ergo tunc uisui existenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipsum & centrum uisus non accidet aliqua solidi corporis interpositio: & eadem est demõstratio de quolibet dato puncto in tota superficie pyramidis, patet ergo propositum: palam itaq; ex his, quoniam in hoc situ nulla superficierum contingentium pyramidum transit per centrum uisus, sed quælibet ipsarum secabit lineam à centro uisus super uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidum, quàm in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel superficies inter lineas uel superficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam superficiem uisam terminantis à centro uisus productæ, columnam uel pyramidem necessario secabunt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uisam superficiẽ quæ sit a b & e d, dico quod si à centro uisus quod est e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & e d, quoniam linea e f, secabit propositam columnam uel pyramidem, transeat enim superficies plana columnam uel pyramidẽ secans ipsam in puncto f æquedistanter basi, eritq; per 100. primi huius, communis sectio circulus qui sit g f h, qui secet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam scilicet quæ a b in puncto g, & eam quæ est e d in pũcto h, & ducantur à puncto e, per 16. tertij, duæ lineæ contingentes illum circulum quæ sint e g & e b, palam autem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadẽ superficie cum lineis illis existens secat circulum g f h, ergo secabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum secatur. Idem quoq; accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem redirjt, patet ergo propositum.

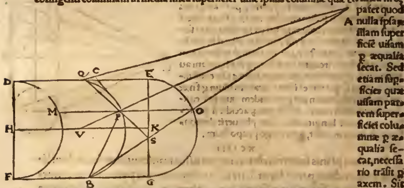


XCIIII.

Pluribus planis superficiebus centrum uisus transeuntibus secundum lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnam uel pyramidem conuexam secãtibus, solam superficiem axem columnæ transeuntem, superficiem columnarem uel pyramidalem uisam per æqualia diuidere: & ecõuerso superficiem per æqualia illã uisam superficiẽ diuidentẽ axem transire est necesse.

Sit columna conuexa cuius superficies uisa sit e d f g, & axis eius sit h i, sit cẽtrum uisus punctum a, sintq; lineæ longitudinis columnæ continentes uisam superficiem quæ e d & f g, imaginentur quoq; multæ planæ superficies transeuntes centrum uisus a, & secantes e d f g, uisam superficiem columnæ, dico quod sola illa quæ pertransit axem h i, ipsam uisam superficiem per æqualia diuidit & nulla aliarũ, sola enim hæc erecta est super conuexam superficiem columnæ, quoniam communis sectio illius superficiei secantis, & superficiei columnæ est rectangulũ super duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris basium cõtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis sectio illius superficiei & uisæ superficiei conuexæ ipsius columnæ sit linea lõgitudinis columnæ, quæ m o, & imaginetur superficies plana contingens columnam secundum lineam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens superficies & superficies secans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaq; in linea m o signetur punctum p, & in superficie contingente ducatur linea t p s, tunc palam quod linea t p s cõtinget quendam circulum superficiei columnæ æquedistantem basibus qui sit b q & eius centrum sit u, ducãturq; per 36. tertij, lineæ a b & a q, à centro uisus circuli b q contin-

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, secentq; lineã illam circulum contingentem quæ est t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducãtur intra columnã lineæ b u & q u, semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera, ergo per 8. primi, sunt æquiangula, angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est æqualis angulo a p s trigoni i p s, per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p est æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, est linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q sunt æquales, ut supra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b, sed linea t q est æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ sunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ sunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; sit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana secans columnam per axem & transiens centrum uisus secat superficiem uisam per æqualia, & quoniam omnes aliæ superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei cõtingenti columnam in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ quæ est linea m o, patet quod nulla ipsarum illam superficiẽ uisam p æqualia secat. Sed etiam nulla superficies quæ uisam partem superficiei columnæ p æqualia secat, necessario trãsit p axem. Sit



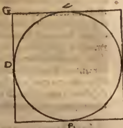
enim dispositio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam linea m o, cui illa superficies incidit, diuidens superficiem uisam per æqualia, & ipsa est communis sectio superficierum secantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, sed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & similiter linea p s æqualis ipsi lineæ s b, relinquitur ergo linea a t æqualis esse lineæ a s, & quoniã in illis trigonis a p s & a p t, linea a p est cõmunis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum est rectus, linea a p est perpendicularis super lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, superficies in qua est linea a p secãs columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandũ, & hoc ꝓponebatur.

XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uisorum habet longitudinem distantiæ qua facta non fiet uisio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulũ est minus quàm circa alias sui partes,

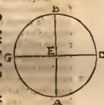
tes, est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulū g quàm circa puncta remotiora quæ sunt d z, & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam à uisu non apparebit, uidetur itaq; uisui corpus rectangulū esse figuræ circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda: quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipsum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut est figura altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uidentur, apparent teretis figuræ, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis, respectu distātiæ totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij æstimantur esse æquales, magis autem hoc solet accidere in alijs poligonis figuris. Oxigona enim corpora plurimū ex aliqua magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum, & hoc est propositum.



XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quādoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quod supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus figuris: passiones proprias ipsarum superficierum illis corporibus, quorum sunt ipsæ superficies applicantes: sit itaq; rota a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq; oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quæ cadit à centro oculi super cētrum rotæ, quod est punctum e, oblique incidat superficiei ipsius rotæ, illa ut non sit perpendicularis super rotæ superficiē, nec æqualis semidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliæ uero omnes quæ sunt mediæ inter maximā & minimā, ppinquiores minimæ sunt minores remotioribus ab illa, quælibet aūt duæ æqualiter distantes ab altera diametrorū æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongæ ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idē accidit in figuris lapidū molariū & oībus alijs quibuscūq; figuris & hoc est ppositū.



XCVII.

In figuræ uisiōe uirtutī distinctiuæ error accidit ex intēperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata eñ lucis dispositione figura poligonia æquilatera uidebit̄ de nocte circularis uel sphærica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiā sphæra sub luce ualde debili uisa æstimat̄ supficiei planæ, quia propter lucis debilitatem occulātur uisui partium prominentia in supficie ipsius sphæræ. Ex intemperata etiā lōgitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphærica, & etiā figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59. huius, qñ etiā propter remotionē nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nō sentitur. Tunc ,ppter ipsam remotionem quadratū altera parte longius uidetur, ut patet p 62. huius. Accidit etiā error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorū laterū æqualiū opposita uisui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet p 95. huius, & linea curua æstimatur recta per 90. huius, & figura sphærica uidetur plana p 65. huius. Ex inordinatione etiā situs error accidit in figuræ uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicū super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigo

niæ uel columnaris figuræ,& similiter propter æqualitatem oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum. cum enim superficies uisa fuerit multum parua, si fuerint in ea anguli occultabūtur uisui, unde forte forma eius angularis æstimabitur rotunda, sphærica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquæ prominentiæ latebunt uisum, & æstimabitur eorū superficies plana, ut hæc patere possunt in athomis solis, quorum certa figura nō cōprehenditur, quoniam anguli ipsorum uisui à minori distantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex intemperata etiam soliditate accidit error uisioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus solidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt uidenti, & angularis forma putabitur sphærica, forte et sphæricitas illorum corporū uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uisione figurarum errorem inducit, quoniam existente aëre nubiloso obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit sphæricitas, & si in ipso fuerit sphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nō est taliter dispositū ut per ipsum possit fieri completa uisio, ad quam requiritur lumē, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uisibus in uisione figurarum adducit, modica enim gibbositas in re subito uisa latet uisum, & æstimatur planicies. Et si fuerint res figuræ angularis subito uisæ, forte sphæricæ apparebunt. Visus quoque debilitas errorem causat in figurarum uisione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum, & uidētur res sphæricæ planæ & angulares sphæricæ, sic ergo patet propositum in omnibus circunstantijs uisibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ, sunt idem illis qui in situs & figuræ accidunt uisione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum quas faciunt superficies corpus continentes, est ergo eadem hinc inde erroris causa, & omnis error qui potest accidere uisui in uera comprehensione ueræ corporeitatis, uel in erronea comprehensione, accidit ex errore proueniente circa species figurarum, ut si superficies sphærica conuexa uel concaua æstimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uisu non comprehendet uisus corporeitatē, quando non comprehendit obliquationem superficierum, & hoc totum accidit ꝑpter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram, unde cū certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter cōprehenditur corporeitas, & cū comprehenditur figura indistincte, cōprehenditur etiā corporeitas indistincte, & hoc accidit in omnibus modis quibus error accidit in uisionibus figurarum, & quia situs est causa figurarū, ideo etiā errores accidentes situi, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figuræ.

XCIX.

Distinctio uisibilium comprehenditur à uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficiei uisus partibus impressarum.

Distinctio quæ est inter quælibet duo corpora, aut est ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obscuritate, hæ enim sunt principiū distinctionis formarum in superficie uisus, quoniam hæc per se perueniunt in partem superficiei uisus, quandoque autē lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis quæ distinguūtur, quandoque uero lux & color uel obscuritas distinguentia formas in ipsa superficie uisus sunt in corporibus medijs secundū situm distinguentibus corpora, quorum formæ distinguūtur in uisu, & tūc si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quæ est in loco distinctionis, nō est in corpore continuato cum utroque corporum quæ sunt in eius lateribus, tunc non sentiet distinctionem duorum corporum, & etiam quandoque fit distinctio uisibiliū ex hoc, quia

quia non eſt poſſibile plura uiſibilia æqualiter uideri per 49. tertij huius, aut enim ſuperficies cuiuslibet illorum corporum eſt obliqua ad ſuperficiem uiſus, in loco indiſtinctionis, ſed eſt inæqualis obliquitatis, aut unius ipſorum forma eſt obliquata, alterius uero forma eſt uiſui directe oppoſita, manifeſtior uiſui, quàm alia, quæ non eſt uiſui oblique oppoſita, uel quæ ſibi opponitur plus oblique, & ſecundum hoc comprehēdet uiſus diſtinctionem uiſibilium formarum, ſi ipſorum diſtinctio ſecundum ſpaciũ interiacens ſit ampla ſiue ſtricta, dum tñ ſit ſenſibilis reſpectu remotiōis corporũ uiſorũ & reſpectu quantitatũ corporum diſtinctorũ, quia forte quãdoqꝫ diſtinctio formarum eſt quantitatis unius capilli, & illud diminutũ non aufert diſtantiã ſenſibilem in uiſu, patet ergo propoſitum.

C.

Continuitas uiſibilium cõprehenditur à uiſu ex diſtantiæ priuatione.

Cum enim uiſus non ſenſerit in corpore aliquam diſtantiam, comprehendet ipſum eſſe continuũ, & ſi in corpore fuerit diſtantia occulta non comprehenſa à uiſu, comprehendet uiſus illud corpus eſſe continuum, & diſcernet inter continuationem & cõtiguationem ex comprehēſione aggregationis duorũ terminorum duorum corporum. Si ergo ſentiens non ſenſerit, quod utrunqꝫ duorum corporum cõtiguorum eſt diuerſum ab altero & diſtinctum ab eo, tunc non ſentiet contiguationem, ſed iudicabit eſſe inter illa uiſa perfectam continuationem & totius ſuperficiei uiſæ perfectam unitatem quæ eſt continuitas, patet ergo propoſitum.

CI.

Numerus comprehenditur à uiſu per hoc, quod unum uiſibilium cõprehenditur ab altero diſtinctum.

Quia enim uiſus comprehendit in una hora multa uiſibilia in ſimul diſtincta, & in illorum diſtinctione comprehendet ꝙ quodlibet ipſorum eſt ab altero diuiſum, comprehendet ergo multitudinem, et tunc uirtus diſtinctiua comprehendet numerũ ex multitudine illorum, & ſi eſt par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipſorũ unitatem, & per hunc modum omnium rerum uiſarũ numerũ cõprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propoſitum.

CII.

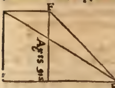
Omnis forma uiſibus oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, ex quo patet quod formæ ambobus uiſibus ſecundũ æqualitatem angulorũ obliquius incidentes plurimũ à ſe diſtant.

Quod hic proponitur ſatis patet, quando eñ linea radialis ſuperficiei uiſus oblique incidit, tunc ipſa per 47. ſecundi huius, refringitur à ſuperficie oculi, & ad cõcauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc ſecundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique ſuperficiei ipſius uiſus incidens propter ſuæ incidētiæ obliquitatem & anguli acutatem facit angulum ſuæ refractionis acutũ, unde tunc linea refractionis interſecat lineam directe incidentem & à ſuperficie oculi æqualiter refractam, & ſic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uiſam, & ſi ambæ formæ oblique incidant ſecundum eundem ſuæ obliquitatis modum, ita ut utrobiqꝫ ſit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiōis, tunc forma oculo dextro incidens, ſecans lineam per quam directe incidens ad mediũ punctum concauitatis nerui perueniſſet, ſit ſiniſtra ab illa. & forma oculo ſiniſtro oblique incidens, reſpectu illius medij puncti concauitatis nerui, ſit dextra, & ſic quandoqꝫ accidit illas formas à ſe plurimum diſtare, & quoniam quælibet ipſarum offertur uirtuti ſenſitiuæ, quoniam ſecundum luces & colores quæ ſunt in ipſa forma, quæ eſt extra, depingitur ipſa forma in ſuperficie organũ membri ſentientis in duobus locis ſecũdum neruum oculorũ quibus incidit & à quorum ſuperficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum ſecundum omnes eius partes ordinatur locum conſimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, patet ergo propoſitum, & eius correlatiuum.

CIII.

Omne uisum quod directe opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum, semper uidetur duo.

Nam forma puncti, quae directe incidit medio alterius uisuum, peruenit ad punctũ mediũ cõcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, qm̃ forma illius puncti incidit uisui secundũ axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio

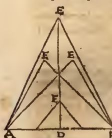


superficiei alterius uisus uenit ad punctũ aliud q̃ ad mediũ punctum concauitatis ipsius nerui secundum obliquationem puncti superficiei uisus, & sic non concurrunt illae formae in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorũ uisuum a & b, sit linea e f, quod uisum directe oppositum centro uisus a. sit autem ipsa linea e f oblique opposita uisui, cuius centrum est punctum b. quia ergo forma lineae e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, q forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui secundum omnes situs suarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiusdem lineae e f tota oblique incidit superficiei uisus b, palam per ea quae declarata sunt in eadem 3. tertij huius, q forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non supponetur ergo priori formae, sed remanebit distincta ab illa, apparebunt ergo duae formae, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentienti, & sic iudicat illas esse duas, & non unam, patet ergo propositum.

CIIII.

Omnis forma rei uisae intra axes radiales constitutae, oblique ambobus uisibus occurrit, unde semper uidetur duo.

Verbi gratia, sit centrum duorum uisuum a & b, & concurrant axes uisuales in puncto c, sitq; axis d c, & sit res intra axes uisa, quae e, dico q forma rei uisae, quae est e, semper oblique occurrit ambobus uisibus, unde semper uidebitur esse duae, q autem ob



lique semper incidat ambobus uisibus, patet, cum enim a puncto c, ducta sit linea c a perpendiculariter super centrum foraminis uueae oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis uueae oculi, cuius centrum est punctum b, palam per 13. undecimi, quoniã ab aliquo puncto superficiei rei uisae, quae est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliae duci non possunt, omnes ergo lineae a superficiei corporis e ad superficiẽ uisuum productae, sunt obliquae per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, sed ultra, & plurimum a se distabunt per 102. huius, uidebuntur ergo semper duae per praecedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uisae, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes, tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, nam illud uisum erit dextrum uni axium uisualium & sinistrum alteri ipsorum. Radij quoq; exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterum uisum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uisum exeuntes erunt sinistri ab illius axe, & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, & forma unius uisorum incidit duobus uisibus, in duobus locis diuerse positis, & peruenit ad loca diuersa concauitatis communis nerui a duobus lateribus sui puncti medij, & partes illius formae non superponuntur sibi, erunt ergo duae formae, & ita semper forma rei taliter ad uisum dispositae uidentur duae formae, & res ipsa uisa uidentur semper duo, quod est propositum.

CV.

Lineae rectae uicinae uisibus in superficie axis communis erectae super tri

gonum

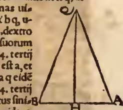
gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebuntur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis.

Sit centum uisus sinistri punctum a, dextri uero punctum b, & sit linea recta h z, quæ secundum medium punctum nasi ambobus uisibus interpositis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto suo signato quod sit q, concurrant axes uisuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uisualium, & quoniam ipsum punctum, quod est in linea h z, quæ sic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam est quod ipsa est in superficie in qua est axis communis erecta super basem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo quod ubicunque punctus coniunctionis qui est q, lineæ h z, oblique incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus qui debitur unus, ut est, quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, & sic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere potest per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis quod est q, quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uisum dextrum ex parte axis b q, fiunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quæ à centro uueæ respicit axem communem & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, fiunt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum fiunt dextri, perueniunt enim utrique radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis uueæ complente, & quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4. tertij huius, palam quod utriusque anguli axium & istorum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusque oculi foraminis, anguli quoque c q z, & d q c, propter eandem sint æquales, ducta itaque linea à puncto, & æquidistante lineæ a b per 31. primi, quæ sit e z d, producatur linea a q in punctum d, & linea b q in punctum c, patet quod secundum illas lineas fit uisio illarum formarum, quoniam enim anguli secundum quod fit obliquatio uisionis, qui sunt t q z, & d q z, sunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uisuales, quæ exempli causa sint lineæ b q, & q c, coniunctæ sunt linea una, & similiter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuersitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio fit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q, forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad medium punctum concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipsum se secantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut ostendimus in præmissis, patet ergo propositum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum intersectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraque parte sectionis partes linearum sunt æquales, & secundum approximationem ad uisus anguli medij, ut sunt a q b, & c q d, fiunt maiores, & secundum elongationem à uisu fiunt minores, quousque circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ, & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterque apertus reseruetur, sic uices mutando quantum placet.



ti centris amborum uisuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uisui repræsentat.

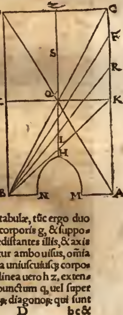
Sint centra amborum uisuum a & b, sitq; trigonum a b q applicatum uisibus taliter ut ponitur, uel si ita ut trigoni a b q, basis a b, sit bassior centris oculorũ, incidantq; axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis, & axis communis sit h q, dico q; laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præsentabit, quoniam enim utraq; formarum linearum a q & b q, uterq; uisui se offert directe & oblique, ut linea dextra quæ est a q, dextro uisui quæ est a, se offert directe, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uueæ per 24. tertij huius, & linea sinistra quæ est b q, incidit oblique uisui dextro, quæ est a, et econuerso linea b q sinistro uisui qui est b directe incidit, & linea a q eidẽ uisui sinistro qui est b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq; oblique incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & sic sinistra ab axe & forma oblique incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & sit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata, præter solum punctũ q, qui est punctus coniunctionis, & est ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propositum.



CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Assumatur tabula lignea planæ superficiei, cuius lineæ longitudinis æquedistantes & æquales sint a b, & b d, & sint unius cubiti, latitudinis uero ipsius lineæ æquales & æquedistãtes, sintq; a b, & c d, & sint quatuor digitorum orthogonaliter super lineas longitudinis erectæ, ducenturq; duæ diagoni quæ sint a d, & b c secantes se in puncto q, & à puncto q, qd' per 40. primi huius est medius punctus superficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq; latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per 31. primi, quæ sit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquedistans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes istæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuersorũ colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui sunt a d, & b c, sint unius coloris, & super punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ, cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ita possit intrare cornu nasi, ita ut cum tabula supponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media superficierum duorum uisuũ, & sit huius concauitas m h n, fiant itaq; de cæra tria corpuscula columnaria, et sint diuersorum colorum, quæ sint e g p, & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea k q c, ita q; corpus g sit sup punctũ q, & corpus p sup punctũ k, & corpus e sup punctũ c, & applicent illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita q; nõ cadant, & tũc applicet tabula uisibus ut supra pmissum est, deinde expimentator inspiciat forti intuitu corpus g, qd' est in puncto q, medio puncto tabulæ, tũc ergo duo axes amborum uisuum concurrent in aliquo puncto superficiei corporis g, & supponentur duobus diagonis tabulæ, qui sunt b q, & a q, aut erunt æquedistantes illis, & axis communis supponetur lineæ h q, & si in hac dispositione intueantur ambo uisus, om̃ia quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuscuiusq; corporum, quæ sunt e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z, extensa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ secantes se super punctum q, uel super q̃dcũq; aliud punctum, cõcurrãt radij uisuales, & etiã quilibet duoꝝ diagonoꝝ qui sunt



b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b apparet
amplior q̃ sit secundum ueritatem, & si alter uisuum claudatur, uidebuntur duo tantum
diagoni, & diagonus remotus à medio sequitur uisum coopertum, ex quo patet, q
duo diagoni qui uidentur remoti, sunt illi quorum uterq; uidetur uisui obliquo, & pro-
pter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros, unde institu-
untur in cōcauitate nerui cōmunis ab inuicē remotæ, in figuntur em̄ in duabus partib9
contrarijs respectu puncti medij nerui cōmunis, & in partibus remotis ab illo puncto,
unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inui-
cem. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e et
p, quæ sint super puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia nu-
mero quo prius, q si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponantur in linea h z, æ-
quedistanter à puncto q, & sit corpus e uicinius uisibus in puncto l circa punctum q:
& corpus p sit remotius à uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipsis
uisibus figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio, tunc
unumquodquè corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora,
quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo. s. in dextro, & duo in sinistro, & uide-
buntur super duas lineas, q̃uis secundum ueritatem sint super lineam unam, & appare-
bunt quælibet duorum illorum 4. corporum super alteram illaꝝ duaꝝ linearum. Idē q̃q;
accidit si corpora e & p, ponantur super alterum duorum diagonorum secundum o-
mnem modum quo posita fuerint super lineam h z, taliter ut æquedistant corpori g. &
unum sit propinquius uisui q̃ alterum, quia enim tunc uterq; diagonorum apparebit
duo, unde super utramq; linearum quæ sunt unius diagoni duo apparebunt corpora, u-
num in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorum cor
porum. Et similiter si corpora e & p, ponantur super ambos diagonos, unum super u-
num, & aliud super alium, & ambo in parte uisus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo
propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur
alterum ipsorum super marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde
uicine illi puncto k, & sit supra punctum r, & tunc applicata tabula uisibus dirigantur
ad hoc axes ad corpus g positum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum
una, q si corpus e in eadem linea a t, ponatur super punctum f, remotius à puncto k,
quàm sit punctū r, sitq; puncti f, à puncto k distantia sensibilis, & sit directis axibus uisu
alibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq; accidit
si ambo axes uisuales secundum istam dispositionē dirigantur ad quodcūq; punctum li
neæ c k, semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo, hæc uero
quæ præmissa sunt omnia per 105. huius & propositiones sequentes declarata, ut patet
intuenti. Quod si experimentator direxerit axes uisuales ad punctū aliquem tabulæ ex
tra lineam k t, tunc ipsum corpus g, positum in medio superficiei tabulæ in puncto q ui-
debitur duo, & si corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq; ipso
rum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliqd'
punctū lineæ t k, tunc reuertetᵉ prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres ce
dulas pergameni paruas & æquales, & inscribat om̄es ipsas una scriptura manifesta æ-
qualis quātitatis, & ponat unam ipsarum in medio præmissæ tabulæ in puncto q, & al-
teram ipsarum super punctum k, figendo cum cæra ut stent erecte, & applicata tabula
ipsis uisibus ut prius, intueatur cedulam positam super punctum q, & cōprehendet eius
scripturam certa comprehensione, & similiter scripturam cedulæ positæ in puncto k, cō
prehendet, sed non ita perfecte ut scripturam cedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ
scripturæ consimiles in figura, forma & quantitate. Deinde assumatur tertia cedula, &
ponatur quasi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta secundum rectitudinem li
neæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum cedularum, tunc
enim fixis ambobus axibus uisuum in cedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia ce-
dula uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta, & si cedula puncti k repo
sita

sita tertia cedula ponatur penes primam, quæ est in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehendentur in suis scripturis æqualiter dispositæ, nec erit differentia sensibilis inter illas: & si tertia cedula moueatur plane super lineam q k, axibus illorum uisuum cadēte in punctum q, uidebitur tunc diminui distinctio scripturæ cedulæ motæ secundum distantiam quæ fit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protensam, tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quòd tandem nulla erit discretio ipsius. Peractisq; circa lineam c d, eisdem quæ cum his cedulis facta sunt circa lineam k c, eadem tunc uisibus apparent quæ prius seruata distantiæ proportione, & etiam si elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accident uni uisuum si alter fuerit coopertus. Deinde assumatur schedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40. primi huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distinctè, & erigatur hæc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ, tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura quæ est circa medium schedulæ uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uisuū cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta q̃ prius, cum schedula fuerit super lineam k t, & si schedula plus obliquatur, indistinctior uidebitur scriptura, & quanto magis obliquabitur schedula, tanto magis latebit utrumq; uisum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q, tunc patet quòd medietas schedulæ cadet extra tabulam: uisui itaq; cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo, & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliquationis & distantiæ à puncto q, & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ erit litera legibiliter distincta, & si obliquetur schedula super punctum z, & tunc erit scriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spacio distantiæ, etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorū quæ p̄ plura theoremata proponuntur, & patet manifeste, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propositum.

CIX.

In uisione diuisionis, cōtinuationis & numeri error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione, quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit fortè diuisiones esse uel scissuras, & ita continuum etiam putabitur diuisum, & partes eiusdem continui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantum una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modicum distantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam distantia

stantia fit error in præmissorum uisione. Pariete enim aliquo à longe uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus, forte putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spacium illius coloris. Similiter etiam si prope parietem illum crescat altitudo herbarum, ut consueuit in talibus crescere hædera, uidebitur forte paries secundū hæderæ spacium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, æstimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum æstimetur diuisum, & ex consequenti unum plura. Sed & quandoq; ipsa secundum ueritatem diuisa æstimantur continua, & plura æstimantur unum, corpora enim à longe uisa in colore similia, & adinuicem propinqua creduntur cōtinua, & ꝑpter hoc tabulæ parietis uel scamni apparēt quādoq; cōtinuæ, cū modica diuisione ad inuicē sunt diuisæ, & sic diuisa æstimanē ꝑpter remotionem à uisu esse continua, & plura æstimantur unum. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in præmissorum uisione, si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliquatio, in quo fuerint puncta sensibilia, nigra uel ualde tenebrosa, illa qdē diuisiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit continuitatis unio, & si in hoc corpore fuerint lineæ tenebrosæ sensibiles, iudicabuntur partes eius cōtinuales diuisæ, cum sint continuæ, & plures, cum sint unum. Similiter etiam ex obliquatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinate post alium modicum distans ab illo, ita quòd uno aspectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti spacium quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum sint diuersi & plures: qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem præmissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione præmissorum: adhærente enim capillo uasi uitreo, apparebit uitrum fissum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim lateret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitreum esse fissum. Similiter etiam accidit error in continuitate, si enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana superficie constituta, & bene cōpressa, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiē ipsorum: huius autem error causa est paruitas quantitatis spacij & aeris, secundum quòd se illa folia contingunt, & sic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; soliditatis fit error in præmissorum uisione, in corpore enim magnæ raritatis ut in cristallo pura, si in aliqua parte superficiei suæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fissum secundum locum in quem cadit illa linea, & ita æstimatur uitrum discontinuum & plura, & hoc accidit propter perspicuitatem quæ accidit ex defectu soliditatis. Et si duo corpora talia fuerint modicum à se distantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmissorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus tamen propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmissorum uisione. Si enim corpus in quo sit linea nigra subito à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium diuisio; & si corpora contigua aut ualde propinqua subito uidentur, æstimabuntur continua, sicut accidit in tabulis scamnorum subito inspectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uisus error accidit in uisione præmissorum, & secundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte semper durante uisus debilitate, & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorum oculorum, quæ diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & æqualis ordinationis, ut satis demonstratum est ex præmissis, patet ergo propositum.

CX.

Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motæ secũdum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quæ sensibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc quàm prius, palam quod facilitas huius comprehensionis motus fit ex comparatione rei motæ uisæ ad aliud uisibile quiescens non motum, quando enim comprehenditur situs unius rei mobilis respectu alterius rei uisibilis, tũc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus, semper itaq; motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisæ motæ respectu alterius uisibilis qd' est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco, aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisæ motæ respectu illius uisibilis non secundum se totũ moti, & hoc modo comprehendit uisus motum circularem. Similiter etiam accidit motũ à uisu comprehendi, si res uisa mota ad multa immota uisibilia cõparetur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu, tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum, aut enim mobile, tũc elongabitur aut appropinquabit uisui per motũ, quia ut patet p. 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palam quia motus tũc sentitur, quod si mobile moueť tantũ circa uisum circulariter, tũc enim superficies uisiua oculi non sit tota sphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam sola superficies foraminis uneæ est uisiua, & non aliæ partes superficiei oculi: aliqua itaq; re mota circa uisum, necessario mutabitur situs partis oppositæ uisui, & cum illa pars rei uisæ motæ fuerit mutata, sentiet uisus mutationẽ eius, & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisæ. Et si ipse uisus moueatur, cõprehendet tamen motum secundum quẽlibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentiẽdo quod illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quãdo ipse uisus & etiam res uisa ambo mouentur, ad huc discernit uisus motum, quoniam distinguit inter diuersitatem illi uisus quæ accidit rei uisæ motæ propter motum ipsius rei, uel propter motũ ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formæ corporum existentium nõ mota, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi forte peruenfat in uisum forma rei uisæ motæ, & quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore, diuersitas enim situs partium rei uisæ non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus, & quia inter quælibet duo instãtia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo instantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uisiua est uirtus sensitiua, oportet tempus ab ipsa cõprehensum esse sensibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa uisa.

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel æquedistantem illi, siue etiam nõ sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis, semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehẽsione spacij super quod mouetur res ipsa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spacij super quod mouetur res uisa secundum se totum motũ recto, & tunc uisus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ spacij directi, super quod fit motus in superficie horizontis, aut in superficie æquedistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehẽsione spacij tortuosi uel etiam circularis, in superficie horizontis, aut æquedistante ipsi aut erecta super ipsam, motũ enim compositum ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spacij tortuosi super quod fit motus. Comprehendit etiã uisus diuersitatẽ & æqualitatẽ motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spaciorum super quæ mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uisus sentit quod

unum spacium pertransitum ab uno mobili in aliquo tẽpore, est maius alio spacio per= transito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uisus senserit æqualitatem duorũ spa ciorum cũ inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim stante auxilio uirtutis animæ distinctiuæ & cognoscitiuæ sentiet uelocitatem unius mobilis super alterũ duo= rum motuum inæqualitatem, patet ergo propositum.

CXII.

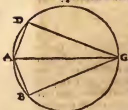
Quies comprehenditur à uisu ex comprehensione rei uisæ in eodem loco & situ tempore sensibili permanente.

Cum enim uisus comprehendit rem uisam in eodem loco, & secundum eandem sitũ in duobus instantibus diuersis, inter quæ cadit medium tempus sensibile, tunc compre= hendet rem in illo tempore non fuisse motam, per 110. huius, quoniã si illa res in illo tem pore fuit mota, mutatus est situs eius, comprehendet ergo illam rem quiescentem: com prehenditur aũt situs rei uisæ quiescentis non mutatus respectu alterius rei uel aliarum rerum uisarum, & etiam respectu ipsius uisus, secundum hunc ergo modum fit compre hensio quietis uisorum corporum à uisu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Est locus in quo oculo manente & transposita re uisa, res semper æqualis apparet.

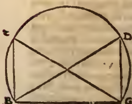
Sit res uisa b g, & sit centrum uisus in puncto a, & accedant ad uisum formæ pũcto rum b & g ad uisum a, secundum lineas b a & g a, fiatq; trigonum a b g, dico quod est lo cus in quo non mutato centro uisus à puncto a, & transposita magnitudine b g, semper eiusdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono eñ a b g, circunscribatur circulus per 5. quarti, & super punctum g, termi= num lineæ a g, constituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui sit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli co= pulentur lineæ a b & a d, eritq; per 25. tertij, arcus a d æqualis ar= cui b a, ergo per 28. tertij, est corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui est residuus semicirculi, est æqualis arcui b g, corda quoq; g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi an guli cadunt in æquales arcus qui sunt d g & b g, quia itaq; lineæ b g & d g, æquales sub æqualibus angulis qui sunt d a g & b a g, hinc & inde uiden= tur, palam quoniam illæ lineæ æquales uisui apparent per 20. huius, patet ergo propositum. Idem quoq; contingeret si centro oculi in centro circuli manente fixo res uisa sup circuli periferiam moueatur, tunc enim uisibili transmutato res uisa semper uidebitur æqualis uisui non transmutato, quoniam sub eodem semper angulo uidebitur, ut potest patere secundum præmissum modum, patet ergo propositum.



CXIIII.

Est locus in quo oculo transmutato re uisa non mota semper res uisa æ= qualis apparet.

Sit res uisa b g, & sit oculus in puncto z, dato in aëre, ut contingit, & ducantur à terminis rei uisæ lineæ b z & g z, & circunscribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmissa, sitq; ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pũcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq; per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. hu ius, in utroq; situ magnitudo b g, semper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uisui per omnia puncta arcus b z g, trans= mutato, & hoc est propositum.



CXV.

Quantitas erecta super aliquam planã superficiem in qua

in qua ſit cētrum uiſus mota ſui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, ſemper æqualis uidetur. Idemq́; accidit ſecundum lineam à centro circuli erectam centro oculi ſuper circuli ſuperficiem eleuato.

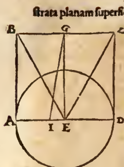
Eſto a b aliqua magnitudo uiſa erecta ſuper quamcunq; ſuperficiem planam datā, in qua ſit cētrum uiſus quod ſit g, & ducatur ab altero terminorum rei uiſæ ad centrum uiſus linea g b, & ſecundum quantitatem lineæ g b, centro exiſtente puncto g, deſcribatur circulus, dico quod ſi ſuꝑ illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ eſt a b, q̃d ſemper uidebitur æqualis oculo ipſo in puncto g exiſtente, quia eñ linea a b, eſt erecta ſuper ſuperficiem planam ꝑ diffinitionem, quia ſemper facit angulum a b g rectum, & ſemper angulum æqualē cū linea g b, utcunq; contingit ducta linea a b, ſed & linea g b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cū ſit diameter circuli. & linea a b ſempꝫ eſt æqualis ſibiipſi: ducatur itaq; linea a g, palamq́; ꝙ ꝑ totam circuli periferiam angulo a b g eſt æqualis ſibiipſi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, ſemper uidebitur æqualis quod eſt primum propoſitorū, ducatur itemq́; linea g e à centro oculi erecta ſuper ſuperficiem circuli, erit ergo linea g e æquediſtans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uiſus eleuetur ſuper ſuperficiem circuli ſecūdum aliquod punctum lineæ g e quod ſit e, in quo figatur uiſus, dico quod ad huc magnitudo a b, mota ſuper circuli periferiam æquediſtanter lineæ g e, ſemper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet ꝑ 4. primi, quoniam angulus a e b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cum enim angulus b g e, ſit ſempꝫ æqualis ſibiipſi, erit baſis b e ſibiipſi ſemper æqualis, & angul9 e b g æqualis ſibiipſi ergo etiā angulus a e b eſt ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & baſis a e, & angulus a e b, erit ſemper æqualis ſibiipſi, ergo ꝑ 20. huius, linea a b, ſemper uidebitur æqualis ſibiipſi, patet ergo ſecundū propoſitorum, & hoc eſt totum quod proponebatur.

CXVI.

Quantitas oblique incidens ſuperficiei planæ, in qua eſt centrum uiſus, uniformiter mota ſecundum circuli periferiam, cuius centrum eſt centrū uiſus, ſemper æqualis uidebitur: ipſa uero exiſtente æquali ſemidiametro illius circuli mota quoq; ſecundum ſui ſitus æquediſtantiam per illius circuli periferiā quandoq; æqualis q̃nq; minor quādoq; maior uiſu apparebit.

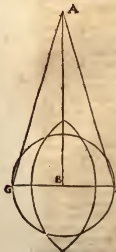
Sit circulus a d, cuius centrum ſit punctum e, & in eius periferia ſumatur punctum d, ſit quoq; linea d z, oblique incidens ſuperficiei circuli, & ſit centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod ſi linea d z, in circuli periferia trāſponatur uniformiter, ita ut cum ſemidiametris illius circuli ſemper æqualem contineat angulum, quod ipſa ſemper æqualis apparet, hoc autem poteſt euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Eſt enim angulus d e z, ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & res ſemper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc eſt propoſitum primum. Rurſum ſit centrum uiſus in puncto e, cētro circuli a d, cuius ſuꝑficiei oblique incidat linea d z, quæ ſit æqualis ſemidiametro d e, moueaturq́; per circuli illius periferiam ſecundum ſui primi ſitus æquediſtantiam, ſitq́; exempli cauſa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis ſuæ propriæ quantitati, utpote ſemidiametro circuli aliquando maior aliquādo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquediſtans lineæ d z, ꝑ 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis ſuper circuli ſuꝑficiem per 11. undecimi, quæ ſit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e g, per 31. primi, quæ ſit a b, quæ reſecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, eritq́; linea a b æquediſtans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi. & quoniam linea g e, ut patet ex hypotheſi eſt obliqua ſuper ſuperficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad ſubſtrata

strata planam superficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e oblique, tūc patet per 39. primi huius, quoniā angulus g e a minimus est omnium angulorum sub illa linea obliqua g e, & quæcunq; linea in substrata superficie circuli a d, protracta contento, & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes sunt inter se æquales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z transpositarum secundum periferiam circuli minima apparebit, ducantur enim lineæ g z, g b, e b, z e, e d, quia itaq; linea g e est æquedistans lineæ a b & æqualis, patet per 34. primi, qm̄ linea g b est æqualis lineæ e a & æquedistans eidē, sunt ergo duæ supficies palellogrāmæ q̄ e g b a & e d z g, qa uero angulus g e a est acutus, ut patet ex præmissis, ppter obliquationē lineæ g e, super superficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d obtusus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius, angulus g e a est minimus omnium angulorum contentorum sub quacunq; linea in superficie circuli ducta ad punctum e, & sub linea g e, est ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d, sed tamen linea e z sit diagonus paralellogrāmæ e d z g, palam quod angulus d e z est medietas g e d anguli per 4. primi, & similiter angulus b e a est medietas anguli g e a, angulus itaq; d e z est maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmissa cum angulus g e a, sit minimus omnium angulorum qui continentur sub linea g e, & aliqua linea in superficie circuli a d e producta, palā quia medietas anguli g e a est minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a b, uidebitur omnium aliarum sibi æqualium quantitate minima, & quoniam angulus z e d est maximus omnium illorum aliorum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquedistantes ab utraq; quantitatum, quæ a b & d z, ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc est propositum.



CXVII.

Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli periferiam moto circa pūctum in quo res uisa superficiei cōiungitur, res semper æqualis uisui apparebit, quod non accidit centro uisus moto super periferiā oxigoniæ sectionis.



Sit a b, magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b, sitq; centrum oculi in puncto g, in eadem superficie, & centro quidem existente puncto b secundum spacium b g lineæ, describatur circulus qui sit g d, dico quod si transponatꝰ centrum oculi à puncto g, super totum circuli g d periferiam, apparebit uisui linea a b semper æqualis, quoniam enim angulus a b g est semper rectus per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, palam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, sunt ubiq; æquales, ergo per 20. huius, res uisa, quæ a b, semper uidebitur æqualis, & hoc est propositum primum, non accidit autem hoc centro uisus moto super periferiam oxigoniæ sectionis, quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis, quæ super ipsius sectionis pūctum medium est erecta, quoniam sectio oxigonia habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro usq; ad circunferentiam ductæ sunt inæquales, appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximantes semidiametro minori sunt minores, contrarium ergo necessario accidit eis, quod oculo moto secundum circuli periferiam

ſeriam accidebat, qđ patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totū quod proponebatur.

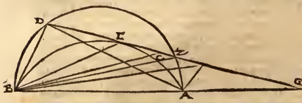
CXVIII.

Re uiſa fixa manente oculo uero moto ſecundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uiſæ, illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uiſui apparet.

Sit res uiſa quæ a b, & ſit centrum uiſus punctum e, incidatq; linea e g, oblique lineæ a b, producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & iterum producatur linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, ſit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo transmutato ſecundum lineam d g, quoniā linea a b uidetur minor, quandoq; maior, quandoq; æqualis. Sumatur enim per 9. ſexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco ꝓportionalis, quæ ſit exempli cauſa linea e g, hoc autem eſt poſſibile per reſectionem lineæ d g per 3. primi, ponaturq; centrum oculi in puncto e, producaturq; linea e b, & producatur in ſuperficie trigoni b e g, à puncto b, linea perpendicularis ſuper lineam b a, quæ ſit b d, quæ per 14. primi huius, cōcurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b eſt acutus, & angulus g b d rectus, concurrāt itaq; in puncto d, dico quod moto uiſu per totam lineam e d, ſemper uiſum b a inæquale apparet, ducantur enim lineæ a e, a d, & deſcribatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quæ ſimiliter ſit a e b, & quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineā a g, ut patet per 16. ſexti, & ex præmiſſis, eſt æquale quadrato lineæ e g, patet per ultimam tertij, quoniā linea g e eſt contingens circulū b e a in puncto e, & à termino quoq; a, lineæ g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z æqlis angulo g d b, cadatq; punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, eritq; b a z d, quadrilaterum inſcriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerſo collocati ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g, ſed angulus z a g, ut patet ex præmiſſis eſt æqualis angulo g d b, ſed angulus d b g, rectus cū angulis b d g & d g b, ualet duos rectos p 32. primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g, ualet duos rectos, ſed omnes anguli quadranguli cuiuſcunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum eſt diuiſibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, eſt ergo quadrilaterū z d b a circulo inſcriptibile, circumſcribatur ergo ei cirtulus p 31. tertij, & per 9. quarti, & ſit circumſcripta portio circuli quæ ſit b d z a, ducaturq; linea b z, ſecans arcum e a in puncto t, ſecabit enim ipſam ideo, quia ut patet ex præmiſſis punctū z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a, erit per 16. primi, angulus a t b extrinſecus maior angulo a z b intrinſeco, ſed angulus a t b eſt æqualis angulo a e b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui eſt b a, portionis circuli minoris qui b e a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a z b, angulus uero a z b æqualis eſt angulo a d b, per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui eſt a b circuli maioris qui eſt b d z a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a d b, centro uero uiſus exiſtente in pūcto d, uidetur linea a b ſub angulo a d b. Ipſo autem exiſtente in puncto e uidetur ſub angulo a e b, maior itaq; uidebitur in pūcto e quàm in pūcto d per 20. huius, mutato ergo oculo ſecūdum puncta lineæ e d, ſemper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam ſemper minor ſe ipſa, & quanto plus accidit ad punctum d, tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodemq; modo uiſu mutato ſuper pūcta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor q̄ ſuper punctū e, q̄m lineæ ductæ ſuper pūctum aliquod lineæ e z, à terminis lineæ a b, ſemper angulus erit minor angulo b e a, q̄m angulus à lineis ad circūferentiā arcus e a ductis p 21. primi, maior erit illo cōſtituto ſup aliquod punctorꝫ lineæ e g, per lineā trās idem punctū arcus ab altero terminorꝫ lineæ a b ꝓductam, et p lineā à reliquo



eius termino copulatã, quilibet aũt angulorũ constitutorũ super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productis est æqualis angulo b e a, p 26. tertij, ergo p 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uisus existente in pũcto e quàm ipso existente in aliquo punctorũ e g, semp quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uisus existẽte in pũcto g, nõ uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aũt semp apparebit secũdum quod appropinquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit sicut ad punctũ d æqualis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt æquales, & qm̃ ut iam ostendimus uisu existente in pũcto g, nõ uidebit̃ linea a b, imò tota linea g b, nisi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica fit additio, semper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquedistantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas ꝓpter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod si linea e g nõ ex parte puncti a, sed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ linea a b, eadẽ est demonstratio. Sit em̃ ut fiat cõcursus sicut prius in puncto g, & sit linea g e medio loco ꝓportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circumscribat̃ portio circuli quæ sit ut prius b e a, & ducant̃ lineæ d b & d a, sitq; centrũ oculi super punctũ d, & ad punctũ in quo linea a d intersecat circũferentiam circuli b e a qui sit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a est maior angulo b d a, p 16. primi, & angulus b e a æqualis est angulo b z a, per 26. tertij, qm̃ cadunt in eũdem arcum a b, palã quia angulus b e a maior est angulo b d a, uisus itaq; centro existente sup punctũ e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniã ipso existente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit linea a b, æqualis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.



CXIX.

Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquedistantẽ rei uisæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

Esto uisa magnitudo quæ fixa & immota ꝑmanens sit a b, diuidaturq; ꝑ æqualia in pũcto e, & erigatur super ipsam ꝑpendiculariter linea e z, per 11. primi, sitq; centrũ oculi in pũcto z, ducãturq; lineæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & describatur circa a z b, trigonũ portio circuli a z b, ꝑ 5. quarti, ducaturq; linea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueaturq; centrũ oculi in punctũ d, & ducant̃ lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secat circulũ quod sit l, ducatur linea a l: palã ergo ꝑ 16. primi, qm̃ angulus a l b maior est angulo a d b, sed ꝑ 26. tertij, angulus a z b est æqualis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebit̃ magnitudo a b, in centro oculi existente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & si linea z g sit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur linea a b in pũctis d & g, hoc em̃ cõcluditur ꝑ 34. & ꝑ 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus em̃ b g a æqualis est angulo b d a, & simili? patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g, ergo ꝑ 20. huius, in talibus pũctis uidebitur linea b a, semꝑ sibijpsi æqualis. Si uero linea z h sit minor quàm linea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, & ꝑducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, qm̃ itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo ꝑ 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo ꝑ 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo ꝑ 16. primi, angulus g h b est obtusus, linea ergo b g est maior quàm linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, qđ angulus z b a est æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo ꝑ 19. primi, linea b h est maior q̃ linea a h, ergo & linea b g est maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h se intersecant,

sit pun

ſit punctus ſectionis p,& quoniam per 37.primi trigonũ b g a eſt æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, ſed per 15.primi, angulus a p g eſt æqualis angulo b p h, ergo per 14.ſexti, erit ꝓportio lineæ a p ad lineam b p, ſicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13.quinti, erit proportio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, ſicut lineæ a p ad lineam b p, ſed linea a h eſt minor quàm linea b g, ut patet ex præmiſſis, ergo linea a p eſt minor ꝙ̃ linea b p, linea ergo b p eſt maior quàm linea a p, quæ eſt ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem ſit lineæ a p ad lineam p o, per 3.primi huius, erit ergo ex præmiſſis linea p o minor quàm linea p b, abſcindatur ergo linea p o à linea p b, per 3.primi, & ducat̃ linea h o, quia itaq; ꝑ 3.undecimi quinti, & ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ a p ad lineam p o, ſicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o eſt æqualis angulo a p g, per 15.primi, palam per 6.ſexti, quoniam trigono h p o & g p a ſunt ad inuicem æquiangula, eſt ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit baſem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipſa linea h o diuidit etiam angulũ b h p, eſt ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, ſcilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uiſus exiſtente in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h ſecet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16.primi, & per 26.tertij, q̃m angulus b z a eſt maior angulo b h a, & quoniam quibuſcũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, ſiue linea d z ſit maior quàm linea z g, ſiue minor, ſemper eodem modo poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitũ, angulus eñ b z a, ſit maximus omnium illorũ angulorũ, & ei ꝓpinquiores ſiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo diſtãtes ſiũt æquales, & ſecundũ illorũ angulorũ quãtitates ꝑ 20.huius, mutat̃ quantitas rei uiſæ.

CXX.

Sunt loca in quibus oculo tranſpoſito æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, qñq; æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca ſua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipſas, neq; ſecũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; ſecundum lineam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & ſint uiſæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b ſuper ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ ſit b z, ſitq; oculus diſpoſitus in tali ſitu, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo eſt centrũ uiſus, & quoniam in quocũq; puncto lineæ d z, poſito cẽtro uiſus erunt ſemp ꝑ per 4.primi, anguli b d g & b d a in centro uiſus æquales, manifeſtum ergo ꝑ 20.huius, quoniam ſecundum quemcũq; punctũ lineæ d z poſito centro uiſus d, ſemper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, tranſponatur autem oculus, & ſit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & deſcribatur circa a e g, trigonum circulus qui ſit a e d g, per 5.quarti, & adijciant̃ lineæ e b, linea recta b i, attingens in parte oppoſita puncti e circumferentiam, quia itaq; arcus a z eſt æqualis arcui z g, ꝑ ultimam ſexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, ſiue punctum ſit centrum deſcripti circuli ſiue non, ſemper enim ex hypotheſi, & per 3.tertij, & per 4.primi, & per 27.tertij, erit arcus d q maior arcu i g,

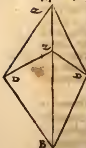


palam ergo, item per ultimam sexti, quoniam angulus a e i maior est angulo i e g, sed sub angulo a e i uidetur magnitudo a b, ab oculo existente centraliter in pũcto e, & sub angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter disposito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod si oculus transmutetur secundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, semper uisæ magnitudines a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam semper angulus extrinsecus maior fit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circunferentiam centrum uisus moueri intelligatur, semper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & si oculus extra circulum ponatur non existens in directo lineæ d, adhuc inæquales apparẽt magnitudines a b & b g, quod est propositum.

CXXI.

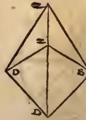
Sunt loca in quibus posito uisu æquales magnitudines communiter loca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Esto centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines æquales uisæ, quæ g d & b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito, oblique tamen coniungantur secundum angulum qui sit d g b, hunc ergo angulum per æqualia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, semper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, potest autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, semper enim angulus g z b est æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit si super utranq; illarũ linearum b g & g d semicirculus describatur, & à puncto sectionis illorum semicirculorum qui sit z, ducantur lineæ z b & z d, z g, tũc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propositum. Idem quoq; accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea g z producatur, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed est etiam locus in quo illæ magnitudines datæ æquales quæ sunt b g & g d, uisiri inæquales apparent, ad quã inueniendum, circa lineam g b semicirculus describatur, qui sit b z g, & circa lineã g d portio maior semicirculo quæ sit g d z, possibile quoq; est hoc super g d, describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem per 32. tertij. Sed illa portio maior est semicirculo per 30. tertij, sic ergo descripta, & sit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, est rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20. huius. Est itaq; locus in quo magnitudines æquales inæquales apparent, ut pũctus sectionis portionis maioris semicirculo cõstitutæ super unam magnitudinum, & semicirculi sup alteram cõstituti, & hoc est quod proponitur.



CXXII.

Est locus in quo inæquales magnitudines cõmuniter loca quædam oblique occupantes, quandoq; inæquales, q̃nq; æquales apparent.



Sit ut in præcedente centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, cõiunctæ secũdum angulum d g b, qui diuidatur p 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico q oculo existẽte super quodcũq; punctũ lineæ z g, semp magnitudines b g & g d uidebũtur inæquales, & b g maior: ductis eñ lineis b z & d z, anguli ad punctũ z fiunt inæquales, & maior cui maior basis subtenditur, p 26. primi, qm̃ si detur q illi anguli sint æquales, erũt trigoni b z g & g z d æquiãguli & æquilateri, quod est cõtra hypothesim, palã ergo q illi anguli erũt inæquales, uidebuntur itaq; per 20. huius. illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur ipsa g b, qm̃ sub maiori angulo uidebitur. Sed & quãdoq; illæ magnitudines uidentur æquales, describatur eñ sicut in præmissa circa lineã b g maiorẽ ipsarũ portio

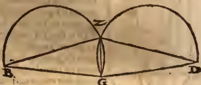
maior

maior semicirculo quæ sit b z g,& ducanť lineæ b z & z g,& circumscribantur lineæ g d,minori portio similis portioni b z g,hoc est angulum æqualem angulo b z g,capientem,sit quoq; communis punctus istarum sectionum punctus z,& ducantur lineæ z b,& z g,z d,quia itaq; angulus d z g,est æqualis angulo b z g, quoniam in similes cadūt portiones,oculi itaq; centro posito in puncto z,qui est punctus communis sectionis illarum portionum,magnitudines b g & g d æquales apparent, qđ est propositum.

CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uisus posito æquales magnitudines erectæ super subiacentem planam superficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Sint duæ magnitudines a b,& g d,æquales & erectæ super subiacentem ipsis planam superficiem,dico ꝙ est locus ubi posito centro uisus magnitudines a b & g b, apparent æquales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta,quæ sit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e,per 10.primi,& à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z,super lineam b d,in eadem superficie per 11.primi, dico quòd super lineam e z,perpendicularem super lineam b d existente centro uisus super magnitudines a b,& g d,æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z,& ducantur lineæ z a, z b, z g, z d,quoniam ergo illorum trigonorum b e z,& d e z,latus b e,est æquale lateri d e,& latus e z est cōmune,anguli uero z e b,& z e d,sunt æquales, quia recti,palam per 4.primi,quoniam linea z b est æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, est æqualis lineæ d b ꝑ hypothesim,& anguli g d z,& a b z,



sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, erit ergo per 4. primi linea z a,æqualis lineæ z g,& reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis est angulo g z d,ergo per 20.huius æquales apparent magnitudines a b,& g d, dico etiam ꝙ quandoq; inæquales apparent ipsæ magnitudines a b, & g d, remanente enim præmissa dispositione in eadem substrata superficie transmutatur centrum oculi extra lineam e z,& fiat in puncto i,& ducatur linea i e,ad medium punctum lineæ b d,& ducantur lineæ i a, i b, i g, i d, eritq; per 24. primi linea i b, maior q̃ linea i d, ideo quod angulus b e i, est maior angulo d e i, æquis inter se lateribus cōtento, abscindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3. primi, sitq; linea b t, æqualis lineæ lineæ i d, & ducatur linea a t, quia itaq; per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ anguli i b a,& i d g sunt æquales,quia recti,erit per 4.primi angulus b t a,æqualis angulo g i d,Sed angulus b t a, per 16.primi,est maior angulo b i a,quia est extrinsecus trigono a t i;angulus ergo g i d,maior est angulo b i a,ergo per 20.huius,uisu existente in puncto i maior apparet linea d g, q̃ linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato,demonstrandū:uariantur autē magnitudines in uisu secundum approximationem uel elongationem ab altero uisibilium, patet ergo propositum.

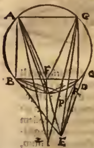
CXXIIII.

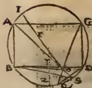
Sunt loca in quibus centro uisus posito in eadem superficie æqualia latera rectanguli quandoq; æqualia,quandoq; inæqualia uidentur.

Sit rectangulum a b d g,cuius duo latera a b & g d,sint æqualia,dico ꝙ sint loca in quibus centro uisus posito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumscribatur enim illi rectangulo per 49.primi huius,& per 9.tertij circulus uicinus alterius arcuum qui

sunt b d,& a g,in quocunq; puncto ponatur centrū uisus. Sit autem exempli causa positus in puncto medio arcus b d, qui sit o,& copulenť lineæ quæ o a,o g,o b,o d,quia itaq; latera a b,& d g,sunt æqualia,erunt per 27.tertij arcus a b,& d g æquales, ergo per 26. tertij, erunt anguli a o b,& g o d æquales, ergo per 20.huius latera a b,& d g uidentur æqualia uisu existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d,& a g,semper enim centro uisus in quorumcunq; illorū punctorum existente uidentur a b,& g d, magnitudines æquales. Similiter quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f,per 10. primi,& in puncto f ponatur centrum uisus, tunc item per 4.primi,& 20. huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales,& si a puncto f, ducatur per 11.primi linea perpendicularis super lineam b d,quæ sit f,& secans periferiam circuli in puncto o,tūc ad huc secundum præmissa in quocūq; puncto lineæ f z,ponatur centrum uisus,semper per 4.primi,& 20.huius dictæ lineæ a b,& g d, apparebunt æquales, quod si centrum oculi sit extra circulum a b g d,ut in puncto e,q sit exempli causa propinquius lineæ d g,q ipsa b a,dico q uidebitur linea a b,maior q linea g d,protrahantur enim lineæ e a,e g,e b,e d,seceťq; linea e a,periferiam circuli in puncto t,& linea e g,in puncto r,& copulētur lineæ b t,& d r,& quoniam,ut supra patuit lineæ a b,& g d,sunt æquales ex hypothesi, ergo per 27.tertij,erit arcus a b,æqualis arcui g d,erunt ergo per 26.tertij anguli a b t,& g r d,æquales propter duorum arcuū æqualitatem, ergo per 13.primi anguli b t q & d r e sunt æquales, qa uero arcus b t, est maior arcu d r,propter maiorē propinquitatem puncti e ad lineam d g,erit ergo p 28.tertij latus b t,maius latere r d,linea uero e t est minor q linea r e,q patet ex penultima tertij,& 15.sexti,protracta prius a puncto e, per 16.tertij,linea e q,circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e,sit maior q linea e g, ex hypothesi, patet etiā per 8. tertij, lineā a r,esse maiorem linea e t,quia uero linea b t,est maior q linea r d,& linea e t,est minor q linea e r,fiat per 3.primi huius, ut quæ est proportio lineæ b t,ad lineam t e,eadem sit lineæ r d,ad aliquā lineam quartā, quæ necessario,ut patet ex præmissis, erit minor q linea r e, abscindať ergo per 3.primi æqualis illi a linea r e,quæ sit r p: copuleť quoq; linea p d,ergo per 6.sexti trigona b t e,& r d p, æquiangula erunt,eritq; angulus r p d,æqualis angulo b e t. Sed per 16.primi angulus r p d,maior est angulo p e d:angulus ergo a e b,est maior angulo g e d,ergo per 20.huius,uidebitur linea a b,maior q linea g d. Si autē centrum oculi consistat intra circulū,tunc immutetur figura, sitq; ut prius circulus a b d g,circūscriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d,diuidatur per æqualia in pūcto f, & ducatur a puncto f,ad periferiam circuli perpendicularis super lineam b d,quæ sit z f, cōsistatq; centrum uisus intra portionem z f d,ut in puncto o,dico q linea g d,apparebit maior q linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctum e,ducaturq; lineæ o a,o b,o g,o d,producatur linea a o,usq; in punctū circumferentiæ,q sit g,& linea g o, usq; in punctum q,& linea e o,usq; in punctum i,& copulentur lineæ q d, & g b,cum itaq; linea a s,sit maior q linea g q,per 7.tertij,propter hoc q punctus o,in q est centrū uisus,datus est in portione z f d, ꝓpinquior lineæ d g q lineæ q b,& ꝓpinqor puncto g,q puncto a,linea q; a s,est propinquior centro e,q linea g q,est ergo portio circuli & arcus a s maior portiōe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmissis arcus a b,æqualis est arcu g d,per 27.tertij,& ex hypothesi. Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus,remanebit arcus b s,maior arcu q d,ergo per 28.tertij erit





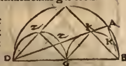


erit corda b s, maior quam corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, est minor quam linea o q, cum linea o s, sit propinquior diametro e i, quam linea o q, ut patet ex præmissis, quoniam ergo anguli b s a, & g q d, per 26. tertij sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigonis quoque b o s, & d o q, latus b s, est maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut patet ex præmissis, & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum quo in præmissis superius usi sumus, patet quod angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 13. primi angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g d, maior quam linea a b, centro oculi existente in puncto o, quod est propositũ. Similiter quoque si centrum uisus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior quam linea d g, hæc ergo latera trianguli quæ uidentur æqualia, quæ inæqualia in diuersis locis cẽtro uisus posito, quod est propositũ.

CXXV.

Sunt loca in quibus oculo posito inæquales magnitudines in idem cõpositæ æquales, utriquè inæqualium apparent.

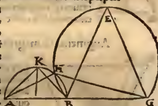
Sit duarum magnitudinum datarum b g maior, & d g minor, & circa utrãque semicirculus describatur, ut circa lineã d g semicirculus d z g, & circa lineã b g, semicirculus g k & tertius semicirculus describatur circa totã lineã d b, quæ sit d a b, ductis itaque lineis d a & b a, pal, æquia productæ lineæ secant minores semicirculos, secet ergo linea a b, semicirculum g k b, in puncto k & linea d a, semicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z g & k g: palam itaque per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b & d a b, omnes sunt æquales quia recti, oculi itaque centro secundum puncta k a z transmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi secundum puncta formarum semicirculorum transmutato, patet ergo propositũ.



CXXVI.

Possibile est inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars, & uniuersaliter in ea proportione secundum quam propositus angulus diuidetur.

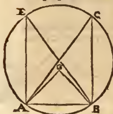
Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b describatur semicirculus qui sit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, palam quoque per 30. tertij, quoniam angulus a k b est rectus, diuidaturque angulus a k b, per æqualia per 9. primi, ducta linea k f, quæ per ultimam sexti necessario erit perpendicularis super diametrum a b, & incidet centro semicirculi, ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in pũcto k, & per 32. tertij, supra lineam b g describatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, est acutus, angulus enim a k b, qui est rectus est duplus angulo a k f, erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 30. tertij, quæ sit b e g, eritque angulus a k b, duplus angulo b e g, cadatque pũctus e in medio arcus b e g, quia itaque linea a b & b g, uidentur directæ uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius linea b a in puncto k, dupla lineæ b g, uisæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portiõne circuli super arcum consistentes sunt æquales, per 26. tertij, palam quod accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi s. præmissi, qui a b k, & portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uisionis hincinde sit super eadem, uisu itaque existente in pũcto communis sectionis ipsarũ, quod sit punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quasi dupla lineæ b g, & eodem ergo modo diuersificatur rerum æqualiũ apparẽtia diuiso angulo per aliũ numerũ quẽcunque. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secũdum aliquã proportionem per 27. primi huius, & circa magnitudinem describere portionẽ circuli capientem



capientem angulum alicui diuidentium æqualem, & superposito centro uisus ad illum angulum, debitur apparentia magnitudinis uariari secundum illud, hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantiæ secundum rectam lineã protensæ à puncto cõcursus linearũ illũ angulũ cõtinentiũ, q̃m in omnibus uisis ex inæquali distantia, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, q̃ anguli ad angulum, ut patet per 11. huius: idem quoq; accidit, si angulus a k b. secundũ aliã proportionem fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli, super lineam b g. constituatur angulus, & eadem est demonstratio, patet itaq; propositum.

CXXVII.

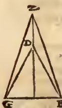
Sunt loca in quibus posito uisu eadẽ magnitudo quãq; totius suæ quãtitatis, quãq; medietatis, quãq; quartæ, uel secũdũ datam proportionem uidetur.



Esto a b magnitudo uisa, dico q; ipsa transmutato cẽtro uisus ad diuersa puncta, quandoq; ipsa apparet suæ ppriæ quãtitati, quandoq; in alia quacũq; portione: describatur ẽm circa lineam a b. circulus a e b, ita q; linea a b non sit diameter illius circuli, qđ potest fieri sumpta diametro circuli aliqua linea maiore, q̃ sit linea a b. Sit itaq; centrum illius circuli punctum g, & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e, palã ergo per 19. tertij, quoniam angulus a g b. duplus est angulo a e b, oculi itaq; centro existente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior q̃ appareat centro oculi existente in arcu a e d, per 20. huius, q̃m omnes anguli cõtenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a b ductis sunt æquales per 26. tertij, & cuilibet illorũ duplus est angulus qui ad centrum g, per 19. tertij. patet ergo propositum.

CXXVIII.

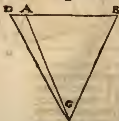
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uisæ, quantitas augmentari.



Sit linea uisa b g, & sit oculus in puncto z, ducantur q; lineæ z b & z g, & accedat oculus propius lineæ, & sit super d punctum. Intelligimus enim hic accessionem secundũ lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam, ducantur ergo lineæ b d & g d, & quia per 21. primi, angulus b d g, est maior angulo b z g. res autem sub maiori angulo uisa maior uidetur per 20. huius, uidebitur ergo augmentata quant itas lineæ g g, circulo super d existente, respectu eius quod fuit existente centro uisus in puncto z, & hoc est propositum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.

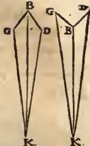


Sit magnitudo a b, quæ uidetur, & centro oculi sit in puncto g, & ducantur lineæ g a & g b, & augmentetur b a, magnitudo ita ut fiat magnitudo b d, maior q̃ b a, & ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d, maior est angulo b g a, ut patet per 29. primi huius quia est maior sicut totum sua parte, palam per 20. huius, quoniã maior apparet magnitudo b d, q̃ b a, maiora uero se ipsis prius uisis uidentur omnia postmodũ aucta, & in eo uero q; maiora sunt sub maiori angulo uidentur, & quoniam tale uisum uidetur idem ei qđ prius uisum est, & æstimatur æquale sibi ipsi, omnium autem æqualiũ qđ appropinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7. huius, uirtus ergo distinctiua animæ sentiens angulum sub quo sit uisio augmentari & æstimans rem eandem, iudicat se illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc est propositum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes extremis suis non in directo

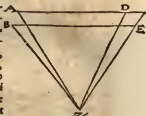
in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quã docp concauam, quandocp uero faciunt conuexam.



Verbi gratia, uideat magnitudo g b d, iacens in aliqua superficie, & eius punctum mediũ qd' est b, nõ sit in directo suorũ extremorũ, sed extra illa. Sitq; oculus in pũcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cõcaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu, accedat uero medius punctus rei uisæ, qd' est b, ad uisum, & fiat ꝓpinquior oculo, dico φ uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quorũ formæ secundũ ipsorũ sitũ & distantiã describunt in superficie uisus, & accidit uisui passio quæ accidit ex superficiebus concauis & cõuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa secundũ diuersitatem situs sui puncti medij, & hoc est ꝓpositũ.

CXXXI.

Omnium mobilium æque uelocium secundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uisualium, proximum uisui existentium remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & sit centrum uisus a, & sit ut mobilia b & c, sint super lineã a g, & sit b remotius à uisu φ c, qa ergo linea a b, est maior φ linea a c, palam per 7. huius, qm̃ secundũ lineam a b sub minori angulo fit uisio φ secundũ lineã a c, uisio ergo quæ fit in puncto b, minus erit certa, φ quæ fit in puncto c, & similiter per eandẽ 7. huius, sub minori angulo uidetur spacium qd' in aliquo tempore pertransit mobile b, φ illud spaciũ qd' in eodem tempore pertransit mobile c, motus ergo mobilis b, non cõprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebit ergo b tardius moueri qd' sub maiori angulo uidetur mobile b, φ mobile c, & similiter spaciũ qd' pertrãsit mobile b, sub minori angulo uidebitur φ spaciũ, per quod in eodem tempore pertransit mobile c, minus ergo uidebit spacium per quod motũ est mobile b, spacio qd' pertransit mobile c, per 20. huius, & si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus, minus autem adhuc uidebit moueri b, qd' est remotius à uisu φ ipsum c, quod si ambobus ipsis existentibus in una axe uisuali, & aliquod ipsorũ fuerit intra concursum axium propinquissimũ uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiũ patuit: unde æstimabit tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui, patet ergo propositum.

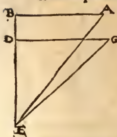
CXXXII.

Omnium mobilium æqueuelociũ super lineas æquedistantes, non proximas uisui motorum remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota super duas lineas æquedistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarũ remotior à uisu sit a d, sitq; centrum uisus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico φ mobile a, φ est uisui remotius, uidebitur fieri tardius φ mobile b, quod est propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor φ linea b c, cum tamen sint æquales, mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abscindit, uidetur tardius moueri φ mobile b, φ in eodẽ tẽpore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abscindere uidetur, φuis ut patet ex hypothesi illæ partes hinc & inde sint æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, φ mobile a, remotius uisui: quãdo em̃ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præposteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior φ linea a d, mobile ergo a, æstimatur tardius moueri φ mobile b, quod est propsitum.

CXXXIII.

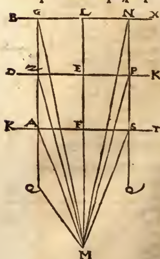
Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora ui sorum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, existētia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, sitq́ centrū uisus e, & sit ut axis uisualis trāseat ex puncto d, ad punctū b, erit ergo punctū b remotius à uisu, quàm sit punctū d, palā itaq per 7. huius, quoniam linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet, quàm sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius linea g d, uidet maior quàm linea a b, manente itaq oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spacium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatē anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, quàm uisibile g uidetur, ergo uisibile a fieri posterius uisibili g, quoniam uiso g uidebit a retro illud, quod est propositum.

CXXXIIII.

Mobilium secundū lineā cui perpendiculariter insistunt æquedistantē lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorū, illud quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi uidetur, transitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.



Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. s. b g, d 3, k a, super lineā quæ sit g a, cui orthogonaliter insistat secūdum puncta g 3 a, sitq́ mobile b g, remotius à centro uisus, quod sit punctū m, & sit mobile a k, uisui propinquius, ducaturq́ à uisu à puncto. s. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ sit m l, & ducantur lineæ m g, m 3, m a producanturq́ lineæ k a, d 3, b g, ad lineā m l, incidatq́ linea k a lineæ m l, in punctū f, & linea d 3, in punctū e, & linea b g, in punctū l, & quoniam lineæ g a & m l sunt parallelæ, palam per 21. huius, quoniam ad partē l, cōcurrere uident, propinquior igitur uidebitur g, ad pūctū l, quàm 3 ad punctum e, uel a ad punctū f, uidetur igitur præcedens b g, subsequens uero d 3, & ultimū ipsorum k a, protrahatur itaq linea g a, ultra punctū a, ad punctū q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, est maior angulo m 3 a, & angulus m 3 a, est maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad pūctum g, quàm linea m 3, ad punctū 3, uel linea m a, ad punctum a, quoniam anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis, itaq mobile b g, quod est remotius, uidebit præcedere mobilia d 3 & k a, antecedentibus secundū lineā rectam, quæ est g a, ad lineā m l, æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d 3, d g, mobile uero k a, quod est postremum, uidetur subsequi, quia magis uidetur à linea m l, elongari, et hoc durabit quousq linea g a, supponatur lineæ m l, tunc secundū lineā rectā m l, mobile k a propinquius uisui uidet quàm alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aūt transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecōtrario, tūc mobile remotius uisui uidebit seq, & propinquius præcedere, propter eandē causam quā præmisimus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, quod est remotius à centro uisus m, pertrāsita linea m l, perueniat ad locū lineæ n x, & mobile d 3, ad locū lineæ p r, et mobile k a, quod est propinquius uisui perueniat ad locū lineæ s t, ducatur quoq à centro uisus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, subsequi duo alia mobilia,

ideo

ideo quòd sicut præmissum est, linea n x magis approximat ad punctũ l, ꝙ linea p r ad punctũ e, uel ꝙ linea s t, ad punctũ f, igitur mobile b g, quod fuerit prius præcedens, cũ peruenerit ad lineã l x, uidebiẽ sequi, & linea a k, quæ fuerit prius subsequẽs sup lineam s t, uidebitur præcedere, & sic istorum mobilium mutato situ motus uidebitur diuersus, quod est propositum. CXXXV.

Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æquelocia uisui quiescere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & sit centrũ oculi punctũ a, sit aũt inter hæc mobilia b, tardissimũ, & c æqueuelox uisui, d uero sit uelocius ꝙ c, et oĩa moueantur ad eandem partẽ uniuersi, à centro quoqꝫ uisus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cũ itaqꝫ motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo æqualiter motũ est cum oculo, nõ ergo mutat sitũ respectu oculi, ergo per 112. huius, ipsum quiescere uidebiẽ a, mobile uero b, quia est tardissimũ, patet quod moto uisu ipsum est pertransitũ per motũ uelociorẽ ipsius uisus, & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semp magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c, super mobile b, uidetur ergo mobile b ad partẽ contrariã moueri, mobile uero d, quia uelocissimũ est præcedit mobile c, & ipsum uisum, & semp sit plus distans à uisu, uideẽ ergo præcedere, patet itaqꝫ ꝓpositũ. CXXXVI.

Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam aliȷs mobilibus moueri.

Sint eñ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partẽ contrariã, & sit c, aliquid nõ motũ. Sitqꝫ centrũ uisus a, ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d, qa itaqꝫ mobile b, moueẽ ad aliquẽ terminũ, palã qm̃ ipsum fit ꝓpinquius ad illũ ꝙ corpus c, quia nõ mouetur, sed & mobile d, æqueuelociter motũ est mobili b, uidẽtur ergo mobilia b & d, nõ mutare sitũ adinuicẽ, corpus uero c mutat sitũ respectu illoꝝ amboꝝ mobiliũ, uidetur ergo c, ad partẽ illius cõtrariã moueri, quod patet per 110. huius, & hoc est ꝓpositũ, & ex hoc apparet quare motis uelociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariã moueri, quia eñ partes nubiũ æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uisu ꝓpter remotionẽ in paruo tpe nõ percipiẽ, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri. CXXXVII.

Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ superficies rotundæ.

Cũ eñ talia mobilia sic signata moueñ circulariter, q̃dlibet suoꝝ punctoꝝ motu suo describit circulũ, qm̃ q̃dlibet pũctũ nõ figitur in eodẽ loco tpe sensibili, Sed in paruo tẽpore circumgirat totã circũferentiã super quã uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiẽ uisus per modũ circũferentiæ circuli, qm̃ eñ motus circularis est totus unus, nõ diuidens tempus, nõ potest uisus cõprehendere formã puncti signati nisi secundũ circũferentiã circuli, in minimo. n. tpe cõprehendit colorẽ illius pũcti circũgiratũ, & si plura sunt pũcta secundũ ordinẽ unius sub altero signata, plures uidebunẽ circuli subalternatim & ordinate cõtenti, & hoc est ludus pueroꝝ in trochis sup planas superficies circulariter exagitatis, qm̃ qñ trochus fuerit circũgiratus motu forti, & aspexerit qs ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidebitur circulus, & si plura sunt puncta ab inuicẽ distãtia, uidebunẽ plures circuli æq̃distãtes, & circa idẽ centrũ, & uidebit uisus differentiã coloꝝ cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & si plura puncta diuersoꝝ coloꝝ sibi adinuicẽ approximãtur, cõprehendet uisus oẽs illoꝝ pũctoꝝ colores quasi unũ colorẽ, diuersum ab oĩbus colorib. q sunt in illis punctis, q̃si sit color cõpositus ex oĩb. coloribus illoꝝ pũctoꝝ, & nõ cõprehẽdet lineationẽ neqꝫ diuersitatẽ coloꝝ, & si motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uisus illud corpus motũ, quasi qescẽs & circulariter figuratũ, ideo ꝙ nullũ illius corporis pũctũ figiẽ in loco tpe sensibili, sed in minimo tpe giratur tota circũferẽtia sup quã reuoluiẽ, & similiter mota linea uidebiẽ secundũ lineæ lõgitudinẽ latitudo cuiusdã supficiei rotũdæ descripta in supficie ipsius uisus, & si linea illa

fuerit colorata, tūc ꝓpter motus uelocitatē, motus facit totā superficiē rotūdā appare re coloratā, & hoc est propositū.

CXXXVIII.

In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intēperata em̄ luce accidit error in uisione motus & q̄etis, si em̄ de nocte cōprehēdit uisus hoīem an̄ aliqđ nemus, forte occultabit̄ ei distātia hoīs ad nemus. Si itaq; uidens moueat̄ uersus hoīem uisum, quāto magis ad illū accesserit, tāto distantiā illā certius uidebit, unde cū pri9 simul una cū nemore appareret ei homo uisus, & q̄to ad eū pl9 accedit, pl9 uidet̄ à nemore remotus, & certū est ei nemus immotū remanere, æstimabit ergo hoīem ad partē cōtrariā nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hoīem uisum immotū & q̄etū esse, & etiā si homo de nocte uisus nō plene cōprehēdit̄, q modicū moueat̄ nō discernet̄ motus eius, & uidebit̄ quiescēs, hi aūt errores nō acciderēt in tēperata luce. Et intēperata etiā remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si q̄s.n. ad partē in qua lunā an̄ solē aut stellā aliquā uiderit moueari, cū post plurimū motū lunā an̄ se uiderit elōgatā nō minus q̄ in principio sui motus, æstimat ipam lunā ad eādē partē secū moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elōgatiōes; durare, & euenit hoc etiā ī luna ad partē cōtrariā ꝓpe rāte, accidit'q; hic error ideo, q̄a notū est hoī, qđ in his naturis inferiorib9 existētib9 duobus corpibus, q̄ꝝ unū moueat̄ in partē aliquā, si tūc permāserit identitas situs respectu alterius corpis, tūc necesse est etiā aliud corpus ī eandē partē æq̄li motu fuisse motū, hoc tn̄ nō oportet sic æstimari ī luna uł stellis, qm̄ magnitudo uiæ q̄ pagit q̄s motu suo, nō est ꝓportionalis magnitudini corpis lunæ uel alterius stellæ, ergo neq; excessus postremæ ꝓpinq̄tatis ad stellā sup primā ꝓpinq̄tatē est sensibilis respectu totalis remotiōis. Idē etiā error accidit ī motu nubiū, credit̄.n. uelocissimus eē motus lunæ, q̄a ptes nubiū, p quas uidet̄ luna, subito mutant̄, et luna nec cū his partibus nubiū, nec cū aliis uidet̄ esse sita, & q̄a luna est corp9 luminosum uisibilius q̄ nubes, æstimat̄ luna moueri motu, qđ secundū ueritatē nō mouet̄. Similiter etiā accidit error in q̄ete, aliq̄s.n. à lōge uisus nō ueloci motu motus, q̄escere uidet̄, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos licet uelociter moueant̄, uiæ em̄ q̄s incedūt ī tpe paruo, nō sunt pceptibiles uisui à tanta remotiōe, unde durante situ ipsaꝝ, respectu uidētis identitate q̄escere putant̄. Similiter etiā accidit hic error, si ī eadē linea uisuali uel axe corpus aliqđ uisum uel à uisu moueat̄. Tūc em̄ ubi motus ei9 fuerit ualde fortis, putabit̄ imotū, q̄a nō pcipit̄ an ptes uel ipsum totū se aliter habeat nūc q̄ prius, uia em̄ q̄ icedit, est ipceptibilis à tāta remotiōe. Ex intempata etiā situs oppositiōis oblīq̄tate accidit error uirtuti distinctiuæ in p̄missoꝝ uisione, unde aliq̄ uelociter nauigāte ī flumine, & obliq̄ ispiciēte arbores in ripa fluminis, tūc arbores ab axe uisuali multū elongatas æstimabit moueri, illæ uero arbores quibus axis uisualis icidet q̄escere uidebūt̄. Similiter rota aliq̄ mota, ut molendini obliq̄ uisa uidet̄ quiescere. Est aūt hic error ꝓpter solā obliq̄tionē situs rei ad uisum, qm̄ talis rota directe intuita moueri uidet̄. Ex intēperata etiā magnitudine accidit error in uisione præmissaꝝ. Si em̄ moueant̄ duo, q̄ꝝ unū sit paululū uelocius alio, putabit uidēs esse æqualē ipsoꝝ motū, cū insensibile sit uisui unius motus sup aliū excrementū, & similiter quātitas excessus uiæ quā trāsit alius, ipceptibilis est uisui, unde iudicat̄ æq̄litas motuū & uiaꝝ & similiter res pua mota forte æstimabit̄ nō moueri, etiā si distātia à uisu fuerit tpata. Ex intēperata etiā raritate accidit error in p̄missis. Si em̄ in aere nubiloso obscuro duo corpora moueant̄, q̄ꝝ unū alio paululū uelocius moueat̄, iudicabunt̄ forsitā æquales ipsoꝝ motus, cū ꝓpter intēperiē diafonitatis aeris discerni nō possit motus unius ad motū alterius excessus, uidet̄ em̄ tūc perpēdiculariter à uisu excessus uiæ ptrāsitæ ab uno à uia ptransitæ ab alio. Similiter etiā in tali aere à lōgitudine media nō tn̄ parua si q̄s uideat aquā fluentē, aut iudicabit eā īmotā, aut si fuerit fortis eius fluxus, æstimabit̄ minus motā q̄ moueat̄. Ex intēperata etiā tpis fit maximus error in uisione motus & q̄etis, q̄ per se tpe mensurant̄, cū em̄ duoꝝ mobiliū unū paulo uelocius alio mouebit̄, tunc motus in tpe modico cōprehēsi æq̄les iudicabunt̄, q̄a nō est tā subito cōprehensibilis ipsoꝝ excessus, & si aliq̄d tarde moueat̄ hoc in tpe modico in respectu nō uidebit̄ moueri, qm̄ uia p quā mouet̄ in modico tpe, est ipceptibilis uisui ꝓpter sui paruitatē, sed & uelocissime

motum

motũ circularιter, & in eodẽ loco manens, ut trochus, nõ æstimaт moueri, locus eñ trochi nõ mutaт, & partes uelocissime redeũt ad priorẽ situ. Ex intẽperantia etiã dispositionis uisus accidit error uisioni pmissoꝝ. Cũ eñ qs sæpius in circuitu fuerit reuolutus & post quiescit, tũc putat ꝙ uicini parietes moueanт, ideo ꝗa spiritus uisibiles iterius moti discurrent ex motu corpis ipsius facto, nec statim qeſcente corpe exteriori ſpũs intrinsecus moti quiescũt, eo ꝙd leuiores corpe grosso sunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos, illi aũt moti formas motas uirtuti distinctiuæ repsentãt, uidẽт eñ oĩa moueri, ꝗrũ formæ motis ſpĩtibus uirtuti aĩæ offerũt etiã post qetẽ ipsius uidentis, & huius simile ẽ etiã i alijs motis, trochus eñ diu post qetẽ manus motricis mouet, & nõ qescit ꝗusq3 uirtus influxa sibi desinit mouere. Est etiã ꝗdã corpis & oculoꝝ infirmitas, in ꝗ uidenт oĩa circũuolui. Si etiã corp9 similiũ ptiũ uoluaт tarde, ut accidit in qbusdã rotis horologioꝝ, tũc uisus debilis nõ pcipiet motũ eius, neq3 etiã sanus uisus pcipiet motũ pui tpis. Si uero sit corp9 dissimiliũ ptiũ, ut i rotis molẽdini, tũc forte etiã uisus debilis cõphendet motũ, nisi ualde festina fuerit rotæ reuolutio, ꝗa ,ppter uelocitatẽ motus forte dissimilitudo ptiũ rotæ nõ poterit comprehendi, patet itaq3 illud ꝗd proponebatur.

CXXXIX.

Asperitas cõprehendiт à uisu ex cõprehensione lucis superficiei corporis asperi incidentis, p quã cõprehendiт diuersitas situũ partiũ supficiei corpis.

Cum asperitas sit diuersitas situs partium superficiei corporis, palam per 11. secundi huius, quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit superficiei illius corporis, partes ergo præminentes erunt manifestæ luci & discoopertæ, & in partes ,pfundas perueniũt umbræ permiscentes lucem illis partibus incidentem, diuersificabitur ergo forma lucis in superficie illius corporis, quod non accidit in superficie plana, eius enim partes sunt consimilis situs, & fit forma lucis in omnibus suis partibus consimilis, uisus itaq3 cognoscit formã lucis in superficiebus asperis & planis diuersam propter frequentationem uisionis superficierum asperum & planarum, & secundum hoc dijudicat asperitatem superficierum uel planiciem in corporibus asperis quibuscunq3, sed si superficiei asperæ partes fuerint ualde præminentes, potest etiam uisus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehensione distantiæ quæ est inter partes, & sic ex comprehensione diuersitatis situs partium superficiei corporis asperi cõprehendet etiã asperitatem illius, & erit etiam lux in illa asperitate maximæ diuersitatis, quoniam maioribus umbris distincti permiscetur, & ex diuersitate formæ lucis uidebitur distantia partium, & diuersitas situs earum, & ex hoc uidebitur corporis asperitas, quod si præminentiæ partium superficiei rei uisæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uisus illam asperitatem corporis nisi cum multa appropinquatione intuitus, fit ergo per diuersitatem lucis superficiebus corporum asperorum incidentis, & ex consequenti per comprehensionem diuersitatis situum partium superficiei corporis, asperitas comprehenditur à uisu, patet ergo propositum.

CXL.

Lenitas siue planicies cõprehendiт à uisu ex cõprehensione lucis supficiei lenis corporis incidentis illis etiã per suarũ partiũ oĩmodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas est æqualitas situs partium superficiei, patet quod partes corporis lenis sunt consimilis situs, lux ergo illis corporibus incidens fit consimilis & in illis umbris permixta, unde etiam corporis tersitudo siue politio, quæ est quædam lenitas uel planicies, comprehenditur à uisu ex scintillatiõe lucis in superficie illius corporis, & ex situ secundum quam reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum, comprehendit etiam uisus quandoq3 planiciem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium superficiei uisæ æqualitatem, quandoq3 etiam comprehẽdit ipsam planiciẽ superposito uisu in una parte illius superficiei uisæ, & cum formæ partium extremarum illius superficiei quæ sunt remotiores à uisu secundum lineas rectas pueniunt ad uisum in ipsa superficie productas, tũc uisus sic ipsius superficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ,ppositum.

CXLI.

In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intẽperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uisioni asperitatis et lenitatis, quia de nocte uisa asperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerso secundum qualitatem rei uisæ, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summæ plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eo quod est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantiæ errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel uestibus alicuius pictæ imaginis propter lōgitudinem distantiæ æstimatur asperitas, ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replicatæ, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si magna distantia opponatur uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas, quia à tali distātia nō potest discerni diuersitas partium aut proiectio umbræ partium eminentium super depressas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si enī à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis fiet comprehensio asperitatis capillorum, cū non sit nisi lenitas in illis: hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo est modica asperitas obliquatum fuerit ab axe uisuali, tūc apparebit lene, quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uisioni præmissorum, cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi est asperitas, aut econuerso, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum super alias propter minimā corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accidit uisioni præmissorū. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forte lenitas, & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorū, æstimabitur hoc corpus quod est rarū & lene esse asperum, & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, quia in aëre nubiloso obscuro uidebitur corpus asperum esse lene propter latentes asperitatis causas, & uisa re polita cū non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur forte aspera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorū, cū enim subito uidetur aliquod asperum æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito non poterit discerni lenitas aut asperitas, unde sub dubio fit error. Ex uisus etiā debilitate fit error in uisione præmissorū, quia forte uisus debilis reputabit corpus modice asperum fore lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & leni fuerit dissimilitudo, patet ergo propositum. CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diafonum existentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo proposito satis patet, dicimus enim ut in principio secundi huius præmisimus, illa corpora diafona, quæ sunt peruia uisui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonū per se non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo respectu diafonitatis aëris interiacentis uisum, ut est cristallus & berillus, & similia densa diafona, sed etiam illorum diafonitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uisum, cū ergo uisus comprehēdit, quod forma lucis uel coloris comprehensi à se est solum corporis ultra corpus diafonum existentis, tunc sentiet diafonitatem corporis diafoni: quod si corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris spissitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris, tūc diafonitas eius uix comprehenditur à uisu, ubi apponatur forti luci, tunc enim potest eius diafonitas melius cōprehendi: propter applicationē aūt proximā corporꝫ ualet spissorū talibus corporibꝰ diafonis, ipsorū cōprehensio à uisu quantū ad partē applicatiōis penitus impeditur, ut patet de hyaspide in auro, patet ergo propositum. CXLIII.

Spissitudo siue densitas cōprehendit̄ à uisu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & nō sentiet in ipso aliquā diafonitatem, statim arguet ipsius spissitudinē, quia cū statim ad illud corpus terminat̄ opera-

tio

tio uisiua, nec aliquid penetrat, p illud uero uisus exercetur ad uidendū ultra ipsum formas aliorum corporum, tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partiū compactarum, & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur. CXLIIII.

In raritatis & soliditatis uisiõe error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor esse raritatis, quia tamen trans ipsum non plena fit comprehensio formæ corporis solidi, æstimabitur remissio raritatis uiam transitus formarū prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione præmissorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius quàm sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æstimabitur diafonitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, q remotio tam modica respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum sed solidum, quia retro ipsum non percipitur aliud corpus quod est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinū esse in uase uitreo, tunc æstimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo, & non accidet hic error in transitu lucis per uas uitreum directe oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ, iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum, simul uiso corpore raro multum paruo, quia post ipsum non fit corporis solidi cõprehensio, simulabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione præmissorum, Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro suppositum non apparet ita rarum sicut apparet adhibito uisu sibi soli, unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinque corpus solidum, tunc primum iudicabitur solidum, & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipsum cum uitreo esse unum corpus solidum. Item etiam accidit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubiloso obscuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur solidum, & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum, luce enim declinata super corpus remisse rarum, ipso quoq; descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan quod illud sit rarum infimæ raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiæ maioris raritatis in corpore remisse raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitū, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni præmissorum, cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quàm uera, & cū fuerint in corpore raro color fortis aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidū, patet ergo uniuersaliter in oībus illud qđ proponebatur. CXLV.

Vmbra cõprehendit à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera p̄sente.

Est enim umbra priuatio cuiusdam lucis existente actu præsentia lucis alterius in loco umbroso: cum itaq; senserit uisus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus existēs in loco umbroso, tunc sentiet obumbrationē illius loci & priua-

priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipsi, cum itaq; uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ proijcitur secundum directionẽ radiorum, percipiet tamen secũdam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domũ sui diffusione illuminãtis, tunc uisus extra locum radij existens sentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce solis quæ est in radio uel in alia luce forti, & forte uisus quandoq; statim sentiet corpus umbrosum, quandoq; non nisi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam secundum diuersarũ lucium priuationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere: uniuersaliter itaq; secundum omnes modos umbrarum quos præmisimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

CXLVI.

Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uisus comprehendit aliquem locũ & nullam lucem in illa, tũc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propositũ.

CXLVII.

In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albũ lux candelæ, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotionis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantiæ fit error in uisione umbræ, si etiam à lõge uideatur corpus album in quo sint partes multæ nigræ, æstimabũtur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̃d corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiã situs oppositiõis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primũ positum, æstimabitur umbra proijci ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus albũ, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni opposita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directe in pariete cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula pũcta illa singula esse foramina in quibus fit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex sola pũctorum paruitate; quod si illa pũcta sunt maximæ nigritudinis, tũc æstimabũtur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorũ paruitas est causa apparitionis tene

bræ

bratum. Ex intemperāta etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domū ꝑ foramē aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem soliditatis. Similiter etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quāto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram proijcit super proximā partem aquæ inferiorē, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semꝑ superior proijcit umbram super inferiorem usq; ad fundū aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciūt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum aūt quærit̃ in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum pluriū maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiū paucæ peruenīētes ad uisum, & comprehēdetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehendūtur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur om̄is tenebra & umbræ apparētia. Ex defectu itaq; soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particulæ rotūdæ nigræ, tūc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præstātia uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis intemperatā raritatem accidet error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorū. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ descendētes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigræ subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiā debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigræ descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multū nigræ apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilium circūstantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̃ à uisu ex comprehensione simplici formarū uisibilium placentium animæ, uel cōiunctione plurium uisibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quādoq; ex cōprehensione simplici uisibiliū formarum, ut patet per omnes species uisibiliū discurrendo, ut em̄ exem-

plariter dicamus,& alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchri
tudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solã. Color etiã facit
pulchritudinẽ, sicut color uiridis & roseus,& alij colores scintillantes formã sibi appro-
priati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciũt pulchritudi-
nem in uisu, in quibusdã eñ formis pulchris sunt maculæ turpes paruæ & rugiosæ, dis-
plicentes animæ uidenti, quæ ꝑpter remotionem latent uisum,& forma placita animæ
ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones
paruæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordi-
natio partium uenustæ, quæ tantum in ꝑpinquitate ad uisum apparent,& faciũt formã
uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu, & ꝑpter hoc
luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior,& stellæ maiores pulchriores mi
noribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secũdæ. Situs
quoq; facit pulchritudinẽ in uisu, quoniã plures intentiões pulchræ nõ uidenẽ pulchræ
nisi per ordinationẽ partiũ, unde scriptura & pictura, oẽs quoq; intentiones uisibiles
ordinatæ & permutatæ nõ apparent pulchræ nisi ꝑ cõpetentem sibi sitũ, quamuis enim
figuræ linearũ sint oẽs ꝑ se bene dispositæ & pulchræ, Si tamen una ipsaꝝ est magna &
alia parua, nõ iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiã facit pul-
chritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aũt opera naturæ,
unde oculi hominis cũ sint figuræ amigdalaris & oblongæ uidẽtur pulchri, rotũdi uero
oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinẽ in uisu, unde ui
detur pulchrũ corpus sphæra & columna rotũda & bene quadratum corpus. Continua
tio quoq; facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia cõtinua placent uisui, & plan
tæ spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem dispersis. Di-
uisio etiã facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separatæ & distinctæ sunt pulchriores
stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pul
chriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uisu,& pro-
pter hoc loca cœli multarum stellarũ distinctarum sunt pulchriora locis paucarũ stella-
rum,& plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciũt in uisu pul
chritudinem, motus eñ hoĩs in sermone & separatione eius facit pulchritudinẽ,& ꝑpter
hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinate uer-
ba. Asperitas etiã facit pulchritudinem, uillositas enim pannoꝝ cathenatorũ & aliorũ
placet uisui. Planicies quoq; uisui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum se-
ricorum & si ad politionem siue tersionẽ accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui.
Diasonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte res
micantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, q̃d non accidit in aëre
condensato ꝑpter uapores. Spissitudo etiã facit pulchritudinem, quoniam lux & co
lor & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur ã uisu propter ter
minationem corporum quibus insunt, quæ terminatio ã spissitudine causatur. Et umbra
facit apparere pulchritudinem, quoniã in multis formis uisibilium sunt maculæ subtiles
reddentes ipsas turpes cũ fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt laten-
tes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auiũ, ut pauonum & aliarũ, quia facit umbras,
facit apparere pulchritudinẽ uisui propter umbrã, quæ uisui admixtione cũ lumine cau
sat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiã facit
pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ nõ uidentur nisi in obscuro. Similitudo
etiam pulchritudinẽ facit, quoniam membra eiusdẽ aĩalis ut Socratis non apparent pul
chra, nisi quãdo fuerint consimilia, unde oculi quoꝝ unus est rotundus et alter oblongus
non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una
gena fuerit profunda & altera prominens, erit eñ tota facies nõ pulchra, q̃ñ enim par
tes congeneæ nõ fuerint cõsimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem, quoniã di-
uersæ ꝑtes uniuersi ornãt & pulcrũ faciũt uniuersum,& diuersæ partes aĩaliũ aĩalia: ean
dem quoq; manum ornat diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum
est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur ã
uisu

uiſu ex comprehenſione ſimplici formarum uiſibilium placentium animæ, quodlibet tamen iſtarum uiſibilium intentionum nõ facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uiſum: quælibet enim figura nõ facit pulchritudinẽ in qualibet forma, & ſimiliter de alijs omnibus intentionibus particularibus uiſibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarũ uiſibilium ad inuicem, & nõ ſolum ex ipſis intentionibus uiſibilium fit pulchritudo in uiſu, ut quoniam colores ſcintillantes & pictura ſimiliter proportionata ſunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione conſimili, & ſimiliter eſt in uultu humano. Rotunditas enim faciei cũ tenuitate & ſubtilitate coloris eſt pulchrior quàm unum ſine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali eſt pulchrior paruitate oris cum groſſitudine labiorum. In multis itaq; formis uiſibilium cõiunctio, quæ eſt in formis diuerſis, facit modum pulchritudinis, quem nõ facit una illarum intentionum per ſe: facit autẽ proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cõiunctione intentionum ſenſibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariũ: omnes enim pulchritudines quas faciũt intentiones ſenſibiles ex ipſarum coniunctione adinuicem conſiſtũt in proportionalitate debita formis quas perficiunt ſub modo illius coniunctionis: cũ itaq; comprehendit aliquam rem uiſam in qua eſt aliqua intentio particularis faciens per ſe pulchritudinẽ, tunc peruenit forma illius intentionis poſt intuitum ad uirtutẽ ſentientẽ, & cõprehendet uirtus diſtinctiua pulchritudinẽ rei uiſæ in qua eſt illa intentio, & ſic cõiunctio diuerſarum intentionũ fit cauſans pulchritudinẽ, cũ peruenerit illa coniunctio ad ſentientẽ, tũc uirtus diſtinctiua cõparabit illas intentiões ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinẽ rei uiſæ cõpoſitæ ex illarũ intentionũ cõiunctione quæ ſunt in ea, & hi ſunt modi penes quos accipitur à uiſu omniũ formarum ſenſibilium pulchritudo: in pluribus tamen iſtorũ conſuetudo facit pulchritudinẽ; unde unaquæq; gens hominum approbat ſuæ cõſuetudinis formã, ſicut illud quod per ſe æſtimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & ꝓportiones partiũ corporis humani & picturarũ approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipſis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores; & ſicut unicuiq; ſuus ꝓprius mos eſt, ſic & ꝓpria æſtimatio pulchritudinis accidit unicuiq;: de his ergo topice & figuraliter ſit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uiſu, cum intentiões ſenſibiles neq; per ſe neq; ex cõiunctione ipſarum ad inuicẽ aliquã pulchritudinẽ ſunt cauſantes.

Turpitudo formarum eſt priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmiſſum eſt, quod intentiones nõ faciunt pulchritudinem in omnibus formis, ſed in quibuſdam tantum, formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per ſe neq; per ſuam coniunctionem, ut illa in quibus non eſt aliqua conſueta proportionalitas inter ipſorum partes, carent omni pulchritudine, & ſic ſunt turpes, & ſi quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uiſus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis diſtinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ ſunt in illa forma, patet ergo quomodo à uiſu comprehenditur turpitudo, ſed etiam in hoc plurimum coadiuuat conſuetudo, ꝓpter quã nonnunquã accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝑ pulchrũ.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uiſioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formoſa, licet in ea ſint maculæ, ſicut lentigines uel ſicut cicatrices puſtularum. Et ſi fuerint in re uiſa picturæ ſubtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uiſum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, eſt cauſa erroris uiſionis præmiſſorum. Cum enim à longe reſpicitur res aliqua, ſi fuerint

in ea maculæ paruæ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa, & si à magna distantia uideatur res in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in qua sunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis, & ob hoc facies lentiginosa oblique uisa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis, cum propter solam sui paruitatẽ aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquæ paruæ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inferẽtes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris causæ, & iudicabitur uas deforme, & sic uas tale deformant aliquæ particulæ, & si imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi placidi, occultabuntur illæ causæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aërem obscurum nubilosum causæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quoq; breuitate error accidit uisioni præmissorum, quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ causæ pulchritudinis & deformitatis, sicut accidit cũ aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tũc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso, & idem accidit mota re uisa subito remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum, minuta enim quæ sunt circa pulchritudinis uel deformitatis uisus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodq; istorum, patet ergo ꝓpositum. CLI.

Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem.

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles. Cum itaq; uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensiõe cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatiõe alterius illarum ad alteram, uisus itaq; comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex cõprehensione cuiuslibet formarũ intentionũ secundum suum esse & ex cõprehensione illaꝝ ad inuicẽ. CLII.

Diuersitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis.

Cum enim diuersitas ut hic accipitur non sit aliud ꝙ differentia formarũ sensibiliũ cõprehensarum à uisu, hæc diuersitas cõprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarũ diuersarũ, & ex cõparatione alterius illarum ad alterã, & ex cõprehensione priuatiõis cõsimilitudinis in eis: diuersitas ergo cõprehendit̃ ꝑ sensum uisus ex cõprehẽsione cuiuslibet formarũ & intentionũ ꝑ se, & ex comparatione ipsarum adinuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

CLIII.

In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione consimilitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secũdum speciem, uel eiusdem figuræ secundũ speciem in quibus partialis diuersitas ꝑ latentia signa distincta est, tũc em̃ illa in luce debili nõ uident̃, & ob

& ob hoc ĩter illa corp̃a oĩmoda iudicabit̃ ſimilitudo:& ſi aliq̃ corp̃a ſolũ,ꝑpter aliq̃ minuta ſigna ipſis cõmunia ꝑticipent ſimilitudinẽ,tũc,ꝑpter lucis debilitatẽ illis cauſis cõ ſimilitudinis nõ ꝑceptis iudicabit̃ diuerſitas totalis,q̃d nõ accideret in luce tem̃pata.Ex ſup̃flua etiã elongatione accidit error in p̃miſſoꝝ uiſione,ut patet in p̃miſſis exẽplis Minutæ em̃ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauã huius.Et ſimiliter etiam eiuſdem error accidit ex ſitus nimia obliquatione, quæ res paruas non ſinit comprehendi à uiſu per 26.huius.Accidit etiam error in præmiſſorum uiſione propter cauſarum conſimilitudinis uel diſſimilitudinis paruitatẽ, propter quam cæteris exiſtentibus conuenienter uiſui diſpoſitis non uidentur. Ex defectu etiã ſoliditatis error accidit uiſioni præmiſſorum.Si enim duo uaſa multum rara conueniant in ſpecie,figura & raritate , ſed diſcrepent in aliqua ſuarum partium diſpoſitiõe,tũc uino eiuſdem coloris & claritatis ambo repleta latebũt cauſæ diuerſitatis, & reputabuntur omnino ſimilia,qui error accidit propter defectum ipſorum ſoliditatis, quia cũ ſint peruia,ideo res per ipſa uiſa ſimilitudinis uel diſſimilitudinis aufert cauſas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uiſione præmiſſorum. in aere enim nubiloſo & obſcuro minutæ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis non uidentur.Ex temporis etiam breuitate præmiſſorum uiſioni error accidit,quoniam particulares ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſæ paruiſſimo tempore inſpectæ latent uiſum.Debilitas etiam uiſus errorem illorum uiſioni adducit,quia minutas ipſorum.ſ. ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſas uiſus debilis perſpicere non poteſt,patet ergo propoſitum.

CLIIII.

Virtuti diſtinctiuæ error quandoq; accidit ex cauſarum plurium aggregatione, quarum nulla per ſe ad errorem ſufficit cauſandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circunſtantiarum octo omnium uiſibilium cõcurrunt in uno uiſibili, & faciunt errorem in uiſu,licet neutra ipſarũ per ſe ſufficeret ad cauſandum errorem,ſi enim moueatur aliquid à magna diſtantia motu tardo, illud ſubito uiſum uidebitur non motum,& motus ille poſſet percipi in diſtantia temperata etiã ſubito uiſu,uel etiam poſſet percipi in illa remota diſtantia per intuitum diligentẽ tempore conuenienti.Sed illis duabus cauſis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus diſtinctiua,& uidebitur res immota. Sed etiã quãdoq; concurrunt intẽperantiæ plures ad unum errorem cauſandum.quam nulla illarum per ſe cauſaret,Si enim à magna diſtantia ſub debili luce in tempore modico opponatur uiſui debili corpus diuerſorum coloꝝ motum tardo motu,tunc forte uidebitur quieſcere.Sed motus eius qualibet illarum cauſarum aliquo deficiente percipi forte poſſet,& forte quandoq; intemperantiæ omnium circumſtãtiarum corporum uiſibilium concurrunt ad unum errorem cauſandum, uel quandoq; plurium illarum,& ſecundum diuerſas combinationes quæ plus experientiã q̃ rationem reſpiciunt ſecundum omnem ſui diuerſitatem ,unde de his ſic eſſe ſufficit exemplariter.

CLV.

Error accidit uiſui uia ſcientiæ per inconuenientem applicationem formæ,quæ eſt in anima alicui rei uiſæ in intẽperantia cuiuslibet octo circumſtantiarum rei uiſæ.

Cum enim res alia aut alterius ſpeciei uiſui apparet q̃ ſit in rei ueritate,tunc fit error uia ſcientiæ in uiſu,quoniam forma quieſcens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit,& hoc accidit propter intemperantiã cuiuslibet octo circunſtantiarum rerum uiſibiliũ. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione,ut hoc euidenter per ſe patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formæ uiſæ,unde accidit error in crepuſculis in omnibus uiſis,unde etiam noctiluca uidentur lucere in tenebris,quorum forma non eſt lumen,nec etiam ſcintillans color,quæ omnia non acciderent in luce temperata.Et propter diſtantiam etiam nimiam uiſibilis à uiſu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto,ut Socratem pro Platone,aut econtrario, & quã-

doq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei: uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduum speciei alterius, ut equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat stellam uidere, hæc enim omnia si prope essent uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus, putabitur esse asinus, quæ si directe uisui opponantur error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris, unde cristallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubri, supposito sibi tali colore & uisu in opposito existente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius erroris est causa, uitro eñ colorato uisui & rei uisæ coloratæ iterpositæ æstimabit̃ color corporis oppositi mixtus ex colore ꝓprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisis interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non ꝙ secundũ ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes concoloribus filorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili prope adinuicem in uisus superficie situantur, unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut si magna sint panni foramina discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannũ laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum, quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumstantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectũ diafonitatis medij, quia in aere præter pannnum aliud uidetur. Tempis etiã intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam si quis subito aliquid uideat quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forsan est error in specie uel in indiuiduo uel utroq;, forsan enim æstimabit equum fuisse mulũ, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoq; uisus huius erroris est causa, læsus enim uisus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnẽ colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperantiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperantias 8. circumstantiarum rei uisæ, ut patet. his autem & eorum similibus non duximus multum insistendũ, quia hæc quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice, et hoc est propositum.

CLVI.

In solo uisu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum proprie uisarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore, accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunq; in colore sibi similes uideri, cũ tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate, Si enim corpus in quo sit multa colorꝝ diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrũq; extremorũ. Distantia etiã uisibiliũ errorẽ inducit uisui, qa ꝓpter impro

portionatam

portionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis asperā uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit, quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius particulæ, & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore, & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit, quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis diuersi coloris euadūt uisum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit, unde cristallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruitatem, quod non accideret si cristallus plus solida esset. Ex diafonitate etiam error accidit uisui, quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solā carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam est causa erroris, quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem prætendit in uisione præmissorum, luce enim forti in uisum agente læditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus læsio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas, & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à tempamento recedente. patet ergo quod secundū omnes circūstantias rerum uisibilium in solo uisu fieri deceptionem est possibile, & hoc proponebatur.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium uisui colorem præsentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in speculis bene tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore, quod si speculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio secundi huius suppositū est, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipsius medij coloris speculi commixti firmantur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quod color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur, & horum multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habētibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei fantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorū flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginē quoque & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi, & hoc idē in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cādelas uidenť, ꝓpter grossitiē aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiā plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propositum.

CLVIII.

Visum protensum longe debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longe posita quemadmodum prope existentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum, unde si aliquis uaporem roridum de longe uideat, totū ipsum fore unū corpus

corpus continuum uiſus iudicabit, quia etiã uiſus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, ſicut eſt in præmiſſis huius libri theorematibus declaratum. Et ſi uiſus pannũ coloratũ, in quo eſt minuta colorꝫ diuerſorꝫ cõſperſio, ad quos ꝓportionata partium elongatio ſit intemperata ipſi uiſui, diutius etiam aſpexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, q̃m extra temperantiã eſt longitudo reſpectu partialium colorum, licet omnia alia cõueniant in debita temperantia reſpectu uiſus, quia ergo uiſibilẽ rei circũſtantiã uiſus ꝓtenſus nõ perſpicit, palã quia debilitatur ex ꝓtenſione ſui ad uiſibile ſiue ex remotione uiſibilis ab ipſo, & hoc eſt quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uiſus prouenit defectione.

Experientia ſimiliter comprobat̃ quod hic ꝓponitur auxilio præcedentis, quia enim uiſum ꝓtenſum longe debiliorem fieri patens eſt, ut præmiſſum eſt, ideo accidit ꝙ ea quæ longe uidentur ꝓpter uiſus debilitationẽ omnia nigriora apparent, ſicut etiã corpora remotiora & minora & planiora q̃ ſint, uiſibus apparent, q̃m eminentiæ ſuarꝫ partium aſperitates & tumores in ipſis faciẽtes non uidentur. Similirer etiã quæ in ſpeculis uidentur, quia propter reflexionem ipſorꝫ diſtantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uiſui talia nigriora uidentur experimentanti; quanto eñ magis ex remotione etiã rei albæ immoto ſpeculo diſtantia à ſuperficie ſpeculi augmentatur, tanto magis color ille albus uiſui ad nigredinẽ accedit, unde etiã nubes apparentes in aqua nigriores uident̃ q̃ in loco ſuo uiſui in eodẽ loco exiſtẽte, q̃m reflexio facta in aqua auget diſtantiã: nihil aũt differt aliquid multum diſtans uiſui apparere, in uiſu per multam diſtantiam uiſionẽ rei cõplere: ſemper eñ fit iudicium uirtutis uiſiuæ ſecundum quod forma eſt in uiſus organo recepta: neq; latebit hic experimentantẽ, quia quando clara nubes fuerit uicina ſoli, tunc alicui aſpicienti ad nubem, nubes nõ uidebit̃ niſi alba. Sed ſi reflectatur ab aqua, & eam uiſus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquẽ colorem ex medijs coloribus uiſui præſentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriũ: unde ſicut uiſus colorẽ nigrum per reflexionem uidet eſſe nigriorem, ſic & colorem albũ uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaq; albã exiſtentem uidet uiſus propter diſtantiam ampliorẽ, quæ fit per reflexionem in ſuo colore nigram, & ſimilem priuationi & negationi propter uiſus protenſi debilitatem, & q̃m coloratio nubis fit ex impreſſione luminis ab aliquo corpore luminoſo, poteſt concludi ex præmiſſis, quòd in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoſo imprimitur, eandem cauſam & effectum participem habebit, & hoc eſt quod proponebatur.

LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Expeditis aliqualiter his quæ ſimplici & directæ uiſioni neceſſaria exiſtere, & eius deceptionibus accidere uiſa ſunt, reſtat nunc ut conuenienter eum modum uiſionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ ſpecula dicimus, proſequentes, de omni reflexionis modo à quibuſcũq; ſpeculis exquiſitius pertractemus. Primo itaq; in præſenti quinto huius ſcientiæ libro præmittemus, quælibet illorꝫ quæ æſtimamus communia omnibus ſpeculis, & deinde adiungemus paſſiones quæ accidunt rebus & uiſui à ſolis ſpeculis planis, quorum ſpeculorum forma ſimplicior eſt formis omnium aliorum ſpeculorum, propter quod & ſpeculorꝫ planorum paſſiones quibuſdam alijs ſpeculis ſunt communes, ut patebit in libris ſequentibus, quibus aliorꝫ ſpeculorum paſſiones proprias reſeruamus. Verumtñ ſicut in principio huius ſcientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per ſpecula corpora tantum formata & polita per artificium, ſed etiam ipſa corpora naturalia, à quorum

rum ſuperficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium ſuperficiebus accidunt. Nec intelligimus quod ſolum hæc reflexio fiat ad uiſus animalium, ſed etiã ipſis uiſibus non præſentibus fit reflexio formarum, & accidit uiſibus, ſi in locis reflexarum formarum diſponantur, quod fiat reflexio ad ipſos, quod manifeſte patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq; uiſum à ſpeculo quocũq;, eſt tñ in receptione hax formarum reflexarum in uiſibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uiſu, q̃uis aũt ut in prooemio huius ſcientiæ diximus, idem imittatur in cõtrarium & in ſenſum, q̃m unius rei una & eadem forma ſemper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à ſuperficiebus ſpeculox. quæ etiam in modo ſimplicis uiſionis directe uiſibus occurrit, nõ poteſt tñ in reflexione facta à ſuperficiebus ſpeculox quoxcũq; cõprehendi ueritas formæ, ſicut cõprehendit̃ in uiſione ſimplici directa. In reflexionibus em̃ à q̃buſcũq; ſpeculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipſis uiſibus quaſi oppoſita, cũ tñ ſecundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq; & color corporis niſi ſemper miſcentur cũ colore ſpeculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uiſus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uiſæ colorẽ. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in om̃i reflexione latet uiſum ueritas lucis & coloris, plus q̃ in directa ſimplici uiſione, quæ uero ad hunc uiſionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuſcũq;, & à planis maxime ſpeculis præmittimus, ſunt iſta. Politio corpox, eſt cõtinuitas partiũ ſuperficiei politi corporis ſine ſenſibilitate porox uel diuiſionis. Speculũ dicit̃ omne corpus politũ opere artis uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, ſecundũ quã forma rei incidit ſup̃ficiei ſpeculi. Linea reflexionis dicit̃ illa ſecundũ quã forma reuerberata propter ſoliditatẽ ſpeculi quã penetrare nõ poteſt reflectitur ad uiſum. Punctus incidentiæ dicit̃ ille punctus in quo linea incidentiæ incidit ſuperficiei ſpeculi, & idem eſt punctus reflexionis, q̃m formax reflexio ad uiſum ſemper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio, dicit̃ linea orthongoaliter erecta à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiẽ ſpeculi illius, à quo fit reflexio, ſi illa ſuperficies ſit plana: quod ſi illa ſuperficies ſit conuexa uel concaua, tunc dicit̃ perpendicularis ſuper ipſam, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam illam ſuperficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur ſuperficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ, p̃ductam ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, uel ſuper ſuperficiem ipſam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiẽ planam ſpeculi, aut ſuper lineam rectã cõtingentem cõmunem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uiſus, uel ab alio puncto quocũq;, cuius forma à ſpeculo reflectitur ad uiſum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta ſuper illam eandem ſuperficiem uel lineam à puncto ad quã terminat̃ ipſa linea reflexionis, ut à centro uiſus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur ſuperficies contenta à linea rei uiſæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & ſuperficiei ſpeculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni ſectione. Imago dicitur forma in ſpeculo cõprehenſa. Locus imaginis dicitur locus uiſionis illius formæ. ſ. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ ſpeculo, extrema q̃n̄q; uideri. Item quòd uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, ſit ſolum ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum terſorũ politorũ cuiuſcũq; figuræ ſint, ſuperficies à quolbiet ſuorum punctorum luces colores & formæ rerum oppoſitarum reflectuntur ſecundum rectitudinem linearum.

Quoniam enim, ut patuit per primam secundi huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terso polito, quia in tali corpore non patet transitus lumini uel colori, propter talis corporis densitatem & priuationem diafonitatis, cum sint planaꝝ superficierũ, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formaꝝ reflexio, & ob hoc opposito speculo lumini forti oblique incidenti, manifeste fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, si color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum aufertur: et si à loco cui incidit radius luminosus manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectã ducatur ad superficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniã secundũ rectitudinem lineaꝝ reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti super reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaq; polita superficie cuiuscunq; sit figuræ, à quolibet suoꝝ punctoꝝ fit reflexio secundũ rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctũ corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20. secundi huius, super quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politi, & basis in superficie corporis luminosi, & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie corporis politi: & si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundũ lineas æquedistantes, si illæ lineæ quasi columnam continentes terminanẽ ad bases pyramidũ præmissaꝝ, per quascũq; autem lineas lumen corpori polito incidit, secundũ illaꝝ ꝓprietatem reflectiẽ, siue sint perpendiculares siue oblique, patet ergo propositũ, fit aũt à corporibus politis reflexio lucis, nõ aũt à corporibus non politis asperis, qm̃ in illis sunt pori & foueæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtũ cũ umbra illoꝝ corpoꝝ, unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præsente luce color ad corpus oppositum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoq; totaliter, quandoq; partim reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tm̃ fenestræ descendat lux solis super corpus multũ coloratum forti colore, & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & item contra speculum ponatur uas concauum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album, apparebit itaq; super faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit descensus lucis, color itaq; mixtim cum luce reflectitur, ergo etiã mixtim cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politũ si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politũ. Si uero corpus politum sit rarum & lucidũ actu, sicut sunt aqua & uitrum, & similia, tunc reflectunẽ ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilioris lucis & coloris, q̃ ab his corporibus densioribus q̃ sint illa, & etiã circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uidenẽ formæ lucis & coloris incidentes superiori superficiei istorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuersaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per petitionem principij secundi huius, & quanto lux ab ortu suo plus elongaẽ, tanto plus debilitatur, per 24. secundi huius, patet ꝙ cũ secũdũ aliq̃d corpus corpis luminosi ꝓcedit lux ad supficiẽ corporis politi in modũ pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationẽ:

lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tũ propter elongationẽ à loco reflexionis & disgregationem, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoq; secũdum lineas æquedistantes politis corporibus incidentes sunt debiliores q̃ luces oblique incidentes, qm̃ minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio q̃uis fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen est multum sensibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & ꝑpter admixtionem coloris ipsius speculi conformis ipsorũ colorum reflexorum, nisi forte à speculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debilior q̃ color ferri mixtus cũ luce reflexa, & ipo colore reflexo debilitat ipsum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri possunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponiť. Tunc eñ in radio solis posito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietẽ albũ sensibilis. Idẽ quoq; accidit si in radio incidẽtiæ ipsius speculi ponať corpus diafonũ coloratũ, per q̃d transeat radius incidẽs ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponať uitrum coloratũ, uel si modo simili ut experimentanti uidebiť, disponať. Cadente itaq; luce forti super speculũ argenteum & ipsa reflexa super parietem albũ, notabiliter uidebiť lux parietis debilior q̃ speculi, eflexio ergo lu cem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus est debilior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis q̃ luces. Colores. n. debiliori modo incidunt q̃ luces, unde etiã in reflexione facilius debilitanť. Color enim debilis cũ ad speculũ peruenerit, miscetur colori speculi & immutatur ꝑpter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus, & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores q̃ sint ĩ loco à quo reflectunť. Sic ergo patet quod omnis reflexio est causa debilitatis, nam & hoc patet sensibiliter in luce, licet eñ lux directa & lux reflexa æqualiter distent ab ortu suo, tñ debilior est lux reflexa. Opponať eñ in aere radio solis intranti per fenestrã domus aliqua, in qua unica est fenestra, speculũ minus foramine, ita ut lux residua foraminis quæ nõ ĩcidit in speculo cadat in terrã super corp9 album, & lux à speculo reflexa cadat similiter sup corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ, uidebitur itaq; super corpus album eleuatũ, ad quod fit reflexio lux minor, q̃ super corpus iacens, cuius minoritatis sola reflexio est causa, & idem potest in colorũ reflexione faciliter demonstrari, & eodem modo, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & si debilior sit luce prima, est tamen fortior quàm lux secunda æqualiter ab origine distantibus ambabus, & idẽ est in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo, uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor q̃ in illo quod est positum in loco reflexionis, sit eñ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã ĩgreditur, ponatur speculum in terra aspiciens totam lucem radij incidentis per illam fenestrã, quã lucem superius in principio secundi libri huius scientiæ diximus lucem primam, tunc eñ fiet palam, quod erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, q̃ super aliud corpus simile positũ extra illum locum eũdem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi nõ suscipiat radium directe sed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratũ, sed debilius ualde q̃ corpus positum in loco reflexionis, & si ferreum fuerit speculum forte in corpore quod est in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo, quasi nullus apparebit color, patet ergo propositum.

V.

Natura agit in omnibus secundum lineas breuiores.

Hoc uniuerſaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales ſic fiunt, deſcendunt em̄ grauia perpendiculariter ſup ſuperficiē horizontis. Sagittæ etiam emiſſæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori ſecundum angulum ſuæ emiſſionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter eſt motus: et quia ut in principio ſecundi libri huius ſcientiæ ſuppoſitum eſt, natura nihil agit fruſtra, neq; deficit in neceſſarijs, palam quod neceſſario agit ſecũdum lineas breuiores. Si enim poſſit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c eſt fruſtra, quoniam conſecuta eſt finem in puncto b, non ergo agit ſecundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere poteſt. Vnde & animalia quorum motrix eſt anima ſecundum breuiorem lineam mouent̃ ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas ſuas, quæ telæ & ſi non nunq; inueniantur circulares, ſunt tamen ex rectis filis & inſtamine, & in ſubtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmiſſis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac ſi naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores ſunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propoſitum prout poſſibile nobis fuit.

A B C

VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit ſecundum lineas ſenſibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ ſuper corpus politum, ut patet per 3. ſecundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis eſt æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ eſt linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet ſitum in loco reflexionis, quē habet linea mathematica, quæ eſt linea media lineæ incidẽtiæ ſenſibilis in loco incidentiæ, & ſimiliter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea ſenſibili reflexionis eundē retinet ſitum, quã ſua compar in linea incidentiæ ſenſibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipſis ſenſibilibus non inconueniens eſt uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propoſitum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuſcũq; ſpeculis, fit deceptio propter intēperantiam lucis, uel propter diuerſitatem ſitus, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipſius uiſus à ſuperficie cuiuslibet ſpeculorum.

Vniuerſaliter enim quibuſcunq; modis contigit decipi uiſum circa intentiones uiſibilium per ſimplicem uiſionem uiſarum, eiſdem etiam modis cõtingit uiſum decipi in uiſione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uiſio eſt quædam uiſio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uiſibilium ipſi uirtuti diſtinctiuæ præſentãtur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifeſtius fit hoc in ſpeculis, uel propter debilitatem lucis uel propter diuerſitatem ſitus, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uiſualibus, uel propter remotionem puncti rei uiſæ, cuius forma reflectitur à ſuperficie ipſius ſpeculi, uel etiam propter remotionem ipſius centri uiſus, ad quod remota ſit reflexio à ſupficie ipſius ſpeculi. In alijs uero quibuslibet modis licet ſimiliter cauſet̃ error in uiſione formarum reflexarum à quibuſcunq; ſpeculis ad uiſum, non eſt ille error tam ſenſibilis, ut in iſtis modis poſitis, nec tamen fit totalis excuſatio ab illis, patet ergo propoſitum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, ſunt tantum ſeptem.

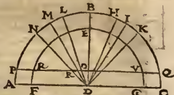
Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nō potest fieri nisi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non possunt esse nisi corpora plurimū planarum superficierum uel unius superficiei concauæ uel conuexæ: sicut autem patet sensui, licet corporum planarum species secundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis est identitas superficiei planæ, cum nec enim in ipsis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aūt patet per 118. primi huius, omnis superficies conuexa uel concaua regularis aut est pars superficiei sphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerso septem specula, quorum unum est planū cuiuscunq; figuræ, & tria sunt cōuexa, sphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria sunt concaua, sphærica, columnaria uel pyramidalia, nec est possibile plura esse specula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propositum.

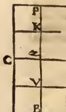
IX.

Instrumentum constituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuscunq; regularibus speculis instrumentaliter declarantur.

Assumatur semicirculus æneus conuenientis spissitudinis, utpote medietatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui sit a b c, cuius diameter sit a c, & eius centrum d, producaturq; linea d b perpendiculariter supra diametrū a c, per 5. primi, est ergo d b semidiameter circuli diuidens semicirculum per æqualia per ultimā sexti: abscindatur itaq; ex linea d b superius sexta pars ipsius per undecimam sexti, q̄ sit b e, & secundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat semicirculus qui sit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit secundū puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur secundū puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n, deinde iterū à semidiametro b d, inferius abscindatur sexta pars ipsius, quæ sit d o, & à puncto o ducatur linea æquedistans diametro semicirculi quæ est a c, per 31. primi, quæ sit p o q, hanc itaq; intersecabunt omnes lineæ ad partes diuisionis à cētro d productæ, punctus ergo in quo linea d n ipsam intersecat sit r, & in quo linea d k sit s, & puncta in quibus intersecat semicirculus f e g sint t & u, deinde à totali semicirculo abscindatˀ pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime superficies, & acuatur d, centrum assumpti semicirculi quasi punctus, ita ut ipsum punctum d maneat in eadem superficie semicirculi cum lineis productis: nos aūt quātitatem lineæ b e, quæ est sexta pars semidiametri d b, deinceps digitū appellamus, est ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde assumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus sit 14. præmissorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & spissitudo eius sit 7. digitorum, & in hac tabula signetur punctus medius per 40. primi huius, & super ipsum fiat circulus secundū quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniā eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum super idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturq; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter semicirculo æneo, qui est a b c, ita ut prima pars circuli lignei respōdeat primæ, & secūda secūdæ & sic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pūcta diuisionis lineæ rectæ, & rotundetˀ tabula lignea extrinsecus secundū circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebitq; quædā armilla lignea cuius latitudo est duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ pfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius superficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in superficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum secundum diuisionem semicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in superficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis super planam superficiē



latitudinis ipsius: ponatur enim pes circini super terminũ lineæ diuidẽtis circulũ, & fiat semicirculus in superficie conuexa armillæ, qui diuidatur per æqualia per 29. tertij, & producatur à puncto ad punctum linea, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea est perpendicularis sup supficiẽ latitudinis, quæ pars est basis columnæ, & eodẽ modo à terminis illarum diuidentium producantur perpendiculares in superficie armillæ concauæ. In qua etiã supficie ex parte planæ superficiei nõ diuisæ sumatur altitudo duorũ digitorum, & in perpẽdicularibus lineis omnibus in illa superficie productis, fiant signa, & secundum signa illa fiat circulus æquedistans planæ superficiei armillæ, immissa tabella ænea secundum signa illa fiat circulus æquedistans planæ superficiei armillæ immissa tabella ænea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout couenientius possit fieri, & secundum quantitatem medietatis grani ordei fiant alia signa intra illos duos digitos, & circunducatur circulus æqdistans priori circulo secundũ quantitatẽ pmissam medietatis grani ordei, & sub hoc secundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum, secundũ profunditatem semicirculi ænei a b c, signentur alia pũcta in prædictis perpendicularibus, & iterũ fiat circulus secundũ illa pũcta, & excepto per aliqua instrumenta illo corpore ligneo inter hos duos secũdos circulos existente, fiat concauitas unius digiti profunda, & coaptetur huic cõcauitati ænea semicirculi portio, quæ est p b q, quæ intrabit concauitatẽ usq; ad portionẽ minoris circuli quæ est t e u, ideo quod distantia istorum duorum arcuũ est unius digiti, & eadem est profunditas cõcauitatis factæ in tabula lignea, fiat aũt taliter ut superficies circuli f e g, diuisa per lineam à centro d, ad circunferentiam producta, sit ad partem superficiei armillæ, diuisæ: lineæ itaq; perpendiculares ductæ in concaua superficie armillæ, tangent lineas diuisionis circuli f e g, & cadent perpendiculariter super superficiem circuli f e g. Item in conuexa superficie armillæ ex parte superficiei non diuisæ signetur punctus in qualibet perpendicularium productarum secundum distantiã duorum digitorũ ab ipsa plana superficie nõ diuisa, & posito pede circini super quodlibet punctorum signatorũ, fiant circuli, quorum cuiuslibet diameter sit æqualis quantitati grani ordei, & secundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipsorum coaptetur baculus ligneus, qui cum transierit ad interiorem concauitatem armillæ, tanget semicirculi f e g superficiem, quoniam ut patet ex præmissis centrũ cuiuslibet illorũ circulorum paruorũ, erit in circũferentia circuli prius signati in superficie concaua armillæ, à quo distat superficies circuli ænei qui est f e g, secundum quantitatem medietatis grani ordei. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter sit æqualis diametro armillæ ligneæ, & perquisito puncto medio ipsius p 40. primi huius, ab illo puncto medio circũducatur circulus ad quantitatem semidiametri d e, & hic circulus erit æqualis circulo f e g, & basi concauitatis armillæ. Item super centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera sint quatuor digitorum lateribus suis æqualiter distantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ, quod potest fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad pfunditatem unius digiti, & planentur omnes supficies concauitatis suæ, ut fiant rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur immobiliter basis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur concauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum spissa, cuius basis diameter sit æqualis quãtitatis grani ordei, sicut diametri foraminum, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quæ cũ peruenerint ad concauum armillæ, continget lineas in circulo f e g productas, fiat aũt in capite columnæ quodcũq; artificium, non permittens columnam intrare nisi ad locum determinatum, & ut firmius stare possit, modicum ceræ sibi circumponatur, etiã tantæ longitudinis columna, ut procedens super superficiem circuli f e g, contingere possit latus quadrati cõcaui in tabula lignea, quod est æquedistãs lineæ r s, ductæ in superficie circuli ænei. Deinde fiant septem regulæ ligneæ planæ æquedistantiũ superficierũ orthogonaliũ, æquales & penitus similes, quarum longitudo sit digitorum sex, latitudo quatuor, & spissitudo com-



do cōmunis, ut inferius necessitas ipsius finis edocebit, & una ipsarū adaptetur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat super fundū quadrati concaui, & ut faciliter intret sine compressione, ducaturq́ taliter ut punctus d, centrum scilicet circuli a b c, contingat unam superficierum latitudinis regulæ, & in puncto contactus fiat signum in regula quod sit x, & à pūcto signato x, producatur in extremitatē regulæ linea æquedistās longioribus lateribus regulæ, quæ sit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ, deinde in longiori parte illius lineæ à pūcto x signato, sumatur altitudo medij grani ordei, & fiat ibi pūctum z, erit itaq; z medius pūctus longitudinis regulæ, centrisq́ foraminum oppositus directe, centra enim foraminum altiora sunt superficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordei, & distant à base armillæ per duos digitos: punctus ergo z distat ab eadē base per duos digiros, & regula in quadrato concauo per digitum unū, & quia ab extremitate regulæ usq; ad punctū z, sunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ est tantum sex digitorum, patet quod punctum z, est medium longitudinis regulæ, ducatur itaq; per punctū z, lineæ æquedistans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quæ sit t q, est itaq; linea longitudinis regulæ quæ est b p, diuisa per æqualia in puncto z, cuius item medietates quæ sunt b z & z p, diuidantur per æqualia in pūctis k & y, semper ductis lineis latitudinis à punctis sectionis k & y, perpendiculariter super lineam longitudinis b p, æquedistanter lineæ c q, sic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuisa in quatuor partes æquales, & hoc modo oēs aliæ sex lineæ diuidantur, et factum est quod proponebatur.

X.

In speculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partē reflexio: semperq́ angulum incidentiæ æquale esse angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo speculum planum circularis figuræ, cuius diameter modo præmisso sit trium digitorum, & concauetur regula præmissa secundum centrum z, qui est medius punctus regulæ circulariter ad quātitatem diametri speculi, & profundetur secundum spissitudinem ipsius speculi, apteturq́ taliter, ut una fiat superficies speculi & regulæ, & ut centrum circuli rotunditatis speculi directe superponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiorem superficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam superficiē speculi per duo æqualia, & in hoc experimentantis diligentia consistat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula, donec centrum d, quod est acumen tabulæ æneæ cadat super speculum, & tunc illa regula sit cum speculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet, sed stet firma. Deinde bene obstruentur oīa foramina instrumēti præter unum, quod oblique super regulæ superficiem declinet, & sit exēpli causa foramē correspondens lineæ d l in circulo a b c æneo, & hoc foramen apertum adhibeatur radio solis, & melius est si radio solis per fenestram domus intranti. Radius itaq; speculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correspondens lineæ d h in circulo a b c æneo, & si foramen illud puncti h aperiatur, & cū foramen prius opertum quod fuit puncti l, obstruatur, reflectitur recte radius in illud foramē coopertum. Angulus autē b d l est æqualis angulo b d h, ut patet ex hypothesi in præmissa, ergo angulus l d a est æqualis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a est æqualis toti angulo b d c, quia uterq; est rectus. Si etiam imponatur foramē aperto columna ferrea concaua, de qua præmisimus, descendit lux per columnæ cōcauitatē ad speculum, & reflectetur in foramine respiciens æqualem angulum ut prius. Et si ad secūdum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primum, semper tamen erit debilior lux per columnam descendens quàm sine columna per ipsum foramen descendēs, & illud est experimentandi modus, si aliquod foramen cum cæra obstruatur, & circa centrum eius cum stilo ferreo fiat modicum foramen, tunc enim lumen reflectetur in simile spacium paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli æqualitate respicientis, & si concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo secūdum centrum suæ basis, descendet lux p axem columnæ, & ad centrum alterius foraminis, &

nis, &

nis, & reflectetur semper æqualitate angulorum in omnibus obseruata. Et si aptetur instrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur similiter per alia duo illis similia, semper enim declinatio linearum reflexionis est æqualis declinationi linearum incidentiæ, & quoniam linea l x p, quæ est linea media longitudinis regulæ, est orthogonaliter sup lineam latitudinis regulæ inferiorem æquedistantem lineæ c q, quoniam illa est cõmunis sectio superficiei regulæ & superficiei fundi quadrati concaui æquedistantis superficiei a b c circuli ænei, & linea media superficiei fundi æquedistat lineæ d b, quæ est media diameter circuli, & quia linea quæ est communis sectio semicirculi a b c, & superficiei regulæ in qua est linea latitudinis regulæ & æquedistans communi sectiõi superficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter super ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniã lineæ b x p, est erecta super superficiem fundi p lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q est perpendicularis super superficiem circuli a b c æquedistanter superficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ diameter d b est perpendicularis super lineam b x p, cũ secent se in puncto d, est ergo linea d b erecta super superficiem speculi plani, & super eius circuli diametrum, quia superficies circuli a b c est æquedistans superficiei circuli transeuntis per centrum foraminum, quoniam distantia omnium centrorum foraminũ à superficie circuli a b c, est eadem scilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero transiens centra omnium foraminum secat columnã ferream per axem, est ergo axis columnæ in illa superficie, & quia columna ferrea in suo descensu tangit aliquam linearum in superficie circuli a b c à centro d, ad circunferentiam productarũ, utpote lineam d b, uel lineã d m, uel aliquam aliam aliarũ linearũ, palam per præmissa, quia axis columnæ æquedistat illi lineæ quæ tangitur per lineam lõgitudinis columnæ, & quoniam per quodcunq; foraminũ columnã descendẽte, semp axis eius cadit in linea b x p et in punctũ z, linea uero z d b, semper est perpendicularis super superficiem a b c, linea quoq; à pũcto z, ipsius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod est contingens punctum n, est æquedistans lineæ d n, & similiter de alijs centris foraminũ & punctis m l h i k, signatis in circunferentia a b c, omnes enim semidiametri foraminum sunt æquales & æquedistantes lineæ z d, per 25. primi huius, sunt enim omnes semidiametri foraminum perpendiculares super superficiẽ circuli a b c, quoniam sunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaq; l d & d h, sunt æquedistantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ quod est z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in superficiebus æquedistantibus contenti sunt æquales, & si à puncto z, ducatur linea ad cẽtrum medij foraminis, erit ipsa per præmissa æquedistans lineæ d b, diuidens angulum linearum secum concurrentium per æqualia, sicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propositum.

XI.

In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in seipsum instrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni dispositione instrumenti ut prius, & regula in qua situm est speculum planum erecta super fundi quadrati concaui, quod est in tabula lignea, quæ est basis instrumenti, obturentur omnia foramina præter mediũ cui respondet semidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat solus pũctus qui est terminus axis eius qui immittat ur foramen ad speculum, signeturq; incausto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertũ radio, cadetq; radius super pũctum signatũ, & circa ipsum efficiet circulum, signetur itaq; in fine huius lucis circularis pũctum, & secundum quantitatem lineæ interiacentis puncta signata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. secundi huius, quoniam semper processus lucis per foramen ingredientis est in modum pyramidis, in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux descendens per axem reflectitur per eandem, & secundum illius reflexionem ordinatur totalĩ reflexio luminis

inci-

incidentis, quamuis autem uideatur lux circularis circa basem interiorem foraminis maior luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipsius lucis interioris circulo, palamq́; fit illam lucem apparere per reflexionē, nō tamen accidit hoc ꝑ reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui est axis illius pyramidis luminosæ: sed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique speculo incidentiū, qui etiā secundum modū suæ obliquitatis ad partes oppositas, & nō in se reflectunť, qđ patet, si obturetur per cærā utraq; basis foraminis, facto modico foramine secundū axē, tunc enim radio solis per uiam tantum axis descendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem basem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis oblique incidentis ipsi speculo. Quod si regula in qua situm est dictum speculum planū aliquantum retrorsum inclinetur, tūc palam est quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter super superficiem speculi, uidebiturq́; lux reflexa à medio foramine remota secundū medium declinationis speculi, semper tamen centrum lucis cadet super lineā ductam in concaua superficie armillæ perpendicularem super superficiem a b c circuli ænei, & descendentem per centra basis foraminis medij, hoc enim secat semper lucem circularē reflexā & diuidit circulum eius per mediū, & si regula ad latus dextrum uel sinistrum declineť, semper radius secundū hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem basem foraminis ut prius, patet ergo propositū, semper enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum, sed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissum.

XII.

In sphæricis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in se ipsum.

Fiat ex ferro mundo speculum sphæricum conuexum hoc modo. Describatur circulus maximus sphæræ, cujus diameter sit g, sex digitorū assumptorū ut prius, & inscribatur ei linea æqualis semidiametro per primam quarti huius, itaq; erit corda trium digitorum, ducatur quoq; à centro sphæræ semidiameter perpendiculariter super illā cordam per 12. primi, & producatur ad arcum, cadetq́; in medium arcus punctum per 4. primi, & ꝑ 27. tertij, eritq́; sinus uersus minor medio digito, abscindatur itaq; illa minor portio circuli, & secundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur speculum, qđ linietur & poliatur planissime extrinsecus, assumaturq́; regula lignea simul penitus prius sumptæ in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum speculi, applicetur speculum regulæ ita ut mediū punctū conuexi speculi cadat super z medium punctū regulæ, & sit in superficie ipsius regulæ quod potest sciri per applicationē alterius regulæ uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoq; regula cū speculo orthogonaliter super fundum quadrati, ut in speculis planis, & operatione priori reperitur, & luce ꝑ foramē obliquādo uel mediū descendente fiat reflexio ut prius, & similiter fiet si regula declinetur. Semper enim luces per diuersas lineas obliquas speculo sphærico conuexo incidentes, per diuersas lineas obliquas reflectuntur, & quæ secundum perpendiculares lineas speculo luces incidunt reflectentur in se ipsas, & semꝑ angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis, qđ proponebať.

XIII.

In sphæricis concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat speculum sphæricum ut supra, & secundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planissime intrinsecus, & assumatur alia regula lignea similis priori, & coaptetur ei speculum taliter, ut circulus basis speculi sit in superficie regulæ, & centrum illius circuli cadat in punctum z, & linea c q, quæ diuidit superficiem regulæ per æqualia, continuetur diametro basis speculi, & fiat istorum diligens inquisitio per artificium quod industriæ experimentantis committimus. Immittaturq́; regula cū speculo ipsi instrumento ut prius, & fiat operatio similis omnino priori, sic tamen ut semꝑ pun-

 ctus d,

ctus d, qui est centrum semicirculi ænei, cadat super medium punctũ speculi, hoc enim est semper in omnibus speculis conuexis & concauis obseruandum. Declarabiturq; angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipso radio perpendiculari, patet ergo propositum.

XIIII.

In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ sit altitudinis trium digitorum, & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum, & resecetur portio circuli basis illius columnæ ut prius in speculis sphæricis, fiatq; ex ferro mundo portio columnæ, cuius basis sit illa portio circuli & altitudo ipsius trium digitorum, & secundum cõcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantq; omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares super utrasq; bases, eritq; sinus uersus basis minor medietate unius digiti: hoc itaq; speculum optime politum uisui conuexæ, applicetur uni regularum simili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctũ regulæ qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiem per æqualia sit in superficie regulæ, & applicetur ei secundum lineam longitudinis eius qui est b p, & hoc fieri poterit, si utriusq; basis arcus per æqualia diuidatur & puncta media signata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq; regula cum speculo ipsius instrumento ut prius, & fiat operatio similis priori. Demonstrabiturq; angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut supra, nec est in aliquo à passione speculorum planorum in his speculis diuersitas, nisi in hoc quod si radio per foramen medium incidente regula hæc obliquetur secundũ partem dextram uel sinistram, apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foraminis, quæ lux in speculis alijs obliquetur, quoniam enim in speculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum sibi oppositarum incidit, propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis, & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum, patet ergo ꝓpositũ.

XV.

In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro speculũ pyramidale, cuius basis sit æqualis basi speculi colũnaris, erit ergo corda illius basis triũ digitoꝝ, & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit aũt linea lõgitudinis speculi quatuor digitoꝝ & dimidiũ, & hoc optime exterius politũ, applicetꝰ uni similiũ regularũ taliter cõcauatæ, ut medius pũctus eius sit sup pũctũ z medium pũctũ regulæ, & ut acumẽ eius sit in termino lineæ b p, & linea diuidẽs portionẽ pyramidalẽ p æqualia q̃ scilicet à uertice pyramidis ad mediũ pũctũ arcus basis ꝓducitꝰ, sit in sup̃ficie regulæ. Immissa quoq; regula cũ speculo in instrumentũ fiat op̃atio ut prius, & accidũt oĩa quæ in speculis colũnaribus cõuexis accidebant, est ergo in ipsis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiõis, & radius semp̃ reflectitur in seipsum, ut patuit in p̃missis patet ergo ꝓpositũ.

XVI.

In columnaribus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreũ speculũ colũnare cõcauũ, cuius cõcauitas sit omnino æqualis prioris columnaris speculi cõuexitati, sitq; optime secundũ cõcauitatẽ arcus portiõis basis interius politũ, & hoc applicetꝰ uni lineaꝝ similiũ cõcauatæ ut prius, taliter, q̃d cordæ arcus utriusq; basis cũ extremis lineis lõgitudinis sint in sup̃ficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidentq; oĩa q̃ in speculis columnaribus cõuexis accidebãt, & p hoc patet ꝓpositum.

XVII.

In pyramidalibus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqnalis angulo reflexionis.

Fiat speculum ferreum pyramidale concauum, cuius cõcauitas sit omnino æqualis

præmissi

præmissi conuexi pyramidalis speculi conuexitati, & poliatur interius, applicetur'qꝫ uni linearum similium, taliter ut medius punctus eius sit super punctũ z, & ut acumen eius sit directe in linea b p, & ut corda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ: cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis speculi sit quatuor digitorũ & dimidij, restat ex lõgitudine regulæ digitus & dimidius tam in speculo concauo quàm in conuexo. Immissa quoqꝫ regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, accident'qꝫ omnia quæ in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales, & in reflexione radiorum perpẽdicularium in se ipsos, patet ergo propositum, palam itaqꝫ ex præmissis, quoniam in omni reflexione à quibuscunqꝫ speculis politis regularibus, ut sunt haec septem specula, semper radius super lineã rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius secundum lineam rectam oblique incidens secundum aliam lineã obliquam reflectitur, ita tamen quòd angulus incidentiæ est semper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem sensus experientiam semper ut uniuersali principio deinceps in omnibus his speculis utemur, & licet hoc ut quidem huius scientiæ principium sit experimentaliter declaratum, potest tamen etiam per aliquẽ demonstrationis modum ad ipsius scientiã perueniri, unde nos ipsum prout diligentius poterimus tentabimus demonstrare, propter quod duo sequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uisa per speculum quodcunqꝫ, sub breuissimis lineis comprehenditur à uisu.

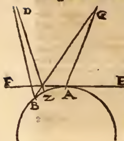
Sit speculum in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b, rei quoqꝫ uisæ punctus sit d, & centrum oculi sit f, & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c, dico quòd lineæ f c & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à pũctis d & f, ad quælibet alia puncta speculi, ducantur enim à puncto alio superficiei speculi quod sit e, lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neqꝫ æquales illis, sed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarũ ad superficies speculorũ est naturalis, quoniam fit operæ naturæ, sicut et omis alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo De naturali actione ostendimus, & similiter reflexio formarum à superficiebus speculorum ad uisum est puræ naturalis, quoniã fit ab operæ naturæ, & cõpletur per actionẽ animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet per totũ quartũ huius nostræ scientiæ librũ. Est aũt anima tanquã natura animaliũ, patet ergo quòd huius diffusio formæ & reflexio & cõprehensio quæ fit secundum ipsam est uere naturalis, fiat ergo secundum lineas breuiores, quod est propositũ, frustra enim fieret secundum lineas longiores, cũ possit melius & certius fieri secundũ lineas breuiores.

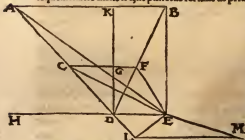
XIX.

Lineæ incidentiæ & reflexiõis cõtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores oĩbus lineis ab eisdem terminis super eandẽ superficiem speculi productis cõtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

Quod hic proponitur faciliter per 17 & 18. primi huius, potest demõstrari, sed quia aliter est idem demonstrabile. Sit res uisa quæcũqꝫ, in qua sit pũctus c, & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e, sit aũt nũc exempli causa speculũ planũ datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoqꝫ contingentes angulos æquales cum linea h d e sicut c d & d f, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquedistãte lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut nõ. Esto itaqꝫ punctũ oculi f, & protrahatur linea c f, & extrahatur à pũcto d, perpendicularis sup speculi superficiẽ per 12. undecimi, quæ protracta, quia secat angulum c d f. patet per 29. primi, quoniam ipsa secabit lineam c f, est enim in eadem superficie cũ illa, huius ergo perpẽdicularis producta ad lineã c f sit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis super lineam e f æquedistantem lineæ d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus est

æqualis f d e angulo, dēptis illis angulis æqlibus & duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli residui æquales, est ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniā trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui sunt ad punctū g sunt recti, palam per 32. primi, q̄m angulus d c g & d f g sunt æquales, sunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos respicientia sunt proportionalia per 4. sexti, & quoniam latus d g æquale est sibijpsi, erit latus f d æquale lateri c b, ductisq; lineis f e & c e super punctum e punctū lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis est æquedistans lineæ e f, patet quod linea c e est maior quàm linea f e, p 19. primi, est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est maior angulo g c d, restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e, & quod linea c e sit maior quàm linea f e, et quia super eandem basem quæ e f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præmissis, dico quod latera c d & d f ambo simul sumpta sunt maiora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis, producatur eīm linea c d ultra punctū d, in cōtinuum & directū ad punctū l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f, sed & linea c e quæ est longius latus trigoni c f e, ꝑducatur ultra punctū e ad punctū m, donec linea e m sit æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angulus f d e est æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis, angulus uero e d l æqualis est angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, sed linea d l est æqualis lineæ d f, et linea d e est ambobus trigonis quæ sunt f d e & e d l cōmunis, ergo per 4. primi, est linea f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m est maior quàm linea c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sunt in eadem linea æquedistante lineæ h e, sit punctus rei uisæ ut prius c, & centrum uisus sit b, & ducatur linea b a æquedistans lineæ h d e, q̄ est in speculi superficie, & producatur linea d c ad punctum a, & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & sint lineæ cōtinentes æquales angulos cū linea d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erūt ergo ut supra lineæ a d & b d æquales, ꝑducta perpendiculari d k à puncto d, cōparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b; erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut ut patet secundū præmissa. Cū enim lineæ a d & d b sunt æquales per 2. sexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erūt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iūctis, ergo cū a c & c e duo latera trigoni a c e, p 20. primi, sint lōgiora latere a e, erunt istæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duob9 lineis q̄ sunt a d & d b, ergo dēpto hincinde ipso a c cōmuni, remanebūt lineæ c e & e b maiores q̄ lineæ c d & d b, quod est ꝓpositū. Et eodē modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis cōuexis, sit ergo speculū nō planum cuiuscūq; figuræ cōuexæ placuerit, & sit nūc exempli causa sphæricū conuexū, quia idē accidit in alijs, & sit h a b situsq; centrū uisus g & punctū uisum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cōtineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d. Incidantq; lineæ g b & d b in punctum aliū speculi quod sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b, dico quòd lineæ g a & a d



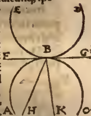


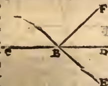
& a d sunt minores lineis g b & d b, quoniam enim angulus cõtingentiæ quæ est h a e æqualis est angulo b a f, uterq; est enim minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g est æqualis angulo f a d, sit punctus in quo linea g b, secat lineam contingentem, quæ est e f, punctus z, & ducatur linea d z, palam per 16. primi, quoniam angulus e a g, est maior angulo e z g, ergo angulus d a z, est maior angulo g z a. Sed angulus d z f, est maior angulo d a z, ergo angulus f z d, est maior angulo g z a, ergo per 17. primi huius, duæ lineæ g a, & d a, sunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, sunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b, est maior quam linea g z, ut totum parte, linea uero d b est maior quam linea d z per 8. tertij, patet ergo propositũ uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, potest per 17. uel per 18. primi huius, facilius demonstrari, quam in alijs ostendimus, quod lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, possunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, & hoc proposuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiusdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuscunq; speculis facta, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uisa per quodcunq; speculum planum uel conuexũ uel concauum, sub breuissimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eisdem punctis utpote à puncto rei uisæ, & centro uisus ad superficiem cuiuscunq; speculi productæ breuissimæ sunt, quæ cõtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus superficies speculorum, & cum perpendicularibus à punctis sui cõcursus productis super superficies speculorum, ut patet per præmissam, angulus uero quem facit linea à puncto rei uisæ producta, est angulus incidentiæ, & angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrũ uisus producta, est angulus reflexionis, patet ergo quòd angulus incidẽtiæ semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq; speculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis speculis quibuscunq;, sit enim aliquod speculum conuexum, in quo sit circulus e b d, quẽ in puncto b, contingat extrinsecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, linea f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & sit punctus rei uisæ b, cuius forma à puncto b, speculi conuexi reflectitur ad uisum existentem in puncto k, eritq; per præmissam angulus h b f, æqualis angulo k b g, sed & angulus a b f, est æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam sunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidentiæ in speculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cõcauis hæc demonstratio potest coaptari, est aũt hoc rationale, si enim linea incidentiæ quæ sit exẽpli causa a b, lineam rectam c b d, protractis in superficie plani speculi, uel contingentem superficiem conuexam uel cõcauã alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b, usq; ad punctũ e palã per 15. primi, quòd angulus icidẽtiæ a b c, fieret æqlis angulo e b d, si ergo fiat reflexio secũdũ lineã b f, couenientius est ut fiat secũdũ angulũ æqualẽ illi contraposito quam secũdũ aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d æqlis angulo e b d, & angulo a b c. Si eñ punctus c & d, existẽtibus imotis linea c d, imagineř reuolui, tunc eñ linea e b, propter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet super lineam b f, & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis, patet ergo propositum. Patet etiam ex hoc corrollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq; naturam reflexionis, unde omnia puncta eiusdem lineæ remotiora à puncto reflexionis possunt reflecti ad uisum, sicut puncta eiusdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuersaliter enim oĩa puncta eiusdem lineæ secundũ æqualẽ angulum reflecti possunt, & hoc proponebař.





XXI.

Omnes formæ secundum lineam perpendicularem super superficiem cuiuscunq; speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem.

Verbi gratia, esto ut forma puncti a, superficiei speculi b d c, incidat secundum lineam perpendicularem super superficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit secundum eandem lineam d a: dato enim quòd secundum aliam lineam fiat reflexio, tũc cum angulus incidentiæ semper fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam & in proposito angulus incidentiæ sit rectus, infiniti quoq; sint anguli recti ordinales super punctum d, nec fit declinatio formæ plus ad unum punctum superficiei b c, quàm ad aliud, æqualiter enim se habet linea a d, quæ est linea incidentiæ ad punctũ b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta superficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiã positiõis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod est inconueniens, dabitur ergo necessario quòd fiat reflexio super unam & eandem lineam a d, secundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, sit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmissam, semper sit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis est angulo a d b, per hypothesim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars suo toti, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XXII.

Inter puncta formæ superficiei cuiuscunq; speculi incidentis & speculi oppositi superficiẽ, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes.

Declaratum est enim per primam huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi, om̃es enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum speculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis superficiei totius speculi, eo q ad omnem positionis differentiam fit diffusio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto speculi, & forma cuiuslibet corporis in tota speculi superficie: quot ergo sunt puncta in superficie speculi, tot sunt pyramides ad totam superficiem formæ corporis terminatæ, quæ superficies fit basis omnium illarum pyramidum: & quot sunt puncta in totali superficie corporis, cuius forma incidit speculo, tot fiunt pyramides ad totam superficiem speculi terminatæ, quæ fit basis omniũ illarum pyramidum, & sunt omnes istæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis superficiebus existentium potẽtia non actu, eritq; axis cuiuslibet harum pyramidum punctus secundum quem speculo incidit punctus medius totius formæ speculo incidentis, quoniam ab illo incidit secundum æqualem distantiam, omnes puncti alij circumstant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propositum.

E A

B D C

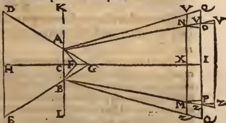
XXIII.

Impossibile est uideri imagines in quibuscunq; speculis propter reflexionem radiorum uisualium à speculis ad res uisas, sed solum propter reflexionem formarum à speculis ad uisum.

Si enim radij uisuales reflecterentur à speculo ad res, quorum uisus accipit imagines, referentq; ipsas formas à speculis ad uisum, tunc qualibet imago uidetur loco suæ rei cuius est imago, quod est contra sensum, & quia, ut præostensum est secundum secũdam huius, ab omni corpore colorato præsente luce, color ad corpus oppositum politũ mittitur mixtum cum lumine, & quandoq; totaliter, & quandoq; partim reflectitur ab illis, tunc si radij uisuales incidentes speculis reflectentur ab illis ad res ipsas, & deferent

secum

ſecum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuſcuiuſq; rei, quorum unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliam ipſe radius formæ rei incidens ſpeculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum, quod totum eſt impoſſibile ſenſui. Sed ſermo ad eius oppoſitionem quidam antiquorum demonſtrationem attulit, quã & nos ut indifferentẽ uigoratam fortius præſenti propoſito applicamus. Sit itaq; exempli cauſa ſpeculũ planum erectum ſuper ſuperficiem horizontis orthogonaliter, in quo ſit linea diuidens ſuperficiẽ ſpeculi per æqualia, quæ ſit a b, & ſit centrum uiſus g, à quo ducaẽ linea g c, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi. Sit itaq; ut linea g t, cadat ſuper lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis ſuper



lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, ergo per 26. primi, & per hypotheſim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaq; lineæ g a & g b, ultra ſpeculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, ſint æquales, & coniungatur linea d e, producaturq; linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmiſſa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, ſunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, ſunt æquediſtantes, & lineæ h e & t h, æquediſtantes, producaturq; linea t h, ultra uiſum g, donec linea t i, ſit æqualis lineæ t h, & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquediſtanter lineæ a b, & ſit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, eſt æqualis ipſi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis eſt ſibi ipſi, erit ſuperficies a b & d o, æqualis ſuperficiei a b d e. Suppoſita ẽm nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, eſt æq̃lis lineæ a d, & z b eſt æq̃lis ipſi lineæ b e, & angulꝰ a u z, æq̃lis eſt angulo a d e, & angulus d z b, eſt æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmiſſis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & ſimiliter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, pet 15. primi, ergo angulus r a u, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaq; centrum uiſus quod eſt g, appropinquet ſuperficiei ſpeculi, & lineæ a b, ut ſi perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui eſt g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui ſit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui eſt u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uiſu ſuperficiei ſpeculi non uidebuntur extremitates rei prius uiſæ, quæ ſunt u & z, ſecundum extremitates ſpeculi, quæ ſunt a & b. Sed & uiſu perſiſtente in puncto g, & linea u z, approximante ſpeculo uſq; ad punctum x, quod ſit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ ſunt u & z, ſed ſolum aliqua puncta ipſius, in quibus radius g a, uiſualis reflexus à ſuperficie ſpeculi ſecat u z, quæ ſint puncta m & n, erit etiam linea n m, minor q̃ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquediſtantibus, & perpendicularibus, quæ ſint n o & m p, & ſi linea u z elongata fuerit à ſuperficie ſpeculi, nullum eius punctum uidebitur ſecundum radios a b & u z, quia alij radij uiſuales à punctis extremis illius ſpeculi, quæ ſunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, ſed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquediſtantibus quæ ſint u u & z z, non uidebitur ergo in tali diſpoſitione reſpectu ſpeculi aliquod punctorum lineæ u z, quod eſt contra expetientiam & ſenſum; accidit enim extrema rei approxima-

tæ &

tæ & elongatæ in speculo qñcũq; uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis, sic etiam patet in alijs speculis quibuscũq;, quoniam de omnibus eadem est demonstratio, patet ergo propositum, aut ad minus ex his non concluditur oppositum ipsius.

XXIIII.

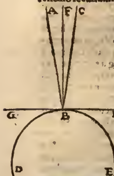
Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio quæ ad uisum, unde secundum dispositionem linearum reflexionis uisus necessario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per præmissam, quòd autẽ forma sensibilis non informet ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscũq;, intuens enim aliquis accedens ad speculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uisionis formæ prius in speculo fixæ uisæ, non amplius uidet illam; & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparentium, sed in eodẽ puncto speculi diuersi aspicientis uidere possunt formas diuersas & distinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem speculi non possunt simul informare, uidetur etiam in speculo forma rei, quæ secundum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum: multa quoq; alia accidunt, quorum ratio posterior est magna, tñ impossibilitatem demonstrant, palam itaq; formas à speculo non procedere, ut in speculo existentes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidẽtes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti, secundum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessario informatur, quia quandoq; uisus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à speculo reflexam, patet ergo propositum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiẽ, uel sup superficiẽ illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse.

Quoniam enim si lux uel forma alicuius speculi secundum perpendicularem lineã incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio secundum eandem lineam, & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma secundum lineas obliquas incidit superficiei speculi cuiuscũq;, tunc semper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem superficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, sed & in eadem superficie secundũ lineam perpendicularis super superficiem speculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi continentes, ut patet per diffinitionem superficiei reflexionis, est ergo per 18. undecimi, illa superficies erecta super superficiem speculi, uel super superficiem speculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in superficie circuli sequentis armillã instrumenti in 9. huius præmissi, æquedistanter basibus suis per omnia centra foraminum, & æquedistantis superficiei circuli ænei, quæ est a b c, radio enim per foramen medium incidente & speculo declinante secundum regulam eadem est demonstratio, quæ in radijs oblique incidentibus; reflectitur enim semper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquedistat lineæ b z p, quæ est linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter super lineam t q, quæ est communis sectio superficiei regulæ & superficiei circuli transeuntis per centra foraminum, & huic axi æquedistat linea d b, semidiameter circuli a b c, sunt



ergo

ergo in eadem superficie per primam primi huius. Sed linea d b, est perpendicularis sup lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ, superficies in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidẽtis, & linea d b, est erecta super superficiẽ regulæ uel speculi, & in hac superficie est linea perpendicularis, quæ est linea altitudinis armillæ transiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propositum, & ita in unoquoq; speculorũ, quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex præmissis.

XXVI.

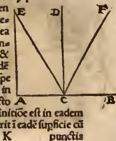
In omni reflexione à cuiuscunq; speculi superficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis super lineam, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel superficiei in puncto incidentiæ speculum contingentis necessario perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectam esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sit enim ut forma puncti a, incidat superficiei alicuius speculi secundũ punctum b, & reflectatur in punctum c, est itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ sunt in una superficie erecta super superficiem speculi per præmissam, sitq; aliqua superficies plana contingens speculum secundum punctum b, cõmunis aũt sectio huius superficiei & superficiei reflexionis, sit linea d b e, angulũ uero a b c, diuidat lineã b f, per æqualia. Dico q linea f b, est necessario ppendicularis super lineã d b e, qa enim angulus d b a, est æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus em̃ incidentiæ a b, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b c, & quia angulus a b f, est æqualis angulo f b c, ex hypothesi, palã q totus angulus f b d, est æqualis toti angulo f b e, est ergo linea f b, perpendicularis super lineam d e, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis, et hoc si linea d b e sit linea recta, quæ si fuerit circularis, sic ut g h linea recta ipsam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli cõtingentiæ g b d, & h b e, sunt æquales, relinquit qđ anguli f b g, & f b h sint æquales, & erit idẽ linea f b, ppendicularis sup lineã g b, & sup lineam d e, cũ itaq; linea f b, sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex præmissa est recta super superficiẽ speculi, uel sup superficiẽ speculũ in puncto incidentiæ contingentem, & cũ ipso sit sup ipsã cõmunem sectionẽ perpendicularis, patet quod linea f b, est erecta super superficiẽ speculũ in illo puncto cõtingentem, continet em̃ cũ omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales, & qm̃ eodẽ modo potest fieri declaratio in sectionib. patet ergo ꝓpositũ.

XXVII.

In omni superficie reflexionis à speculis quibuscunq; centrũ uisus & punctum formæ uisæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriusq; cõsistere est necesse: ex quo patet lineã ꝑpẽdicularẽ à pũcto reflexiõis ductã, omĩbus sꝑficieb. reflexionis illi pũcto incidẽtib. cõem esse.

Ostensum est per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; speculo facta semper superficies reflexionis, in qua sunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis, sup superficiem speculi ducta à puncto reflexionis, erecta est sup superficiẽ speculi, à quo fit reflexio: cũ aũt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cõprehensæ, & terminat in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palã quòd hæc tria puncta sunt in eadẽ superficie. Sed cum perpendicularis sit erecta super superficiem speculi, super quam per 25. huius sꝑficies reflexiõis est erecta, qm̃ & in illa sꝑficie est tota ꝑpendicularis, cũ.n. ipsa ꝑpendicularis in puncto reflexionis secet lineas incidẽtiæ & reflexionis, cũ qbus ipsa ex diffinitiõe est in eadem sꝑficie, ergo ꝑ primã 5. terminus ꝑpendicularis sꝑior necessario erit ĩ eadẽ sꝑficie cũ

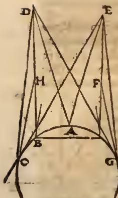


K punctis

punctis prædictis. Si eñ illa perpendicularis ad punctū alium extra ſuꝑficiem reflexionis terminetur, patet ꝙ illa perpendicularis in alia erit ſuperficie, qđ eſt contra diffinitionem ſuperficiei reflexionis, ſed etiam ſi ipſa in alia fuerit ſuperficie, erit rectus minor recto, quod eſt impoſſibile, linea eñ à puncto reflexionis producta in ipſa ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum linea in ſuperficie ſpeculi ab eodem puncto producta continet angulū rectum & perpendicularis ſimiliter. Si ergo illæ 2. lineæ ad diuerſa puncta terminant̄, ſit rectus maior recto. Sed per eundē modum patet id qđ ꝓponitur de kathetis, & qm̄ oēs ſuꝑficies reflexionis quæ tranſeūt idem punctū reflexionis, & aliquē punctū formæ cōprehenſum, licet ad diuerſa centra uiſuū terminent̄, ſemꝑ tranſeunt eundē terminū ꝑpendicularis, qm̄ oēs ſunt erectæ ſuꝑ ſuperficiē ſpeculi, uel ſuꝑ ſuperficiē ſpeculū in puncto reflectionis cōtingentē, palā qm̄ oēs ſecant ſe in ꝑpendiculari, eſt ergo ꝑpendicularis ab oībus cōmunis. Sed & hoc figuraliter eſt declarandū, Sit .n. ſuꝑficies ſpeculi cuiuſcūq; a c b, in cuius punctū c, incidat radius à puncto rei uiſæ, quod ſit f, per lineā f c, & reflectat̄ ad centrū uiſus qđ ſit e, per lineam c e, extrahat̄ q̃q; perpendicularis ſuper ſuperficiē ſpeculi, quæ eſt b c a, à puncto c, quæ ſit c d, per 12. undecimi, intelligit̄ q̃q; à puncto e, perpendicularis ꝓtrahi ſuꝑ ſuperficiem b c a, ut ei cōtinuā per 11. undecimi, quæ ſit e a, eritq; linea e a, æq̄diſtans lineæ d c per 6. undecimi, qm̄ ambæ ſunt orthogonales ſuꝑ eandē ſuperficiē ſpeculi, quæ eſt b d, & qm̄ lineæ d c & e a, ſunt æq̄diſtantes, palā per primā primi huius, q̄a ſunt in eadē plana ſuꝑficie, & linea recta a b, cū utraq; illaꝝ lineaꝝ .ſ. d c & e a, cōtinebit angulū rectū, & erit in eadem ſuꝑficie cū utraq; ipſaꝝ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cū his ambabꝰ lineis q̄ ſunt e a & d c, angulos acutos ꝓpter diffinitionē anguloꝝ rectoꝝ, & qm̄ linea incidentiæ & reflexiōis cū perpendiculari d c, ſunt in eadē ſuꝑficie, & linea e c recta copulat extremitates lineaꝝ e a & d c, erit ipſa per 2. undecimi, in eadem ſuperficie cū ductis perpēdicularibꝰ, oēs ergo lineæ quæ ſunt e a & e c, d c, f c, ſunt in una & eadē ſuperficie, quatuor ergo ꝓmiſſa puncta ſunt in eadem ſuperficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̄ in ſpecto q̃cūq; alio puncto corporis uiſi uel ſpeculi, ſemꝑ accidit idem ſitus lineaꝝ radialium cū ipſis perpendicularibus, & ſimiliter patet de utriſq; kathetis & incidentiæ & reflexionis per primā 5. patet ergo ꝓpoſitū, & ex hoc patet 9. corrella. ſatis manifeſte.

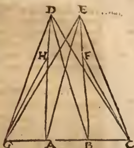
XXVIII.

Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique ſpeculo incidētis, inter kathetum incidentiæ & reflexionis in ſuperficie ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.



Sit ſuperficies cuiuſcūq; ſpeculi, in quo cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea a b c, recta uel curua, & ſit punctus rei uiſæ qui d, & centrū uiſus punctū e, ſitq; kathetus incidentiæ q d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qđ omne punctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uiſus e, inter puncta ſuperficiei ſpeculi a & b, conſiſtere eſt neceſſe. Si enim detur quod in ipſis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uiſum e, ſit ergo ut fiat à puncto ſpeculi, quod eſt a, & ducatur linea a e, tunc cū linea d a, ſit perpendicularis, & linea a e non ſit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, ſed & angulus e b a, eſt rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile. Similiterq; deducendum ſi detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam idem accidit impoſſibile, non ſit ergo reflexio ab aliquo punctorum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neq; ab aliquo punctorū lineæ a b c, extra puncta a & b, ſit enim ut forma puncti d, reflectatur ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, ſecans lineam b e, in puncto

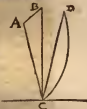
puncto f,erit ergo per præmissam linea e f, perpendicularis super lineã a c,trigoni ergo b f c,duo anguli sunt recti,q̃d est impossibile,ut prius,& eodem modo deducendum, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto lineæ a b c, ultra punctum a, ut à puncto g,ducta linea g h,angulum d g e,per æqualia di uidente,patet ergo quod solum inter puncta a & b, fiet reflexio ab aliquo punctorum lineæ a b,uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis,quod est propositum in speculis planis,& patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus à speculis,quibuscunq;,quia danti oppositum eadem impossibilia sequantur,ducta corda arcus interiacentis,ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum,& ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum,uel lineas quæ sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierũ reflexionis,patet ergo propositum.

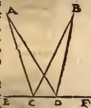


XXIX.

Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisæ ab eodem puncto cuiuscunq; speculi reflecti ad idem centrum uisus,uel à duobus punctis speculorum planorum uel conuexorum,formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter superficiei speculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiusdem, uel perpendiculariter alterius duci super eandem superficiem ad idem punctum est impossibile, patet per 13. undecimi,quod autem perpendicularis reflectatur in se ipsam, patet per 21. huius, impossibile est ergo duo puncta eiusdem formæ uisæ ab eodem puncto speculi ad idem centrum uisus reflecti perpendiculariter. Sed neq; est hoc possibile fieri linea incidentiæ obliqua existente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit speculo, & reflectitur ad uisum secundum lineas breuiores per 48. huius,& omis talis reflexio ad uisum & ipsarum comprehensio fit secundum dispositionem linearum reflexarum per 24 huius,illæ ergo duæ formæ si ad unum punctum quod est centrũ oculi incidunt,& ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus suarum formarum fit incidentia,quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas incidentiæ,quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uisum, uidebitur unus punctus,& sic erit confusio formarum in uisu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ possunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti,qui est centrum uisus,& uidebitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum suorum diuersitatem semper diuersas esse, sicut ergo sunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuersis punctis formæ incidunt eidem puncto speculi: Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uisus terminantur,ut si à duobus punctis formæ incidentiæ speculo,quæ sunt a & b, incidunt eidem puncto speculi, qui sit c, duæ lineæ a c,& b c,& ab illo reflectentur ad idem centrum uisus quod sit d, sequitur ad huc si ab uno puncto reflexionis c,diuersæ formæ punctorum a & b, ad centrum uisus d perueniant,duas lineas rectas quæ sunt c d,superficiem includere, quod est impossibile,patet ergo propositum. Sed neq; à duobus punctis alicuius speculi plani uel conuexi ad idem centrum uisus simul possibile est idem punctum formæ reflecti. Sic enim si possibile est ut forma puncti a, reflectatur ad centrum uisus b,à duobus punctis speculi plani uel conuexi cuiuscunq;, quæ sit c & d, signata super lineam quæ est communis





sectio superficiei reflexionis & speculi uel superficiei contingentis speculum conuexū quæ sit e f, cum ergo per 14. huius, secundum dispositionem linearum reflexionis uisus semper informetur, tunc forma puncti a, quæ est indiuisibilis occurret uisui ut forma lineæ c d, quæ est diuisibilis linea, non ergo occurret uisui nisi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto speculi, neq; unum punctū formæ à duobus punctis speculi plani uel conuexi possibile est reflecti, quod est propositum.

XXX.

Ab uno puncto superficiei speculi cuiuscunq; formam unius puncti rei uisæ, ad duos uisus non est possibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uisum ꝓcedens si cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis super superficiem speculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam ꝙ non potest in eadem superficie alia linea sumi, quæ æqualem angulum efficiat cū ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiusdem pūcti ad uisum alium, oportet igitur ut à diuersis punctis speculi cuiuscunq; fiat ad uisus diuersos reflexio, & quoniam duo tantum sunt uisus, oportet ad minus ut à duobus punctis superficiei speculi cuiuscunq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad ambos uisus, patet ergo propositum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuscunq; speculi ad diuersos uisus possibile est formas punctorum plurium reflecti, & à diuersis unam.

Quamuis etiam ut patet per 29. huius, solum formæ unius pūcti incidentis ab uno tantum puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum centrum uisus, est tamē possibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta secundum angulos diuersos incidūt, & secundū diuersos reflectūtur, ergo ad puncta diuersa terminant̄ lineæ reflexæ, in quibus diuersi uisus cadentes puncta diuersarum formarum comprehēdit ab uno puncto speculi ad diuersos uisus reflexa, & si unus uisus motus fuerit, & situm uariauerit, speculo existente immoto, tunc etiam secundum situs sui diuersitatem ab eodem puncto speculi ad ipsum puncta diuersarum formarum reflectentur, semper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uisus motus, uel diuersi uisus eandem formam uidebūt à diuersis punctis speculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali superficiei speculi incidens ad aliquam partem oppositam reflectitur, & secūdum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuersantur, & quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, quæ sunt eiusdem formæ, accidit ut à diuersis uisibus una forma à diuersis punctis sup̄ficiei speculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immotum, patet ergo propositum.

XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscunq; speculi plani uel conuexi, non est possibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uisum, nisi eum solum quo ducta perpendicularis superficiem oculi intersecat, & ab eo solo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipsius speculi superficiei.

Sit centrū uisus punctū a, & sit linea quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi cuiuscūq; plani uel cōuexi, & sit nūc exēpli causa speculi plani data linea b g, sitq; ꝑpendicularis ducta à pūcto a, sup̄ lineā b g, linea a g, sit quoq; ut linea a g, secet sup̄ficiē sphæricā cōuexā oculi in pūcto d, dico qđ in tota ꝑpēdiculari a g, quātumcūq; ꝑtracta nō est pūctus q reflectat̄ ab hoc speculo ad cētrū uisus a, nisi solus pūctus d. Si. n. alius pūctus ductæ ꝑpēdicularis ad uisum reflectit̄ ꝑter pūctū d, aut ille pūctus est ultra cētrū uisus a, aut sub uisu, si ultra uisum sit ille punctus h, palā ergo ꝙ non

perueniet

perueniet forma eius ad speculum super perpēdicularem h a, propter solidi corporis in terpositionem, quod est ultra uisum in capite uidentis, non reflectitur ergo forma pūcti h super perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo puncto speculi præter punctum g, potest reflecti forma puncti h ad uisum a. Sit illud punctū b, & sit linea incidentiæ h b & linea reflexionis h a, diuidaturq; angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductā ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26. huius, linea b t perpendicularis super lineā h g, sed linea t g est perpendicularis super eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t est ducere duas perpēdiculares super lineam h g, & sup ipsam supficiē speculi quod est impossibile. Sequetur em̄ trigoni a b g duos angulos esse rectos, scilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plures ducerentur perpendiculares lineæ super eandē superficiem, qđ est contra 20. primi huius: nulla ergo forma punctorum lineæ h d, potest reflecti ad uisum nisi solum punctū d, quoniam de omnibus alijs punctis eodem modo est demonstrandum, neq; enim potest dici quòd aliqua forma alicuius puncti sumpti inter puncta a & d, reflectatur ad uisum nisi per lineam perpendicularem d a, quoniā puncta inter centrum uisus, & superficiem eius posita sunt ualde rari, unde nō mittitur alicuius ipsorum forma in uisum, neq; ab aliquo speculo reflectitur ut sentiatur, sed neq; forma alicuius punctorum lineæ d g potest reflecti ad uisum a, à pūcto speculi g, ut forma pūcti f, quoniā si illud pūctum d solidi corporis fuerit, patet quod ipsum impediet reflexionem ad uisum per lineā d g, quia propter soliditatem ipsius forma puncti f, non poterit transire & ad uisum peruenire, & si fuerit rarū, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei & adherebit sibi, neq; perueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius ipsorum punctorum reflecti à pūcto alio speculi quàm à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiso angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, sequatur idem impossibile quod prius .s. lineas l k & l g, ppendiculares esse sup supficiē speculi, uel super superficiē speculū contingentē, qđ est cōtra 20. primi huius, oīm itaq; punctorū lineæ h g, nō reflectit aliquis ad uisum a nisi solum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uisibilis in quo est linea h g præter punctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo non ad angulū rectum, quoniam omnia puncta circumstantia punctum d, concurrunt in centro uisus a, & faciunt conum pyramidis cuius basis est in superficie speculi circa axem a g, uidebuntur formæ omnium illorum punctorum semper perpendiculares ab eis ad superficiē speculi ductis, patet ergo propositum, quoniam in speculis conuexis, linea h g, est semp perpendicularis super superficiem speculi, nec ab aliquo suorum punctorum super speculi superficiem alia perpendicularis duci potest per 20. primi huius, ita tamē quòd hæc quæ præmissa sunt in uno tantum uisu intelligatur in omnibus speculis planis & quibuscunq; conuexis, sicut propositio proponit, quoniam eiusdem puncti rei uisæ ad ambos uisus reflexa, si uni uisuum perpendiculariter incidat, potest alij uisui oblique incidere secundum lineam reflexionis oblique à superficie speculi ad centrum uisus procedentem, & uidebitur idem punctus rei uisæ à duobus uisibus secundum diuersum modum suæ reflexionis, in speculis uero concauis quibuscunq; est secus.

XXXIII.

Impossibile est formam oblique speculo incidentem secundum lineā suæ incidentiæ ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris.

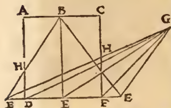
Esto in speculo a d b incidat forma puncti c, oblique in puncto d, ita ut angulus c d b sit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c secundum lineam c d, non reflectitur in se ipsam propter inæqualitatem angulorū, cum semper angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis per 20. huius, sed neq; ex parte sui anguli minoris, q̄ est c d a, fiat enim ut reflectatur secūdum lineam d e diuidentem angulum c d a, erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a, sed angulus c d b maior est angulo e d a, erit ergo angu-

lus e d a maior angulo c d a, pars ſuo toto, quod eſt impoſſibile, ſemper ergo ſecundum angulum maiorem qui in propoſito eſt angulus c d b fiet reflexio, & hoc eſt propoſitum.

XXXIIII.

In omni ſpeculo formarum punctorum mediorum cuiuſlibet rei uiſæ reflexio fit inter pūcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiuſdem rei uiſæ.

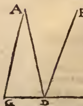
Sit res uiſa per reflexionem à quocunq; ſpeculo, quæ a b c, cuius extrema puncta ſint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c ſit punctus b, & ſit ſuperficies illius ſpeculi ſiue plana ſiue conuexa uel concaua fuerit, in qua ſit cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi linea d e f, & ſit centrum uiſus punctum g, reflectiturq; forma puncti a ad uiſum g, à puncto ſpeculi quod eſt d, & forma puncti c à puncto ſpeculi quod ſit f, et forma puncti b, quod ſit alius mediorum pūctorum lineæ a b c, reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi e, dico quod punctus e neceſſario cadit inter puncta a & c, quæ ſunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: ſi enim cadat punctū e extra pūcta d & f, linea ergo b e quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, ſecabit aliquam linearum quæ ſunt a d & c f, quamcunq; illa uero ſecuerit, ſit punctū ſectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uiſum g, à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & f, uel e & d, quod in ſpeculis planis & conuexis poteſt eſſe impoſſibile per 29. huius. In ſpeculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis ſpeculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo ſpeculorum ſecundum ſitum & ordinationem proprium ſuarum partium uidebitur, quod totum eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.



XXXV.

Figura ſuperficiei corporis incidentis & ſpeculi, & ſitu ſimili exiſtēte, erit in omni ſpeculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura ſpeculi & corporis eſt eadem & ſitus idem, ut ſi utraq; illarum figurarum ſit plana & æquediſtent, tunc forma puncti primi ſuperficiei uiſi corporis incidit puncto primo ſpeculi, & forma puncti ſecundi pūcto ſecundo, & ſic de omnibus alijs punctis ſe reſpicientibus. Si ergo in ſuperficie ſpeculi ſit totalis figura ſuperficiei corporis uiſi, quod non accidit in ſpeculo alterius figuræ, ſimiliter quoq; ſumpta quacunq; ſpeculi parte cuius figura ſit ſimilis figuræ corporis, & ſitus æquediſtans erit ſemper complementum figuræ corporis in ea: & cum infinitæ ſint tales ſpeculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis ſpeculo incidentes, quæ ſemper ad diuerſa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uiſus diuerſi in eodem ſpeculo comprehendūt. Hoc itaq; accidit in omnibus ſpeculis, ſed maxime euidens eſt in planis, cum enim quolibet puncto ſuperficiei planæ ſuperficiei ſpeculi plani incidente figura partium circunſtantium ſit ſimilis ordinationis & ſitus, accidit ex omnibus punctis ſimul reflexio & ſimul & in eodem modo, & ſic fit complementum in ſpeculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.



XXXVI.

In ſpeculis quibuſcunq; unumquodq; punctorum conſpectorum in katheto ſuæ incidentiæ uidetur.

Sit ſpeculum quodcunq;, & ſit nunc exempli cauſa planū, quod ſit g d, punctusq; uiſus ſit a, & centrum oculi ſit b, & ducatur à puncto rei uiſæ quæ eſt a, kathetus incidentiæ quod ſit a g. Dico quod imago puncti a, ſemper uidetur in linea a g: ſuppoſitum enim eſt in principio huius libri, quod uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, ſit

ſolum

solum secūdum kathetum suæ incidentiæ, forma autem quæ in speculo uidetur est imago rei uisæ, ut patet per diffinitionem, necesse est ergo imaginem illam uideri secundum situationem uniformem ipsius puncti rei uisæ ad speculum, quoniam aliàs non uidetur illa forma per modū imaginis, uidebitur ergo necessario in ipso katheto incidentiæ suæ, quod est propositum. In alijs enim speculis est eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uisæ in speculis quibuscunq; in puncto concursus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse.

Huius exemplum est, si pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter super superficiem speculi cuiuscunq;, tunc enim apparebit uisui alia pyramis continua, tenens se cū pyramide extrinseca quasi ad modū rhombi, & uidebūtur harum pyramidum uertices quasi uniformiter distantes à superficie speculi, & si linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticē alterius, palam qm̄ ipsa erit perpendicularis super basem uisæ pyramidis, & ita super superficiem speculi, cum eadem sit superficies speculi & basis uisæ pyramidis, ut in speculis planis uel basis uisæ pyramidis æquedistet superficiei speculum contingenti ut in speculis conuexis, quorum speculorū superficies ipsa basis uisæ pyramidis est contingens, uel æquedistans superficiei cōtingenti superficiem speculi, ut in speculis concauis, in quibus basis pyramidis erectæ super speculū æquedistat superficiei planæ speculū contingenti, uertex ita q; pyramidis semper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad speculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquedistanter axi, semper incidet ad punctum simile sibi respiciens ipsum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, semper orthogonalis super bases dictaꝝ pyramidū, & super superficiem speculi uel super superficiē speculū contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorū pyramidum speculo opposita cadit in ꝑpendiculari intellecta duci à puncto illo super superficiem speculi. Sed quicūq; punctus corporis opponatur speculo, necesse est imaginari pyramidem orthogonalem super superficiem speculi aut ei continuam, uel super superficiem ipsum speculū contingentem, uel superficiei cōtingenti æquedistantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex est pūctus ille uisus, & basis eius superficies speculi aut superficies contingens ei cōtinua, & cōuenit ut imaginetur alia pyramis opposita illi, cum illa quasi complens rhombum, quarum utriusq; est basis uel eadem uel una basium est alteri æquedistans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis super speculi superficiem, & quia imago cuiuslibet pūcti speculo oppositi cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pūcto ad speculi supficiem aut ei cōtinuam, patet quod locus imaginis est in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmissam, sed quia in speculis quibuscunq; non accidit comprehensio formarum nisi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uisi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quælibet talium lineaꝝ est recta, imago ergo cuiuslibet pūcti formæ reflexæ cadit in punctum sectionis ꝑpendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra supficiem speculi, ut cum talium linearum intersectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non potest fieri nisi sub superficie speculi, concurrit autem linea reflexionis ꝓtracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cōcurrit cum linea perpendiculari educta à pūcto reflexionis super ipsam speculi superficiem, ut patet ex præmissis. Sed in speculis planis illa ꝑpendicularis æquedistat katheto incidentiæ p 6. undecimi, sunt enim ambæ super speculi superficiem perpendicularis, manifestum ergo per 24 primi huius, quia in illis speculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem speculis est hoc magis manifestum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum ꝑpendiculari ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi. De singulis tamen speculis hoc in sequentibus demonstratur, & in istarum linearum concursu uidetur imago, est ergo locus imaginis ut ꝓponebatur, hoc autem est necessario, ideo quia cum medium distantiæ inter punctum uisum comprehensum & ipe culi supficiem non sit uacuum, fit reflexio formæ corporis medij ad uisum, sicut & puncti

cor-

corporis ad quod intendit uisus, nec est differentia reflexionis formæ corporis medij & reflexione formæ puncti intenti, nisi sicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri, ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicatur ad uisum, nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uisibus & speculis quibuscunq; regularibus retinent essentialem ordinem suarum partiū & figurarū, ut patet per 34. huius, ideo necesse est puncta formarum incidentium speculi quandoq; in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrūt sub speculi superficie uel inter uisum & speculū, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadē uniuersalis causa quæ præmissa est, deferens solū secundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus secundum quod formæ ipsarū diffunduntur p medium ad superficiem speculi in formis suis specificis differre, cum sensibiliter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quæ non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiā, scilicet per applicationem singulorum accidentium ad propria subiecta, quæ uisibus directe uidentibus sub talibus accidentibus occurrūt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores à speculi supficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarū confundātur, sic ut accidit necessario de rebus uisis per mediū aerē ut præordinata forma aëris in situ suo respectu formæ rei per mediū aērē uisæ oīm suorū pūctoꝝ forma uideantur, aliâs enim figura & forma rerum multiplicatarū ad speculi superficiem confunderetur, & hoc mihi uisum est esse causa rei per alios multis ambagibus pquisitæ. Videtur itaq; res necessario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc est breuissima eius distantia à supficie speculi à qua fit reflexio ad uisum, aut à superficie ei cōtinua, & secundum hanc fit rei uisæ respectu speculi uniformis dispositio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmissa, licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum, iudicium tamen uirtutis uisiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit secundum lineam breuissimam secundum quam incidit forma uisa superficiei ipsius speculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarū in speculi superficie & in uisu, & propter certiorem cognitionem situs propriæ quantitatis, cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra kathetum propinquior ad uisum uideretur maior, si ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uisa: in katheto uero quam permittit figura speculi & uisum distantia, secundum suā propriam quantitatem uidetur, est ergo necessarium ipsam uideri in pūcto concursus lineæ reflexionis cū katheto incidentiæ, uisus enim cū per reflexionem formas comprehendit, nō auertit quod hæc cōprehensio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut supra in procemio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus, uisu enim remoto nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum, sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex soliditate corporis specularis reflectitur ab illis, & si contingat uisum esse in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarū linearum, & est quælibet formarum reflexarum à quocunq; speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi, cum tamen non sit aliqd essentiæ ipsius speculi, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uisæ comprehensæ per reflexionem factam à superficie alicuius speculi, figuræ superficiei illius speculi est necessarium aliqualiter similari.

Quoniam enim ut patet per præmissam locus imaginis cuiuscunq; pūcti formæ uisæ est in concursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, harum aūt linearū concursus di-

sus diuersificatur secundum figuram superficierum speculorū à quibus fit reflexio, qm̄ secundū illius figuræ dispositionē, fit diuersitas concursus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pūcto formæ incidentis sup superficiem speculi, uel super superficiem speculi cōtingentem in pūcto reflexionis superficiei speculi, à qua fit reflexio ad uisum, quarū perpendicularium concursus diuersificat concursum linearum reflexionis cū katheto incidētiæ, in quo concursu fit locus imaginū ut declaratū est in præmissa, habet itaq; superficies speculi à qua fit reflexio aliquā dignitatē in formatione imaginū uisarū quæ ab ipsis reflectuntur, non tamen fit semper hæc assimilatio secundum totā dispositionē formarū, nisi cū loca imaginum cadunt in ipsis superficiebus speculorum non intra specula uel extra ipsa. Sed & tunc secundum aliquod similantur formæ uisæ ipsis formis uel figuris speculorum, quoniā in speculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & sic aliqualiter accidit in alijs speculis, patet ergo propositum.

XXXIX.

Diuisa cuiuscunq; speculi superficie, accidit formam unius pūcti rei uisæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerū est, quando per diuisionē superficiei alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficierū uisæ, & respectu ipsius uisus ut plurimū accidit in speculis uitreis plumbatis, p diuisionem ab unitate superficiei desacili recedunt, quod nō accidit in alijs speculis tam faciliter: qm̄ itaq; aliorū speculorum, superficies, ꝓpter diuisionē in ipsis factam ab unitate supficiei secundū situm & ordinem præmisso modo recedūt, accidit formā unius pūcti rei uisæ numero illarū partium numerari, tūc enim diuersi fiunt katheti incidentiæ formæ eiusdem pūcti rei uisæ respectu illarum diuersarum partialiū superficierū, & similiter diuersa fiūt puncta reflexionum & diuersæ reflexionū lineæ ad centrū eiusdē uisus, & quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in pūcto cōcursus lineæ reflexionis cū katheto incidentiæ, ut patet p 37 huius, ideo patet, quod secundum numerū istarum linearum, & sui concursus formæ eiusdem puncti imagines numerantur. patet ergo propositum.

XL.

In omnis speculi superficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine secundum modum polituræ.

Quod hic ꝓponitur exemplariter patet in speculis quibuscunq; artificio politis. Si eīm fabricant̄ in longum ut accidit in superficiebus ensium, tunc facies intuentis uidebit̄ oblongata respectu suæ ꝓpriæ dispositionis, & si fabricant̄ aliquæ supficies secundū ipsarum latitudinē, si longitudo fabricata secundū sui latitudinē opponitur uisui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quā̄ sit eius ꝓprietas uera secundū illā dispositionem, & quandoq; uidebitur imago transuersalis ꝓpter transuersalitatē fabricatiōis, in oībus uero his causa est unitio maior superficieɿ ipsarū corporum politorū, à quibus & quarū partibus cōfluit reflexio ad unionē formaɿ reflexarum, & secundū illud peruenit ad uisum, & eīm ut in principijs huius libri diximus, politio est cōtinuitas partiū superficiei politi corporis sine sensibilitate pororū uel diuisionis, unde cū ad aliquā differentiā positionis illi pori cōplanantur, necesse est secundū illā differentiā formas pluribus punctis illis incidentes in unitatē formæ confluere & uniri, & secundū illū modū formam uisam secundū reflexionē augmētari & uideri maiorem, secundū alias uero positionū differentias necesse est ipsam uideri suæ dispositionis ꝓpriæ, uel circa illā, & sic accidit quædā menstruositas in imaginibus formaɿ taliter uisaɿ, quia ipsarum reflexio est æq̄lis hinc inde, & fit irregularis secundū illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cōueniens dispositioni formaɿ reflexarū, necesse est ipsorū supficies fabricari secundum modū circularē non in longū nec in latum uel trāsuersum, ne secūdum illos modos formarum ꝓpria dispositio difformetur, patet ergo propositum.

XLI.

In omī speculo accidit eandē imaginē à duobus uisibus qn̄q; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uiſui in unius imaginis uiſione à quocũq; ſpeculorum reflexæ, ſicut & idem error ſibi accidit in ſimplici rerũ uiſione, cũ eædem cauſæ concurrunt uel aliarum aliquarũ quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiuſdem rei forma ab eodẽ ſpeculo reflexa uni uiſuũ offertur directe & alteri oblique, uel cũ forma reflexa conſtituta intra axes radiales ambobus uiſibus occurrit oblique. Quibuſcunq; enim modis accidit formam eiuſdem rei uideri duas, eiſdem modis poſſibile eſt imaginem illius formæ uideri duas, ſi ſecũdum modũ ſuæ uiſionis ad uiſum ab aliquo ſpeculo reflectatur, & quia talibus nõ oportet aliter immorari quàm ut in ſimplici uiſione dictũ eſt, nõ eñ accidit illud ꝓpter diuerſitatẽ punctorũ reflexionis formæ eiuſdẽ pũcti ad ambos uiſus, quoniã illa diuerſitas aut nulla eſt, aut nõ eſt ſenſibilis, unde nullũ ſenſibilẽ inducit uiſibus errorẽ, ſed ambo uiſus ſecundũ illũ unde ꝑueniũt ad uiſionem unitatis eiuſdem formæ ut poſterius declarabitur, patet ergo propoſitum.

XLII.

Imago rei uiſæ motæ in omni ſpeculo moueri uidetur.

Huius cauſa non eſt alia, niſi uniformitas reflexionis à quolibet puncto ſpeculi, ſuꝑ quam fit motus, & quia omnia pũcta rei uiſæ à diuerſis quàm prius pũctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uiſæ ſecundũ quod ꝑ eius motũ puncta à quibus facta eſt reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet ſecundũ ueritatẽ nõ moueatur, ſed potius noua imago mutato ſitu rei uiſæ generetẽ, hoc aũt accidit propter continuitatem punctorũ reflexiõis in ſuꝑficie ſpeculorũ, patet ergo ꝓpoſitũ. His itaq; cõmunibus omniũ ſpeculorũ paſſionibus præmiſſis, reſtat ut ad planoꝝ ſpeculorũ paſſiones ꝓprias calamum conuertamus.

XLIII.

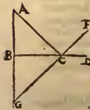
In omni reflexione à ſpeculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales ſunt kathetis à punctis ſuorum terminorũ demiſſis, & ipſis baſibus in ſpeculorum ſuperficie interiectis.

Sit ſpeculum planũ, in cuius ſuperficie ſit linea d c e, & ſit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducantẽ katheti a d incidentiæ & reflexiõis b e, dico quòd quæ eſt ꝓportio a d ad e b, eadem eſt a c ad b c & d c ad c e, quoniam eñ in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c eſt æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, q eſt angulus incidentiæ ꝑ 20. huius, æqualis angulo b c e, qui eſt angulus reflexionis, erit neceſſario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. ſexti, latera iſtorum trigonorum æquales angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia, quæ eſt ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam ſemper manet eadem proportio reſultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propoſitum.

XLIIII.

Forma puncti rei uiſæ ſuperficiei plani ſpeculi incidente, locum in quo uiſu conſtituto ad ipſum fiat reflexio inuenire.

Eſto punctus cuius forma ſpeculo plano incidat a, & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi, incidatq; pũctus à ſpeculo ſecundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pũcto a, ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d, ꝑ 12. primi, & ꝓducatur uſq; ad punctum e, donec ꝑ 3. primi, linea b e fiat æqualis ipſi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝓducatur ultra c ad punctũ f, dico quod uiſu exiſtente in quolibet puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, et uidebit formã puncti a, copuletur eñ linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmiſſis ambo illi anguli ſunt recti, q̃m ergo per 4. primi, cũ ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e ſint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, ſed per 5. primi, angulus f c d eſt æqualis angulo b c e, ergo angulus



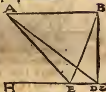
f c d eſt

f c d est æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cũ linea a c sit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis, uisu ergo in illa posito fiet reflexio ad uisum, quod est propositum.

XLV.

Forma puncti à speculo plano non reflectitur ad eundẽ uisum nisi ab uno puncto tantum.

Esto centrum uisus a & punctum uisum b, & sit z h superficies speculi plani, dico qđ ab uno tantum puncto superficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uisum a, si enim à duobus pũctis sit possibile illã reflecti, sint illa duo pũcta d & e, & ducatur linea à centro uisus in puncto a ad punctum uisum b linea quæ sit a b, linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterum punctorum quæ sunt b uel a, aut concurrit cum superficie speculi aut æquedistat. Si cõcurrit siue sit perpẽdicularis sup superficiẽ speculi à quo fit reflexio siue non, semper ipsa erit necessario in una sola superficie reflexionis. Si enim ipsa sit perpendicularis super superficiẽ speculi, tunc patet quod ipsa est in una superficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipsa reflectitur in se ipsam per 21. huius. Si uero linea a b super superficiem speculi non sit perpendicularis, cum sit linea recta extensa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, necessario sunt in una superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, erit etiam linea a b in una sola tali superficie, quoniam si in duobus talibus superficiebus fuerit, tunc ipsa erit communis sectio duabus illis superficiebus orthogonalibus super superficiem speculi per 19. primi huius, unde sumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficierum super lineam communem huic superficiei & superficiei speculi, erit hæc linea erecta super superficiem speculi per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ: & similiter ab eodẽ puncto ducatur linea in alia superficie super lineam communem ei & superficiei speculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis super superficiem speculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares super eandem superficiem speculi, quod est impossibile & cõtra 20. primi huius, ergo linea b a in una sola superficie reflexionis erecta super superficiẽ speculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem superficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa superficie reflexionis in qua est linea a b, & similiter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem superficie cũ lineis d a & d b, per secundam undecimi. Sed angulus e a h est maior angulo a d e per 16. primi, extrinsecus enim est maior intrinseco. Sed p 20. huius, angulus incidentiæ qui est a e h est æqualis angulo reflexionis qui est b e d, ergo & angulus a d e est æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior est angulo a d e, ergo & ipsius æquali, scilicet angulus b d z, quod est contra 16. primi, extrinsecus enim qui est b a z maior est intrinseco qui est b e d, ergo & angulus a d h maior est angulo b e d, & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile, à solo ergo puncto speculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uisum a. Si uero linea a b sit perpendicularis super superficiẽ speculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur secundũ ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto, quod si linea a b non cõcurrat cũ aliqua linearum protractarũ in superficie speculi, sed sint æquedistantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipsa erit æquedistans cuilibet æquedistanti illi lineæ in speculis superficie productæ. Sit ergo æquedistans lineæ b z, erunt quoq; per secundam primi huius lineæ a b & h z in eadem superficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniã intrinsecus angulus erit maior extrinseco; quod est impossibile, ergo & illud ex quo sequebatur, patet ergo quod proponebatur.

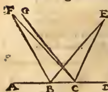


XLVI.

In speculis planis dati puncti uisi ad centrum uisus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g, & sit centrũ uisus b, punctusq; rei uisæ sit d, & ducãtur katheti a d & g b, perpendiculariter super superficiẽ speculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut sit ꝓportio lineæ a h ad lineã h g,

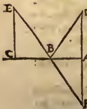
ſicut lineæ a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma pūcti d reflectetur ad uiſum b à pūcto ſpeculi h, ducanť ēm lineæ d h & b h, palam itaq; p 6. ſexti, & ex hypotheſi, qm̄ triangul9 d h a eſt æquiangulus triā angulo h g b, angulus ēm h a d eſt æqualis angulo h g b, quia ſunt ambo recti, & eſt ꝓportio lineæ a d ad lineā g b, ſicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d eſt æqualis angulo g h b: à pūcto itaq; ſpeculi quod eſt h, reflectitur forma puncti d ad uiſum b, p 20. huius, angulus ēm incidētiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Si aūt pūctus h, obſtruať per aliquod ſuperpoſitū, utpote p cærā uel p picem aut ſibi ſimile, nulla uidebiť imago puncti d, centro ipſius uiſus quod eſt b, diſpoſito ſecundū præmiſſum modū, qm̄ à pūcto alio impoſſibile eſt fieri reflexionē p præmiſſam, accidit ēm à pūcto alio uariari ꝓportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ꝓpoſitum.



XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi plani non ſunt æquediſtantes, attamen in centro unius uiſus non concurrunt, ex quo patet quòd unus uiſus uidere non poteſt idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis eiuſdem plani ſpeculi reflexum.

Eſto ſpeculū planum in cuius ſuperficie ſit linea a b c d, cuius duobus pūctis c & b, à puncto rei uiſæ quod ſit e, incidāt lineæ e b & e c, & ſit centrū uiſus g, & reflectatur linea e b ſecundū lineā b f, & linea e c ſecundū lineam c g, dico quod lineæ e g & b f non ſunt æquediſtantes, nec tñ concurrent in centro unius uiſus, quāuis etiā ſint in eadē ſuperficie, angulus ēm incidentiæ qui eſt e c d eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt g c a, & angulus e b d eſt æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c ꝓtrahitur ad punctū d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinſecus maior angulo intrinſeco qui eſt e b d, palā ergo p 20. huius, quia & angulus g c a maior eſt angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non ſunt æquediſtantes, angulus enim extrinſecus maior eſt intrinſeco cadēte linea a d ſuper ambas lineas g c & b f, ſed neq; concurrunt in centro unius uiſus: dato enim quod cócurrant in centro uiſus quod ſit f, & linea e c reflectatur ad uiſum f, ſecundū lineam e f, tūc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt f b a æqualis eſt angulo reflexionis qui eſt e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, ſed angulus f b a maior eſt angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinſecus maior eſt angulo e c d extrinſeco, qđ eſt cōtra eandem 16. primi, & impoſſibile, patet ergo propoſitum, & ex hoc patet planè totum correlariū. Si ēm lineæ reflexionis formæ eiuſdem pūcti non poſſunt in centro unius uiſus concurrere, tūc eſt manifeſtū quod unus uiſus non poteſt idolum eiuſdem formæ uidere reflexum à diuerſis pūctis ſuperficiei eiuſdem ſpeculi plani, qđ eſt totum ꝓpoſitum.



XLVIII.

In ſpeculis planis forma pūcti ad cētrū uiſus reflexa locū imaginis inuenire.

Eſto ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a b c, ſit quoq; ut forma pūcti rei uiſæ quod ſit d, reflectatur ad centrum uiſus quod ſit e, à puncto ſpeculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit d b, & linea reflexionis quæ ſit b e, dico quod eſt poſſibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniā enim per 27. huius, pūcta d b e ſunt in eadem ſuperficie, patet per primam & ſecūdā undecimi, quoniam linea a b c eſt cum lineis d b & b e, in eadem ſuperficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cōtinuum, quouſq; à puncto e ſuper ipſum ꝓducatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ ſit e c, & ei æquediſtans à puncto d quæ ſit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per ſecundā primi huius, quoniam ipſa cōcurret cū linea d a ꝓducta, ſit cōcurſus punctus f, dico per 37. huius, qm̄ punctus f, eſt locus imaginis formæ pūcti d, patet ergo ꝓpoſitū.

Eadem

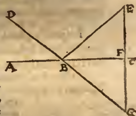
XLIX.

Eadem eſt diſtantia loci imaginis à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quæ eſt puncti uiſi ab eadem ſuperficie ſuper ſpeculum planum exiſtentis.

Sit punctus rei uiſæ a, & ſit centrum uiſus b, & ſit c d e linea cõmunis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani, ſitq́ꝫ d punctus reflexionis. & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter ſuper lineam c d e, per 11. primi, uel ſuper totam ſuperficiem ſpeculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi, quæ ſit a c, quæ producatur ultra ſpeculũ, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit a d, & linea reflexionis quæ ſit b d, patet ergo per 27. huius, q̃m lineæ a d, f d, b d, ſunt in ſuperficie reflexionis. & cum linea f d, ſit æq̃diſtans lineæ a c, ꝑ 28. uel ꝑ 6. undecimi, & linea b d, concurrat cũ linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, eſt æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d e, eſt æqualis angulo a d c, per 20. huius, ſunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d c, eſt æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam ſunt anguli contra ſe poſiti, angulus ergo a d c, eſt æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, eſt æqualis angulo d c g, quoniam uterq́ꝫ eſt rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. ſexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, ſed latus c d æquale eſt ſibi ipſi, erunt ergo cætera latera æquos angulos reſpicientia inter ſe æqualia, ut a c ipſi c g, & a d ipſi a g, quia ergo in puncto g, eſt locus imaginis per 37. huius, & linea c g, eſt æqualis ipſi a c, patet ergo propoſitum. Si ergo perpendicularis ultra ſuperficiem ſpeculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c reſecari, ſemper erit in puncto g locus imaginis tm̃ diſtans à ſuperficie plani ſub ſpeculo, quantum punctus rei uiſæ, cuius forma uidetur in ſpeculo, diſtat ab eadem ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum, patet ergo propoſitum.

L.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea à centro uiſus ad locum imaginis producta, æqualis eſt lineæ incidentiæ reflexionis ſimul iunctis.



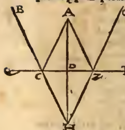
Eſto in ſpeculo plano linea a b c, & ſit centrum uiſus d, & punctus rei uiſæ ſit e, fiatq́ꝫ reflexio formæ puncti e, ad uiſum d, à puncto ſpeculi plani quod ſit b, erit ergo linea incidentiæ quæ c b, & linea reflexionis quæ b d, ſitq́ꝫ locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concurſu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ. Sit ergo ut kathetus e g productus ſecet lineam a c in puncto f, quia itaq́ꝫ angulus incidentiæ qui eſt e b f, eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, eſt ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis eſt angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, latera illorum æquos angulos continentia ſunt proportianalia. Sed latus b f, eſt æquale ſibi ipſi, ergo g b eſt æquale ipſi b e, ergo linea d g, à centro uiſus ad locum imaginis g producta, eſt æqualis ambabus lineis d b, & b e, ſimul acceptis, quod eſt propoſitum.

LI.

In ſpeculo plano ab utroq́ꝫ uiſu uno puncto cõprehenſo, idem erit imaginis locus uiſibus ambobus: ex quo patet quòd una ſola imago utriq́ꝫ uiſui occurrit.

Sint duo uiſus b & g, & ſit a punctus rei uiſæ, & ſit q d z e, linea in ſuperficie ſpeculi plani ducta, ſitq́ꝫ linea a d perpendicularis ducta à puncto a, ſuper ſuperficiem ſpeculi,

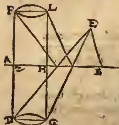
& quia per 30. huius, ab uno puncto speculi ppositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio, sed ad minus à duobus. Sint itaq; illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, sunt in eadem superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, & similiter lineæ a d, a z, z g, sunt in eadem superficie, & linea d c, est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d, c b, & superficiei ipsius speculi, & linea d z est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d & z g, & superficiei speculi per 19. primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ sunt b c & g z, fuerint in eadem superficie erecta super superficiem speculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta, ideo quia communis sectio superficiei speculi, & superficiei cuiuscunq; super ipsam erectæ est linea una recta per 3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter duas lineas illas reflexionis, quæ c b & g z, aut erit in eadem superficie cum illis, aut extra illas in alia superficie, quodcuq; istorum fuerit super linea reflexionis, quæ b c, ptracta secabit ex perpendiculari, quæ est a d, ultra speculum ptracta partem æqualem ipsi a d, per 49. huius, quæ sit d h, quoniam semper lineæ b c & a d, sunt in aliqua eadem superficie per 27. huius, ut præmissum est, & similiter p 49. huius, linea g z, ptracta ultra speculum secabit ex ptracto katheto ad lineam æqualem ipsi lineæ a d, secabit ergo ipsam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, qđ est h, pcipietur ab utroq; uisu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemq; loco uidebitur ab ambobus uisibus, in quo puncto uno tantum uisu pcipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem superperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraq; linea reflexionis secabit ex perpendiculari ptracta partem æqualem ipsi a d, eritq; sectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit semper imaginis locus, & hoc est ppositum. Quoniam si centra ambarum uisuum quæ sunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uisæ, quæ est a, semper eodẽ modo est demonstrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uisibus occurret.



LII.

In speculis planis figura rei uisæ & situs partium secundum quãtitatem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extra.

Sit speculum planum, in quo sectio communis supficiei illius speculi, & supficiei reflexionis sit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uisæ sint f & l, erigaturq; kathetus ppendiculariter sup supficiem speculi à puncto l, qui sit l h, & à puncto f, kathetus qui sit f z, & erunt z & h, duo puncta in supficie reflexionis per 27. huius, pducanturq; taliter sup speculum, ut linea h g, sit æqualis ipsi l h, & linea z d, æqualis ipsi f z, sit quoq; centrum uisus e, ducaturq; per 11. undecimi à puncto e, kathetus sup speculum qui sit e b, palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi lineæ h b, & locus imaginis suæ p 44. huius, est punctum g, tantũ distans à supficie speculi ultra speculum, quantum punctus l, super speculum. Similiter forma puncti f, reflectit̃ ad uisum e, ab aliq pũcto lineæ z b, & locus imaginis est punctum d, ducta quoq; linea f l, & linea d g, palam, quia quodamq; punctum lineæ f l, reflectitur ad uisum e. Similiter locus imaginis suæ est tantum distans à supficie speculi ultra speculum, quantum ille punctus est sup speculum, quilibet ergo punctus lineæ f l, tantum uidetur dista



re sub

re sub speculo, quantum ipse punctus in superficie speculi super speculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, si linea f l fuerit arcus circuli, erit quoque linea d g. arcus circuli, & semper eiusdem curuitatis & dispositionis, linea ergo f l, semper apparebit eiusdem quantitatis & figuræ, cuius est extra speculum, & hoc est propositum. Supponendum tamen est, ut tale speculum planum sit æqualiter politum, quoniam si ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma secundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

Altitudines & profunditates à planis speculis reuersæ uidentur cum speculorum superficiebus perpendiculariter insistunt.

Esto altitudo uisa quæ a b c e, sitque centrum uisus d, linea uero communis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani sit e f g h i, incidatque forma puncti a, secundum lineam a h, & reflectatur secundum lineam h d, & forma puncti b, incidat secundum lineam b g, & reflectatur secundum lineam g d, & forma puncti c, incidat secundum lineam c f, et reflectatur secundum lineam f d, dico quod altitudo e a uidebitur reuersa, protracta enim linea e a, quæ perpendicularis est super lineam e i, sup speculum, & protractis omnibus lineis reflexionis ad concursum, cum protracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctum l, & linea d f, in punctum l z, palam per præmissam, quoniam linea l z e, æqualis est ipsi lineæ e c, & l e ipsi e b, & m e æqualis ipsi e a, puncta ergo altitudinis e a, propinquiora superficiei speculi superius existentia propinquiora uidebuntur eodem sub speculo inferius, & puncta remotiora superficiei speculi superius remotiora uidebuntur sub speculo inferius, uidebitur ergo altitudo reuersa sub speculo, quoniam enim quod est superius in altitudine uidebitur inferius, quoniam sub maiori distantia à uisu uidetur, & quod est inferius in altitudine uidebitur superius, quoniam propinquius uisu uidetur, & eodem modo demonstrandum, si linea a b c sit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propositum.

LIIII.

Obliquæ longitudines à planis speculis uidentur, quemadmodum se habent.

Sit d e longitudo oblique distans à superficie plani speculi, ita ut punctum eius quod est e, sit remotius ab ipsa superficie speculi, communis quoque sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sit linea l z a q g, centrumque uisus sit punctus b, & incidat forma puncti d, ipsi speculo secundum lineam d a, & reflectatur secundum lineam a b, ad centrum uisus, & incidat forma puncti e, secundum lineam e g, & reflectatur ad uisum secundum lineam g b, protrahaturque kathetus c l z, perpendiculariter, & linea reflexionis quæ est b a, donec concurrant in puncto m, & protrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cum linea b g, in puncto l, eritque per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique se habet ad superficiem speculi, & enim punctum e remotius est à speculo quam punctum d, erit linea e q, longior quam linea d l z, ergo & linea q l, longior quam linea l z m, punctum ergo illius obliquæ magnitudinis quod est remotius super superficiem speculi, hoc similiter sub superficie speculi à remotiori uidetur, & quod superius propinquius est speculo, hoc quod sub speculo etiam uidetur esse in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quemadmodum se habent, & hoc est quod proponebat.

In

LV.

In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Eſto ſpeculum planum g s t, & uiſa res ſit d b, ſint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & ſit centrum uiſus p, lineæ quoq; reflexiōis ſint p g & p s, & ſit ut linea reflexionis quæ eſt p g, concurrat cũ katheto incidentiæ quæ d b in pũcto f, & linea reflexionis quæ eſt p s, concurrat cũ katheto b t, in puncto e, producaturq; linea f e, quæ eſt per 52. huius imago rei uiſæ, quæ d h, apparebunt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. qm̃ eni p 33. huius, ſemp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio, & ita ad partem oppoſitam parti incidentiæ: patet quòd dextra rei uiſæ ſemper uidebit̃ ſub linea reflexionis magis ſiniſtra, & ſiniſtra ſub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus eſt dextra cadit ſuper dextram partẽ imaginis, & ſiniſtra cadit ſup ſiniſtram. Sic ergo dextra rei apparet ſub ſiniſtra imaginis, & econuerſo, qm̃ imago rei uidet̃ ſe habere ad rem, ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquẽ alium: tunc em̃ pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ, & ſemp cum aliq̃s homo alij opponitur, contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus: ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrum unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo, & ſic qđ eſt rei uiſæ dextrum, ſit ſuæ imaginis ſiniſtrum, & qđ eſt rei uiſæ ſiniſtrum, in imagine dextrum erit ſecundum uiſum, patet ergo propoſitum.

LVI.

Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti, ut intuens propria imagine non uiſa, uideat imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit a b, lignum horizonti perpendiculariter infixum, uel ſuperficiei ſibi æquediſtanti, uel aliter quōcunq; diſpoſitæ, quæ ſit b g, ſitq; ſpeculum planum in quo ſit linea d b, & ſit quadratum, & quia lignum a b, eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut contingit, palam ergo quod angulus a b g, eſt rectus, diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales p 28. primi huius, inclineturq; ſpeculum a b, taliter à ligno a b, ut angulus d b a, ſit tertia pars unius recti, qui eſt a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti, In hoc autẽ conſiſtit bonitas operationis mœchanicæ & utilior effectus, quæcunq; alia pars recti anguli abſcindatur, ad idem peruenit demonſtratio, ut patet. Sit itaq; angul9 a d b, tertia pars unius recti, & producatur linea ſpeculi quæ eſt b d, ultra punctum d, in continuũ & directum uſq; ad punctũ quod ſit e, & qm̃ linea g b, eſt perpendicularis ſuper lineam a b, cũ linea quoq; ſpeculi quæ eſt d b, continget angulum acutum, tunc à puncto g, q ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſupficiem, ducatur linea ppendicularis ſuper lineam b e, per 12. primi, quæ ſit g e, angulus igitur b e g, erit rectus. Sit itaq; locus ipſius uiſus punctum g, à quo ad punctum d, protrahatur linea g d, à pũcto quoq; d, producat̃ linea cadens ſuper lineam b g, quæ incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e d g, conſtituto ſuper terminũ lineæ g d, per 23. primi, erit ergo linea z d, æquediſtans lineæ g e, per 27. primi, ergo per 8. undecimi, erit linea z d, erecta perpendiculariter ſuper ſupficiem ſpeculi, & perpendicularis ſup communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quæ eſt b d, angulus ergo z d b, eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis, & etiam per 29. primi, à puncto quoq; z, ducat̃ linea z h, perpen

dicularis

dicularis super sup̃ficiem g b, per 11. undecimi, & super punctũ d, terminum lineæ z d, constituat̃ angulus æqualis angulo g d z, qui sit angulus z d i. & q̃m per 2. primi huius concurret linea d i, cũ linea z b, ideo quia linea d l, producta ultra punctũ d, concurret cũ linea a b, ut patet ex præmissis, & per 14. primi huius. sit ergo linearum d i, & z b, cõcursus in puncto i, & à puncto i ducatur linea æquedistans lineæ b d. per 31. primi. quæ sit linea i t, & à puncto b, extrahat̃ perpendicularis super sup̃ficiem speculi per 22. undecimi, quæ sit b q, eritq́ linea b q, æquedistans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia linea b q, sicut & linea g e, erecta est perpendiculariter sup̃ superficiem speculi, quod est d b, super punctũ ergo b, terminum lineæ q b, constituat̃ angulus æqualis angulo g b q, qui sit q b t: concurret ergo linea b t, cũ linea æquedistanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ est linea i t, per 2. primi huius, sit concursus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaq; in tabula in qua est linea i t, imago quæcunq; placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, secundũ medium lineæ tabulæ correspondens lineæ z i, & p̃foretur superficies g b, secundum lineam z b, ita ut forma picturæ possit uenire ad speculum d b, cũ itaq; centrum uisus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, p̃priam uero non uidebit imaginem, cuius hæc est demonstratio, quia enim angulus g e b est rectus, patet per 16. primi, q̃m angulus g d b, est obtusus, & similiter omnium punctorum formæ uel faciei ipsius uidentis incidentium speculo d b, anguli sunt obtusi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ semper sunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, q̃m nunq̃ erit reflexio formæ ipsius uidentis ad centrũ uisus, sed semper ad puncta quæ sunt sub uisu, quod patet per 33. huius, nunq̃ ergo uidebit quis existens secundũ centrũ uisus in puncto g, propriam imaginem in speculo plano taliter ordinato secundũ situm, & si uisus elongetur à speculo secundũ quodcunq; punctũ ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam q̃m angulus b e f, est maior recto, sed & angulus f d b, est maior angulo f e b, per 16. primi, nunq̃ ergo fiet reflexio ad punctũ f, sed semper ad aliũ punctũ sub linea. Similiter quoq; accedente uisu ad speculũ secundũ quodcunq; punctum lineæ g z, præter q̃ secundum ipsum punctum z, nunq̃ uidebit uidens sui ipsius imaginem, sola enim perpendicularis, quæ est linea z d, ut patet ex p̃missis per 21. huius, reflectit̃ in se ipsam, & ita in pũcto z constituto centro uisus uidebit intuẽs formã sui ipsius oculi à speculo plano taliter disposito reflexã, nõ aũt aliã partẽ faciei, q̃m sola p̃pendicularis q̃ est linea unica reflectit̃ in se ipsam, & ita solius illius puncti fit reflexio, nõ aũt punctorũ aliorũ. Si ergo uisus à pũcto g appropinquet speculo secundũ punctũ k, cadentẽ inter puncta g & z, si à puncto k, ducat̃ linea ad punctũ d, q̃ sit k d, palã p̃ 14. primi huius, & ex p̃missis qđ lineæ d k & e g, cõcurrant ultra lineã g k, sola. n. linea d z, æquedistat lineæ e g. angulꝰ uero g e d. est rectus, & angulus z d b, rectus: ergo angulus k d b, est obtusus, fiet ergo reflexio ad aliud punctũ sub puncto k, à puncto uero z, ut p̃dictũ est, fiet reflexio in ipsum punctũ z, ideo q̃a linea z d, æquedistans lineæ g e, est p̃pendicularis sup̃ lineã d b, per 29. primi, et ex hypothesi. Similiter q̃q; posito uisu in quocunq; puncto lineæ z b, q̃m à q̃libet pũctorũ illorũ est ducere p̃pendicularẽ sup̃ sup̃ficiẽ speculi, uel sup̃ lineã k q, reflectit̃ illarum q̃libet in se ipsam p̃ 21. huius, palã itaq; q̃m cõstituto uisu in linea g z, nõ uidebit intuens imaginẽ sui ipsius, & q̃a ut dictũ est sola p̃pendicularis secundũ unicũ punctũ reflectit̃ ad uisum, nõ aũt alia puncta formæ, q̃a uero angulus i d x, est æqualis angulo z d g, & linea z d, est p̃pendicularis sup̃ superficiẽ speculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto speculi d, reflectit̃ ad uisum in puncto g existentẽ, & q̃a angulus t b q, est æqualis angulo g b q, ut patet ex p̃missis, & linea b q, perpendicularis est super superficiẽ speculi, palã per 20. huius. q̃m forma puncti t, à puncto speculi b, reflectit̃ ad uisum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectit̃ à speculo d b, ad uisum in pũcto g, nõ uidebit̃ aũt ipsa tabula depicta i t, q̃m est sub sup̃ficie cui superstat speculũ & uisus. Potest aũt sic fieri ut secundũ longitudinẽ lineæ z b, sit factus murus super terrã ad altitudinẽ uidentiũ, q̃ interius sit cõcauus, superius uersus speculũ apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ est i t, æquedistanter speculo b d, & sit uisus in distantia à speculo

ſecundum ſitum puncti g,& ſit ꝓhibitus ſecundũ aliquod mediũ,ne poſſit propius accedere,tunc eñ omnes formæ punctoꝝ depictæ imaginis incident uiſui,diſponatur ergo taliter per ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur,& ſit ſpeculũ ſitum uerſus lumen,ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus,ſitq; tabula depicta ſimiliter lumen habens,quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri,mediante eñ lumine formã ſuam multiplicat per medium,& peruenit ad ſpeculum,& reflectitur ad uiſum, palam ergo propoſitum.

LVII.

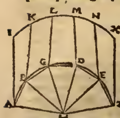
Poſſibile eſt ſpeculum unum planum in camera propria taliter ſiſti,ut in ipſo uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius,in quo exiſtente uiſu placet uidere per ſpeculum planum omne illud quod alibi agitur,qui locus cameræ in quo ſiſtitur cẽtrum uiſus ſit ſignatus puncto a,& ſit locus in quo eſt uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur,ſignatus puncto b,ſitq; rima ſiue feneſtra in camera uidentis oppoſito loco b, quæ ſit g, & ducatur linea b g,& ꝓducatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui ſit d,qđ totum poteſt fieri per aſtrolabium ſiue quadrantem uel aliud inſtrumentum certificationis uiſum,uiſo enim puncto b,reuoluatur uiſus fixo inſtrumento,& cadat uiſus per eaſdem pinulas immotas in punctum cameræ d,ducantur ergo lineæ d a & g a,& diuidatur linea g a,per 119.primi huius,in puncto e, ita ut ſit proportio lineæ a e,ad lineam e g,ſicut lineæ a d,ad lineam d g, quæ ambæ per inſtrumenti acceptionẽ ſunt notæ,ducaturq; linea e d.diuidet ergo per 3.ſexti,linea d e,angulũ a d g, per æqualia,ponatur itaq; ſpeculum perpendiculariter erectum ſuper lineã d e, in puncto d,per conuerſam undecimæ undecimi,in quo ſpeculo ſit linea f h,à pũcto itaq; ſpeculi d,reflectetur forma puncti g ad uiſum a,per 20.huius,ergo & forma puncti b, per eandem 20.huius, diſtantia enim ſecundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat,uidebit itaq; uiſus ſecundum eius centrum in puncto cameræ, quod eſt a,exiſtens omne quod erit & quod agetur in loco b,ſiue ſit domus alia ſiue uicus ſiue platea,& hoc eſt quod proponebatur.

LVIII.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo uideantur ſolius aſpicientis plures imagines ad modum chorearum.

Aſſumatur arcus circuli a 3,cuius centrum ſit h,& quoniam arcus a 3, indefinite aſſumatur,eſto ut ipſe exempli cauſa diuiſus ſit in quinq; partes æquales, uel quotcunq; quis uoluerit partes,ita ut arcui a b,ſint æquales arcus b g, g d,d e,e 3,& ducantur cordæ a b,b g,g a,d e,e 3, quæ oẽs erunt æquales per 23.tertij,& à centro h ducãtur lineæ h a,h b,h d,h e,h 3,& ablatis arcubus ſuper cordas a b & b g, & alia erigantur ſpecula plana quadrangula per paralellogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l,d m, e n, 3 x, ſint æquediſtantia, & ſint ſpecula continua ad inuicem taliter, ut latera eoꝝ quæ ſunt b k,g h,d m,e n,ſint cõmunia,ſint autem ſpecula adinuicem taliter compoſita, ut anguli contenti à lineis a i & i k,b k,& k l,g l,& l m,d m & m n,e n,& n y,ſint æquales angulis contentis à lineis h a & a h,h b & b g, h g & g d,h e & e 3, ſintq; ſuperficies inſiſtentes lineis a b, b g, g d, d e,e 3, uerſæ inferius, & ſuppoſitæ ſupꝼiciebus alijs ſuperius eleuatis,in quibus ſunt lineæ i k,k l,l m,m n,n x,& ſint ſuperficies ſuperiores inferioribus æquediſtantes, hæc enim omnia ſpecula taliter diſpoſita aſpectum uniformem habebunt ad uiſum exiſtentem in centro h,quoniam enim lineæ h a,h b,h g,h d,h e,h 3, ducantur à centro h,ad puncta communia cordis & arcubus,patet per 17.tertij, quoniam omnes ſunt perpendiculares ſuper lineas circulum a 3,in illis punctis contingentes, ergo

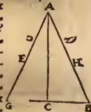


go per 21. huius, omnes illæ lineæ reflectuntur in se ipsas, erit ergo distinctio imaginũ secundum illas, sed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur super superficiem speculorum planorum, quæ per 20. primi huius, solum numerantur numero superficierum speculorum, & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uisum, numerabunt ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nõ concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant, est autem locus cuiusq; imaginis in concursu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h, patet qđ qua ratione reflexio fit ab uno ipsorum ad uisum, eadẽ ratione fit reflexio à quolibet aliorum, & sic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum, plures ergo uidebuntur imagines dispositæ adinuicem numero & ordine speculorum, quia uero specula respiciunt uisum ut sui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipsius incidentis respicient uidentem ad modum chorearum, quod est propositum. Possunt & per hoc speculum uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis industriæ censuimus relinquendum, ut si speculum a b, secundum basem a i, situetur æquedistans superficiei horizontis, uel secundum alios modos ut libuerit, diuersetur.

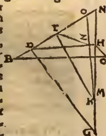
LIX.

Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo aspiciens suam uideat imaginem uolantem.

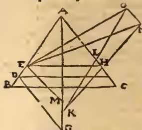
Assumatur trigonum hysocheles rectangulum, quod sit b a g, & sit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, secetur in duo æqualia in puncto c, & ducatur linea a c, & super lineam a g, ponatur speculũ planum, quod sit z h, & super lineam b a, ponatur aliud speculum planum, quod sit d e, & sit uisus intuentis in linea a c, respiciens in quocunq; illorum speculorum uoluerit, ut in z h, & alterum speculum quod sit e d, iaceat in plana superficie super quod stat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum e d, dico qđ reuerberabitur in aliud speculũ quod est z h, in quo aspiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipsam eleuatam secundũ se totam in aere, cum tamen ipse aspiciens stet super superficiem terræ uel alterius rei, in qua est speculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo quod est e d, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & si intuens mouerit se aliqualiter, ita tamen ut non mutetur situs respectu reflexionum quæ fiunt in speculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & sic uidebitur aspiciens suam imaginem uolantem quod proponit, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret.



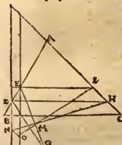
Vt aũt idem propositum & aliter melius pateat figuraliter demonstratum, sit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, sit rectus, & in cuius latere a b, situetur speculum planum, cuius media linea sit d e, cuius punctus d, sit propinquior puncto b, quàm punctus e, & sit trigonum a b c, secundum eius latus a b, positum in superficie horizontis uel alia quæcunq; superficie, super quam eleuata sit statura intuentis, cuius plantæ pedis stent in pũcto g, aliqualiter eleuato super lineam a b, & ducatur linea g d, & super punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g d b, qui sit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & super punctum h, terminum lineæ c h, fiat angulus d h k, æqualis angulo d h a, producta linea h k, ad lineam b c, positoq; centro uisus in puncto k, patet ex præmissis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uisum, si punctum h, fuerit punctum speculi alicuius, inuentoq; per 46. huius, in speculo d e, puncto reflexionis formæ puncti m, quod sit in uertice uidentis, sit formæ puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angu-



lus m e d, super punctum e, terminum lineæ m e, per 23. primi, fiat æqualis angulo qui sit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, situetur speculum quod sit l h, ita quod puncta l h, sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a, & quoniam forma puncti m, à puncto speculi d e, quod est e, reflectitur ad totam superficiem speculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, sunt æquales, quodcunque enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l, & fiat reflexio ad uisum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l c, & k h c sunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illæ lineæ concurrent, sitque punctus concursus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aspicientis quæ est linea g m, à superficie speculi e d, reflectitur ad speculum l h, & à superficie speculi l h, reflectitur ad uisum existentem in puncto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formæ uniuscuiusque puncti est in concursu katheti suæ incidentiæ, cum linea suæ reflexionis: producatur itaque à puncto speculi d e, à quo fit reflexio formæ puncti g, quod est d. per 11. undecimi, linea perpendicularis super speculi a h, superficiem, & patet cum ex hypothesi angulus d a h, sit rectus, quod illa perpendicularis



est linea d a. Similiter quoque perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod est speculi d e, punctum e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea quæ e a, hæc itaque linea est kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e, ad speculum l h. & quoniam ut præmissum est per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c sunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, est perpendicularis super lineam l h, angulus uero d a h est rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, sit ergo ut punctus concursus linearum d a & k h sit n, & punctus concursus linearum e a & k l sit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g, eritque punctum quod est imago formæ puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis altetius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uirtutis ipsius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quam ipsum caput collatos ad uisum. Per eandem quoque demonstrandum si trigonum a b c, fuerit oxigonium, nisi quod imago intuentis aliam recipiet situs dispositionem, katheti enim incidentiæ aliter superficiei speculi incidunt quàm prius, semper tamen trigono a b c, existente orthogonio uel oxigonio uidebitur



imago intuentis uolans sub speculo, quod si trigonum a b c, fuerit ampligonium, possibile est fieri ut imago sit uolans in aere retro uisum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus, non uidebitur autem talis imago, quoniam semper fugiet absconsa ab ipso uisu, nisi forte ab alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uisu solum respiciente in speculū a h, non in speculum d e, & hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur katheti incidentiæ, quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multo fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ ut uolantes.

LX.

Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicem disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit

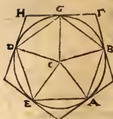
Sit uisibile aliquod, in quo sit pūctum a, & sit centrum uisus b, & sint tria specula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem disposita, ducatur quoq; à pūcto a, linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z, p 11. undecimi, et producatur linea a z in continuū, abscindatur'q; in pūcto c, taliter p 3. primi, ut linea z c sit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter sup speculū d g, et producatur taliter ut linea g s sit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quæ sit c k, & producatur ultra punctū k ad punctum l, quousq; linea c k sit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctū s, secans speculum d e in pūcto m, & speculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t secans speculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, quia ergo linea b g est æqualis lineæ g s, & linea g f, cōmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g, sed angulus s f g est æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis est angulo g f b, potest ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uisum b, quia uero linea c k est æqualis lineæ k l, & linea k m cōmunis est æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis est angulo m k c, quia ambo recti, erit p 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f est æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipse est æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, potest reflecti à pūcto m ad punctū f, & à pūcto f ad punctum b, centrum uisus per 2. ergo specula quæ sunt d e & d g, uidētur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uisus quod est b, & quia linea a z est æqualis lineæ z c, & linea z b communis est ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n est æqualis angulo n z c, quia ambo recti sunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e est æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, speculi z e, ad punctum m, speculi d e, & à puncto m ad punctū f, speculi d g, & à puncto f, ad centrum uisus b, à tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a, quod est propositum, & hoc accidit uisui solum respiciente in speculum d g.

LXI.

Possibile est per quodcunq; quis uoluerit plana specula secundum dispositionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem disposita eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, & ducatur linea a b, & secundum quantitatem lineæ a b describatur poligonium æquilaterum & æquiangulū, quocunq; laterum uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli causa poligoniū a e d g b, pentagonum, cui circunscribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrū circuli quod sit c, ab angulis poligonij quæ sint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq;, quoniam omnes illæ lineæ sunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad bases omes sunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponaē speculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel si fuerit poligoniū plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter sup lineas ad centrum circuli productas, ut sunt hæc lineæ d c & g c, qđ fiet per 11. undecimi, ita ut speculum f h super lineam g c, sit perpendiculariter insistens: ad unum uero angulū sit punctum rei uisæ, & ad alium sibi proximum sit centrū uisus, ut sunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus e g f est æq̄lis angulo h g c, quia ambo sunt recti, sed & angulus c g b est

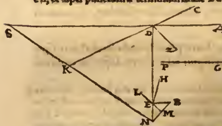
æqualis angulo c g d, ut patet per præmissa & per 8. primi, angulus ergo b g f æqualis est angulo d h g, ergo forma puncti b à puncto g, speculi f h reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctum d, per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se sunt æquales, palã quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod est centrum uisus: uisus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctũ e uidebitur forma b, quæ immediate non reflectetur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d quod est propositũ. Quod si centrũ uisus sit in puncto c quod est centrum circuli, cuius periferiam contingunt oĩa specula in angulis poligoniorum constituta, palam quod forma pũcti c, ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam, quoniã omnes lineæ quæ sunt c a, c b, c g, c d, c e, sunt perpendiculares super speculorum superficies, reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum c, per 27. huius, palam ergo est propositũ, & si plurima ordinãtur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circunscribendi circulũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago potest in speculo uideri, ut si res taliter disponitur ad primũ speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit, hoc aũt faciliter accidit cogitanti.



LXII.

A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus in puncto a, & punctus rei uisæ b, & inter illos duos punctos si placet exempli causa sit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod sit p g & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquedistantes per 31. primi, quæ sint a d & b e, & copuletur linea d e, sintq; exempli causa lineæ b e & a d, perpendiculares super lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9. primi, ducta linea d z, & similiter diuidatur angulus b e d, per æqualia p lineã e h, & super punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c, per 23. primi, & similiter super punctum e, terminum lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m, & ex his duabus lineis k d c & l e m, imaginẽtur superponi duo plana specula, forma itaq; puncti b incidet speculo plano quod est m e l in pũcto e, & reflectetur in pũctum d, per 20. huius, quia anguli b e m & d e l sunt æquales, anguli enĩ h e l & h e m sunt æquales, quia recti, sed & anguli h e d & h e b sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod est centrum uisus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut supra patuit anguli e d z & z d a sunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b, per uisum existentem in puncto a, cum tamen res in qua est punctum b, nõ sit uisibilis per se ipsam, linea quoq; reflexionis ad uisum quæ est d a, est semper una, quãuis lineæ incidentiarum secundum numerum talium speculorum numerentur, & si à pũcto rei uisæ quod est b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis super superficiẽ speculi quæ sit b m secans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus, ergo per 23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d sit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, sit concursus ipsarum in puncto n, quia itaq; linea m e l cadens super lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinsecũ æqualẽ angulo



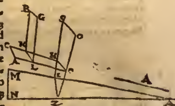
l e h

k h extrinſeco,patet per 28.primi,quoniam lineæ b n & e h ſunt æquediſtantes,ergo angulus d e h extrinſecus eſt æqualis angulo e m b intrinſeco per 29.primi,& angulus e b n eſt æqualis angulo b e h,quia ſunt coalterni,ſed angulus b e h eſt æqualis angulo h e d,ut patet ex præmiſſis,diuiſus eſt enim angulus b e d per æqualia per lineam h e,erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b,ergo per 6.primi,lineæ n b & e b ſunt æquales: eſt autem per 37.huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uiſum exiſtentem in puncto d, à ſpeculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis ſuper lineã e d k per 12.primi,quæ ſit n k,patet ergo ut prius per 32.primi,qđ angulus d n k eſt acutus.Sed angulus n d a eſt rectus ergo per 14.primi huius,lineæ n k & a d productæ concurrent,ſit puncti concurſus s,quia itaq; linea d k cadens ſuper lineas z d & n s, facit angulũ z d t extrinſecũ æqualem angulo n k d intrinſeco,uterq; enĩ illorum angulorũ eſt rectus,patet ergo per 28.primi,quod lineæ n s & z d æquediſtant, ergo per 29.primi,eſt angulus z d a extrinſecus æqualis angulo n s d intrinſeco,ſed & anguli s n d & n d z ſunt æquales,quia coalterni,& anguli n d z & z d a ſunt æquales, ut patet ex præmiſſis:angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d,angulus ergo d n s eſt æqualis angulo d s n,ergo per 6.primi,duæ lineæ d s & d n ſunt æq̃les, quia itaq; linea e n eſt æqualis lineæ e b,erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s eſt æqualis illis eiſdem duobus lineis d e & e b,& quia per 37.huius,punctũ s eſt locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pũcto ſpeculi k d e quod eſt d,ad uiſum exiſtentem in puncto a, patet quod linea a s,quæ eſt diſtantia imaginis à centro uiſus eſt æqualis duobus lineis incidentiæ quæ ſunt b e & e d,& inſuper lineæ reflexionis quæ eſt d a, & hoc eſt propoſitum,quoniam ſi à pluribus ſpeculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonſtrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus ſpeculis planis ad eundem uiſum facta,ab imparibus quidem dextra apparẽt ſiniſtra,& ſiniſtra dextra:à paribus uero dextra apparent dextra,& ſiniſtra ſiniſtra,& diſtantia imaginis à uiſu conſtabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uiſus a,& linea rei uiſæ ſit b g,& ſi placet ſit inter centrum uiſus & rem uiſam aliquod corpus denſum ſimplicem prohibens uiſionem,ut paries uel aliquod ſimile,quod ſit d,fiatq; reflexio ex tribus ſpeculis quæ ſunt e z & h c & k l,reflectaturq; forma lineæ b g,per hæc tria ſpecula ad uiſum exiſtentem in puncto a,ſitq; ut punctus b,lineæ b g incidat ſpeculo k l in puncto k,& ſpeculo h c in punctũ h,& ſpeculo e z in punctum e,reflectaturq; ad uiſum a ſecũdum lineam e a,& ſimiliter forma puncti g incidat ſpeculo k l in punctum l,& ſpeculo h c in punctum c,& ſpeculo e z in punctum z,& reflectatur ad uiſum ſecũdum lineam z a,& ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̃ erunt b k & k h,h e,e a,& g l,l c,c z,z a,ſitq; locus imaginis formæ puncti b,in primo ſpeculo quod ſit k l punctum c,& locus imaginis formæ puncti g,in primo ſpeculo ſit punctum q,& ducatur linea c q,quæ per 49.huius,æqualis lineæ b g. In ſecundo uero ſpeculo quod eſt h c,linea imaginis ſit s o. In tertio uero ſpeculo quod eſt e z, linea imaginis ſit m n,patet itaq; quoniã in quolibet iſtorũ ſpeculorum tanta eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo à ſuperficie ſpeculi,quanta eſt diſtantia formæ quæ reflectitur à ſpeculo à ſuperficie ipſius ſpeculi per 49.huius,linea ergo k b,quæ eſt diſtantia puncti rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum eſt æqualis lineæ k c,quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo ſub illo,et linea g l, eſt æqualis lineæ l q,tunc linea g h,quæ eſt diſtantia formæ uiſæ à ſuperficie ſpeculi h c,eſt æqualis lineæ h s,quæ eſt diſtantia loci imaginis ſub eodem ſpeculo,& linea q t eſt æqualis lineæ t o, linea quoq; s e,quæ eſt diſtantia formæ refle-

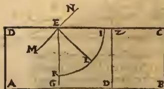


reflexæ à speculo z e est æqualis lineæ e m, quæ est distantia formæ ab eodem speculo sub illo, & similiter linea o z est æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuscuiusque formæ puncti uisi est in puncto cōcursus katheti suæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in speculis planis imago semper est æqualis rei uisæ per 52. huius, patet quod uisus existens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipsi rei uisæ, & eius distantia à uisu quæ est secundum lineas a m & a n est æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniā linea a m est æqualis lineæ reflexionis quæ est e a, & lineæ m e quæ est æqualis lineæ e s, secundum præmissa est æqualis lineæ incidentiæ quæ est e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ est æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k est æqualis lineæ k b, & similiter linea a m n est æqualis lineæ reflexionis quæ est a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra, palā quod in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculum l k, fit imago formæ rei b g uisæ, quæ est imago c q transmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est h c, mutat dextrum in sinistrum & sinistrum in dextrum, redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiū imaginis ad dispositionem partiū ipsius rei uisæ, & quia in speculo tertio quod est e z, imago secūda, quæ est s o, mutat situm partiū suarum, patet quod imaginis m n situs est alius à dispositione formæ rei quæ est b g, in speculis itaque numeri paris fit imago similis rei secundum dextrum et sinistrum, et in speculis imparibus transmutatur, et sic uniuersaliter quotiescūque speculis paribus uel imparibus positis secundū hæc imaginū dispositio uariatur secundū dextrū et sinistrū, patet ergo propositū.

LXIIII.

Duo specula plana quadrata & æqualia possibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorū suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia cuiuscunque placuerit quantitatis suorum laterū, dum tamen latera unius sint æqualia lateribus alterius, & sint latera eiusdē speculi inter se proportionabilia, ita ut lōgitudo sit duplata latitudini eiusdē speculi, assumaturque linea, cuius longitudo sit multo maior uno latere illorū speculorum, & sit exempli causa quatuor cubitorum quæ sit a b, & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per tertiā primi, quæ sit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter super lineam a b, per 11. primi, producaturque in continuum & directum, et abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi quæ sit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquedistans lineæ d z quæ sit b c, et producatur linea c z orthogonaliter super lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea c z in continuum et directum, ducaturque à pūcto g, linea g e æquedistans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquedistans lineæ b c et super punctum e, centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitæ, quæ sit r l, diuidaturque arcus r l per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpendicularis super lineam l e, quæ sit e m, et itē alia quæ sit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ sunt linea una per 14. primi, et sit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n sit æqualis longitudini speculi, Si ergo duorum speculorum planorum rectangulorū & æqualiū angularis coniunctio fiat super lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, superficies illorum cōiunctorum speculorum per æqualia, pateque quod illa specula non erunt in una plana superficie disposita, perpendiculares ergo à cētro uisus super illa specula ductæ quæ sunt katheti incidentiæ formæ ipsius uidentis, sunt diuersi,



posito ergo centro uisus in pūcto d, et motis speculis super lineam l e fixam, uidebit homo seipsum super unum duorū speculorum uenientem, et in altero recedentem, est enim

longi-

longitudo amborum illorum speculorum quæ est linea m n, quasi dupla ta latitudine unius ipsorum, & sic punctum est quasi medium superficiei amborum illorum speculorum; unde circa ipsum æqualior fit motus. Et si hæc specula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter se existentes uarient cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamē taliter sint dispositi, ut ab uno speculo in alium fieri possit reflexio, nec æstimamus hac demonstratione alia in his quæ præmissæ sunt in simplicibus planis speculis indigere, & hoc practicæ artificū ducimus cōmittenda, quia et hæc quæ præmisimus plus habilitatem operis mœchanici respiciunt, quàm firmitudinē demonstrationis, fuit enim istud diligens inuentio antiquorum, cui potest addere et demere ille, qui diligenter perspexerit ea quæ demonstratiōis necessitate conscripsimus in hoc libro. LXV.

Ab uno speculo plano soli opposito ignem est impossibile accendi, à pluribus uero possibile.

Hoc enim euidens est, quia ignis non accenditur nisi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis à speculorū planorum diuersis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonstratum est, in nullo ergo pūcto cōueniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis possibile est in materia combustibili quacūq;, patet ergo primū propositorum. Iam autem dixit Attennius nescio qua ductus experientia, quod solum uiginti quatuor reflexi radij cōcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit septem specula plana hexagona colligatione stabili fixa, scilicet sex extrema circa unum, quod statuit in medio illorū, et uniebantur illa specula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo quia figuræ hexagonæ replent locū superficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; distantiam sic ignis potuit accendi, quæ si ad complendam unam planam superficiem cōiunxerat, non poterat, ut ex præmissis patere potest, intentionem suam aliter consequi, quàm sicut ex uno speculo plano, quoniam ut prædictum est tres superficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorū rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil est ergo quod punctum sui cōcursus distingat à natura planæ superficiei & unius, quod si idem hexagoni taliter adinuicē inclinentur, ut ab una sphæra fiant circunscriptibiles, tunc ad centrum illius sphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pūcto illis superficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale speculum melius posset ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero superficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamē quia facilia sunt ut diximus, prosequenda ipsam relinquentes artificis industrium animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Latius quo potuimus speculorum planorum passionibus percursis, super est nunc ut ad aliorum speculorum passiones proprias diuertamus, & quia specula conuexa sunt simpliciora concauis, quoniā quædam passionū speculorum conuexorum descendunt in concaua, ut in illa, quorum passiones proprie diuersimode uariantur, conuenit ut primo tractatum speculorum conuexorū alijs præmittamus. Sed quia inter specula conuexa, quorū quædā sunt sphærica, quædam columnaria, quædā pyramidalia, ipsa specula sphærica sunt alijs simpliciora, passiones eīm & causæ reflexionum speculorum sphæricorum conuexorū descendūt in specula columnaria & pyramidalia conuexa, cū in illis ab aliquibus punctis suorum circulorum accidit fieri reflexionem, sicut & passiones speculorum planorū descendūt in eadem specula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis illorum speculorũ ad uisum fit reflexio. Post tractatũ ergo planorũ speculorum de speculis sphæricis cõuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs & concauis speculis ꝓsequi dignũ uisum est. Quæ itaq; ad speculorũ sphæricorum ꝓprias passiones ꝓsequendas ꝓmittimus sunt ista. Maius speculũ sphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius sphæræ diameter est maior, & minus cuius minor. Diametrũ speculi sphærici, dicimus diametrũ sphæræ cuius portio est speculũ. Centrũ speculi dicimus centrum sphæræ cuius portio est speculũ. Diametrũ uisualem dicimus lineã à centro uisus per centrũ speculi sphærici trãseuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquedistare speculo sphærico conuexo dicimus, quæ secundũ eius punctũ medium æquedistat lineæ alicuĩ arcũ circuli magni illius speculi secundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ secat lineam in puncto reflexionis speculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

I.

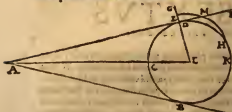
Communem sectionẽ superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici cõuexi, necesse est circulũ magnũ uel arcum circuli magni sphæræ esse: ex quo patet q̃ oĩs superficies reflexionis diuidit sphærã speculi p̃ æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, superficies reflexionis dicit̃ sup̃ficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã super superficiem sphæricũ speculũ in puncto incidentiæ cõtingentem, Quæ om̃es lineæ rectæ sunt, patet quod sup̃ficies reflexiõis est superficies plana. Omne aũt speculũ sphæricum conuexum, aut sphæra est, aut pars sphæræ, ut patet p 7. quinti, ergo per 69. primi huius, si superficies reflexionis secet speculũ, ipsoꝶ comunis sectio necessario erit circulus uel pars circuli. & quoniã perpendiculares sunt superficies sphæras contingentes, necessario transeunt p centrum sphæræ, ut ostendi potest per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ꝑpendicularis super superficiẽ sphæræ positã in principio primi huius, patet quod omnis superficies reflexionis transit centrũ speculi, est ergo illa cõmunis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphæræ illius speculi, p diffinitionem circuli magni. & hoc est ꝓpositum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs sup̃ficies reflexionis trãseat per centrũ speculi, patet manifeste, q̃m ipsa diuidit sphærã speculi p̃ æqualia, & hoc ꝓponebatur.

II.

A centro uisus ad superficiẽ speculi sphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uisualem diametrũ æqualiter mota portionem superficiei speculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uisum.

Sit centrum uisus punctus a, & cõmunis sectio superficiei reflexionis & sup̃ficiei speculi sphærici conuexi sit circulus b c d k, cuius centrũ sit e, & à puncto a ducat̃ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ sit a d, ducatur & diameter uisualis quæ sit a e, secãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quod si diameter a e manente fixa linea cõtingens q̃ est a d, imaginetur æqualiter moueri sup periferiã speculi, seruans semp æqualitatẽ anguli e a d, quousq; redeat ad locũ unde exiuit, q̃ ipsa motu suo secundũ punctum d, describet circulũ determinantẽ portionem speculi sphærici cõuexi, à qua fit reflexio



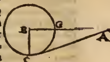
omnium formaꝝ ad uisum existentẽ in pũcto a, ab illa parte alia speculi superficiei à qua non fit reflexio, producatur enĩ linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra speculum ultra punctũ d usq; ad punctũ g, erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f constituti

uidebunť directe, ideo quia linea a f manens una nō refrangiť à pūcto d, quia tamē ca-
dem linea cōtingit speculū, incipiūt pūcta lineæ d f, aliquid participare naturæ reflexio
nis, unde uidebūtur à puncto d, reflecti secundū lineam d a ad uisum a, per 20. quinti hu
ius, quoniā angulus incidentiæ qui est f d g, est æqualis angulo reflexiōis, qui est g d a,
dico etiā ꝙ à nullo pūcto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc pos
sibile, esto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pūcti ad uisum exi-
stentē in pūcto a, & ducať linea reflexionis ad uisum a, q̃ sit h a, hoc ergo nō potest trās-
ire solidum corpus speculi, scilicet arcus circuli b c d secando, transibit ergo extra circu-
lum, quia itaq; angulus contingentiæ qui est h d f est indiuisibilis, per 15. tertij, patet ꝙ
illa linea reflexionis quæ est h a, nō transibit punctū d, secabit ergo lineā d g, sit ut secet
ipsam in pūcto l, & quia linea reflexionis quæ est h a nō secat angulū h d f, palam cū nō
secet arcū h d, quod secat lineā d f, sit ut secet ipsam in puncto m. Si ergo linea h m à pun
cto m, perueniat ad punctū a, patet ꝙ duæ rectæ quæ sunt m l a & m d a includunt super
ficiem, quod est impossibile; uel deducatur, sit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo
angulus d l m per 32. primi, est acutus, ergo ꝑ 13. primi, angulus a l d est obtusus. Sed
angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus, ergo ꝑ 14. primi huius, cū linea e g
cadat sup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo dispositos, patet qđ
lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores, non ergo re
flectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod est oppositū dati, patet ergo pro-
positum, quoniam quocūq; puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.

III.

Opposito uisui speculo sphærico cōuexo, ita ut uisus non sit in superficie
illius speculi aut superficie ei continua, erit cōmunis sectio basis pyramidis
uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphærā speculi ꝑ
æqualia secante.

Opponatur uisui speculū sphæricū taliter ut uisus nō sit in superficie illius speculi ei
cōtinua, dico ꝙ pars speculi à uisu cōprehensa erit pars sphæræ circulo inclusa, quē effi-
cit motu suo radius cōtingens supficiem sphæræ, quia em̄ ut patet ꝑ 16. tertij huius, lon
gior radius ad sphæræ superficiē cōtingens quasi linea speculū cōtingens est. Si ille radi
us imagineť ꝑ gyrū, moueri attingendo sphærā, donec redeat ad punctū primū, à q̃ sum
psit motus principiū, palā per præmissam, quia pūctus contingentiæ in sphæræ supficie
circulū describet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius sphæræ, qm̄ si intelli-
ganť supficies secantes se sup diametrū sphæræ transeuntes polos ṗdicti circuli & sphæ
ram ꝑ æqualia secantes, patet qđ oēs illi circuli cōtingentes lineas habēt illas q̃ sunt li-
neæ longitudinis pyramidis uisiōis, ergo ꝑ 58. primi huius, quilibet arcuū continuū ipsi
supficiei sphæræ, & his supficiebus planis secantibus sphæris, erit minor semicirculo cir-
culi magni. Verbi gratia sit ꝑ 69. primi huius, circul9 q est cōmunis sectio supficiei sphæ
ræ et supficiei planæ transeūtis ꝑ uisum a, extra sphærā existentē, & ꝑ centrū sphæræ qđ
sit b, circulus c s d, cuius centrū sit b, sitq; polus circuli intellecti secundū quem basis py-
ramidis uisiōis secat superficiē speculi pūctus, sed ꝓducať b a semidiameter ad uisum a,
& sit linea b s a, & à pūcto a, cētro uisus ducať linea cōtingens circulū, q̃ sit a c, & à pūcto
cōtingētiæ q est c, ducať ad centrū b, linea c b, dico qđ arcus c s est minor q̃ quarta cir
culi magni, angulus em̄ b c a est rectus ꝑ 17. tertij, angulus ergo c b a
est acutus, qa nō possunt esse duo recti in eodē trigono a b c, ꝑ 32. pri-
mi, hūc itaq; angulū in centro existentē respiciat arcus c g, palā ergo ꝑ
ultimā sexti, qm̄ ipse minor est q̃ quarta circuli, & quia idē accidit in
oibus pūctis imaginatoꝝ circuloꝝ minoꝝ, qm̄ quilibet arcuū illoꝝ cir
culorū est minor q̃ quarta circuli magni, ergo circulus terminans ui-
sum est minor circulo magno sphæræ ꝓpositæ, et hoc est qđ ꝓponeba
tur. tenet aūt hæc demōstratio in uno uisu tm̄, uel in ambob9 uisibus,



dum modo diameter speculi sphærici sit maior q̃ distātia oculoꝝ, qm̄ istis existentibus
æqualibus circulus maior sphæræ erit circulus ꝓpositæ sectionis, & medietas sphæræ ui

 debitur

debitur. Si uero distantia oculorũ sit maior diametro speculi, plus medietate sphæræ uidebitur, & erit cõmunis sectio circulus minor, ut hæc sunt demonstrata in quarto huius.

IIII.

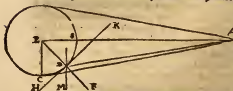
In speculis sphæricis cõuexis secundũ accessum uisuum ad specula circulorum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uero augetur.

Esto eñ speculum sphæricũ conuexũ, cuius centrum b, & sit centrũ uisus a, sitq; circulus terminans uisum in supficie speculi g c g h e, dico quod secundũ accessum & recessum uisuũ à speculis illorum circulorũ quãtitas mutaẽ, diminuitur eñ secundum accessum, et augeẽ secũdum recessum. Sit eñ cõmunis sectio supficiei reflexionis & speculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, sit erectus sup circulum c g h e, uisam partẽ speculi cõtinentẽ, sitq; ipsius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, ad b, c b, a e, eritq; p 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uisus secundũ lineã a b ad punctũ k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducaẽ linea k c, & qñ per 16. secundi huius, longior radius à uisu ad sphærã contingens quasi linea contingens est, patet p 17. tertij, qñ angulus l k c b est rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, est ergo rectus minor recto, quod est impossibile. Existẽte ergo uisu in puncto l k, nõ terminabiẽ uisio ad circulũ c g h e, sed ad aliquẽ circulum ipso circulo c g h e minorẽ, quia eñ inter duas lineas cõtingentes circulum q sunt a c & a e, ab uno pũcto a, ductas à puncto k, ducunẽ aliæ duæ lineæ eundẽ circulũ cõtingentes, palã ergo p 60. primi huius, qđ pũcta contingentiæ interiorũ cadent intra puncta cõtingentiæ exterioꝝ, minorẽ ergo arcũ circuli cõprehendent lineæ ꝓpinquiores q̃ remotiores, patet ergo ꝓpositum.

V.

A quolibet puncto superficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui, potest fieri reflexio ad uisum.

Esto dispositio eadem q̃ in tertia huius, dico q᷑ à quolibet puncto portionis oppsitæ uisui à quolibet puncto arcus e s, & omniũ sibi similiũ arcuũ potest fieri reflexio ad uisum, signetur eñ aliquis pũctus arcus e s, qui sit d, & ducaẽ semidiameter d b, palã per 72. primi huius, qñ linea d b est perpendicularis sup superficiem planã contingentem speculum in puncto d, cũ itaq; formæ puncti rei uisæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem superficie cũ semidiametro d b, & cũ katheto a b, orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eo qđ transeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cõtingens circulũ c d s, per 16. tertij, q̃ sit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtusus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra sphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo q᷑ angulus b d a sit obtusus, ut patet ex præmissis, & p 21. primi. & etiam ex hoc, quia cum linea a d cadat intra lineã a c speculũ contingentẽ, palã per 57. primi huius, quia linea a d, ꝓducta secabit sphærã speculi, & supficies cõtingens sphærã in pũcto d, in qua sint lineæ h k, e g, decliuior erit q̃ linea a d, secabitq; lineã a b. & quia semidiameter b d est perpendicularis sup supficiẽ b k, e g, speculũ in pũcto d cõtingenrẽ, erũt anguli f d k & f d, d h, b h recti, ergo etiã erit angulꝰ b d k rectus, angulus ꝗ̃ b d a maior recto, & angulus f d a minor recto. resecato ergo ab angulo recto q est f d h, angulũ acutũ æqualẽ angulo f d a, per 27. primi huius, q sit m d f, eruntq; lineæ cõtinentes hos angulos in eadẽ superficie, pũctus ergo rei uisæ existens in linea m d, & superficiei speculi incidens ad punctũ d, reflecteẽ ad uisum per lineã d a, per 11. uel 20. quinti huius, cõtinent eñ lineæ m d & a d, angulos æquales cũ perpẽdiculari b f, & lineæ illæ incidẽtiæ & reflexionis ut ostensum



fuit

fuit per 25. quinti huius, erũt in eadem superficie q̃ erit superficies reflexiõis erecta super superficiem sphæram speculi in puncto d, contingentem, & eodẽ modo demonstrabitur de quolibet pũcto arcus e s, & cuiuslibet arcus sui similis, hoc est de tota portione speculi uisui opposita, quoniam de quolibet dato puncto potest eodem modo demõstrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto superficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui potest fieri reflexio ad uisum sicut proponebatur.

VI.

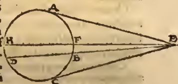
In omni superficie reflexionis à speculis sphæricis conuexis centrũ uisus & centrũ speculi, punctũ reflexiõis & punctũ reflexũ cõsistere est necesse: ex quo patet lineã à centro uisus ad centrum speculi productam omnibus superficiebus sectionum secundum diuersa puncta specula huiusmodi secantium communem esse.

Hoc patet p 25. quinti huius, in omĩ em̃ supficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aũt lineæ continent tria puncta. s. punctũ reflexum, & punctũ reflexionis, & centrũ uisus, & quia quælibet illarũ superficierũ est erecta sup superficiem speculi, à quo fit reflexio, erunt lineæ in ipsa ,pductæ quæ sunt erectæ super superficiem speculi centrum speculi transeuntes per 72. primi huius, manifestum ergo quia quælibet illarũ superficierũ transit centrum sphæræ. In qualibet ergo superficierũ reflexionis sunt prænominata 4. puncta corporũ quorumlibet, ex his patet quia cum superficierum planorũ se interſecantium cõmunis sectio sit linea recta, ut patet per 3. undecimi, istarum superficierũ necessario cõmunis sectio erit linea à centro uisus ad centrũ speculi ,pducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis secundũ numerũ superficierũ reflexionis, hæc duo puncta. s. centrum uisus & centrum speculi in talibus superficiebus semp manent, patet ergo propositum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes secat circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici cõuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis superficiei speculi non apparentes.

Sit cõmunis sectio superficiei speculi sphærici conuexi, & superficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrũ sit punctũ g, & sit centrum uisus e. à quo ducantur lineæ contingentes illũ circulũ q̃ sint e a & e c, palã ergo per 2. huius, q̃m à toto arcu a b c, fit reflexio ad uisum, sit ergo ut à puncto b, qđ est inter puncta a & c, fiat reflexio ad uisum e, & sit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, ,pducta ultra punctũ b, secabit circulũ a b c, in aliquo puncto arcus speculi non apparentis quod sit d. ducat ẽm diameter uisualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos semicirculos qui sunt f c h, & f a h, ostensum est aũt per 57. primi huius, q̃m ab uno puncto datum semicirculum tm̃ unã lineã contingentẽ duci est impossibile, & coostensum ibi est quod omnis linea ab eodem puncto sub linea cõtingente ducta secat semicirculũ in puncto uno super punctũ contingentiæ & in alio sub ipso, patet ergo cũ à puncto e, ducatur linea e c. circulũ contingens, & ab eodem puncto e ducaẽ sub linea contingente linea e b, q̃m linea e b, secat semicirculũ f c h, in uno puncto super illũ punctũ contingentiæ qui sit d, & in alio puncto b, sub illo puncto c. qui est terminus portionis arcus apparentis uisui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uisui, quod est propositum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a c, potest demonstrari, patet ergo quod proponebatur.

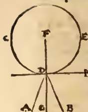


VIII.

In omni reflexione à speculis sphericis conuexis linea à centro speculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

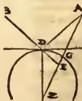
Sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ per reflexionem à speculo ꝓposito sit b, sitq́ꝫ cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e, cuius centrũ sit f, & reflectatur forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, sit æqualis angulo g d b, ducatur tñ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ sit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h sunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum sit angulus incidentiæ, est per 20. quinti huius, æqlis angulo a d h, q est angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro speculi ad punctum reflexionis quod est d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propositum.



IX.

In conuexis speculis sphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ speculi productũ, cõcurrere est necesse.

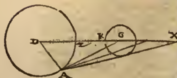
Esto cõmunis sectio superficiei reflexionis & conuexi speculi sphærici circulus g d, cuius centrum sit z, & sit centrũ uisus punctũ b, punctusq́ꝫ rei uisæ sit a, reflectaturq́ꝫ forma puncti a, ad centrũ uisus b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, linea quoq; incidentiæ sit a d, ducatur itaq; linea à puncto dato a, ad centrum speculi z, quæ sit kathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra speculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, qm̃ eñ linea b d, ꝓducta secat angulum a d z, ut patet p ꝓcedentem & per 15. primi, ergo secabit & basem a z, sit itaq; punctus concursus e, est aũt linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet p diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propositũ, qm̃ linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcursu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonstrauimus, hoc adiunximus ꝓpter 37. quinti huius, secundũ eñ utrãq; illaꝝ linearꝝ est necessarium fieri uisionem, qm̃ secundũ illam reflexionis forma reflectit̃ ad uisum, & secundum kathetum incidentiæ respicit res ipsum speculum, à cuius superficie forma rei uisæ reflectit̃ ad uisum.



X.

Centro uisus posito in katheto incidẽtiæ super speculũ sphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto speculi fiet reflexio, & uidebitur imago in superficie speculi in ipso. s. puncto reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

Ostensum est per 33. quinti huius, qm̃ omnis ꝑpendicularis reflectit̃ in seipsam, nec aũt ostendemus quod hic ꝓponit̃. Sit ergo g centrũ uisus & d centrũ speculi propositi, sitq́ꝫ g k, z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uisus ad speculũ secans superficiem oculi in puncto k, & incidens superficiei speculi in puncto z, dico quod solius pũcti z forma reflectitur ad uisum, qm̃ de alijs pũctis lineæ d g, quibuscũq; datis, quãtum ad ipsoꝝ reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 32. quinti huius, sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectit̃ ab alio pũcto speculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, sit illud aliud pũctum a, & ducat̃ linea g a, quæ sit linea reflexionis, ducatur q̃q; linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectit̃, q sit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea

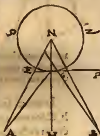


nea g a, qui sit x a g, & ducatur diameter d a, hæc ergo extra circulũ producta necessario diuidet angulum x a g, per æqualia per 8. huius, eo qđ ueniens à centro speculi & ad istũ punctũ reflexionis est ꝑpendicularis sup ipsum, concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d, inter punctũ x reflexum, & punctũ g centrum uisus: sint ergo duæ lineæ rectæ, quæ sunt x d & d a, in duobus punctis concurrent & supficiem continebunt, quod est impossibile, patet ergo ꝓpositũ, q̃m ab uno tm̃ puncto speculi reflexionem fieri est necesse, ergo & una tantũ uidebit̃ imago, & quia locũ ipsius nulla linearũ intersectio determinat, ut patet per 37. quinti huius, palam q̃d illa imago uidet̃ in proprio loco suo, hoc aũt est in superficie ipsius speculi in puncto .f. reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis protrahatur, patet ergo propositum.

XI.

Locum imaginis uisæ in speculis sphæricis conuexis in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum ꝓducta: patet etiã quod in his speculis possibile est locũ imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cũ katheto incidentiæ, patet per 9. huius, potest & idem demonstrari aliter. Sit enĩ punctus rei uisæ a, centrũ oculi b, punctus reflexionis g, centrũ speculi n, palã itaq; per 25. quinti huius, quod a g, linea incidentiæ, g b linea reflexionis sunt in eadẽ supficie erecta sup superficiem speculum in puncto g, contingentẽ: linea itaq; cõmunis superficiei reflexionis, & supficiei speculi, sit circulus z g q & linea cõmunis supficiei contingenti speculũ in puncto g, & superficiei reflexionis sit linea e g p, ducaturq; linea h g, perpendicularis sup lineam g p e, p 11. primi. & patet per 18. tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q, qui cũ sit circulus magnus, ut patet per primam huius, palam qđ centrũ eius est centrum ipsius speculi, transit ergo linea h g, producta ultra punctũ g, per centrum speculi quod est n, aliter enĩ linea à centro speculi ad punctũ g ducta, erit etiã ꝑpendicularis sup lineam p g e, & linea h g, ꝓducta est ꝑpendicularis sup eandem, ab eodẽ ergo puncto ad eundem punctũ lineæ rectæ continget duas perpendiculares sup unam lineam quod est impossibile, pertinget ergo linea h g, ad punctum n, ducat̃ ergo linea a n, à puncto uiso ad centrum speculi, eritq; linea a n, per 72. primi huius, ꝑpendicularis super superficiem speculi, ergo & super superficiem contingentẽ speculũ in puncto illo p quã transit, & quia inter duas lineas h g & p g, angulũ rectum continentes cadit linea b g, palam quia ipsa non contingit circulũ z g q, ipsa ergo ꝓducta secat circulũ, cõcurret ergo cũ linea a n, sit ut concurrat in puncto d, cũ itaq; ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto speculi g reflectitur, & centrũ speculi quod est n, necessario sint in eadem superficie, erit ergo per primã undecimi, linea a n, in eadem superficie cum linea b g, palã ergo per 37. quinti huius, quia punctus d erit locus imaginis, q̃m ipse est punctus cõmunis lineæ reflexionis, in qua necessario est forma & lineæ a n, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti a, secundum quam ut secundum lineam breuiorem necessario uidetur forma, patet ergo principaliter ꝓpositũ per 37. quinti huius, & per hoc patet corrolariũ, q̃a in omni reflexione à speculis sphæricis conuexis facta, semper imago totius rei uisæ continet̃ in aliqua linea inter loca imaginum suorũ extremorũ punctorum ꝓducta, q̃m katheti incidentiæ punctorũ mediorũ cadunt semper inter kathetos incidentiæ punctorũ extremorũ, nec enĩ katheti incidentiæ ab aliquo illorũ punctorũ extremorum ꝓducti ad centrum speculi secare possunt aliquẽ kathetum incidentiæ punctorũ extremorũ, patet etiã quod in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum imaginis inueniri: ꝓducta enĩ linea recta à puncto quocunq; uiso per reflexionem ad



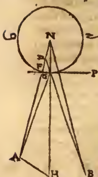
centrum

centrum ſpeculi,& producta linea reflexionis ad concurſum cũ linea, erit punctus cõmunis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici cõuexi ſecante, & à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cõtingentem ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis, dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineã n d, eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia enĩ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a



per 8. huius, angulus uero b g h, æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g, eſt perpendicularis ſuper lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, linea d e, angulum a g d, per æqualia ſecat, palam ex 3. ſexti, quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g, ad lineam d g, ꝓtrahatur itaq; à puncto a, linea æquediſtans lineæ d g, per 31. primi, concurrens cũ linea h n, in puncto h, quæ ſit h a, concurrent aũt illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a, ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d, æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latus a g, æquale lateri a h, ergo ꝑ 7. quinti, erit ꝓportio lineæ a g, ad g d, ſicut lineæ a h, ad g d, ſed ꝓportio lineæ a h ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a, ꝑ 29. primi, & ꝑ 4. ſexti, q̃a ergo q̃ ꝓportio lineæ a h ad d g, eadem eſt lineæ a n, ad d n, ꝓportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex p̃miſſis, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e, ad e d ergo ꝑ 11. quinti, eſt ꝓportio lineæ a n, ad a d, ſicut lineæ a e ad e d, quod eſt propoſitũ, quoniam linea e d, utraſq; interiacet ſectiones.

XIII.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodũ in præcedente, dico quod linea n d, eſt maior q̃ linea d g, ſecet enĩ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctũ e, dicitur finis cõtingentiæ, ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̃cedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d, ſicut lineæ a e, ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e, ad e d, per 3. ſexti, eſt ſicut proportio lineæ a g, ad g d, q̃m præoſtenſum eſt linea e g, diuidit angulum a g d, ꝑ æqualia, eſt ergo ꝓportio lineæ a n, ad n d, ſicut lineæ a g, ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16, quinti, erit permutatim ꝓportio lineæ a n, ad a g, ſicut lineæ d n, ad d g, ſed per 19. primi, linea a n eſt maior q̃ a g, ideo quod angulus a g n, eſt obtuſus, cũ ſit maior angulo n g e, recto, ergo linea n d, eſt maior q̃ linea d g, & quia per 11. huius, punctus d, eſt locus imaginis, patet quod linea n d, interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g, interiacente locum imaginis & punctũ reflexionis quod eſt g, patet ergo ꝓpoſitũ.

XIIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui eſt communis ſectio ſupreficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti in-

teriacẽs

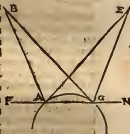
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli semidiametro eiusdem circuli est minor.

Remaneat omnino dispositio quæ supra, & quia punctus e est finis cötingentiæ, intersecet linea a n, circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, est minor semidiametro circuli, qui est f n, qm̄ em̄ ut patet ex p̄missis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, est sicut proportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, est sicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit proportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e, sed linea a n est maior q̄ linea a e, qm̄ totū est maius sua parte, ergo linea d n, est maior q̄ linea d e, erit ergo linea d n, multo maior q̄ linea f e, quæ est pars ipsius d e, multo magis ergo linea n f erit maior q̄ linea f e, quod est propositum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes: attamen in centro unius uisus non cöcurrunt, ex quo patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ reflexum à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi.

Esto centrum uisus b, & punctus rei uisæ sit e, sitq; cömunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a g, incidatq; punctus e, diuersis punctis speculi in circulo a g, quæ sint a & g, & dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g, non sunt æquedistantes cum in unius centro uisus non cöcurrent, dato q̄ concurrent in puncto b, ducaf inter circulum corda arcus a g, quæ sit recta a g, & producatur extra circulum usq; ad pūctū f, ex parte a, & ex parte g, usq; ad punctū n, & quia per 20. quinti huius, angulus e g n, est æqualis angulo b g a, sed angulus e g n, maior est angulo e g a, per 16. primi, ergo angulus b g a, maior est angulo e g a. Sed angulus b a f, maior est angulo b g a, per 16. primi, ergo angulus b a f, est maior angulo e a g, non ergo reflectif forma puncti e, ad uisum existentem in puncto b, à puncto speculi a, per 20. quinti huius, & tñ quia angulus b a f, nō est æqualis angulo b g a, sed minor, ideo quia per 16. primi, angulus e g n, est maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius, & ex hypothesi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palā ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non sunt æquedistantes. Sed ut patet ex præmissis ipsæ nunq; cöcurrent in puncto b, in quo est centrū uisus, patet ergo propositum, & per hoc patet quod unus uisus nō potest uidere idolum eiusdem formæ à diuersis punctis talium speculorum reflexum, quod proponebatur.

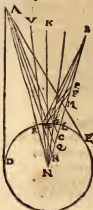


XVI.

A superficie speculi sphærici conuexi non potest forma alicuius puncti ad uisum unum nisi à solo puncto reflecti, & una sola imago uisui occurrit.

Quoniam em̄ per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius speculo incidens, centro uisus in illa perpendiculari existente ab uno tm̄ puncto reflectitur ad uisum, non oportet nos nüc propositum nisi de lineis oblique his speculis sphæricis conuexis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctū uisum b, & centrū uisus a, & non sit punctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi quod sit n, dico quod forma puncti b, reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi, & una sola imago uisui occurrit, palam em̄ per 5. huius, quod uisibile in quo est punctū b, modo conuenienti opposito ipsi speculo ab aliquo puncto superficiei speculi potest reflecti forma puncti b ad uisum a, sit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ b g & a g, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit b n, secans superficiem speculi in puncto l, & sit a n, diameter uisualis secans superficiem speculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e, termini superficiei

cici portionis superficiei speculi uisui oppositæ, ꝓducaturq; linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, secabit per 9. huius, perpendicularem b n, secet ergo illam in puncto q, q͞m punctus q, ut patet per 11. huius, est locus imaginis, palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, sunt in eadem superficie orthogonali super superficiem speculi, & quia superficies erectæ super sphæram speculi in quibus sunt puncta b & n, nulla extendi potest ad punctum a, quod est centrũ uisus, nisi una t͞m, q͞m punctus a, est indiuisibilis, qui ad superficies se circa ipsum uel lineam in qua est, non secantes cõmunis esse non potest, tunc palam quia puncta a & b, sunt tantum in una superficie erecta super sphæram speculi, & non in pluribus, nõ ergo fiet reflexio punctib, ad uisum a, nisi in circulo sphæræ qui est cõmunis sectio superficiei speculi, & superficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quã à solo puncto qđ ꝓpositum est esse g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uisus. Si e͞m sit possibile fieri ab alio puncto circuli d g e, q̃ à puncto g, sit ille datus pũctus l, in quo kathetus incidẽtiæ qui est b n, secat superficiem speculi, cum itaq; linea b n, sit perpendicularis super superficiem speculi, & linea a l, nõ sit perpendicularis super illam, quia non transit centrum speculi quod est n, & forma secundum lineam perpẽdicularem ueniens necessario secundũ perpendicularem reflectatur, quoniam semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uisum a à puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e, hoc e͞m est impossibile qđ ad quodcũq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cõtingente circulum in puncto illo angulum obtusum ex parte e. Ideo e͞m quod angulus contentus sub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente est rectus per 17. tertij, & illa semidiameter educta non peruenit ad punctum b, q͞m ibi peruenit semidiameter n l, erit ergo angulus contentus sub linea ducta à puncto b, & sub illa linea contingente ex parte puncti b, necessario obtusus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uersus l, linea e͞m à centro speculi ad punctũ illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cõtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc e͞m contingens à pũcto a, duci nõ potest, qđ patet per 57. primi huius, q͞m linea a e, superficiem speculi est contingens ex hypothesi, ꝓpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e, uisui apparentem, qui per 2. huius, à superficie speculi non apparente uisui per lineas contingentes determinatur, quare si ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod esset angulus acutus æqualis obtuso quod est impossibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, sed etiam à nullo puncto arcus g l, potest in hac dispositione fieri reflexio, sit e͞m si possibile est ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, secans kathetũ incidentiæ, quæ est b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z, hoc ergo contingens necessario cadet inter lineas b g & b l, q͞m punctus z, est inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & sit g f linea contingens circulum in puncto g, secetq; linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palã ergo per 12. huius, quod ꝓportio lineæ b n, ad lineam n q, est sicut lineæ b f, ad f q, & similiter erit proportio lineæ b n ad n o, sicut ꝓportio lineæ b m ad m o, sed quia linea o n maior est q̃ linea q n, q͞m totum maius est sua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio q̃ ad lineam n o, maior ergo ꝓportio est lineæ b f, ad f q, q̃ lineæ b m ad m o, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, sit minor q̃ linea b m, & f q sit maior q̃ m o, restat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, sed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, potest fieri de-



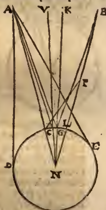
ductio

ductio præmisso modo. Similiter quoque nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, si enim fiat ab aliquo, sit istud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, secans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ sit t h, secans kathetum b n, in puncto p. Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, sicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, est sicut lineæ b f ad f q: sed maior est proportio lineæ b n ad n h, quàm lineæ b n ad n q, per 8. quinti, maior est ergo proportio lineæ b p ad p h, quàm lineæ b f ad f q, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior est proportio, quàm minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, est enim linea b f, maior quàm b p, & p h maior quàm f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uisum a, quodlibet ergo punctum formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi sphærici ad uisum reflectitur, una sola ergo erit linea reflexionis cuiuscunque puncti uisi, sed est etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus est in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc est propositum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi sumptis duobus punctis, quorũ formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remotior à centro uisus, quàm puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus.

Remanente dispositione quæ in præcedente, sint in katheto incidentiæ, quæ est n b, duo puncta signata quæ sunt p & b, sitque punctum p, propinquioris centro speculi puncto scilicet n, centro circuli d g e, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi dati, & sit punctum b, remotius ab eodem centro, & sit a centrum uisus, & sit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior est à centro uisus, quod est punctum a, quàm g, qui est punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionẽ circuli oppositam uisui continentes per 2. huius, quæ sit a e & a d, at si punctus in quo kathetus b n, secat circulum propositum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in seipsam per 10. huius, neque reflectitur forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmissa, sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uisum, sit illud punctum t, sitque p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaque ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, necessario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoque ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior est angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, est residuum duorum rectorum super angulum u t a, est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis est angulo b g k, angulus ergo u t a, est minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, est æqualis angulo u t a, minor est angulo b g k, sed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod est im

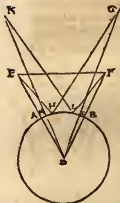


possibile, cum angulus p n t, contineat angulum b n g, tanquam partem sui, & angulus t p n sit maior angulo g b n, per 16. primi, palam ergo quod punctus p, non reflectitur nisi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l, & quoniam inter puncta g & l, punctus g, est propinquior puncto a, qui est centrum uisus, patet quod omne punctum arcus g l, aliud à puncto g, est remotius à centro uisus a, quàm punctum g, quod est punctum reflexionis formae puncti b, punctum ergo reflexionis formae puncti propinquioris centro speculi est remotius à centro uisus quàm punctus reflexionis formae puncti remotioris à centro speculi, quod est propositum.

XVIII.

Formae omnium punctorum aequaliter distantiū à centro speculi sphaerici conuexi secundum aequales angulos sub kathetis incidentiae & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

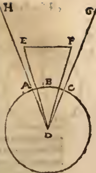
Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi circulus a b c, cuius centrum sit d, pateto; per primam huius, quoniam punctum d, est centrum speculi, sintq; duo puncta e & f, aequaliter distantia à centro speculi, quod est d, erunt ergo lineae e d & f d aequales, dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos aequales, ut si forma puncti e, reflectatur ad uisum existentem in puncto g, à puncto speculi h, & forma puncti f, quae per praemissam non potest reflecti ad uisum g, à puncto h, reflectatur ad uisum existentem in puncto k, à puncto l, & ducantur lineae g d & k d, dico quod angulus e d g, est aequalis angulo f d k. Sit enim ut kathetus incidentiae, qui est e d, secet circulum in puncto a, & kathetus f d, in puncto b, & diameter uisualis g d, secet circulum in puncto c, & diameter k d, in puncto m, quia itaq; lineae e d & f d, sunt aequales, patet per praemissam, quoniam puncta reflexionis quae sunt h & l, aequaliter distant à uisibus ad quos reflectuntur, ut quantum distat h, punctus reflexionis à puncto e, in quo diameter uisualis g d, secat circulum, tantum distet punctus reflexionis, qui est l, à puncto m, in quo diameter uisualis quae est k d, secat circulum, quoniam punctus reflexionis formae puncti minus distantis à centro speculi fit per praemissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior, ergo in illis quae aequaliter distant, erit aequalitas distantiae à uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiae, uel in una, semper enim punctorum aequaliter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo h c, est aequalis arcui l m, & eadem ratione est arcus a h, aequalis arcui b l, quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi aequaliter se habet ad centrum, & puncta e & f, aequaliter distant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, est aequalis toti arcui b m, ergo per 26. tertij, angulus e d g, est aequalis angulo f d k, quod est propositum.



XIX.

Impossibile est duo puncta aequalis distantiae à centro speculi sphaerici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia ab arcu, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi, ad eundem uisum reflecti.

Sit cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici conuexi circulus a b c, cuius



cuius centrum sit punctum d, & sint duo puncta æqualiter distātia à centro speculi quæ sint e & f, sitq́ꝫ centrū uisus in pūcto g, in eadem superficie cum punctis e & f, & ex una parte ipsorum, sitq́ꝫ punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non est possibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaqꝫ ex hypothesi, quod angulus e d g est maior angulo f d g, sicut totum sua parte, fiat itaqꝫ super punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui sit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniā forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nō ergo ad punctū g, per 15. huius, patet ergo propositum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmissam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod est impossibile.

XX.

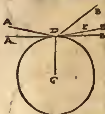
Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi sphærici conuexi distantibus punctum reflexionis inuenire.

Esto b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, sit quoqꝫ dati speculi conuexi sphærici centrum c, & sit circulus qui est communis sectio superficierum reflexionis, & speculi qui e f g, & ducantur katheti b c & a c, secantes circulum in punctis f & g, quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cū centro uisus, istæ duæ lineæ b c & a c sunt æquales, cum manifestum sit per ea quæ patuerunt in demonstratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis necessario fiet reflexio, secetur itaqꝫ per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, secantem arcum f g in puncto e, patet quoqꝫ per 25. tertij, quoniam arcus f e est æq̄lis arcui e g, eritq́ꝫ linea c d perpendicularis super lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pūctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntq́ꝫ duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi, & ex hypothesi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod est medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formæ puncti b ad uisum a, & hoc est propositum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si linea b c sit lōgior quàm a c, cum f c sit æqualis c g, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, resecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, sitq́ꝫ f h æqualis ipsi a g, palam ergo per præmissa, q̄m forma puncti h reflectitur ad uisum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto quod est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & secūdum elongationem sui à centro circuli c, erit punctorū ipsorum reflexionis approximatio ad centrum uisus secundum puncta suæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ sunt super punctū h, scilicet pūcta m & b, erunt secundum puncta suæ reflexionis propinquiora centro uisus quàm pūctum e, cadent ergo in arcum e g, & secundū approximationem sui ad centrum circuli c, erit punctorū reflexionis maior elongatio à centro uisus b, hoc autē licet sit in grosso scientiam afferat, est tamen secūdum signorum punctoꝝ reflexionis à punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.

XXI.

Si angulus contentus sub linea incidentiæ à puncto rei uisæ oblique ducta ad punctum aliquem superficiei speculi sphærici conuexi, & linea à centro speculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impossibile

est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illu punctum.

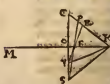


Esto a centrum uisus, & b pūctus rei uisæ, sit quoq; g. centrum speculi sphærici conuexi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, sit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q necessario erūt in superficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto, quia si nō sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto, aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cōtinget circulum in puncto d, sed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, sunt linea una, non ergo fit reflexio secuundū perfectam naturā reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi d ad uisum existentem in pūcto a. Sed fit simpliciter uisio secundum lineā a d b, quod est contra hypothesim, quoniam punctum d, est positum esse punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur esse minor recto, tunc à pūcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & sit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g est datus minor recto, est ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam lineam b d, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse, erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod est imposssibile, & contra 15. tertij, non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem, necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.

XXII.

Puncto rei uisæ dato plus distante à centro speculi sphærici cōuexi quàm centrum oculi, possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus.

Esto punctum a centrum uisus, & sit b datus punctus rei uisæ, sitq; g centrum speculi sphærici conuexi, ducantúrq; lineæ a b & b g, sitq; exempli causa linea b g maior q linea a g, ideo ut punctus b, plus distet à centro speculi g quàm centrum uisus a, & quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 15. quinti huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo possibile est inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, secante periferiā circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ sit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur ppendicularis indefinita super lineam m k, per 11. primi, quæ sit o c, & ducatur à puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipsa linea c o, angulū æqualem angulo e g b quæ sit k c, est autem possibile hoc fieri, cū enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, à puncto b perpendicularis super lineam g e quæ sit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, super punctū ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, necessario concurret cū linea o c, quoniam cū angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k est æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad basem trigoni c k, quæ sit f p, & cōcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli cuius centrum est punctū g, quæ sit g u,



sit g u, ex angulo quoq; b g a secetur angulus æqualis angulo f p k, per 27. primi huius, qui sit b g d, hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est æqualis medietate anguli b g a, est aūt angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæsitum propositum inueniendum, aliàs enim non potest per lineam m k, punctus quærendæ reflexionis inueniri, sed oporteret aliam lineam assumi: est ergo angulus f p k minor angulo b g a, p 32. primi, & ducanť lineæ k s & b d, quia ergo proportio lineæ s p ad p k, est sicut lineæ b g ad semidiametrū g d, et anguli his lineis ꝑportionalibus cōtenti sunt æquales, erūt per 6 sexti, trianguli s p k & b g d æquianguli, erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, sed forte secundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius, possibile est à puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p, ut si ducatur hoc modo linea y f r secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur. s. ut sit eius proportio ad r k, partem lineæ quam secabit ex linea c k, sicut lineæ s p ad p k, & tunc à puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliumq; cum linea c k angulum cōtinens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his nō fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmissam, quoniam & tunc angulus cōtentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, est possibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri. Sit igitur primo angulus c k s maior recto, eritq; possibile inueniri punctum reflexionis, palam enim si angulus c k s est maior recto, quod eius æqualis b d g est maior recto, ducatur itaq; à puncto d, linea contingens circulum per 10. tertij, quæ sit n d y cuius pūctus n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o sit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex præmissis, secetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o, per 27. primi huius, qui sit angulus q d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q, cū igitur angulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g, erunt per 32. primi, triangulus f p k æquiangulus triangulo q g d, erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13. primi, erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q est æqualis angulo f k s, ideo quia cū totus angulus b d g sit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g sit æqualis angulo p k f. Restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s, ergo per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s, erit triangulus triangulo æqualis, scilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, sunt per 4. sexti, similes: ꝓducatur aūt linea q d extra circulum, & à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam quæ sit b z, erit ergo angulus b p z, per 13. primi, æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æq̄lis est angulo s o f recto, erit ergo ꝑ præmissā triangulus b q z similis triangulo s f o, producatur ergo linea d z ultra punctum z usq; ad punctum i, ita quod linea z i sit æqualis lineæ z d, per 3. primi. palam ergo ex similitudine triangulorū, quoniam proportio lineæ z q ad q b, est sicut lineæ f a ad f s, & proportio lineæ b q ad q d, est sicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22. quinti, proportio lineæ z q ad q d, sicut o f ad f k, ergo ꝑ 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ z d ad q d, sicut lineæ o k ad f k, ergo per 15. quinti, erit proportio lineæ i d ad lineam q d, sicut m k ad f k, est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, est autem ex præmissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a, ergo ꝑ 11. quinti, erit proportio i q ad q d, sicut b g ad g a, quoniam accepta est proportio m f ad f k, sicut b g ad g a: ducatur itaq; linea b i, cui à puncto d, ducatur æquedistans d l, ꝑ 31. primi, & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l; concurrent aūt

illæ

illæ lineæ, per secundam primi huius, eritq; per 15. & per 29. primi, & 4. sexti, triangulus l d q similis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, sicut b i ad d l, & cum linea r sit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis sit super lineam d i, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, sicut lineæ b i ad d l, est ergo proportio lineæ b d ad d l, sicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, sicut lineæ b g ad g a: ducatur aũt à puncto d, linea quæ sit d h, æqualẽ tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, qui sit angulus b d l, cadatq; punctus h in linea b g, cũ ergo lineæ hl & d l cõcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 32. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g qui sint æq̃les istis, ut patet ex p̃missis, sunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cũ linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pũcto a, palã eñ quod angulus g o n est rectus, per 17. tertij; sed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k sit rectus, et duo anguli o c k & c k o sunt æquales recto, est angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmissis æq̃lis est angulo g d q, restat ergo ut angulus q d n sit æqualis angulo o c k, qui ut patet ex præmissis æqualis est angulo b g e, scilicet medietati anguli b g a, est ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, sed angulus q d b est medietas anguli b d l, per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b d ad d l, cũ sicut supra ostensum est triangulus d q l similis sit triangulo b q i, & linea b d æqualis sit lineæ b i, ut patet ex præmissis. Restat igitur ut angulus b d n sit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q sit æqualis angulo q d l, patet quòd angulus b d h excedit angulũ h d l, in duplo anguli q d h, est ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq; linea g d ultra pũctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n sunt recti. Restat ut angulus b d f sit æqualis angulo h d g, ducat̃ ergo p 31. primi, linea h t æquedistans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f est æqualis angulo h t d, sed & angulus b d f æqualis est angulo h d g; ergo per 6. primi, linea h t est æqualis lineæ b d, sed est proportio lineæ b d ad h t, sicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. sexti, cũ lineæ b d & h t sunt æquedistantes, Est ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, sicut lineæ b g ad g h, sed ex præmissis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cõcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus similis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cõmunem, & angulus h d l sit ex præmissis æqualis angulo h g a, igitur per 4. sexti, est proportio lineæ g d ad lineam d l, sicut lineæ h g ad lineam quam secat linea h d ex linea a g, & pportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, constat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmissis proportio lineæ b d ad lineã d l, constat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineã quam h d secat ex g a, sed proportio b d ad d l, ut patet superius, est sicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, constat ex pportionibus b g ad g h, & ipsius g h ad lineam quam secat h d ex g a: constat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a est linea quam secat h d, ex linea a g, & ita linea h d cõcurrit cũ a g in puncto a, quia itaq; ut patet ex præmissis angulus h d f est æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis est angulo f d a, sibi contra posito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis est angulo f d a, illud ergo punctum d, est punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipso angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, quod est propositum. Quando angulus c k s est maior recto. Quod si neuter angulorum, qui sunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum: Si enim dicatur quod hoc sit possibile, sit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia fit reflexio à puncto speculi d, patet per præmissam, quod oportet angulum b d g esse maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum

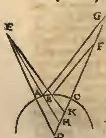
eãdum dispositionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet sit minor recto. Sed & idem aliter demonstrandum, producatur itaq; linea a d intra circulum usq; ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq; linea b g quousq; concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l est minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã sexti, est etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ sit d n y, & à puncto d, protracta linea d q secante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus est triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis est angulo h g a, & angulus a h g est communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ d h ad d l, sicut lineæ h g ad g a: ducatur itaq; à puncto h, per 31. primi, linea æquedistans lineæ b d, quæ sit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. sexti, proportio lineæ b d ad t h, sicur lineæ b g ad g h, quia uero ex hypothesi forma puncti b reflectitur ad uisum a, à puncto speculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq; per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. sexti, cũ linea t h sit æquedistans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, sicut b d ad t h, sed linea t h æqualis est ipsi d h, est ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, sicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l, sicur h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, sicut b g ad g a; sed cum angulus b d e sit æqualis angulo h d g per præmissa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, est ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, sed angulus n d q est medietas anguli a g b. ex præmissis, ergo & est medietas anguli h d l, qui est æqualis angulo a g b, igitur angulus b d q est medietas anguli b d l, est ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. sexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, sicut b d ad d l, ducatur quoq; à pũcto b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ d l, quæ sit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per secundã primi huius, & diuidatur linea d l per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmissis proportio b q ad q l, sicut b d ad d l, ergo per 11. quinti, est proportio b i ad d l, sicuti b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d sunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z est perpendicularis super lineam d i, est autem sicut ex præmissis patet, proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, sicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, sicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, sicut o f ad f k, producaturq; linea b z intra speculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b sit rectus ut præostensum est, & angulus z d g sit minor recto, qui est angulus n d g, sit ergo punctum concursus x, palam aũt ex præmissis, quoniam est proportio lineæ b g ad g d, sicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non esse maior recto, fiat super punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem est possibile fieri, quia cum, sicut patet ex præmissis, angulus q d n sit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis constitutus sit angulus k c o, necesse est quod angulus q d n sit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmissis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius; cum enim trigonum c k o sit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, sunt ergo æquales angulo n d g, & quia angulus k c o est æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo q d g, fiat

q d g, fiat ergo super punctum k, lineæ f k angulus æqualis angulo b d q, & ponatur quod linea tenens hunc angulum concurrat cũ linea c o in puncto s, & ducatur linea s p transiens per punctum f, quæ sit alia à priori linea s f p, dico quod istius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k, erit proportio sicut lineæ b g ad g d, cum enim angulus b z d sit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmissis similis triangulo s o k, est ergo proportio lineæ b z ad b d, sicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, sicut lineæ i d ad o k, fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ z q ad q d, sicut lineæ o f ad f k, ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, sicut f k ad o f, ergo per 18. quinti, est pportio totius lineæ z d ad z q, sicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22. quinti, erunt z b ad z q, sicut s o ad o f, ergo per 6. sexti, trigona z q b & o f s sunt æquiangula, angulus ergo z b q est æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k, sed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis est angulo q d g, totus ergo angulus s k p æqualis est angulo b d g, ergo per 32. primi, & ex 4. sexti, erit triangulus b d g similis triangulo s p k, & totus triangulus b g e similis totali triangulo c k s, est igitur proportio lineæ s p ad p k, sicut b g ad g d, constituto ergo super centrum d, angulo æquali angulo scilicet s p k, & ducta semidiametro circuli quæ sit g u, patet secundum præmissum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmissis prior angulus s p k est maior præsenti angulo s p k, quoniam extrinsecus, palã quod à duobus punctis speculi, quæ sunt d & u, fiet reflexio, quod est contra 16. huius non ergo potest angulus s p k, unquam esse non maior recto si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexiõis inuentio, quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & cẽtro uisus, non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quod duo anguli cõstituti super lineam m o sint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, tamen super g centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet super illud centrum angulus alius diuersus ab isto quam efficiet sup k m, alia linea similis priori lineæ s k, & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiusdem pũcti ad uisum eundem, quod est contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorũ angulorũ sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propositum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi, uel super diuersos ad uisum ad quem fit reflexio, cum similiter se habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad uisum, erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi a b c cuius centrum d, sitq; centrum uisus e, & kathetus incidentiæ sit d f g, in quo sunt duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum, & sit punctum f propinquius centro speculi, & punctum g remotius, seceto; idem kathetus circulum a b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior est à centro speculi quod est d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypothesim qualibet formarũ istorum punctorũ ab aliquo puncto speculi reflectitur ad uisum, patet cum illa puncta sunt in eadem katheto incidentiæ consistentia, quod centrum uisus e est cum ambobus illis pũctis in eadem superficie reflexionis per 6. huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorũ ad uisum e, ab aliquo puncto circuli a b c, sit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remotior à centro uisus e quàm punctus a, ducatur itaq; diameter uisualis quæ e d, & ducantur lineæ incidentiæ quæ sint g a & g b, & lineæ reflexionis quæ sint a e & b e, quæ productæ intra circulum secabunt ka-



thetum

thetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est e d, sit ergo ut linea e a secet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctũ h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius, quoniam uero punctum h, est propinquius centro d quàm punctum k, per 29. primi huius, quia enim linea h e secat angulum d e k, palam quia ipsa secabit basem illi subtensam quæ est d k, est ergo pũctum h propinquius centro speculi quod est d quàm punctum k, & quoniam ut patet secundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uisus quod est e, per quæcunq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & c ad kathetum d g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propositum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g sunt propinquiora centro d, tanto loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi quod est d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro speculi, palam quod de punctis diuersorum kathetorum ad uisum ad quam fit reflexio consimiliter se habentium, eadem est demonstratio quæ de punctis eiusdem katheti, quoniam unicuiq; pũctorum in uno simili katheto signatorum punctus similis qui sit eiusdem distantiæ à centro speculi in katheto alio respondet illorum quorumcunq; punctorum, quia consimiliter respiciunt uisum, loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur, patet ergo propositum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto speculi sphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, taliter secuerit, quod lineæ productæ pars quæ est intra circulũ sit æqualis semidiametro circuli, locus uisæ imaginis semper erit intra conuexum speculi.

Esto centrum uisus g, & centrum speculi sphærici conuexi sit punctum d, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a b r, à centro quoq; uisus puncto g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ sint g a & g b, eruntq; per secundam huius circuli a b r, portio a b apparens uisui, & centrum eius sit punctum d, per primam huius, quoniam autem uisus & specula mutant locũ. Sit talis facta dispositio uisus ad speculum ut à puncto g, centro uisus ductæ lineæ secantes circulũ a b r, pars intra circulum quod est corda arcus circuli qui h r, sit æqualis semidiametro illius circuli, & sit illa linea g h r, cuius pars h g, intra circulum sit æqualis semidiametro d r, hoc autem possibile est fieri, si per primam quarti inscribatur circulus a b r, linea h r æq̃lis semediametro illius circuli, & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uisus, dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h, semper est intra conuexã superficiem speculi, producatur enim à puncto h, super lineam contingentem circulum in puncto h, perpendicularis quæ sit h m, hæc ergo producta in circulum transit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cũ forma à cuius rei uisæ reflectat̃ à pũcto h, locus imaginis suæ erunt semper intra conuexũ speculi, ducatur enim à puncto h, linea constituens super punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem angulo g h m, per 23. primi, qui sit p h m producta linea h p, reflectetur ergo per 20. quinti, pũcta huius lineæ h p a d uisum g, à puncto speculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uisum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius pũctum, quod sit p, & ducatur linea ab ipso ad centrũ speculi quæ sit p d, erit quoq; per primam huius, & per 72. primi huius, linea p d, perpendicularis sup superficiem contingentem speculũ in pũcto quo ipsa linea p d secat circũferentiam circuli a b r, copulet̃ quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidẽtiæ est æq̃lis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmissis, angulus uero g h m p 15. primi, æqualis est angulo r h d, angulus igit̃ p h m est æqualis angulo r h d. Sed angul9 r h d

æqualis est angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypothesi æqualis est semidiametro d r, angulus ergo p h m est æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens super lineas p h & d r, facit angulum extrinsecum, qui est m h p, æqualem angulo intrinseco qui est m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquedistat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitũ protractæ nunquam cõcurrent, & linea p d quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunque alia linea ducta à quocunque puncto lineæ h p ad centrum d, semper inter puncta h & r, intersecabit lineã h r interiacentes lineas æquedistantes, quæ sunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & secabunt basem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ semper ducitur ad centrum speculi ut ad punctum d, quodcunque ergo punctum sumatur in linea p h, semper linea ducta ab illo pũcto ad punctum d secabit lineam reflexionis, quæ est g h r intra conuexũ speculi, quoniam semper kathetus incidentiæ productus ad centrum speculi perpendicularis est super superficiem speculi, sicut nunc est p d, imago ergo cuiuscunque puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum speculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocũque puncto arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secant circulum, fiat reflexio: locus uisæ imaginis semper erit intra speculum.

Sit dispositio quæ in præmissa, ita ut linea reflexionis quæ g h r secet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulũ, quæ est h r, sit æqualis semidiametro circuli, ducaturque kathetus reflexionis à uisu ad centrum speculi, qui sit g d secans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunque pũcto arcus h z fiat reflexio, semper erit locus imaginis intra speculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod sit i, fiat reflexio, ducaturque à puncto g, centro uisus ad punctum i, linea secans circulum super punctum i, quæ sit g i s, & ducatur super superficiem speculi linea perpendicularis à pũcto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro speculi puncto d, producatur linea quæ sit d i t, super cuius pũctum i fiat angulus æqualis angulo r i g, per 23. primi, qui sit p i t, palam ergo quod solum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uisum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij, quod linea i s maior est quàm linea h r, ergo linea i s est maior semidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i est maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i est maior angulo t i g, est ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmissis est æqualis angulo t i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non sunt æquedistantes: in infinitum tamen protractæ ex parte suorum pũctorum p & s nunquam concurrent, sed ex suis partibus i & d protractæ concurrent, à quocunque ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille secabit lineam g i a, quæ est linea reflexionis intra conuexũ speculi, & omnis linea ducta à quocunque puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis super speculi superficiem per 72. primi hui9, ergo ipsa est kathetus incidentiæ, sicut nec est linea p d; & cum locus imaginis sit in occursu katheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuscunque puncti lineæ p i, semper erit intra conuexum speculi, & quoniam dato quocunque puncto arcus h z, semper eadem est demonstratio, manifestum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra speculum, quod est propositum.

A quo-

XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulū est æqualis semidiametro circuli, secat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uisus contingit circulum, fiat reflexio, locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum, quandoq; in superficie conuexa speculi, & quandoq; extra speculum.

Remaneat totalis dispositio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. s. ut linea reflexionis quæ g h r, secet circulū a b r, cuius centrū est punctū d, taliter ut eius pars intra circulū quæ est h r, sit æqualis semidiametro d z, & lineæ g a & g b, sint contingentes circulū a b r, in punctis a & b, & sit punctus b, propinquior puncto h, dico qd' à quocunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uisæ imaginis qn̄q; intra speculū, qn̄q; in supficie speculi, qn̄q; extra speculū. Sumat̃ em̄ aliquod punctū arcus h b, à quo fiat reflexio ad uisum g, & illud punctum reflexionis sit n, & ducatur linea reflexionis secans circulum, quæ ducta trans circulum sit g n q, & ducat̃ à centro d, semidiameter d q, & ad punctū reflexionis ducat̃ ppendicularis d n f, & pducatur ut in p̃missis linea n e, cōtinens cū katheto d n f, angulū æqualē angulo f n g, qui sit angulus f n e, & qm̄ linea n q, per 14. tertij, minor est q̃ linea h r, palã qa linea n q, est minor semidiametro q d, qm̄ em̄ linea h r est æqualis ipsi q d, ex hypothesi, erit ergo linea q n, minor q̃ linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, est minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiusdē angulus q d n, minor est angulo g n f, ergo & suo æquali qui est e n f, igit̃ lineæ d q & n e, cōcurrent ad partem minorum angulorum per 14. primi huius, sit ergo cōcursus earum in puncto e, palã aũt ut in p̃missis, qa linea e q d, est ppendicularis sup superficiē speculi per 72. primi huius, est ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto q, qui est punctus supficiei speculi, imago ergo puncti e, qn̄ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod est n, uidebit̃ in puncto q, quod est in superficie cōuexa speculi, & qm̄ linea reflexionis quæ est g q, periferiam arcus b r, in unico tm̄ pũcto intersecat, ut patet per 7. huius, palam quia nō accidit uideri imaginē formæ alicuius punctorum lineæ n e, in ipsa supficie speculi, nisi solū in illo uno puncto, in quo ad ipm ductus kathetus secat lineā reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est in pposito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, sumat̃ punctū ultra e, qd' sit punctum k, sitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrū speculi qui sit k d, secans lineam reflexionis, quæ est g n q, productam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit sectio extra superficiem speculi, quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctū e, sumpti uidebit̃ extra superficiē speculi secundū distantiã puncti incidentis, & semp ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto sectionis linearum katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis est nunc in puncto l, quæ est cōmunis sectio p̃missarum linearum. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, sumatur aliquod punctū ut c, kathetus ab eo ductus ad speculi centrū secabit lineā reflexionis, quæ g n q, intra speculum, secabit em̄ ipsam in puncto aliquo eorum, quæ sunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, sumpti uidebit̃ intra speculū, & similiter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuersis punctis linearum incidentiæ demonstrari, & hoc est ppositum. Sicut itaq; in arcu z b demonstrauimus in p̃missis tribus theorematibus, sic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonstrari, qm̄ est om̄imoda similitudo hinc inde. & idem est de omnibus circulis speculi sphærici cōuexi, circulo a b r, similibus. Si em̄ perpendicularis g z d, manente fixa linea g h, secundū æqualitatē anguli d g h, imaginetur

mouerí quouſq; redeat ad locum ſuũ unde mouerí incepit, tunc linea g h mota ſecabit ex tota ſpeculi conuexa ſuperficie motu ſuo portionẽ ſupficiei, & imago formæ cuiuſlibet puncti reflexi ab aliq̃ punctorum huius portionis uidebit̃ ſemper intra ſpeculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulũ a b r, quæ eſt g b, moueatur quouſq; ad locũ unde exiuit redeat, ſecabit ex ſphæra portionẽ maiorẽ, & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibuſq; punctis ſupficiei ſpeculi deſcriptæ per arcum b h, uel à punctis arcuũ illi ſimilium, tunc katheto incidentiæ ſecante lineã reflexiõis in ipſa ſuperficie ſpeculi ſemper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipſa ſuperficie ſpeculi. Sed aliorum punctorum in illa eadem linea exiſtentiũ quorundã locus imaginis eſt intra ſpeculũ, quorundã extra ſpeculũ, ſecundũ qđ katheti ab illis punctis ad centrũ ſpeculi ꝓducti, ſecant lineas ſuarum reflexionũ. Et qm̃ ſitus centri uiſus, uel ſuperficiei ſpeculi, uel etiam ipſius rei uiſæ poteſt multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut ſpeculorum ſphæricorum conuexorum, quorum uſus ut plurimum apud homines noſtræ habitabilis eſt cõmunis, quũ intra quæ ſpeculant̃ modo ſphærico diffundente ſe, artificũ ſpiritus exſufflant̃, quãcunq; portionẽ quis taliter collocet, ut quãq; imago puncti uiſi appareat intra ſpeculũ, hoc eſt ultra ſuperficiem ipſius, quãq; in ipſa ſuperficie ſpeculi, & quãq; extra ſuperficiẽ ſpeculi, ita qđ ſuperficies ſpeculi nõ ſit media inter imaginẽ quæ uidet̃ & oculum uidentis, ſed ad latus extra uideat̃, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per iſtam patet, qđ ſpeculum ſphæricũ cõuexum, centrumq; uiſus, & res uiſa ſic ſiſti poſſent, ut imago extra ſpeculũ in aere appareat, qđ relinquimus artificio ꝗquirẽtis.

XXVII.

Omnis diameter ſpeculi ſphærici conuexi, in quã locus imaginis cadit, in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculum portionum ſphæræ ſpeculi non apparenti uiſui, neceſſario applicatur, ex quo patet quòd ipſa eſt demiſſior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiẽ ꝓductarũ.

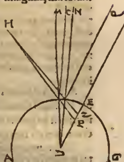
Quod hic ꝓponitur patet per p̃miſſas, reſumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, poteſt fieri reflexio, omnis quoq; linea reflexionis quæ à centro uiſus ſub linea à centro uiſus ꝓducta circulum contingente, ducit̃, patet per 57. primi huius, qm̃ ipſa ſecat circulum, & qñ locus imaginis fuerit in ipſa ſpeculi ſuperficie uel extra, patet qđ hoc nõ poteſt accidere in diametris ſpeculi applicatis arcui a b, non enim poteſt in illis diametris locus imaginis eſſe in ipſa ſpeculi ſuperficie, qm̃ katheti incidentiæ & linea reflexionis illorum punctorum in illis punctis cõcurrere non poſſunt. Sed neq; extra ſpeculorum ſuperficies poteſt in illis diametris eſſe locus reflexionis, qm̃ lineæ reflexionum ad partẽ illam extra ſpeculũ non cõcurrent, omnes ergo diametros ſpeculi cuiuſcunq; ſphærici conuexi in quibus loca imaginũ ſunt in ipſa ſuperficie ſpeculi, uel extra ſpeculum, neceſſario applicant̃ portioni ſpeculi non apparenti uiſui, & qm̃ portio ſpeculi apparens & non apparente per lineas cõtingentes à centro uiſus ad ſpeculi ſupficiem ductas determinat̃, ut patet per ſecundũ huius. Ideo manifeſtum eſt ꝓpoſitum corrollarium, qualibet enim diametrorum in qua eſt locus imaginis in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculũ, oportet ut ſit demiſſior qualibet linearum contingentiũ à centro uiſus à ſpeculi ſupficiẽ ꝓductarum, & hoc ꝓponebat̃. Poteſt aũt diameter in qua apparet locus imaginis intra ſpeculũ eſſe uel altior uel demiſſior illa cõtingente, ut patet ex his quæ ſunt in p̃miſſis demonſtrata. Reſtat aũt ut nos deinceps loca imaginũ certius determinemus.

XXVIII.

Ad diametrum ſpeculi ſphærici conuexi ducta linea reflexionis ſecante ſpeculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens ſuperficiem ſpeculi & diametrum, ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum ſectionis & centrum ſpeculi, in illa parte diametri non eſt locus alicuius imaginis, ſed eſt imaginum meta, ſicut & in illo puncto ſectionis.

Eſto circulus cõmunis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphæ-

rici conuexi, qui a b f e g, & sit punctū h, centrum uisus, punctū quoq; d centrum speculi, & sit d e semidiameter speculi, quæ necessario est perpendicularis sup superficiē speculi per 72. primi huius, & sit linea z h, linea reflexionis secans superficiē conuexā speculi super punctū f, & cōcurrens cū e d, semidiametro speculi super punctū z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qđ potest fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non est locus alicuius imaginis, neq; ēm punctus z, potest esse locus alicuius imaginis, nisi solum alicuius punctoꝶ lineæ e d, ꝓtractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiusq; puncti semper est super kathetum suæ incidentiæ, & hoc est in speculis sphæricis cōuexis in linea ab illo puncto ad centrū sphæræ ducta: quod uero punctus z, nō sit locus alicuius imaginis punctoꝶ lineæ e d, patet, ducat̄ ēm ppendicularis à centro d, super punctū f, quæ ꝓducta extra circulū sit d f n, & super ductā perpendicularē fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui sit q f n, est ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d, sed cū z d & z f, lineæ ex hypothesi sint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angul9 q f n, æqualis est angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, sunt adinuicē æquedistantes, in infinitū ergo ꝓtractæ nunq̄ cōcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunq; ꝓtractæ forma mouebit̄ ad punctū f, per lineam incidentiæ q f, sed nō potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs ēm linea f h, nō fieret linea reflexionis, in cuius intersectione cū diametro d e, est punctū z, nō est ergo pūctū z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuscunq; puncti extra lineam d e, ꝓtractam, & eadē erit demonstratio quātūcunq; sumpta diametro e d, sed & nullus alius punctus lineæ z d p̄ter z, potest esse locus alicuius imaginis: dato ēm qđ punctus p possit esse locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, secans cōuexam superficiem speculi in puncto b, & ducat̄ perpendicularis d b m, & ut supra angulo m b h fiat æqualis angulus super punctū b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, est æqualis angulo p b d, sed angulus d p b, per 16. primi, est maior angulo p z h, cū sit ei extrinsecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, sed angulus p d b, est maior angulo z d f, eo qđ totū maius est sua parte, & etiā patet hoc p 29. primi huius. Sequit̄ ergo, ut angul9 d b p, sit minor angulo d f z, angulus uero d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor est angulo z d f, multo ergo minor est angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor est angulo p d b, lineæ igit̄ t b & e d, per 14. primi huius, nunq̄ cōcurrent ad partem à qua posset fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflecteretur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquod punctū lineæ z d, tota ergo linea z d, erit semp uacua imaginibus, nec unq̄ erit locus imaginū in ipsa, & similiter potest de qualibet alia diametro ꝓpositi speculi demonstrari hypothesi seruata. Patet etiā ex p̄missis, q̄m linea z d est est meta imaginum. q̄m si linea f z fuerit maior q̄ linea z d, nulla unq̄ apparebit imago, q̄m angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nō concurrent ad partem punctoꝶ e & q, sed ad partē punctoꝶ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pūcto z, ergo nec in aliq̄ punctoꝶ lineæ z d, qđ si linea f z sit minor q̄ linea z d, tunc secundū p̄missum modū erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo p 14. primi huius, lineæ e d & q f, cōcurrent ad partē punctoꝶ e & q, & ab illo puncto potest alicuius punctoꝶ lineæ e d fieri reflexio ad uisum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis secundū omnē suū punctū quousq; linea incidentiæ respectu diametri respiciat ꝓpositam diuisionē, patet ergo quod cum linea z d est æqualis lineæ z f, quod linea z f, est meta imaginū ultra quā nulla, & circa quā omnis

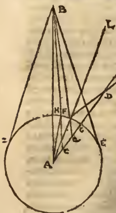


omnis uidet̃ imago, & similiter punctus z est meta imaginum, qm̃ ut patet ex p̃missis, omnis linea incidentiæ à quocunq; puncto speculi ad uisum h, inter puncta z & d, ducta est maior q̃ linea quæ per illã resecat̃ ex linea z d, qm̃ ista est maior q̃ linea z f, p 14. tertij, est ergo etiã maior q̃ linea z d, ex hypothesi, ut patet de linea b p, quæ est maior q̃ linea p d, uel linea z d, omnisq; linea inter puncta z & e, ad uisum h, ducta interiacens periferiã circuli & diametrũ, est minor q̃ linea f z, ergo & minor q̃ linea z d, ergo est etiã minor q̃ linea quã ipsa resecat ex semidiametro d e, sunt ergo ut patet p p̃missa in linea z e, loca imaginum p̃ter q̃ in puncto z, in linea uero z d, non sunt aliqua loca imaginũ, & sic patet, quod punctus z, est meta imaginum, nec est differentia an punctus z cadat intra circulũ, an extra, an in ipsa superficie speculi, quia semp ubicunq; acciderit lineam z d, æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacẽti punctũ reflexionis & punctum z, erit semper in puncto z meta imaginum, & similiter est de tota linea z d, patet ergo ppositum.

XXIX.

Assignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingentes à uisu ad speculum sphæricum conuexum ductas præter uisualem diametrum in punctis tantum datæ diametri inter superficiem sphæræ & punctum qui est imaginũ meta existentibus sunt loca imaginũ illius diametri.

Sit b centrum uisus, & sunt u z & b e lineæ speculum sphæricũ conuexũ contingentes in punctis z & e, & sit a centrum speculi, & b h a diameter uisualis, & sit a g d, diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto t, per p̃cedentẽ, & per 136. primi huius, secetq; linea a d, sup̃ficiem speculi in puncto g, dico quod solum in punctis lineæ t g, quæ sunt inter puncta g & t, sunt loca imaginum diametri d g a, quia em̃ imagines illæ non cadant in punctũ g, qui est in superficie speculi, uel quia non cadant extra superficiẽ speculi, palã per 27. huius, oportet em̃ semper diametrum in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra dẽmissiorẽ esse puncto cõtingentiæ, diameter uero a d, est inter lineas contingentes, nec ergo in superficie speculi, nec extra sphæram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed q̃d quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur em̃ aliquod punctum lineæ g t, quod sit q, & ducatur linea à uisu ad illũ punctum quæ sit b q, secans superficiẽ speculi in puncto p, & ducat̃ p̃pendicularis a p l, & secundum sæpius p̃missa angulo l p u, fiat per 23. primi, angulus æqualis, qui sit d p l, & ducatur linea b c, secans superficiem speculi in puncto f, ducatur quoq; p̃pendicularis a f, triangulus itaq; a p b, cõtinet triangulum a f b, angulus ergo a f b, maior est angulo a p b, per 21. primi. Sed angulus a f c, cum angulo a f u, ualet duos rectos, & angulus a p q, cum angulo a p b, ualet duos rectos per 13. primi, palam ergo quia angulus a f c, minor est angulo a p q, sed angulus a f c, est æqualis angulo, f a t, per 5. primi, qm̃ latus f t, est æqualis lateri t a, per 136. primi huius, & ex hypothesi, angulus ergo a p q, maior est angulo f a t, quare etiam erit maior angulo p a q, qui est pars anguli f a t, & quia anguli a p q, & l p b, sunt æquales per 15. primi, sunt em̃ contra se positi, erit angulus l p b, maior angulo p a q, est ergo p 8. huius, angulus d p l, maior angulo p a q, patet igit̃ q̃d lineæ p d & a q, cõcurrent per 14. primi huius, sit ergo d punctus concursus ipsarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uisum in punctum b, à puncto superficiei speculi quod est p, per lineam p b, & locus imaginis suæ est punctum q, per 11. huius, eadem quoq; est demonstratio sumpto quocunq; puncto inter g & t, in diametro uero b h a, quæ est diameter uisualis, non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10. huius, patet ergo propositum.

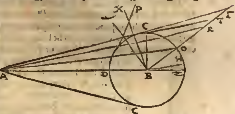


Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi taliter secante, quod pars lineæ productæ intra circulum sit æqualis semidiametro speculi pars diametri in terminis huius lineæ secantis speculum interiacens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea cõtingente à uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiusdem, eritq; locus imaginis semper extra speculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi, cuius centrum sit punctũ b, sit quoq; in puncto a, cẽtrum uisus, sitq; linea b 3, diameter uisualis secans superficiem speculi in pũctis d & 3, ꝓtrahaturq; à centro speculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quòd arcus d g, est minor quarta circuli, arcus ergo g 3, est maior quarta circuli, ergo per ultimã sexti, patet quod angulus 3 b g, est maior recto, hoc etiã patet sic, cum em̃ in triangulo b a g, angulus a b g, sit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, est minor recto, abscindatur ergo ab ipso angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquedistans lineæ cõtingenti circulũ qui est a g, palã ergo qm̃ lineæ b h & a g, ꝓductæ nunq; concurrent, & quælibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, ꝓducta per secundam uel 9. primi huius, qm̃ angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo



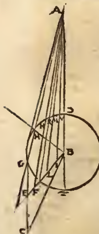
à puncto a, linea secans speculum quæ sit a m o, ita qđ corda m o, sit æqualis semidiametro speculi quæ sit b o, hoc aũt possibile est fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & pũctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurratq; diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico qđ in quolibet puncto lineæ t o, est locus imaginis, & q; in nullo alio puncto diameter t b, est locus alicuius imaginis, & sunt puncta o & t, metæ locorũ imaginum, punctum o in superficie speculi & punctũ t, extra speculũ. Solũ em̃ in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ sunt a m & a g, sumatur em̃ aliquod punctum lineæ t o, quod sit k, & ducatur linea a n k, secans conuexam superficiem speculi in puncto n, & ducatur ꝑpendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus sup punctum n, ut in alijs ꝑmissis, & ꝓducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, sit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ꝓtrahaturq; perpendicularis h t, ad lineam n f. in punctũ f, punctus em̃ concursus quodcunq; fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, qm̃ concurrent, linea itaq; n f, non cadet inter puncta circuli quæ sunt b & g, non em̃ secat speculũ neq; secat lineam ipsum speculũ contingentem in puncto g, quæ est a g t, nisi in uno pũcto quod est extra superficiem speculi supra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio super punctum g, ubi fit reflexio ad uisum existentem in puncto g, & sic duæ lineæ rectæ superficiem includerent qđ est impossibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur ad a, per lineam a n, apparebitq; imago eius in puncto k, in cõcursu katheti incidentiæ, qui est f b, cum linea reflexionis, quæ est a k extra speculi superficiem, & codẽ modo de omnibus punctis lineæ o t est demonstrandũ, & imagines oĩm uidentur extra speculum, & qm̃ à puncto m nulla potest fieri reflexio formæ alicuius punctorũ lineæ b f, qm̃ omnes lineæ reflexionũ à puncto m ad punctũ a, factarũ æquedistant diametro b f, qđ patet si ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur usq; ad punctum q, & fiat angulus p m q,

æqualis angulo q m a, tunc em̃ quia anguli b m o, & m b o, sunt æquales ex hypothesi, & per 5. primi, erunt sicut ostendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales, ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquedistant, non ergo concurrunt, nec unquam fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto speculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctorum diametri b f, omnia ergo illa loca sunt extra speculum in linea t o, ita quod puncta t o sunt loca imaginum, patet ergo propositum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut simpliciter uisum, & ut reflexum pro ut diximus in secunda huius, quoniam ipsum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ secante quẽcunque punctum arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uisus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secat arcum circuli non apparentem uisui, erunt locorum imaginum plura intra speculi conuexã superficiẽ, unũ tñ in ipsa superficie & plurima extra ipsam.

Disponantur omnia ut in præhabita demonstratione, seceturque linea a m o, circulum taliter ut linea m o, sit æqualis semidiametro speculi, & linea a g t, contingat speculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui sit l, & protrahatur à centro speculi diameter b l, usque quo secet lineã contingentẽ circulũ in puncto g, quæ est a t, secabit aũt per 14. primi huius, & per ea quæ declarata sunt in proxima præcedente. Sit ergo punctus sectionis e, & producatur linea a l, secans apparentem superficiem speculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, quoniam linea l r, minor est quam linea m o, cũ ergo ex hypothesi linea m o, sit æqualis semidiametro b l, patet quod linea r l, minor est semidiametro b l. Si ergo per 136. primi huius, à pũcto a, ducatur linea ad diametrũ b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia si detur ut cadat inter pũcta l & e, erit linea r l, maior quam linea l b, omnis em̃ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri sicut in commento 29. huius, per 14. tertij ostendimus de linea b p, quæ est maior quam linea f 3, æqualis parti diametri 3 d, ut ibi patet. Est aũt linea r l, minor quam linea b l, quoniam per 14. tertij, linea r l, est minor quam linea m o, quæ ex hypothesi est æqualis ipsi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, sed neque in puncta l, propter eandem causam, cadit ergo inter puncta b & l, sit ergo punctus in quẽ cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, secans portionẽ apparentem speculi in puncto u, cuius pars u i, sit æqualis parti diametri quæ est b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, sumpto est locus imaginis, & sunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur em̃ aliquod punctum lineæ l e, quod sit f, & ducatur linea f a, secans apparentẽ portionem speculi in pũcto h, & ducatur à centro speculi perpendicularis quæ sit b h k, fiatque per 23. primi super punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui sit h k n y, palamque ex præmissis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, sit punctus concursus y, & quoniam linea h y, cadit extra speculum, forma ergo pũcti y, mouebitur per lineam y h, ad speculum, reflectetur quoque à puncto speculi quod est h, ad uisum existentem in puncto a, apparebitque imago eius in puncto f, in concursu katheti incidentiæ qui est b f, cum linea reflexionis quæ est a h, extra speculi superficiem, & eodem modo est de omnibus punctis lineæ l e, demonstrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum excepto solo l, in quo diametrum b l, secat speculi superficiem, quoniam in illo puncto



locus imaginis est in superficie speculi, ideo quod in superficie eius se interſecat linea reflexionis quæ est a l, cum katheto incidentiæ, qui est b y, eritq; punctũ cuius formæ imago uidetur in pũcto l, reflexa à puncto r, consistens in diametro b i, producta ultra punctũ y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oẽs formæ pũctorũ cadẽtiũ in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginũ omnium illorum punctorũ sunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmissis punctum i, est meta imaginum, ultra quod pũctum nunq; apparet aliqua imaginum uisu existente in puncto a, & speculi situ disposito, ut patet ex hypothesi, palã ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctorũ diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, sequũtur loca intra speculum, quædam extra speculum, & una sola in superficie speculi. s. in pũcto l, & eodẽ modo in q̃libet puncto arcus o g, poterit demõstrari diametris data pũcta arcus o g, transeuntibus & superficiẽ speculi secantibus, prout demonstrationũ necessitas requirit.

XXXII.

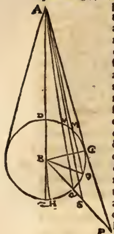
In quemcunq; punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli in portione non apparente, secat circulum & punctum distantem à puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis semper erit extra speculum.

Disponantˇ oĩa ut in p̃cedentib9, ita ut linea a m o, sic secet circulũ speculi, ut linea m o, sit æq̃lis semidiametro speculi, & sicut ĩ 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cõtingat speculũ in pũcto g, dico q̃d arcui o h, kathetis ĩcidẽtiæ occurrẽtib9 locus imaginis erit semp̃ extra speculũ, ducatˇ eñi per ali q̃d pũctorũ arcus o h, diameter b q, q cõcurrant cũ cõtingente a g p, in puncto p, & ducatˇ à cẽtro uisus linea a u q, secans sup̃ius in portione uisui apparente speculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, est æqualis lineæ o p, & linea u q, est maior q̃ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, est maior q̃ linea q b, linea quoq; ducta à circũferentia ad diametrum d b, quæ est æqualis parti diametri p b, interiacenti ipsam & centrũ speculi, non cadet inter puncta q & b. Si eñi hoc sit possibile, tunc ut prius erit linea u q, minor q̃ linea q b, quoniam si linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circũferentiam maior q̃ linea u q, per 14. tertij. Restat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b est rectus, est ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaq; linea taliter ducta, citra p, & sit punctus in quẽ cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & est eadem demonstratio quæ in superioribus. s. 30. & 31. huius, in quolibet quoq; puncto arcus h o, est eadem demonstratio. Ex his ergo præmissis p̃positionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una sola est in superficie speculi, ut illa quæ est in puncto l, aliæ uero sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ est i b, aliæ uero om̃es sunt extra speculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoq; imaginum diametrorũ arcus o g, quædam sunt intra superficiem speculi, quædam extra ipsam, quædam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est, patet itaq; quod proponebatur.

XXXIII.

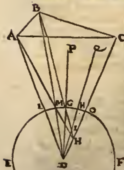
In arcum circuli communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

Omnibus alijs dispositis ut in proxima superiori figura, dico quod in arcum h z, nõ potest cadere aliqua diameter in qua sit locus alicuius imaginis, quoniam enim linea contingens quæ est a g p, æquedistat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uersus punctum p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ est a p, & à quocunque puncto talium diametrorum ducatur linea ad superficiem speculi conuexam cadit in portionem nõ apparentem ipsius speculi, utpote in portionẽ circuli quæ est g z c, & nulla ipsarum cadit in portionem circuli g d c, uisui oppositam, nisi secando sphæram speculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentẽ uel ad uisum, omnia aũt ista quæ in semicirculo d g z, & in eius arcubus in præmissis theorematibus declarata sunt, in arcubus quoque semicirculi d c z, similiter possunt demonstrari ut in arcubus semicirculi d g z, similibus enim acceptis utrinque dispositionibus arcuum & similibus factis, protractionibus linearum, eædem in omnibus occurrent passiones, & idem est demonstrãdi modus, & similiter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, potest in uno quoque circulo qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficieꝛ conuexi speculi sphærici declarari. Vnde omnes passiones probatæ secundum quoscunque punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam speculi superficiẽ, sicut si punctus g, uel aliter punctus signatus moueatur per sphæræ superficiem & circulum describat, passiones uero arcuum circuli d g z c, peruenient in quædam latera superficie contenta sub terminis æquedistantiũ circuloꝛ per totam sphæram speculi; sicut si arcus aliquis æquedistãs polo motus speculi aliquã superficiem distinguat, ut patet intuenti. Si ita que linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, signabit ipsa motu suo secundum punctum z, portionem sphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & si linea b z, immota existente moueatur arcus o h, describetur portio sphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta existentes sunt extra speculum, moto uero arcu o g, fiet portio speculi, cuius diametrorum quædam imagines sunt in superficie speculi, quædam extra, & quædam intra speculũ, uerum uisus non semp comprehendit quæ imagines sunt in superficie speculi, uel quæ sint extra, nec certificatur in istorum comprehensione, nisi intimũ, quia sentit quod sunt ultra portionem sphæræ apparentem. Sic ergo ex præmissis 6. theorematibus patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum uni tantum uisui offeruntur.



XXXIIII.

Ambobus uisibus à duobus punctis reflexionis supficiei speculi sphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis est locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uisuum a & b, & punctus uisus sit c, sitque d centrum circuli magni, qui est secans ambos circulos, qui sunt cõmunes sectiones superficierum ambarum reflexiõis & speculi, à cuius punctis fit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit e f, sitque punctus reflexionis & speculi formæ puncti c, ad uisum a, punctus g, & punctus reflexionis formæ puncti c, ad uisum b, sit pũctus h, & ducatur kathetus incidentiæ à puncto c, ad centrũ speculi, qui sit e d, secans circulũ in puncto o, seceturque linea reflexionis quæ est a g, producta ipsum kathetũ c d, in puncto k, & linea b h, in pũcto i, suntque primo uisus ambo æqualiter distantes à cẽtro speculi d, & à pũcto rei uisæ quod est c, dico quod ambobus uisibus a & b, formæ puncti uisi c, licet duo sint reflexionum puncta quæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d,

b d, à centris amborum uisuum ad centrum sphæræ secantes speculum in punctis l & m; & palam, quoniã illæ lineæ sunt æquales, oculis enim æqualiter distantibus à centro speculi quod est d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d, cõtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ a d & b d, sunt æquales: si ergo situs puncti c respectu utriusq; uisus a & b sit idem, ita ut linea a c sit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uisualium scilicet a d & b d, cum katheto c d continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus speculi l o & m o sunt æquales, quia enim a d & b d, diametri uisuales secant ex circulis cõmunibus superficiebus speculi & reflexionis arcus, & continẽt angulos æquales cum katheto c d in centro d, palã per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales, & quia arcus h o & g o sunt æquales, & semidiametri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ sunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uisus æqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes, eruntq; similiter lineæ g e & h e æquales, linea uero b h, & a g necessario se secant, quoniam cum anguli sunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto necesse habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisæ, & à centro speculi sunt æquales, erunt & anguli c g a & c h b inter se æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonũ g c h est æquiangulum trigono h c i, & linea c h est æqualis ipsi lineæ c g, erit ergo per 4. sexti, linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineæ c i, puncta ergo k & i sunt pũctus unus, super idem ergo punctũ katheti c d, erit sectio ambarum linearũ reflexionis, quæ sunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui est c d, & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago, uidebitur ergo una sola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia uisus non æqualiter distent à speculo uel à re uisa, ad huc tamen unica uidebit imago, licet enim imago pũcti uisi cadat in diuersis pũctis perpendicularis, hoc tamen est imperceptibile, imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pũcti uisi ab uno uisu modico, est maior q̃ ab alio, & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota, & ob hoc apparent similiter, q̃m ex illis fit una imago compacta, quia loca imaginis nõ taliter à se distant, licet ptialiter aliquãtulũ distent, patet ergo ꝓpositũ. Potest tamen quãdoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uisuũ, qđ ꝓpter obliq̃tatem una forma uideatur duæ, ut cum in una superficie reflexionis sunt centra ambaꝝ uisuum, tunc enim præmissi anguli in cẽtro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidẽdi diximus in quarto libro huius capitulis de uisione numerali, sed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliq̃d diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

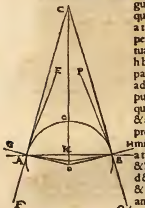
In speculo sphærico cõuexo est ordinatio punctorum imaginũ in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ est in re uisa duo katheti ad centrum speculi, palã ergo quod tunc erit triangulus in quo cõtinebuntur omnes imagines omniũ punctoꝝ illius lineæ & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum imaginũ puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinq̃oris in ꝓpinquiori, q̃m semper imago cuiuslibet rei uisæ uidebitur in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ ducto ab illo puncto ad centrũ speculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obseruabitur situs p artiũ in imaginibus sicut fuerit situs in punctis uisis. Sumpta uero linea in qua est punctum eiusdem situs, quodlibet pũctum illius lineæ eiusdem erit situs respectu oculorum. Si aũt sumat̃ linea quæ angulũ quã continent duæ lineæ à cẽtris oculorum ad punctũ uisum ꝓductæ diuidit per æqualia, situs cuiuslibet puncti illius lineæ quãtumcũq; ꝓductæ est situs cõsimilis utriq; uisui sicut uni, patet ergo propositũ.

XXXVI.

In quibusdam sitibus possibile est à speculis sphæricis conuexis pluribus uisibus rem apparere unicam unamq́ imaginem habentem.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b, cuius centrum sit d, & sit punctum c, punctum rei uisæ, ducaturq́ linea c d, à puncto uiso in centrum d, secans speculi periferiã in puncto o, sitq́ arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypotheſi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, q̃m anguli c a b & c b a, sunt æquales, sed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, sunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; sup punctũ a terminum lineæ e a cõstituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui sit g a c, & super b terminũ lineæ c b cõstituatur angulus æqualis angulo p b c, qui sit h b c, eritq́ angulus h b c æqualis angulo g a c. Positis itaq; uisibus in punctis g & h, palam per 20. quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uisus existentes in punctis g & h, ad punctũ quoq; h, à puncto b producatur quoq; ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d sunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq; in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ similiter cõcurret p præmissa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmissis linea a t est æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipsi b d, quia semidiameter & linea c d cõis est ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æq̃les, per 8. primi, & angulus g a c, est æq̃lis h b c, sed & angulus p b c ostensus fuit æqualis esse angulo e a c. est ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus e a k est æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis est angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k sunt æquiangui, ergo per 4. sexti, cũ a c sit æqualis ipsi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, q̃m latus c k est in ambobus trigonis æquale sibijpsi, sed pũctus k est locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uisibus idem locus imaginis, secundum ergo propriã faciẽ aspicientes uideãt siue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uisus in pũctis g & h existentes. Idem accidit utrobiq;, idem q̃q; accidit in toto circulo transeunte pũcta b & a, q̃m in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto dispositis uisibus eadem est demonstratio, palã ergo propositũ. Si aũt anguli reflexionũ sunt diuersi, tunc res una diuersis uisibus in locis uidebit̃ diuersis, & plura idola obtinebit, & hoc est notandũ, & satis patuit per præmissa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuersis punctis diametri speculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum constituunt diuersa, ut patet per 11. libri huius, patet ergo propositum.



XXXVII.

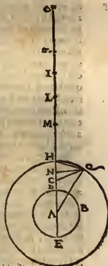
In speculis sphæricis conuexis minor est distantia imaginis à speculi superficie, quàm ipsius rei extra.

Esto circulus, qui est cõis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uisa oblique incidens speculo sit e f, sitq́ centrum uisus b, & reflectatur punctus e, à puncto speculi h ad uisum b & f, à puncto q, ducanturq́ lineæ e h, h b, f q, q b, & ducant perpendiculariter super superficiẽ speculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. seceťq; linea e z circulum speculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra speculum secet e z in puncto a, & b q secet f z in puncto g, & producatur li

tur linea a g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq; à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ sit h t, & hæc producta secet lineam e z in puncto t, eritq; punctus t finis contingentiæ lineæ h t, seceťq; linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineam e z per 11. primi, quæ producta secet e h lineam in puncto d, & sit d t, quia itaq; angulus b h l est æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis est angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t est æqualis angulo t h a, ergo per tertiam sexti erit proportio lineæ e h ad h a, sicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h est maior ꝙ linea h a, ergo & linea e t est maior, quàm t a. Quòd autem linea e h sit maior quàm linea h a, patet: cum enim angulus e t d sit rectus, erit angulus e t h maior recto: est ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior est angulo e h t, p 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet ex præmissis, quia itaq; anguli trigoni e t h, omnes simul sumpti sunt æquales angulis trigoni a t h, oibus simul sumptis per 22. primi. Relinquitur ergo angul9 t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h, angulus e a h maior est angulo a e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius est latere h a, per 18. primi: maior est ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r est maior quàm linea r a. Sed linea r a est distantia imaginis puncti a, à superficie sphæræ speculi intra speculum, & linea e r est distantia puncti uisi, qui est e, à superficie speculi extra speculum, & si à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, secet ipsum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis super f z, quæ producta ad f q sit m n, patebit similiter, quoniam linea f k est maior quàm linea k g. hoc est ergo propositum. Quoniam si à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ sicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipsorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conspecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uisu comprehendi non possit, nonnunquã uidebitur imago rei uisæ in speculo sphærico conuexo æqualis, quandoq; maior quàm forma per se uisui occurrens.



Sit a centrum speculi sphærici conuexi, & circulus qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit e d b, & sit c d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, usq; ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, sit æquale quadrato a d, semidiametro per 127. primi huius, ac si e d & a d sint duæ lineæ datæ. Diuidaturq; linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. sexti, istud quod fit ex ductu a h in d z, est æquale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam sexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale est quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius est quadrati h d, per 3. secundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus secundum quantitatem lineæ a h, quæ necessario æquedistabit circulo priori, quoniam ipsorum est idem centrum punctum a, & ipsorum semidiametri sunt inæquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ sit h q, & producantur lineæ q a, q t, & super punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uicesimamtertiam primi, qui sit h q n, ducta linea q n super lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis est angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utriq; cõmunis, erit tertius tertio æqualis,

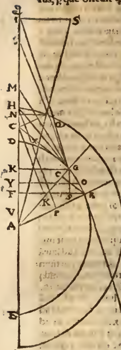
lis per 32.primi.s.angulus a q h,angulus h n q,ergo per 6.tertij,erit ꝓportio h a ad q h,
sicut q h ad h n,ergo per 16.sexti,illud qđ fit ex ductu a h,in h n,æquale erit quadrato h
q,sed quadratũ h q est 4.pars quadrati h d,ꝑ 4.secũdi,est eñ h q medietas lineæ h d, du
ctus ergo a h in h n,est æqualis 4.parti quadrati d h,ergo & 4.ductus a h in h t, est ergo
linea h n,æqualis 4.parti lineæ h t,per 1.sexti,cadit ergo punctũ n,inter pũcta h & t, re-
maneťq́ linea t n, tres quartæ lineæ h t,restat ergo ut ductus h t in t n,sit tres quartæ q̃-
drati h t,per 2.secundi. Sed & per 1.sexti,erit ductus lineæ a h in t n,tres quartæ quadra
ti h d,qm̃ aũt angulus a q h,est acutus ꝑ 42.primi huius,& ipse est æqualis angulo q h a
per 5.primi,qm̃ latera a h & a q,sunt æqualia,patet ergo, quia angulus q h a, est æqua-
lis angulo h n q,in minori triangulo,ergo per 6.primi,latus n q, est æquale lateri h q, &
angulus h n q est acutus,ergo ꝑ 13.primi,angulus q n t est obtusus,ergo quadratum li-
neæ t q,amplius est quadrato lineæ q n,& quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n
in n h,ꝑ 12.secundi. Si eñ à puncto q,ducať perpẽdicularis sup̱ h̃ n,palam per 31.primi
huius,cũ latera q h & q n,sint æqualia qđ ipsa cadet in medio pũcto lineæ h n, ex prima
uero secundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n,in medietatẽ h n bis.
Sed ductus t n in n h,cũ quadrato n t,æqualis est ductui h t in t n, per 3.secundi, igitur
ductus h t in t n,est excessus quadrati lineæ t q,sup̱ quadratũ lineæ n q,ergo & sup̱ qua-
dratum h q,cũ h q,sit æqualis ipsi n q,si uero quadratũ t q,est maius quadrato h q, & li-
nea t q,erit maior linea h q,sit ergo per 3.primi huius,ꝓportio a i ad a h,sicut t q ad q h,
quia ergo linea q t,est maior q̃ linea q h,erit linea a i, maior q̃ linea a h,erit quoq; per
18.sexti,ꝓportio quadrati lineæ a i,ad quadratũ lineæ h q,qm̃ sicut simpli ad simplũ, sic
dupli ad duplũ,proportio uero quadratoꝝ dupla est ꝓportioni lateꝝ ex 18.sexti,erit er-
go per 17.quinti,excessus quadrati a i,super quadratũ a h,ad quadratũ a h,sicut ductus h
t in t n,ad quadratũ q h,& qm̃ ex 4.secũdi,& ex p̃missis quadratũ lineæ q h, quater sum
ptum,efficit quadratũ lineæ h d,& ductus h t in n t, quater sumptus efficit triplum qua-
drati h t,ideo qđ ductus h t in t n,est tres quartæ quadrati h t,ut p̃missum est,quater ue-
rò tria sunt 12.in quibus tria integra continenť;erit ergo per 15.quinti,ductus h t in t
n,ad quadratũ q h,sicut tripli quadrati h t,ad quadratũ h d,Sit aũt h o,linea tripla ad li-
neam h t,erit ergo per primã sexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, sed qm̃ ductus
a h in h t,est æqualis quadrato h d,erit per 16.sexti,ꝓportio h a ad h d,sicut h d ad h t, e-
rit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t,ad quadratũ h d,ex corollario 17.sexti. Verũ ꝓpor-
tio lineæ o h,ad lineam h a,est sicut ductus o h in h t, ad ductũ a h in h t, ex prima sexti,
& ita per 11.quinti,est ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a,sicut tripli quadrati h t,ad qua-
dratum h d,sed hoc erat ꝓportio excessus quadrati lineæ a i,super quadratum lineæ a h,
ad quadratũ a h,est ergo coniunctim per 18.quinti,ꝓportio lineæ o a,ad lineam h a, si-
cut quadrati lineæ a i, ad quadratũ a h,excessus eñ quadrati a i,super quadratũ a h, cũ
quadrato h a,efficit quadratũ a i,igiť ex 17.sexti,erit linea i a,medio loco ꝓportionalis
inter lineas o a & h a,est.n.ut in corollario 17.sexti,ꝓponiť,triũ lineaꝝ continue ꝓpor
tionalium,proportio primæ ad tertiã,sicut quadrati constitutæ super primã ad quadra
tum constitutum super secundam.igitur ꝓportio lineæ o a ad i a,est sicut lineæ i a ad h
a,erit ergo per 19.noni,eadem ꝓportio residui ad residuum.s.o i ad i h,cũ itaq; i a,sit ma
ior q̃ a h,erit o i,maior q̃ i h,ergo linea i h,est minor medietate lineæ o h.

Item ut prius ostensum est ductus lineæ a h,in lineam h d,est æqualis quartæ parti
quadrati lineæ a d,sed linea a d, est minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, est minor
quarta parti quadrati lineæ a d,linea ergo h d est minor quarta parti lineæ a d, quoni-
am si esset lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1.sexti ductus a d in h d
esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,cum ambo sint altitudinis lineæ a d,est er
go linea h d minor quintæ parti lineæ a h.cũ itaq; linea a h sit maior q̃ quintupla lineæ
h d,ductus uero lineæ a h in lineã h t,sit æqualis quadrato lineæ h d,ut patet ex præmis-
sis,erit per 16.sexti, linea h d maior q̃ quintupla lineæ h t,quoniã quæ est proportio li-
neæ a h ad lineã h d,eadẽ est proportio h d ad h t,est ergo h t minor quinta parte lineæ
h d,& h d est minor quinta parte lineæ a h,ergo h t est minor 25.parte lineæ a h: est aũt

ex

ex præmissis ꝓportio lineæ o i ad i h, sicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit coniunctim ꝓportio lineæ o h ad i h, sicut lineæ i a cũ linea a h, ad lineã a h, ergo per 15. quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad secundam, sicut tertiæ partis ipsius tertiæ lineæ ad quartã: quia uero linea h o assumpta tripla lineæ h t, patet ꝙ linea h t est tertia pars lineæ o h, est ergo proportio lineæ h t ad i h, sicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineã a h. Est igitur ꝓportio lineæ h t ad i a, sicut duarũ tertiarũ lineæ a h cũ una tertia lineæ i h ad lineã a h, quia enim linea a h bis accipitur, semel per seipsam & semel in linea i h, ergo & eius tertia bis accipitur: linea uero i h accipitur semel in linea a i, unde & eius tertia est tantũ semel accipienda, quia uero linea o i est maior quàm linea i h, ut supra patuit, & linea i h est minor medietate lineæ o h, ergo tertia pars lineæ i h erit minor sexta parte lineæ o h per 15. sexti. Sed cũ linea h t sit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t est æqualis sextæ parti lineæ o h, est ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ tertiæ lineæ a h cũ minore parte lineæ ꝗ̃ sit medietas lineæ h t, habuit ꝓportionem ad lineam a h, illã quam habet linea h t, ad lineã i h, ergo econtrario per 5. primi huius, erit proportio lineæ i h, ad lineã h t, sicut linea a h, ad duas sui tertias, cum linea minore medietate lineæ h t, est aũt linea h t, ut patet per præmissa minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25. partis lineæ a h Sed linea a h in 25. partes diuisa, duæ eius tertiæ cũ medietate 25. partis nõ efficiunt 18. partes ipsius, qm̃ duæ tertiæ de 24. sunt 16. & remanet unũ, cuius duæ tertiæ cũ illo qđ est minus dimidio, fortè est plus ꝗ̃ unũ integrum, minus autẽ ꝗ̃ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, est maior ꝗ̃ 25. ad 18. per 8. quinti. Item cũ linea h t sit minor 25. parte lineæ a h, erit linea a t, maior 24. ꝑtibus illarũ partiũ, quarũ linea a h, est 25. Sed linea i h, est minor medietate lineæ o h, est aũt o h, tripla ipsi h t, ergo linea o h, est minor una & dimidia partiũ ex ꝑtibus, quarũ a h, est 25. ergo multo magis linea i h, est minor una parte & dimidia illarũ 25. ꝑtium lineæ a h: est ergo ꝓportio lineæ a i, ad lineã a t, sicut lineæ minoris ꝗ̃ 26. partes & dimidiæ ad lineam maiorẽ ꝗ̃ 24. partes partium earundem. Est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26. & dimidij ad 24. per 8. quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineã h t, est maior ꝗ̃ 24. partiũ ad 18. quoniã ex præmissis ipsa est maior ꝗ̃ 25. partiũ ad 18. Igiĩ ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, est maior ꝗ̃ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t, qm̃ minor est ꝓportio 26. & dimidij ad 24. ꝗ̃ 24 ad 18. quæ est sesquitertia. Fit quoq; per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i m ad lineã m t, sicut lineæ i a ad a t. Est ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t, ꝗ̃ i m ad m t, cadit ergo pũctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, linea ergo m t est maior ꝗ̃ h m. ergo p 8. quinti, maior est ꝓportio i m ad h m, ꝗ̃ ad m t, ergo maior i m ad m h, ꝗ̃ lineæ i a ad a t, ergo maior ꝓportio i m ad m h, ꝗ̃ i a ad a h, qm̃ per 8. quinti maior est ꝓportio i a ad a t, ꝗ̃ ad a h, cũ a t sit minor quàm a h. Sit ergo per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i l ad l h, sicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pũctus l inter duo puncta m & i, quod potest ostendi sicut prius. Et his sic præmissis innouabimus figurã. Fiat itaq; omnimoda dispositio ut in præmissa figuratione, & in demõstratione ulterius ꝓcedat. A pũctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cõtingentes circulũ d b e, p 16. tertij, quæ sint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educãtur lineæ a b, a g, ad circulũ exteriorẽ quælibet in punctũ z, quia itaq; ex præmissis est ꝓportio lineæ i l ad lineã l h, sicut katheti i a ad sui partẽ a h, patet per 12. huius, qm̃ punctus h est locus imaginis formæ puncti i, reflexæ à puncto speculi, quod est b, quia danti oppositum accidit contrarium proportionis prædemonstratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, sicut lineæ i l ad lineam ductam à pũcto l ad locũ imaginis, & quia ut præostensum est, ꝓportio lineæ i l ad lineã h l, est sicut lineæ i a ad h a: erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus sub linea incidentiæ i b, & super perpendiculari a b z, ducta à centro speculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet linea reflexionis cum eadem perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ, quæ est a i: uterq; enim illorũ angulorum est æqualis cui-

dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit z b x, ita ut centrũ uisus sit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquaĩ angulus i b z, p 20. quinti huius, p quẽ ostẽdiĩ q angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et similiter cũ pũctus h sit locus imaginis, & linea l b sit cõtingens circulũ in pũcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z est æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. & cũ linea m g sit cõtingens circulũ in pũcto g, & perpendicularis super diametrum a g, erit secundum præmissa angulus i g m æqualis angulo m g t. est enim secundũ præmissa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto speculi quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ i b, quæ sit h p, & à puncto c ducatur super lineam a g æquedistans lineæ i g, quæ sit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmissis est æqualis angulo h b a. Duo ergo anguli h b a & h p b sunt æquales: ergo per 6. primi duo latera h b & h p sunt æqualia: & similiter sequitur, quod duo latera t g & t r, sunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p sunt æquales, patet p tricesimã secundã primi, quoniam uterq; ipsorum est acutus. angulus ergo h p a est obtusus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h est maius latere h p. ergo & linea a h est maior quàm linea h b, & similiter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p est æquedistans lineæ i b, erit per uicesimam nonam primi, & per quartam sexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, sicut lineæ a b ad lineam a p: & similiter cum linea t r sit æquedistans lineæ i g: erit proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ a g ad lineam a r: ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, sicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g est æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per septimam quinti, eadem est proportio linearum a g & a b ad lineam a r: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt a i & a b, erit per uicesimam secundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a sit obtusus, palam per duodecimam secundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, super lineam a p productam, necessario cadet in medio lineæ p h, per tricesimamprimam primi huius, quoniam lineæ h b & h p sunt æquales: ergo per primam secundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam secundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, est æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g sit æqualis ipsi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primam sexti, est sicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ a b, est autem ex præmissis proportio lineæ a p ad lineam a r, sicut lineæ a h ad lineam a t: erit ergo proportio excessus quadrati a h super quadratum h p, ad excessum quadrati a t super quadratum t r, sicut lineæ a h ad lineam

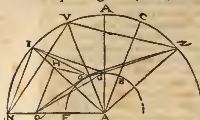


neam a t;& cum h p sit æqualis ipsi h b,& t r sit æqualis ipsi t g, erit proportio excessus quadrati a h super quadratum h b,ad excessum quadrati a t,super quadratum t g, sicut lineæ a h,ad lineam a t,quia uero per 25.tertij, illud quod fit ex ductu lineæ e h,in h d, est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h, ad circulum d b e, q per 60. primi huius,& per 8.erit minor quàm linea h b, illud quod fit ex ducto lineæ e h, in lineam h d,est minus quadrato lineæ h b,patet ergo quod illud qđ fit ex ductu a h,in b d, minus est quadrato h b,fiat ergo per 127. primi huius,ut illud quod fit ex ductu a h in h u,minorem linea h d,æquale sit quadrato lineæ h b,& quoniam linea a h est maior q̃ linea h b,erit quoq; a h maior quàm h u,abscindatur ergo h n à linea a h, per tertiã primi in puncto u,patet itaq; per 2.secundi,quia quadratum lineæ a h,est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, n h u,& in a u,illud quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h super quadratum h b.Est ergo proportio lineæ a h, ad lineam a t, sicut eius quod fit ex ductu a h in a u,ad excessum quadrati a t,super quadratũ t g.Si itaq; duæ lineæ a h & a t,ducanť in lineam a u,erit per 1.sexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u,ad illud quod fit ex ductu a t in a u,sicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti,illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u,est æquale excessui quadrati a t super quadratum t g. Sed per secundam secundi, quadratum lineæ a t est æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n,est ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g,palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u,est æqualis quadrato h b,& ductus a t in t u, est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o, per uicesimam nonam tertij,ducaturq; linea a o,& à punctis b & o & g ducantur tres pendiculares super lineam a h per duodecimam primi,scilicet b f,o y, g k,& à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ a h,per tricesimamprimam primi,quæ sit g s,& à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g,quæ sit b t,& hic quidem b c si produceretur ad periferiam circuli,diuideret ipsam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij, & similiter diuideret arcũ cuius corda esset producta b c per æqualia in puncto g, & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g,quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimamnonam tertij.Sed ille angulus per uicesimamsextam tertij est æqualis angulo g a b, quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a,igitur angulus c b g est medietas anguli g a u. est ergo per uicesimam sextã tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g. Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti,ergo per tricesimam tertij,si imaginetur circulus,cuius diameter sit b g, transiens per punctum s, ille necessario transibit per punctum c,& fiet arcus c s,in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uicesimamsextam tertij sunt æquales.Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s, per uicesimamnonam primi,quoniam lineæ g s & a y æquedistant:est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s,ut autem prius ostensum est,angulus e b g est æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s,sed anguli a y o & g s b sunt recti,est ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s,ergo per quartam sexti,est ꝓportio lineæ g b ad lineam b s,sicut lineæ o a ad lineam a y,& proportio g b ad g s,sicut a o ad o y. Item quia angulus a h b est acutus per quadragesimam secundam primi huius,palam per decimamtertiam secundi,quia quadratum lineæ a b minus est ambobus quadratis linearum a h & h b,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis, igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b,maius est quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis, quæ est a d,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis,est per primam secundi æquale ei quod fit ex ductu a h,in h d bis,& ex ductu a h in d f bis:illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cũ quadrato lineæ a d,est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d,per septimam secundi:quadratum ergo lineæ a d,cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;,auferatur;remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cũ eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis,æquale quadrato lineæ h p.Sed ex præmissis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t,est æquale quadrato h d,& illud quod ex ductu a b in h u,est

æquale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & bis in d f, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;, relinquitur ut illud quod fit ex ductu a h in t b semel, sit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. sexti erit linea t u dupla ad lineam d f. Item cũ angulus a t g sit acutus, erit secundũ prædictũ modum quadratũ lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei quod fit ex ductu a t in r h bis, & ita ei quod fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitq; ut prius quadratũ lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam sexti, ut quæ est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t ø: ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu a t in t ø, est æquale quadrato t d: sed ex præmissis illud quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g: ablato ergo utrobiq; eo quod fit ex ductu a t in t ø, restat ut illud quod fit ex ductu a t in in ø u semel, sit æquale ei quod fit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam sexti, linea ø u est dupla lineæ d k. Sed iam ostensum est, quod t u est dupla ipsi d f. Restat ut linea ø t sit dupla lineæ k f. Item quia ex præmissis illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, ergo per decimã sextam sexti erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t. est ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t ø est duplicata proportio a t ad t d. Sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d, per quartam primi huius, qnoniam eiusdem lineæ quæ t h prioribus antecedenti & consequenti fit additio, ergo maior est proportio lineæ a t ad lineam t ø, quàm lineæ a h ad lineam a t, ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ t ø ad lineam h t. Sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte, ergo h t est maior quàm t ø ad h t. Sed t ø est dupla ad f k, ut patet superius, ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item ut supra demonstratum est, proportio b g ad g s, est sicut o a ad o y, ergo permutatim per decimamsextam quinti, erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y. Sed o a est æqualis ipsi b a per circuli diffinitionem, & g s est æqualis ipsi f k per tricesimamquartam primi, erit ergo per septimam quinti proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineæ o h, & linea o h est tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas. Sed linea h t est minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea c d; sed linea n d est maior quàm c d, ergo i h est multo minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multo minor quàm n d, & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut præmissum est: patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d, est autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum, qui m g, per tricesimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, est minus qnadrato lineæ a d, ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, æqualis ipsi lineæ a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigona a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m est rectus per decimam septimam tertij, & angulus m k g est rectus per diffinitionem perpendicularis, ergo per tricesimam secundam primi, illa trigona sunt æquiangula, ergo per quartam sexti est proportio lineæ m k ad lineam k g, sicut lineæ m g ad lineam g a sed linea m g est minor quàm linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k est minor quàm linea k g. Sed linea k g est minor quàm linea o y, per decimamquartam tertij, & linea h d est minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmissa & per decimam sextam sexti est proportio lineæ a h ad lineam h d, sicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaq; linea h q sit medietas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, sicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem supra quod linea h t est magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d est minor quàm linea o y, est ergo maior proportio medietatis lineæ h t ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

hus, est ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior q̃ f k ad o y. Item linea a q, secat circulũ e b d, sit punctus sectionis x, & ducatur corda d x, quæ ꝓpter æquedistantiã arcuũ h q, d x, erit æquedistans cordæ h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. sexti, ꝓportio h q ad a h, sicut d x ad a d, sed ꝓportio h q ad h a, est maior q̃ f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior q̃ f k ad o y, est aũt ex ꝓmissis f k ad o x, sicut g b ad a d, est ergo maior ꝓportio x d ad d a, q̃ b g ad g a, sed d a est æqualis ipsi g a, quia semidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d est maior q̃ corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, ꝓducatur item linea a q, extra circulum ad punctũ s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per secundã sexti, erit æquedistans lineæ h q, ergo per 29. primi, & per 4. sexti erit ꝓportio s i ad h q, sicut i a ad a h, est autẽ præostensum qđ est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i est æqualis lineæ r q, cum ipsarum ambarum ad lineam q h, eadẽ sit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus assumendarum linearum excedit multipliciter numerum literarum latinarũ, nè forte fiat intricatio in nominibus ipsarum literarum, mutetur figura, & qm̃ linea nouiter assumpta, quæ est a s, posita est æqualis lineæ a i, fiat circulus super centrũ a, secundũ ipsarum quantitatẽ, & loco s, ponatur litera n. sitq; circulus d g b, similis priori circulo qui d b e, & ꝓducantur lineæ a b & a g, usq; ad circulũ exteriorem in puncta c & r, & sint lineæ a b c, & a g r, permutenturq; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, sit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i, sit linea a f n, ponaturq; loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f. eritq; ut præostensum est arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per ultimã sexti, si prius per 23. primi, super a terminũ lineæ a b, fiat angulus æqualis angulo d a f, qui sit b a m, ꝓducatur quoq; linea a m, ad exteriorẽ periferiam in punctum u, & sit a m u, ducantur etiã lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur usq; ad exteriorẽ circulũ, & cadit in punctũ z, & ducantur lineæ z a, z g, cũ itaq; arcus b m, sit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, æqualis angulo i a b, quia itaq; trigonorum n a m, i a b, duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b, & angulus m n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, æqualis angulo i b c. Et cũ in præmissa proxima figuratione linea a h. fuerit posita æqualis ipsi lineæ a q, erit trigonorum q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est æqualis angulo h a b, erit ergo per 4. primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a, æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, æqualis angulo h b i. & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineæ a n & a i, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, & linea a q est æqualis ipsi a h, ex hypothesi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia itaq; angulus n m u, est æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut ꝓostensum est, æqualis est angulo h b a, angulo uero h b a, est æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet aũt quod linea m z, tota est extra circulũ, q̃a cum linea contingens circulũ ducta à puncto b, cadet inter puncta i & h, ut præostendimus, & quia est eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, qm̃ ostensum est, quod linea b h. est æqualis lineæ q m, & linea i h, est æqualis lineæ n q, patet qđ contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q, igitur cũ linea q m, cadat sub linea contingente, patet per 15. tertij, qm̃ ipsa secat circulũ, est ergo tota linea m z. extra circulũ, qm̃ linea q m z, posita est esse linea una recta, propter qđ etiã erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, sed angulus n m u, ostensus est esse æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqualis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectitur à pũcto speculi m, ad uisum existentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, est æqualis angulo u m z, erunt per suppositionem primi huius lineæ n m, z m, æqualiter distãtes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipsæ sunt æquales. Ducantur itaq; lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cõmuni existente linea m u, ambobus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, est æqualis arcui u z, ergo per

26.tertij, angulus n a u, est æqualis angulo u a z. Sed ex pmissis patet qd' angulus n a u, est æqualis angulo i a c, erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a g, aut erit æqualis angulo g a m, aut minor aut maior, sit primo æqualis, si igitur ab angulo i a b, subtrahatur angulus b a g, & ab angulo z a u angulus g a m, remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g, & quia duo latera i a & a g sunt æqualia duobus lateribus z a & a g, ergo per 4. primi, erit linea i g, æqualis lineæ z g, & angulus i g a, æqualis angulo z g a, ergo per 13. primi, angulus i g r, est æqualis angulo z g r, fiat itaq; sup g terminū lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r, per 23. primi, qui sit angulus t g a,

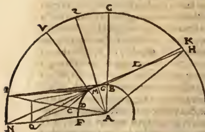


ducta linea g t, super lineā i a, erit ergo angulus t g a, æqualis angulo z g r. Si igit̄ linea t g, pducatur ad periferiam circuli, palam per 15. primi, qm̄ ipsa perueniet ad punctum z, linea em̄ z g & t g, coniunctæ in puncto g, fiunt linea una per 14. primi, est ergo t g z linea una recta, forma ergo puncti i, reflectit̄ à puncto speculi g, ad uisum existentem in puncto z, & locus imaginis eius est punctum t, palam itaq; qm̄ ad uisum existentem in puncto z, reflectuntur formæ duorum punctoꝝ n & z, à duobus punctis speculi sphærici conuexi quæ sunt m & g, & loca imaginum sunt puncta t & q, igitur per 11. huius, linea t q, erit imago totius lineæ m: pbatum est autē supra, quod linea t q est æqualis lineæ y i, palam ergo, qm̄ accidit in his speculis imaginem esse æqualē rei uisæ, quod est unum ppositoꝝ. Quod si angulus b a g, fuerit maior angulo g a m, abstrahatur b a g ab angulo i a b, & angulus g a m, ab angulo z a u, æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g, maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g, minor angulo z a g, per 23. primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k, & copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m, altius puncto g, linea ergo k g, secabit lineam z m. Sit ut secet ipsam in puncto l, & producatur k g, super lineam i a, in punctum t, fiat quoq; deductio ut statim in proxima linea t g, palam ergo qd' uisui existente in puncto l, reflectetur ad ipsum forma puncti n, à puncto m, & locus imaginis q, & similiter ad ipsum reflectet̄ forma puncti i, à puncto g, & locus imaginis erit t, secundū priorem probationem, erit quoq; linea t q, imago lineæ y i, quæ est æqualis ipsi, ut supra ostensum est, & sic sequitur idem ppositum quod prius. Si uero angulus b a g, fuerit minor angulo g a m, erit ut supra angulus z a g, minor angulo i a g. Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o, ad periferiā circuli æqualis angulo i a g, erit ergo angulus o a g, maior angulo z a g, est ergo punctum o inferius puncto z, & producatur linea o g, quæ incidat lineæ i a, in puncto t, palā itaq; quod forma puncti reflectitur ad uisum existentem in puncto o, à puncto speculi g, linea itaq; o g, aut secabit lineam z m q, extra circulum speculi, aut non, si sit possibile secet ipsam extra circulū, si in puncto sectionis fuerit uisus, reflectent̄ ad ipsum duæ formæ punctoꝝ n & i, à punctis speculi m & g, & loca imaginum erunt puncta q & t, & tota linea q t, imago totius lineæ y i, & erit per præmissā æqualis ei, patet itē hoc qd' prius qm̄ imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea o g, secet lineam z m q, intra circulum speculi, tunc non potest accedere probatio præmissa, sed extra totalem hanc superficiem est possibile inueniri punctum, in quo posito uisu reflectant̄ ad ipsum formæ duoꝝ punctoꝝ n & i, à duobus punctis speculi, & ipsorum imagines erunt puncta q & t, qm̄ em̄ ut patet ex prius præostensis, angulus n a z, est duplus angulo n a u, æquali angulo i a b, ut patet ex pmissis, & angulus i a o, est duplus angulo i a g, est aūt angulus i a b, maior angulo i a g, in angulo g a b, & quia angulus g a b, est ex hypothesi minor angulo m a g, patet quod angulus g a b, est minor medietate anguli m a b, totus uero angulus m a b, est per ultimam sexti, æqualis angulo n a i, qm̄ arcus d f, est æqualis arcui m b, ergo angulus g a b, est minor medietate anguli n a i, angulus ergo n a z, exce-

dens

dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipsum in angulo maiori q̃ sit angulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, sunt maiores tertio, qui est i a o, & duo anguli n a z, & i a o, sunt minores tertio, qui est n a i, & duo anguli i a o, & n a i, sunt minores tertio, q est n a z, sunt ergo isti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quoꝝ quilibet duo sunt minores tertio, omnes aũt tres simul 4. rectis sunt minores, q̃m anguli super centrum a, 4. rectis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, possibile est ex illis fieri unum angulum solidũ, fiat ergo ille super cẽtrum a, per eandem 23. undecimi, & sit linea s a, eleuata super superficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus i a s, sit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, sit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat ut est in superficie circuli immotus, fiat itaq; linea a s, æqualis alicui linearum a n, uel a z, uel a o, quæ om̃es sunt æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & producantur lineæ t s, q s, quia itaq; angulus t a s, est æqualis angulo t a o, ut patet ex p̄missis, & duo latera t a & a o, sunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, est æqualis angulo t a s, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, basis t s, æqualis basi t o, & totus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Similiter q̃q; angul9 q a s, est æq̃lis angulo q a z, & duo latera duob. laterib. erit ergo, ut pri9 angulus z q a, qui est m q a, æqualis angulo s q a, diuidat̃ itaq; angulus t a s, per æqualia per lineam a y, ex 9. primi, & sit y punctus, in quo linea diuidens angulũ, secat lineam t s, palã cũ angulus i a g, sit medietas anguli i a o, ut patet ex p̄missis, erit angulus t a g, æqualis angulo t a y, sed & angulus g t a, ostensus est æqualis angulo y t a, & quia duob9 trigonis y t a, & g t a, latus t a, est cõmune, erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigono g t a, q̃m latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pũctus y, in sup̱ficie speculi sicut & punctũ g, cũ ambo æqualiter distent à centro speculi, qđ est a, & quia angulus t a g, est æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y, & latera lateribus sunt æqualia, q̃m i a est cõmune, & a y est æquale ipsi a g, ergo ꝑ 4. primi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, ꝓducta erit æqualis lineæ y g, & ꝓducatur a y, extra speculũ usq; ad punctũ p, restat ergo angulus i g r, æqualis angulo i y p, uerum cũ linea t s sit æqualis lineæ t o, ut supra patuit, & t y æqualis ipsi t g, restat linea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, sunt æqualia duobus lateribus a g, & g o, & basis a s, est æqualis basi a o, ergo ꝑ 8. primi, trigonoꝝ a y s, a g o, anguli æq̃s lateribus cõtenti sunt æquales, angulus ergo a y s, est æqualis angulo a g o. Restat ergo per 13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igit̃ duo anguli i g r, & o g r, æquales sunt duob9 angulis i y p, s y p, uerũ linea a s, secat sup̱ficiẽ cõuexã speculi, sit pũctus sectiõis e, tria ergo puncta q̃ sunt e y d, sunt in sup̱ficie cõuexi speculi, lineæ ergo à centro speculi qđ est a, ad illa tria pũcta ꝓductæ sunt æquales, qa uero trigonũ t a s, est ꝑ secundã 11. totũ in eadẽ sup̱ficie, patet qđ ista tria puncta d y e, q̃ sunt in laterib9 illius trigoni sunt in eadẽ sup̱ficie, ergo linea e y d, est ꝑ 9. tertij, arcus circuli magni sphæræ speculi, cuius cẽtrũ est a cẽtrũ speculi, est aũt i sup̱ficie reflexiõis cõmunis sectio sup̱ficiei speculi & reflexiõis t s p, ꝑ primã huius, ergo forma pũcti i, reflectit̃ ad uisum existẽtẽ i pũcto à pũcto speculi y, & locus imaginis est punctũ t. Similiter diuisio angulo n a s, ꝑ æq̃lia ꝑ lineã a x, ductã sup̱ q s, in punctũ x, & ꝓductã extra speculũ sup̱ficiẽ in punctũ ω, demonstrabit̃ p̄dicto mõ, qa linea q x, erit æq̃lis q m, & a x æq̃lis a m, & lìea x s, æq̃lis m z, & duo anguli n x o, & s x o, erũt æq̃les duob9 angulis n m u, & z m u, & ita forma pũcti n, reflectet̃ ad uisum existentẽ in pũcto s, à pũcto speculi x, & locus imaginis est punctũ q, & ita ut p̄rius formæ duoꝝ punctoꝝ n & i, reflectunt̃ à duob9 pũctis speculi x & y, ad uisum existentẽ in pũcto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, est aũt linea t q, æq̃lis lineæ i n, patet ergo ꝓpositũ, ut prius. Itẽ si à pũcto i, ducat̃ ꝑpendicularis sup̱ lineã n a, illa cadet iter pũcta n & q, nõ extra punctũ n, qa cũ ꝑ 42. primi huius, angul9 i n a, sit acutus, si caderet extra punctũ n, fieret acutus extrinsecus recto, & ita maior ꝑ 16. primi, qđ est ĩpossibile, cadet ergo illa ꝑpendicularis circa punctũ n, faciet ergo illa ꝑpendicularis angulũ rectũ, sup̱ lineã n q, quã respiciet linea i n, ergo ꝑ 46. primi, erit linea i n, maior illa ꝑpẽdiculari, ergo illa ꝑpẽdicularis erit minor q̃ linea t q, q̃ est æqualis lineæ i n, pũctus itaq; lineæ n q, i quẽ cadit illa ꝑpẽdicularis, q sit k, reflectit̃ ad uisum i pũcto s, existentẽ ab aliq̃ puncto

puncto speculi, & locus imaginis fiue erit in linea n a, per 11. huius, erit remotior à centro speculi, qđ est a, ultra punctũ q, quàm sit ipsum punctũ q, ut patet per 17. huius, quanto enim remotiora sunt puncta quorum formæ reflectunt à speculis sphæricis conuexis, tanto loca imaginũ magis accedunt ad centrũ speculi, sed punctus i, illius perpendicularis reflectitur ad uisum à puncto speculi y, & locus suæ imaginis est punctũ t, quæcunque uero linea ducitur à puncto t, ad aliquod punctum lineæ n q, ultra q, propius ad punctum n, ut linea t k, illa cũ opponaẽ angulo obtuso, ut patet, erit per 19. primi, maior quàm linea t q, ergo etiã erit maior quàm linea i n, quæ est maior illa perpendiculari, cuius imago uisui occurrit, patet ergo quòd imago illius perpendicularis erit maior ipsa perpendiculari, & idẽ accidit, quæcunque linea ducatur à puncto i, ad lineã n q, inter illam perpendicularẽ i k & linea i n, erit enim semper linea i n, maior illa linea per 46. & per 19. primi, & imago illius lineæ semper erit maior quàm linea q t, & ita semper erit imago ipsius maior quàm ipsa, quod est propositum. Possunt aũt hæc clarius patefieri, quia enim forma puncti n, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto z, à puncto speculi m, & locus imaginis est punctũ q, patet qđ linea reflexionis quæ est z m q, secat circulum, sit punctũ sectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z, ad circulũ qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, nõ potest cadere in punctũ m, quia per 21. huius, angulus a m z, oportet qđ sit maior recto, quod esset contra 17. tertij, si linea z m, esset circulum contingens, non potest cadere in punctum e, quia ibi secat & nõ contingit, cadet ergo in aliquod punctũ arcus m e, & pducta ad lineam n a, cadet altius quàm punctũ q, quoniam punctus in quem cadit, dicit finis contingentiæ, qui sit n, & est meta imaginum, ut patet per diffinitionẽ, & puncta sub illo puncto l, qui est meta imaginum existentium non poterunt reflecti ad uisum, superiora uero illa poterunt reflecti, igiẽ perpendicularis ducta à puncto i, super lineã n q, si ceciderit altius puncto n, qui est meta imaginũ, potest reflecti ad uisum punctus ille lineæ n q, in quẽ ipsa perpendicularis cadit, & erit ut pmissum est imago perpendicularis maior ipsa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipsum pũctum ii, qui est meta imaginũ, uel inferius illo, tunc forma puncti nunquàm cadis perpẽdicularis nec reflectẽẽ, quare nulla erit imago ipsius perpendicularis, ueruntamẽ qm̃ ii finis contingentiæ est inferior quàm linea i n, & plus ad centrum, erunt inter punctũ, qui est finis contingentiæ ii, & punctũ n, infinita puncta, quorum quodlibet reflectitur ad uisum, & imago cuiuslibet erit super lineã n q, & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum, erit imago maior illa linea, cuius est imago, patet ergo propositum longis ambagibus certius perquisitum.

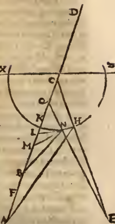


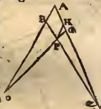
XXXIX.

In omni distantia qua certa quantitas rei à uisu potest comprehendi, imago cuiuslibet rei uisæ in speculo sphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uisa, & sit z x, arcus circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, cuius centrum d, sitque e centrum uisus, & reflectẽ forma puncti a, ad uisum e, à puncto reflexionis h, arcus z x, & forma puncti b, à puncto n, intelligaturque linea a b, pduci intra speculũ, aut ergo ipsa transit centrũ speculi, aut non. Sit aũt primo qđ transeat, & ducatur linea a b d, ducaẽ quoque à puncto n, linea contingens circulũ, quæ sit n l, & à puncto h ducatur cõtingens, quæ h m, & ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis, quæ sint b n, e n, a h, e h, pducanturque lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ppendiculare a d, & incidat linea e h, in punctum t, & linea e n, in punctum

ctum q, palam ergo per 11. huius, quoniam t est locus imaginis formæ puncti a, & q est locus imaginis formæ puncti b, dico quod linea a b est maior q̃ linea q t, patet em̃ ex 12. huius, quia ꝓportio a d ad d t, est sicut a m ad m t. Similiter per eandē ꝓportio b d ad d q, est sicut ꝓportio b l ad l q, sed a d est maior q̃ b d, & d t est minor q̃ d q, ergo per 9. primi huius, maior erit ꝓportio a d ad d t, q̃ b d ad d q, ergo per 11. quinti, maior erit ꝓportio a m ad m t, q̃ b l ad q l, secetur ergo linea a m, in puncto f, per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t, sit sicut h l ad l q, & ita cũ m t sit maior q̃ l q, erit per 14. quinti, f m maior q̃ b l, ergo per 8. quinti, erit f m ad t m maior ꝓportio q̃ b l ad t m, erit ergo minor ꝓportio b l ad m t, q̃ b l ad l q & multo magis erit minor ꝓportio b l ad m t, q̃ b l ad q l, secet̃ ergo m t in puncto k, taliter ut ꝓportio b m ad m k, sit sicut b l ad l q, palam ergo per naturã proportionis, & per 8. quinti, q̃m punctus k necessario cadet itra pũcta m & q, linea em̃ l q, minor est q̃ m q, & linea b l est maior q̃ linea b m, cũ igitur sit ꝓportio f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k, erit per 19. quinti, ꝓportio f b ad k t, sicut b l ad l q, sed b l est maior q̃ l q, ergo f b est maior q̃ k t, sed f b est minor q̃ a b, & k t est maior q̃ q t. Si ergo f b est maior q̃ k t, ergo multo fortius a b est maior q̃ q t, & hoc est propositũ. Si uero linea a b, producta nõ perueniat ad centrum d, ducatur à puncto a, linea ad centrũ d, quæ sit a d, & à puncto b ducatur b d, & locus imaginis a, sit punctus g, locus imaginis b, sit punctus p, & ducatur linea p g, erit ergo linea p g, imago lineæ a b, dico quia a b est maior q̃ p g, aut em̃ p g est æquedistans lineæ a b, aut nõ, si fuerit æquedistans, palã quia p g est minor q̃ a g, per 29. primi, & per 4. sexti, cũ em̃ sit ꝓportio a b ad p g, sicut a d ad d g & a d, sit maior q̃ d g, erit a b maior q̃ p g. Si uero linea p g, nõ sit æquedistans ipsi a b, ꝓducatur usq; quo cõcurrat cũ a b, & sit punctus cõcursus z, & à puncto p ducatur æquedistans a b, quæ sit p h, angulus ergo p g h, si sit rectus uel maior recto, erit per 18. primi, latus p h, maius latere p g, sed p h est minus q̃ a b, per 4. sexti, ergo p g est minus q̃ a b, si angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, ad huc sequitur idem qđ prius: quod si angulus p g h, sit minor angulo p h g, hoc non potest accidere, nisi cũ tanta fuerit rei à speculo distantia, q illa distantia ipsi etiam uisui ui deretur minor q̃ sit secundum ueritatem, tunc autē potest imago uideri maior q̃ forma per se uisui occurrens, ut patet per præmissam, patet ergo propositum.

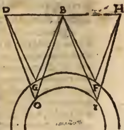




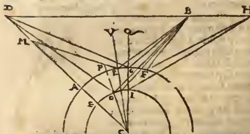
XL.

In minoribus speculis sphæricis cõuexis eiusdē rei apparēt idola minora.

Sint duo puncta specula sphærica conuexa super idem centrum t, collocata, exempli causa quorũ maioris circulus cõmunis sibi & superficiei reflexionis sit a g, minoris uero sit e f, fiat quoq; reflexio formæ alicuius uisibilis ut ipsius h d, ab utroq; illorũ speculorũ ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g, circuli speculi maioris, s. ipsius a g, ad uisum qui sit b. Si itaq; idem uisibile d reflectat̃ ad uisum b ab aliquo puncto circuli e, speculi minoris ut à puncto o, non est possibile ut linea reflexionis, quæ sit o b, cadat in pũctum g speculi circuli maioris: detur em̃ ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uisum b, & ducatur linea d g, ut prius, manifestum itaq; p 8. huius, q̃m linea à centro speculi t, ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b, per duo æqualia, quæ producta sit t g q, & q̃m forma puncti d, incidit pũcto speculi minoris quod est o, ducatur linea t o, à centro speculi, hæc diuidet angulum d o b, per æqualia, & produ-



cta ſit t o p, quia itaq; angulus d g b, extrinſecus eſt ex hypotheſi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, q̃m ipſe eſt maior illo, ergo medietas anguli d g b, eſt maior medietate anguli d o b, & ita angulus q g b, maior eſt angulo p o g, ſed angulus o g t eſt æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinſecus erit æqualis angulo o g t, intrinſeco in trigono t o g, quod eſt contra 16. primi, & impoſſibile: nõ ergo tranſibit linea reflexionis o b punctũ g, ſed neq; ultra punctum g, uerſus punctum a, ad aliquod aliud punctum ſpeculi maioris incidere poteſt, ſi eñ hoc ſit poſſibile ſit ut ad punctum r incidens reflectaẽ linea d o ad b, palam autẽ per 17. huius, cum a pũctus lineæ d a, cadat in ſuperficie ſpeculi & reflectaẽ ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipſorum lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctorum arcus a g, & fiunt ꝑpinquiora centro ſpeculi, quod eſt t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uiſus, quod eſt b, aliquod ergo punctorum lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, ſit illud m, & accidet idem impoſſibile q̃d prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel ſit forma puncti d, reflectitur à puncto ſpeculi maioris quod eſt g, & item per reflexionem à puncto ſpeculi minoris quod eſt o, incidet puncto ſpeculi maioris, quod eſt r, à duobus ergo punctis maioris ſpeculi quæ ſunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uiſum b, concidunt ergo radij à duobus punctis huius ſpeculi reflexi, quod eſt contra 15. huius, & impoſſibile: non cadet ergo radius reflexionis à pũcto o, ſpeculi minoris in aliquod punctum arcus a g, ſpeculi maioris, à quo fit reflexio formarum punctorum lineæ a d, ſed directe peruenit ad uiſum in punctũ b, trans aliquem punctorum arcus circuli ſpeculi maioris, circa punctum g. Similiterq; ſit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uiſus b, q̃ ſit pũctũ d, reflectaẽ ad uiſum b, ab aliquo puncto ſpeculi maioris quod ſit f, eritq; f per 17. huius, ex alia parte puncti g, reflectaturq; forma puncti b, à puncto i, minoris ſpeculi ad punctum b, fiet quoq; reflexio à pũcto i ad b, ſimiliter ut prius, quia ergo angulus g b f, ſub quo apparet idolũ in maiori ſpeculo eſt maior q̃ angulus o b i, patet per 40 quarti huius, q̃m in maiori ſpeculo maius apparet idolum q̃ in minori, formæ eñ magnæ coangustanẽ circa centra minorum ſpeculorum, q̃ circa centra maiorum, unde fiunt ſemꝑ maiores in ſpeculis maioribus, uniuerſaliter autẽ in omni ſitu proportionato rerũ ad ſpecula poteſt patere ꝑpoſitum per 46. primi huius, q̃m partes diametrorũ circuli maioris ſunt maiores & minoris minores, & fiunt ex conſequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propoſitum.



XLI.

In eodem ſpeculo ſphærico conuexo centro uiſus immoto exiſtente imago rei approximatæ ſuperficiei ſpeculi uidetur maior, & ſecundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam eñ ut patet per 11. huius, imagines punctorum rei uiſæ uidentur in kathetis ſuæ incidentiæ & imagines rerum uiſarum inter kathetos incidentiæ ſuorum terminorũ katheti uero punctorum terminalium rei à ſpeculi ſuperficie elongatæ cõtinent angulum minorẽ, & approximatæ maiorẽ per 34. primi huius, linea eñ æqualis & æquediſtans baſi trigoni uicinior angulo ſupremo maiori angulo ſubtenditur, & q̃m mutata reſecti dum locum, mutaẽ ipſius imago in omni ſpeculo, ut patet per 28. quinti huius, patet q̃d imago rei elongatæ fit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ ſuperficiei ſpeculi fit maior, unde & uidetur maior, quod ſecundum præmiſſa in proxima præcedente uidetur ſub maiori angulo contento in centro uiſus ſub lineis reflexionum ipſorum punctorum

ctorum terminalium illius rei,ut patere potest per 34. primi huius, & per 23. huius,patet ergo propositum,& per haec & per praemissam potest patere,qm si sit ꝓportio elongationis rei uisae à superficie speculi maioris ad elongationem à superficie speculi minoris,sicut excessus imaginum quae proueniunt in illis speculis excedentes se secundũ proportionem diametrorum speculorum,possibile est in speculo maiori plus elongato à re uisa, & in speculo minori plus approximato eidem rei aequalem imaginem uideri eiusdem rei quae aliàs in speculo maiori appareret maior,& in speculo minori minor, ut patet per praemissam, & hoc est notatu dignum.

XLII.

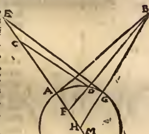
In speculo conuexo sphaerico dextera rei uisae apparent sinistra, & sinistra dextra.

Haec non requirit aliam demonstrationem ab illa quae similem passionem declarat in speculis planis,unde eodem modo demonstrandum,nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à speculis sphaericis conuexis, reuersae apparent.

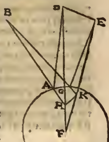
Esto speculum sphaericum conuexum a d g,cuius centrũ m,incidatq; superficiei speculi perpendiculariter altitudo quae sit e a , cuius altius punctum sit e, & sit centrum uisus u,reflectaturq; punctus a,à puncto speculi qui sit a,& sit linea reflexionis quae a b,reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e,à puncto speculi g,sitq; linea reflexionis g b, & alter punctus lineae e a,qui sit t,inferior puncto e,reflectatur ad uisum b,à puncto speculi d,& sit linea reflexionis d b, ꝓducatur itaq; linea altitudinis e a,ultra punctũ a,palamq; ex hypothesi,et per 72.primi huius,qm̃ ipsa transibit centrũ m,& producatur linea reflexionis u g, intra speculũ, & quia lineae e a & b g,sunt in eadem superficie reflexionis per 24. quinti huius, palã cum non sint aequedistãtes,ut patet per 9. huius,quia concurrent, concurrant itaq; in puncto h, sed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f,& quoniã per 11.huius puncta h & f,sunt loca imaginum punctorum e & t,palã quod linea h f est imago lineae, & similiter quoq; de alijs punctis lineae e a demonstrandũ. Eritq; imago lineae e a,linea a h,reuersa ergo uidetur altitudo, quod em̃ supremũ est uidetur infimum & econuerso,patet em̃ per 23.huius,quoniã super unum kathetum incidentiae signatis duobus punctis,erit locus imaginis puncti à centro speculi ꝓpinquioris remotior à centro speculi,& remotioris propinquior,remotior itaq; uidebitur à centro m imago puncti t,quae est f,qm̃ imago puncti e,quae est h. palam itaq; est propositũ primum,& eodem modo est de ꝓfunditatibus demõstrandũ. Infimum em̃ punctum reflectitur ad punctum imaginis supremum,& econuerso. Media quoq; puncta modo medio reuerse disponuntur, propositum autem est hoc.



XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis speculis reflexa apparent suae propriae dispositionis.

Esto longitudo d e,oblique incidens speculo sphaerico conuexo quod sit a g,& eius centrum f,& sit altius punctũ d quam e,punctum à superficie speculi dati. Sitq; centrum oculi b,& reflectatur punctus d ad uisum b,à puncto speculi a,& punctus e,à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis super superficiem speculi, quae per 72.primi huius,necessario transibit centrum speculi quod est f,quae sit d f,& similiter ducatur kathetus e f,ducanturq; lineae reflexionum b a & b g,& ꝓducantur intra speculum,concurratq; b a cum d f,in puncto h & b g,cũ e f,in puncto k, & ducatur linea

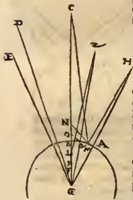


h k, eritq́ per 11. huius, linea h k imago lineæ d e, est autē linea k h, oblique se habens ad uisum b, sicut linea d e ad speculū, qm̄ per 23. huius punctū e, quod est propinquius centro speculi, imago quæ est k, remotior fit à centro speculi f, & punctū h, quod est imago puncti d, remotioris à cētro speculi fit propinquius centro speculi, quod patet per hoc, qm̄ alicuius puncti katheti d f, tantū distantis à puncto f, quātū punctū e, locus imaginis est remotior à cētro f, q̄ locus imaginis pūcti d, p 23. primi huius, est itaq́ h remotius à cōuexa superficie speculi apparens, & punctum k ꝓpinquius eidem superficiei. Sic aūt & punctus d fuit remotior à superficie speculi, & punctus e propinquior, patet ergo ꝓpositum, qm̄ obliquæ longitudines apparent illius distantiæ à superficie speculi, cuius sunt secundum ueritatem in sua propria dispositione.

XLV.

Duobus punctis rei uisæ æqualiter distantibus à centro speculi sphærici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadem superficie uel diuersis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter distantium à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi æqualiter distabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g, centro speculi remota, & sit e centrum uisus, & sit cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, circulus a b, cuius centrum erit punctum g, per primam huius. Sitq́ punctū d, ꝓpinquius uisui, q est e, q̄ punctum t, & ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d, ad centrum circuli g, qui sint t g & d g, secetq́ kathetus t g, superficiem speculi in puncto b, fiatq́ angulus e g d, super lineam t g, æqualis angulo qui sit t g z, & angulus e g t, æqualis angulo qui sit t g h, p 23. primi, secetq́ linea h g circulum in puncto a, & sumatur per 20. uel 22. huius, in circulo punctū a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctū z, quod sit punctum q, palā ergo quod forma puncti t nō refertur ad punctū h, ab aliquo puncto arcus b q, non em̄ à puncto b, quoniā cum ille sit in katheto incidentiæ, palā per 10. huius, quia reflectitur in seipsum & nō ad punctū h. Sed neq́ à puncto q, qm̄ ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocunq́ uero puncto sumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctū ducta secabit lineā q z, igiť ad illud punctū sectionis reflectiť forma puncti t, à pūcto aliquo arcus b q, & ad idem punctus sectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis superficiei speculi ad unum punctū qd' est impossibile, & contra 16. huius, restat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h, ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m, & à puncto m ducatur linea cōtingens circulū per 16. tertij & ꝓducať usq́ ad kathetū g t. & sit m n, eritq́ punctus n, finis contingentiæ puncti t, respectu puncti h, & à puncto q ducať linea cōtingens circulum, q̄ ꝓducta ad kathetum t g, sit q o, hoc ergo necessario cadet sub linea n m, p 60. primi huius, & ꝓducať linea z q, donec cadat sup kathetū g t, in puncto p, cadet aūt per 9. huius, & erit per 11. huius, punctus p locus imaginis formæ puncti t, erit q́q́ per 12. huius, ꝓportio g t ad p g, sicut t o ad o p, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio g t ad t o, sicut g p ad p o, sed maior est ꝓportio g t ad t n, q̄ ad t o, p 8. quinti, cū t n sit minor q̄ t o, ut patet ex p̄missis, maior erit ꝓportio g t ad t n, q̄ s p ad p o, est aūt per 8. quinti, maior ꝓportio g p ad p o, q̄ ad p n, ergo multo maior est ꝓportio t g ad t n, q̄ g p ad p n, qm̄ p o minor est q̄ p n, diuidať ergo p 119. primi huius, linea g n i pūcto l, taliter ut sit ꝓportio t g ad t n, sicut g l ad l n, eritq́ g l maior q̄ g p, nō æqualis neq́ minor p 8. quīti, eritq́ per 16. quinti, ꝓportio t g ad g l, sicut t n ad l n, ergo per conuersam 13. huius

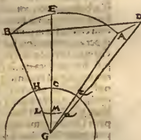


huius,erit punctū l,locus imaginis puncti h.Sint ergo lineæ h g,e g,z g,æquales,inter se,& g f sit æqualis s p,& s p æqualis lineæ g o,cū igit angulus e g d,sit æqualis angulo t g z,erit ex principio primi huius,remotio puncti d,à puncto e,sicut remotio puncti z, à puncto t,qm̄ cum puncta d & t sunt eiusdem distantiæ à cētro speculi quod est g, erūt lineæ d g & t g æquales,erit ergo per 23.huius,imago formæ puncti d,respectu uisus e, tm̄ eleuata in katheto g d,quantū imago puncti t,eleuata est respectu puncti z,in katheto g t,erit ergo locus imaginis formæ puncti d,in puncto f,sicut locus imaginis formæ puncti t,est in puncto p,cū lineæ g f & g p,sint æquales, & similiter finis contingentiæ puncti d,respectu puncti e,erit eiusdem altitudinis cuius est finis contingentiæ puncti t respectu puncti z,erit ergo per p̄missa finis contingentiæ puncti d,in puncto s. Verum quia angulus e g t,æqualis est angulo t g h,& linea h g æqualis est lineæ e g,erit per ultimam sexti,ꝑpter æqualitatem angulorum æqualitas arcuum interiacentiū kathetum t g, & lineas h g & e g,erit ergo ꝑ p̄missa punctus l,locus imaginis puncti t,respectu e, sicut est respectu h,& erit punctus n,finis cōtingentiæ respectu puncti e,sicut & respectu puncti h,imago ergo pūcti remotioris ab e,centro uisus,remotior est à cētro speculi q̄ imago puncti ꝓpinquioris,& finis contingentiæ puncti remotioris remotior est ab eodem centro q̄ finis cōtingentiæ ꝓpinquioris,& hoc est ꝓpositum. Ex quo patet quod si puncta uisa in speculo sphærico conuexo æqualiter distent à centro speculi, & à centro uisus,quod imagines ipsorum à centro speculi æqualiter distabunt,nec em̄ ut patet ex p̄missis fit diuersitas in locis imaginum,cum fines contingentiarum semper sint æqualiter à centro speculi distantes secundum quos accidit distantia imaginum à centro speculi, quod est g,patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali erecta super superficiem incidentiæ uidetur curua, & semper æquedistans arcui cuius est imago.

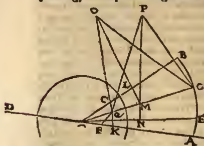
Esto a b arcus oppositus speculo sphærico conuexo,in quo cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus h r z, & sit g centrū illius arcus a b,& similiter centrum speculi,qm̄ ex hypothesi arcus uisus & speculi sunt contenta,sitq; d centrum uisus,& ducatur lineæ d g,a g,b g,& sumatur in arcu a b,punctus e,quocūq; modo & ducatur linea e g,erit itaq; superficies a g b,superficies incidētiæ in qua erit linea e g,& linea d g, est diameter uisualis quæ ex hypothesi est erecta super superficiem a g b,erit ergo ꝑ diffinitionem lineæ sup superficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oēs æquales. Sed & latera lateribus æqualia sunt, qm̄ d g est æquale sibijpsi,& alia latera sunt æqualia per diffinitionē circuli,ergo per 4.primi,bases illorum triangulorum sunt æquales,omnia ergo puncta arcus a b,eiusdem distantiæ sunt à centro uisus,quare imagines omnium illorum punctorum eiusdem distantiæ erūt à cētro speculi ꝑ corollariū p̄missum. Sitq; q m l,imago arcus a e b,erit igit linea g q,æqualis lineis g m & g l,quare ꝑ 9.tertij,linea q m l,erit arcus circuli cuius centrū erit punctū g,erit ergo cōuexitas ipsius respectu centri g,nō respectu supficiei cōuexæ speculi siue loci reflexionis,& qm̄ curuitas arcus a b,respexit cōuexitatē supficiei speculi ut cōcentrica ipsi ex hypothesi,patet q̄d idē arcus est concentricus suæ imagini,ergo ꝑ 73.primi huius,patet q̄ imago æquedistat arcui uiso, qm̄ est semp in supficie incidentiæ,est em̄ semp imago cuiuslibet puncti in katheto suæ incidentiæ ꝑ 11.huius,oēs aūt katheti illius sunt in supficie incidentiæ, patet ergo propositum.



XLVII.

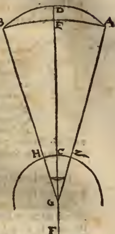
Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali superficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquedistans arcui cuius est imago,nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum uisu arcus incidente.

Disponantur omnia ut in p̃cedente theoremate, nisi quod diameter uisualis quæ est d g, nõ sit erecta sed oblique incidens superficiei a b g, dico qđ imago arcus a b, uidetur curua, ducatur em̃ perpendicularis à puncto d, super hanc superficiem per 11. undecimi, cũ itaq; illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc superficiẽ per 21. primi huius, erit angulus rectus quẽ continet hæc ꝑpendicularis uersus punctũ g, minor quolibet angulo uersus punctũ g, imaginato, quẽ continet alia linea à puncto d ad sup̃ficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad sup̃ficiem illam ducta quanto remotior erit ꝑpendiculari, tãto maior erit & maiorem angulum continebit uersus g, quia minorem continet uersus ꝑpendicularem ꝑ 21. primi, si ergo hæc ꝑpendicularis nõ cadat in arcum a e b, sed ultra ipsum, tunc erunt oẽs lineæ ductæ à puncto d, ad hunc arcum declinatæ in ꝑtem unã, & remotiores maiores & minorem angulũ contingentes uersus punctum g, q̃ ꝓpinquiores perpendiculari, Si ergo sumantur tria puncta in arcu a b, quæ sint a c b, & finis contingentiæ puncti b, sit l, & finis contingentiæ puncti b c, sit m, palam ꝑ 44. huius, quia ex eo q; punctum c, est ꝓpinquius uisui d, q̃ punctus b, erit punctus m ꝓpinquior centro g, q̃ punctus l, sunt autẽ lineæ g b & g t, æquales ex hypothesi, & per diffinitionẽ circuli, est ergo linea t m, maior q̃ b l, sit autem q imago puncti c, & sit t imago puncti b, & ducatur linea q t, & ducantur lineæ t b & m l, quæ quidẽ ꝓductæ concurrent, quia si à puncto m ducatur linea æquedistans lineæ c b, illa secabit ex linea g b, lineam æqualẽ ipsi m r, ꝑ secundam sexti, est autẽ t m maior q̃ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm̃ per 9. huius, ꝓportio est lineæ g t ad g q, sicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim ꝓportio g t ad c m, sicut g q ad q m, & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cũ lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ sint proportionaliter diuisæ, & à punctis sectionũ ducantur lineæ concurrentes, qui c o & m o, palã qđ linea q t, cõcurret cũ linea c b, m l, & erit ipsarum concursus in puncto o: finis contingentiæ uero puncti e, sit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demissior est puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̃ linea c m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, sit ergo punctus concursus p, & ducatur linea q p, & procedat donec secet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, usq; ad lineam e g quã secet in puncto k, palã quoq; propter hoc quod punctus n, est demissior puncto m, quia punctum k erit superius q̃ punctum f, & linea g q, minor erit q̃ f g, patet aũt per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, est sicut lineæ g f ad f n. Sed finis cõtingentiæ est punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis ꝑ 5. quarti, circũscriptus, nõ erit aũt ille arcus æquedistãs arcui speculi neq; arcui uiso, qm̃ ut patet lineæ t b & q t, & f e, sunt inæquales, ꝓpter qđ remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̃q; demonstrandum si ꝑpendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia ꝑte arcus a b, citra ipsum, tũc em̃ similis erit ꝓportio, patet ergo ꝓpositũ primũ. Si uero ꝑpendicularis ducta à puncto d, sup sup̃ficiem incidentiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuersis partibus ad arcũ ductæ æqualiter distantes à ꝑpendiculari erũt æquales, & æquales angulos cõtingentes uersus punctũm g, & imagines ipsaꝝ æq̃liter distabũt à centro g, & fines contingentiaꝝ, similiter imago itaq; æq̃distabit arcui a b, & arcui speculi, qm̃ imago figurabitur sup centrũ speculi qđ est g, & erit illis concentrica ꝑ 73. primi, hoc potest ꝓbari p̃dicto mõ de utraq; parte arcus ꝑ se secundũ qđ diuidit̃ à ꝑpendiculari, q; eius imago sit linea curua modo p̃dicto æq̃distans arcui uiso ꝓpter æq̃litatẽ lineaꝝ à centro speculi & arcus uisui ad loca imaginũ ꝓductaꝝ, qđ est ꝓpositũ. De imagine em̃ arcus a c potest secũdũ p̃missa idem patere.



XLVIII.

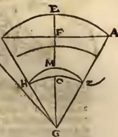
Imago arcus eccentrici circulo, qui est cõis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi secundũ mediũ eius punctũ propinquioris cẽtro speculi uisu existente extra superficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitaris q̃ arcus eidem circulo speculi æquedistantis.



Esto arcus uisus b e a, circulusq́; cõis superficiei reflexionis & speculi arcus sit h z, cuius centrũ sit g, sitq́; arcus b e a ecentricus arcui h z, sint tñ isti arcus in eadẽ superficie, & sit e medius pũctus arcus b e a, propinquior centro g, sitq́; uisus extra superficiem incidentiæ. Dico φ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis q̃ alterius arcus concentrici ipsi speculo. Ducatur enim linea à centro speculi quod est g, ad centrũ arcus b a, quod sit f, productaq́; linea g e, palam per 7. tertij, quoniã ipsa est breuior oibus lineis à cẽtro g ad cẽtrũ a d b ꝑductis, & qm̃ arcus b e est æqualis arcui e a, palam per eandem 7. qm̃ linea g a æqualis est lineæ g b. ductisq́; lineis g a, g b, secundũ ipsaꝝ quantitatẽ describatur arcus à centro g, palamq́; per præmissa, qm̃ arcus descriptus secundũ sui pũctum mediũ magis distabit ab arcu h z, q̃ arcus b e a. Sit ergo descript9 arcus b d a, & ducaт linea g a, ad mediũ punctũ illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifestum aũt ex præcedentibus, quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis: puncta ergo cõia istis duobus arcubus, quæ sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter prioribus: sed tñ punctum d sit remotius à centro g q̃ puncti e. eius imago erit propinquior centro speculi q̃ imago puncti e. & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, est propinquior centro imagine puncti sibi correspondẽtis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a e b curuior imagine arcus a d b, & hoc est propositum. Et secundũ hunc modum in alijs sitibus arcuũ & speculoꝝ potest fieri demonstratio, qñ uisus nõ fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.

XLIX.

In speculis sphæricis conuexis uisu nõ existente in superficie lineæ rectæ æquedistantis speculo, imago uidetur curua.



Sit linea recta uisa a b, & sit speculi sphærici conuexi centrũ g. erit ergo superficies incidentiæ a g b, extra quã sit centrũ uisus quod sit d, sitq́; linea a b æquedistãs speculo, hoc est lineæ contingenti arcũ circuli, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi secundum medium punctũ illius arcus. Dico φ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducanт enim lineæ rectæ d g, à centro uisus ad centrũ speculi, & lineæ g b, g a, à centro speculi ad terminos lineæ a b, Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquedistant speculo, palã φ sunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus speculo secundũ quãtitatem illarũ lineaꝝ, quæ sit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq́; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita φ imago puncti a sit z, & imago puncti e sit t, & imago puncti b sit h, & ducatur linea g e secans rectã a b in puncto f, palã ergo φ punctus e est in eadem linea cũ puncto f, sed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro speculi, q̃ imago puncti f, cõmuni utroq; punctoꝝ quæ sunt a & b, imagines sunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet aũt φ linea z m h est linea curua, cũ linea z t h sit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginũ ordinen

dinentur ſecundum conuenientem ſibi proportionem inter puncta h & m, reſpectu arcus h m, patet ergo propoſitum. reſectisq́ lineis a f & b f æq̃liter, eadẽ eſt demõſtratio.

L.

Lineæ rectæ nõ æquidiſtantis ſpeculo, quæ producta non contingeret uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi ſphærici conuexi uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ, imago uidetur curua.

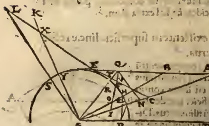


Diſponantur omnia ut in præcedente, niſi q linea a b nõ æquediſtet ſpeculo, nec contingat nec ſecet ſpeculũ, ſed tantũ obliquetur ſuper ipſum, palam ergo q lineæ g b & g a productæ ſunt inæquales. Sit ergo a g minor q̃ g b, & fiat circulus ſuper centrũ g, ad quantitatẽ lineæ a g, minoris, q̃ ſit a e q, & ducatur g b ultra b, uſq quo cadat in circulũ in punctũ e, patet autem ex 45. uel 46. huius, q̃m imago arcus a e eſt curua, pũctus autem imaginis a ſit z, punctus uero imaginis e ſit m, erit quoq z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, eſt remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius. patet q erit imago lineæ a b, curua, quod etiã p pũcta media arcus a e & a b, faciliter poterit oſtẽdi, patet ergo propoſitum, reſecta quoq linea a b, ex quacunq ſui parte ſemper eadẽ eſt demõſtratio quæ prius.

LI.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret ſpeculum ſphæricũ conuexum, uiſu non exiſtẽte in ſuperficie incidentiæ, ſemper uidetur curua.

Sit diſpoſitio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat ſpeculum in pũcto e, & ducantur à centro ſpeculi, quod ſit g, lineæ g b & g a, ſitq ut ſupficies incidentiæ, quæ ſit a b g ſecet ſpeculum in arcu, e h, & ſit d centrum uiſus, ſitq ſectio communis ſupficiei reflexiõis in qua ſunt lineæ g a, & g d, & ſuperficiei ſpeculi arcus z p. Cõmunis uero ſectio ſuperficiei reflexionis in qua ſunt lineæ g h & g d, & ſuperficiei ſpeculi ſit arcus h p. Palã ergo per ea quæ demõſtrata ſunt in 16. huius, quod forma puncti b reflectitur, ad uiſum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p. illa ſecabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius ſectiõis Sit punctus ille m, palam eſt, quod ſi à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctũ e, per 16. primi huius. Quoniã linea a b producta, eſt cõtingens circulum in pũcto e, et punctus b, eſt altior pũcto m. Cadat ergo cõtingens à pũcto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directũ, per eandẽ 60. primi huius ſecabit lineã a e, ergo ſecet in pũcto t, & ex alia pte ſecabit lineã g a, per 14. primi huius. Cũ illæ omnes lineæ erãt in una ſupficie, ſecet ergo ipſam in puncto t, fiat quoq ſupra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui ſit angulus b g s, cadẽte pũcto s in periferiã circuli, & pducat linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ ſit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, ſicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uiſum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, ſic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, ſicut in arcu h p. ſic reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniã illi arcus neceſſario ſunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraq illarum linearum contingentium, palam quod ipſæ ambæ ſunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, ſunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed arcus



cus h p, est æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, est minor arcui z s. Rescindatur ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factū in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatē lineæ g s, secabit necessario lineam f l, ideo quia linea g d, est æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa secat angulum l g z, ergo secabit etiā basem ei subtensam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & sit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniā sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p, similiter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, sed non reflectetur a ad k, nisi ab aliquo puncto quod est circa pūctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, sit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f, secabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trāsit per punctū b, ad illud ergo punctū cōmunis sectionis illarū linearū a f & b f, reflectetur pūctus k, & ad idem punctū à pūcto f, reflectetur pūctus l, & ita duo puncta in his speculis reflectētur ad idem punctū ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniā tūc ut prius linea ducta à puncto a ad punctū reflexionis secabit lineam b f, sit punctū sectionis u, ad illud ergo punctū u, reflectetur forma pūcti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiusdem distantiæ à centro propositi speculi qđ est pūctū g, quoniā ambæ l g, k g, sunt æquales ipsi g d, ex hypothesi, & reflectētur ad idem centrū uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f, quæ est u, est ducibilis ad punctū g cētrū speculi. Erunt ergo p 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totū suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctū k, ab aliquo puncto arcus f y, restat ergo ut pūctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quàm punctum f, si igitur ab illo puncto ducatur linea cōtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens à puncto s, quæ est f o, altior est alijs contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur linea m n, quæ quidem linea cum transeat per arcū trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniā & ipsa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmissis, qa ergo diuidit b m t, ergo necessario secabit basem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipsum in puncto q, & ducatur linea g q, sit autem y imago puncti a, et sit o imago puncti b, & r sit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b sit propinquius puncto g, cētro speculi quàm punctū a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q̄ y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, est sicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, est sicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus punctis, & a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarū scilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ est i o, necessario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet super punctum q, est ergo linea i o q linea recta Igitur linea i o r, non erit recta, sed linea i o r, est imago lineæ a q, quare palā quod imago lineæ a q, erit curua. Posito autē b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b, posito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b est curua, & hoc est propositum.

LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulū, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi, non tamen p centrum uisu non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut linea a b, producta circulum e b z, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, secet in pūcto e, & punctus reflexionis formæ pūcti b, ad punctum i, sit punctū f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cōtingētis circulum e

b z, in puncto f productæ ad lineã b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pũcto arcus h p, sicut in præcedente propositiõe præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflectionis usq; ad punctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedẽti arcus ille sit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cõtingentes pertingũt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à pũcto m ex parte e, igitur linea a e transit per punctũ q, & ita linea m q, secat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrũq; punctorũ e & q, est in periferia circuli, & est punctũ unũ. Si uero arcus ille sit minor arcu h e, secabit linea q m lineam e a, ultra pũctũ q, sicut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcu h e, secabit linea m q lineam a e, circa punctũ q, quodcũq; istorũ accidit iteretur probatio præmissæ, & eodem modo penitus probabitur, q imago lineæ a b est curua, quod est propositum.

LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trãsiret centrũ circuli, q est cõmunis sectio supficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, cẽtro uisus existente in eadem superficie, uel extra illã, non tamen in illa linea, semp uidetur recta.

Disponentur omnia ut in præcedẽtibus, nisi quod hactenus locuti sumus de passionibus harũ linearũ uisu non existente in superficie incidentiæ, & nunc uisum supponimus quoq; esse in superficie incidẽtiæ, qui sit ut prius in pũcto d, & ducatur linea g d, cõcurratq; linea a b protracta cũ circulo e h z, transiens ipsius centrũ g, palã ergo quod angulus illarũ linearũ a g, et d g, cadet super g, centrũ speculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cũ ipsa sit in kateto suæ incidentiæ disposita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, sicut et ipsa linea a b producta, est linea recta, patet ergo propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ, & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadẽ superficie incidentiæ, ita q̊d declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens superficiem speculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & sit linea a b declinata super circulum e h z ita quod non contingat centrũ eius. Sitq; uisus d in superficie incidentiæ, & sit declinatio lineæ ad partẽ aliam, ab illa in qua est uisus, ut si uisus sit in parte dextra, declinet punctum a ad sinistrũ, uel econtrario, & linea pertingat ad superficiem speculi, dico q̊d tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pũctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, qui sit h, & sumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forsitan super hanc lineam reflectionis d h, quod si fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, nisi secundum solum illũ punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pũcto a, qui sit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pũcti b; & punctum sectionis circuli e h z, per katetum a g quod sit z, continet omnia pũcta reflexionis formarum punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50. huius, producta ergo à centuo uisus ad centrum speculi linea quæ sit g d, secans circulũ

e h z

eh z, in puncto e, si sumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, sed ille pūctus reflectitur à pūcto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexionis, cum linea suæ reflexionis sit ultra lineā reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi, quod est impossibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculi. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflecEtetur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum uisus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie linea ergo incidentiæ ipsius pūcti secaret lineam incidētiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundē uisum d, à duobus punctis, scilicet, à puncto h .s. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum est impossibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uisum d, ab aliquo puncto arcus e h discooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in linea reflexionis quæ occultatur uisui, per præcedentia puncta lineæ solidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uisu sic disposito, ut præmissum est, patet ergo propositum.

LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem uisus, siue sit tangens superficiem speculi siue non, nullius puncti imago uidetur.

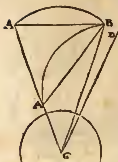
Sit dispositio quæ supra, & sumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio sit ex parte uisus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à cētro uisus ductam ad centrum speculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum, hoc unum secabit lineam reflexionis, & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctus speculi, quod est impossibile. Si uero dicatur quod punctus sumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui, & speculo abscindente oēs lineas reflexionum suorum punctorum, & præterea secundum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ oblique speculo incidentis, reflexio uero solum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non est ergo possibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uisum sic situatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod est propositum.

LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nō tangentis superficiem speculi sphærici conuexi

uisu existente in superficie incidentiæ, itaquod obliquatio lineæ fit ad partem aliam à uisu, modicum imaginis uidetur, & erit imago semper curua.

Disponantur omnia ut in præcedentibus, sitq́ linea a b, obliquata super superficiem speculi, ita q producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi, sed distat punctus b aliqualiter ab illa in aere existens, sitq́ uisus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uisui occurret, ducatur enim linea d b, super superficiem speculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ est communis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi: à puncto quoq́ c, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit l o y, & super c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, secans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum speculi, & ducatur kathetus b e, palam itaq́ quod forma puncti f, reflectitur ad uisum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq́ locus imaginis in linea f g, similiterq́ forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpositionem lineæ solidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis sectionũ linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g, quæ est res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi, unde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago, tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & si taliter situetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, transeuntem ad centrum speculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineæ a b, uel partis eius semper curua, quod potest ostẽdi per modũ 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctũ reflexionis formæ puncti b, uniuersaliter uero quidquid interpositum uisui & speculo, impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum, illius imago nõ uidebitur in his speculis. Hæc autem quæ hic proposita sunt, intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli, qui apparet uisui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uisus ad speculum, quoniam ille solum opponitur uisui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui in aliqua potest esse æquedistans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, similiter est conterminalis illi æquedistanti, & illa non uidebitur, similiter & conterminalis illi æquedistanti, quæ cadet sub æquedistante penitus occultabitur uisui, sed linea terminali æquedistanti cadens super ipsam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium industriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonstranda, erunt tamen hoc modo uisarum linearum rectarum imagines semper curuæ.



LVII.

Visu existente in superficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum superficie speculi sphærici conuexi, sed æquedistantis lineæ interiacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus, imago uidebitur curua.

Sit d centrum uisus, & g centrum speculi, & h e, sit linea uisa, quæ quidẽ linea nõ cõcurrat cum circulo qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, sed sit æquedistans lineæ d g, uel secet eam ex parte d, sit quoq; a b circulus qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua sunt lineæ d g & h e, & superficiei speculi ꝓpositi, & producaẽ linea h g, in qua sit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum d sit b, ducaturq; à puncto b, linea circulũ cõtingens, quæ secet lineã h g, super punctũ t, eritq; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiã linea g b, quæ producta necessario continet cũ linea h e. Si enĩ h e fuerit æquedistans d g, concurret quidam per secundã primi huius. Si uero d g concurrat cũ h e, multo fortius g b cõcurret cũ eadem ꝑ 29. primi huius, cõcursus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, si ultra concurrat in puncto m. Ducaẽ quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, sitq; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ sit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginũ, Similiter ducatur linea t s, copulãs fines contingentiarum, sit quoq; ut linea d g, secet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ sit a b, palã itaq;, q̃m arcus a b, est minor quarta circuli, cũ uisus d uideat ex circulo minus medietate ꝑ 3. huius, q̃re angulus a g b, est acutus per ultimam sexti, & angulus u a g est rectus per 17. tertij, igiẽ linea a u cõcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cõcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cũ per 17. huius, punctus m reflectiẽ ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, sit demissior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demissior puncto u. Protrahaẽ ergo linea t s, donec cõcurrat cũ linea u a, cõcurret aũt per 14. primi huius, & sit concursus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cõcurret cum h m, per secundã, uel per 29. primi huius, sit concursus in puncto c, pũctus itaq; c reflectiẽ ad uisum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonstranda sunt in 16. huius, sit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens speculũ usq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demissior q̃ linea a k, & sit f o, secans lineam g c, in puncto o, qui sit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demissior pũcto k, sunt enĩ puncta k & o, fines contingentiaꝝ, producaẽ quoq; linea d f, usq; quo cadat super g c kathetũ, cadet aũt per 9. huius, sit ergo ut cadat in punctũ r, & producatur linea z q, usq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico q̃m punctum l, est altius q̃ punctũ r, linea enĩ h c & c k, & z l, aut sunt æquedistantes aut concurrunt, sint primo æquedistantes, cum ergo hæ lineæ æquedistantes secent lineam c g l, super tria puncta c k l, & secent utrãq; lineaꝝ m g & h g, & cũ sit proportio lineæ h g ad h c, sicut lineæ g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & similiter cũ sit ꝓportio lineæ m g ad m s, sicut g q ad q s, erit eadẽ ꝓportio g c ad c k, q̃ g l ad l k, per 2. sexti, sed palam per 11. huius, q̃m r est imago puncti e, linea enĩ d f, est linea reflexionis concurrens cum katheto c g, in puncto r & o, est finis contingentiæ, est ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, sicut g r ad r o, sed minor est proportio g c ad c k, q̃ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, q̃ g r ad r o, erit ergo e contrario conuersim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, q̃ r o ad g r, est ergo minor proportio linea o r ad g r, q̃ k l ad g l, ergo coniunctim ꝑ 15. primi huius, minor ꝓportio est o g ad r g, q̃ k g ad l g, sed k g est minor q̃ o g, ergo per 8. quinti, l g est minor q̃ r g, est ergo punctus r demissior puncto l, sed z q l est linea recta, ergo linea z q r, est linea curua, ergo imago lineæ h e, est curua, erit ergo probare quod imago lineæ

h e, rectæ fit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non sunt æquedistantes, concurrãt ergo, & erit cõcursus, aut ex pte d, aut ex parte h, sit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z qr erit curua, est ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonstratione completa ut prius, hoc ergo est propositum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius superficie incidentiæ fuerit centrum uisus imago sensibiliter apparens intra speculum sphæricum conuexum uidetur semper curua.

Sit arcus uisus a b, & sit centrum speculi punctum g, & centrũ uisus pũctum d, sitq; hoc centrum uisus in superficie incidentiæ, quæ est a b g, dico qđ imago arcus a b, uidet semper curua, qa sensibiliter intra speculũ uidet, ducatur eñ corda a b, palamq; ex præmissis ppositionibus, qm̃ imago cordæ a b, secundum omnem sui situ, respectu speculi uidet semper curua, nisi solũ tunc qñ ipsa sit in katheto incidentiæ unius suæ extreminatis, ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiẽs eius centrum, tunc eñ ipsius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcũ uero a b, esse i katheto incidẽtiæ suaꝝ extremitatum est impossibile, cũ quilibet suoꝝ punctorum diuersum habeat incidentiæ kathetũ, ergo nunq̃ uidebit imago arcus taliter dispositi in linea recta, qm̃ semp loca imaginũ diuersoꝝ punctorũ in diuersis sunt kathetis, curuitas uero imaginis potest faciliter concludi secundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis usi sumus, & coadiuuabit ad hæc 44. huius, patet ergo propositum.

LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipsarum est intra speculum sphæricũ cõuexũ uel extra ipsum, conuexitati arcuum sit contraria secundum situm.

Esto qđ arcus a b respiciat secũdũ sui concauũ uel conuexum centrum speculi sphærici conuexi, qđ sit punctum g, dico quod cõuexitas ipsius imaginis erit contraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, qm̃ imago totaliter est intra speculum, uel totaliter extra, uel secundũ partem intra, secundũ partem extra, & secundũ partem in ipsa superficie speculi, loca eñ imaginum punctoꝝ remotioꝝ à supficie speculi fuerint, ppinquiora centro speculi, & loca pũctoꝝ ppinquoꝝ speculi superficiei fuerint remotiora à centro speculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium à continuitate rerum, quaꝝ ipsæ sunt imagines, patet qđ conuexitas ipsarum imaginũ conuexitati ipsorum uisorum arcuum sit contraria secundum sitũ, prout etiã often dimus per 43. huius, patet ergo propositum.

LX.

Imaginum curuarũ eiusdem arcus uisi remotioris à centro speculi sphærici conuexi curuior uidetur.

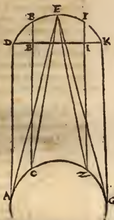
Sit a b arcus, cuius punctus medius sit e, & cuius arcus imago sit curua, & eius corda sit a b, linea recta, sitq; centrum speculi g, dico quod accedente linea a b ad speculum, imago eius sit minoris curuitatis, & recedente ipsa sit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorũ a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad superficiem speculi, angulus a g b, sit maior, & recedente ipsa angulus a g b, sit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati à centro speculi sit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo sit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis semper sunt

in

in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro speculi plus coangustatur, & approximatis plus ampliatur, & secundum hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito, quoniam ipsius remotioris à centro speculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, qm̃ ipsa semper sit pars circuli maioris in accessu ad centrum speculi, & sit pars circuli minoris in recessu à centro, & secundũ quantitatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo ꝓpositum.

LXI.

Omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens semper apparet conuexa.

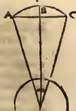


Esto speculum sphæricum conuexum a g, sit centrum uisus e, & sit linea recta uel curua uisa d h, in qua signentur puncta b & q, sitq́ ut loca imaginum istorum punctorum sint in superficie ipsius speculi lineis incidentiæ existentibus ipsis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoq́ reflexionis existentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq́ aliqua illarum linearũ reflexionis sit perpendicularis super superficiẽ speculi, palam per 72. primi huius, qm̃ ipsa transibit centrum speculi, ergo per 8. secundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuissima omniũ linearum illarum reflexionis, & illi ꝓpinquiores sunt remotioribus breuiores, patet ergo, qm̃ illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior: idem quoq́ accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficiem, qm̃ ducta perpendiculari linea à puncto e, super superficiem speculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus sunt longiores, & sic iterũ imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ est d k, occurrens uisui in superficie speculi uidetur semper curua, & qm̃ eodem modo est demonstrandũ de qualibet imagine apparẽte in superficie speculi, patet ergo propositum.

LXII.

Imago lineæ curuæ secundum eius concauitatem respicientis superficiẽ speculi sphærici conuexi nonnunq́ uidetur recta.

Sit linea curua a b c, opposito speculo sphærico conuexo secundum sui partem concauam, dico quod nonnunq́ imago ipsius potest uideri linea recta, ducatur em̃ eius corda recta linea quæ sit a b, palam per plures præmissarum propositionum lib. huius, qm̃ in aliquo situ imago ipsius lineæ rectæ uidetur curua curuitate respiciẽte centrũ speculi, quia ergo extremitates lineæ curuæ a b c, quæ sunt a & c, uidẽtur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipsi curuæ imagini lineæ rectæ sic subtendi corda intra speculum, Si itaq́ hoc accidit, quod est possibile, sicut curuitas ipsi9 arcus quæ est a b, sit similis curuitati imaginis ipsius cordæ, ita quod eius situs uersi hinc inde sint similes, palã per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta subtensa per modum cordæ ipsi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipsius curuæ lineæ a b c, quod est propositum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmissa proxima dictum est, omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens, semper uidetur conuexa centrum speculi respiciens secundum eius concauitatem, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respiciat centrum speculi secundum sui concauum, cũ ergo non eatur ab extremo in extremum sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus partium eiusdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo situ habeat dispositionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisæ & speculi perquirere



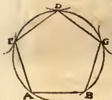
esset

esset longum & inutile, patebit tn̄ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modū semicirculi & diametri, & ex portione circuli fit portio reuersa, ita quod imago rectæ lineæ fit curuæ, & curuæ lineæ fit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & quandoq; ad partes diuersas, sicut intersectione duorum circulorum inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa diuersitas, quā ex præmissis principijs diligenti solertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & quandoq; apparet uisui curua: & qđ ostendimus de lineis, accidit etiā in ipsis superficiebus planis cōcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsarum. Si autē ꝑponatur uisui in his speculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeste, cū ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nō enim bene discernitur curuitas nō magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nō bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cū non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphærici conuexi ex diuersis superficiebus sphærarū opposita, formæ reflexæ monstruose imaginis uidentur.

Quia enim diuersarum sphæricarum superficierū diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq; puncti in speculis sphæricis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta à puncto uiso ad centrum speculi, hæc autē centra diuersificantur in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersorum punctorum in partes diuersas protrahantur, & qm̄ à tota superficie fit reflexio, & pūcta reflexa, secūdū loca diuersificantur, nō secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctorum aggregatur & unitur suarum partium recipit inordinatū situm, uidetur ergo imago in talibus speculis monstruosa, & fit extensio uniformis aliquarum suarum partium secundum uniformem extēsionem illarum superficierum, & aliarum partium fit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in transuersum, secūdū qđ partes aliquæ superficiei speculi respiciunt diuersa centra diuersarum sphærarum, patet ergo propositum.



LXIIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphærica specula eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centrū uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa poligonium æquilaterum & æquiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphærica conuexa contingentia puncta angulorum æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdē punctis, ut in puncto g, linea s k, & qm̄ angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam per 20. quinti huius, qm̄ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aūt est qđ ꝑponebatur.

LXV.

A superficie unius speculi sphærici conuexi ignem impossibile est accendi, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam enim ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alij superficiei huius speculi

culi incidentes in aliquo unq; puncto possunt concurrere, sed dispergunttur in ipso medio, non ergo illi aggregati radij unq; corpus aliquod quodcunq; uel ipsum sit combustibile possunt incędere, ut reflectūtur à superficie speculi unius, ex plurium tñ speculorꝫ cōpositione posset aliqd huiusmodi effici, ita ut à quolibet illorꝫ speculorꝫ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctū, cū aliorꝫ speculorꝫ radijs concurrens, & sic fortificaretur actio radiorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio radiorꝫ uirtutis. Hæc aūt speculorꝫ compositio plus esset difficilis ꝙ utilis, unde tali operi nos nō dignum credimus insisti, patet itaq; propositum.

LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Rdinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphærīcorum conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurrimus, nunc ad speculorum columnariū & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt em̄ speculorꝫ istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmissorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istorꝫ speculorum ex figuris illorꝫ præmissorꝫ speculorꝫ aliqualiter cōponunt. Speculū em̄ columnare cū sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, qm̄ pyramis fit ex transitu rectanguli, quod uno suorꝫ laterum fixo motis alijs circumducit̄, quousq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum laterꝫ rectum angulū continentium figitur, & alia duo modo præmisso quousq; ad locum unde moueri cœperūt circūducuntur. Vtrumq; ergo istorꝫ speculorꝫ, quia ex motu linearū rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ causant speculorꝫ figuras cū circulariter circūferuntur, in tm̄ hæc specula passiones circulares, hoc est sphæricas, quarꝫ origo est circulus, cōmuniter cōsequūtur, & hoc maxime in speculis colūnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istorꝫ speculorꝫ passiones ut illæ quæ secundum oxigonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cōmuni natura linearum rectarum, & motus accidūt in illis. hæc ergo specula posteriorē ordinē recipiunt à plana specula & sphærica conuexa. Prius uero de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quàm de quibuscunq; cōcauis & sphæricis, propter simplicitatē passionū speculorꝫ cōuexorꝫ respectu concauorꝫ, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

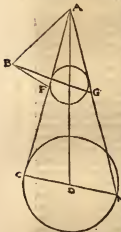
Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qđ est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum ꝓpositorum dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quarꝫcūq;. Diametrum uisualem dicimus lineam à centro uisus perpendicularem, super superficiem speculi, & ad axem productam, & eadem dicit̄ kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum linearꝫ reflexio ꝓcedit. Finis cōtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetorꝫ secat lineā in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxigoniam contingentem.

Metam locorum dicimus ut in ſpeculis ſphæricis punctum uel lineā ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA L.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei continua linea recta à cētro uiſus ducta cum axe ſpeculi in uertice acutum angulum tenente à parte ſuperficiei ſpeculi interiacente ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ſolum fit reflexio ad uiſum.

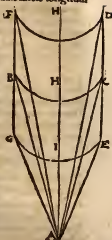
Hoc quod hic proponitur uniuerſaliter conuenit ſpeculo columnari conuexo, ſiue ſecundum angulum rectum ſiue ſecundū acutum ſibi incidat linea uiſualis, ſemper ēm ſicut per 78. quarti huius oſtenſum eſt, minus medietate ſuperficiei columnaris uiſui occurrit, & ab illa ſolum fit reflexio ad uiſum, hæc autē ſuperficies ſpeculi columnaris contenta eſt duabus ſuperficiebus à centro uiſus productis ſecundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius paſſionis idem eſt demonſtrandi modus in utroqꝫ propoſitorꝫ ſpeculorꝫ, difficilius uero in pyramidalibus, ſufficit exempli cauſa ꝓpoſitū in ſpeculis pyramidalibus demonſtrari. Sit itaqꝫ ſpeculum pyramidale conuexum, cuius axis ſit a d, & uertex a diameter baſis c n, centrū baſis d, & ſit hæc pyramis erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ita quod non inclinetur ſuper illam, & ſit centrum uiſus b, cōcurratqꝫ linea b a, à uiſus centro ad uerticem ſpeculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipſo angulum acutum, qui eſt d a b, dico quod ſolum à parte ſuperficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad eandem ſuperficiem, fit reflexio ad uiſum, imaginentur enim ſuperficiem à centro uiſus prodeūtem, quæ ſecet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei & ſuperficiei pyramidis erit circulus æquediſtans baſi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uiſus ducanē duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij. & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ ſint c f a, & n g a, palam itaqꝫ quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod ſecet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ eſt in illa ſuperficie ſecabit circulum f g, & non continget, ducta autem eſt ad contingentiam, ſecare igitur eſt impoſſibile. Superficies ergo illa pyramidem cōtinget, & ſimiliter oſtendēdū eſt de ſuperficie in qua ſunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, ſuperficies ergo pyramidis interiacens has duas ſuperficies contingentes uiſui occurret, & ſolum ab hac fiet reflexio ad uiſum, quia ut per 16. ſecundi huius, oſtenſum eſt longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniēs, quaſi linea contingens eſt, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculo columnari eſt ſimiliter demonſtrandum.



LI.

Si à centro oculi ad lineas quæ ſunt termini ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uiſui duæ ſuperficies reflexionis producantur, neceſſe eſt per ipſas ambas ſpeculum contingi.

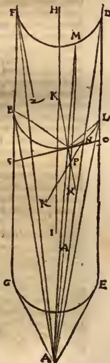
Verbi gratia, Sint conuexo ſpeculo columnari quod ſit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ ſint d e & f g, ſintq́ꝫ illæ lineæ termini ſuperficiei columnæ ſpeculi apparentis uiſui, ut patet ex præmiſſa, & per 78. quarti huius, & ſit centrum uiſus a, productiſq́ꝫ lineis a d, a f, a g, a e, erunt ſuperficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ ſuperficies cõtingent columnam. Si eñ dicatur qđ altera ipſarũ ſecat columnam, ut ſuperficies a d e, planum eſt quod illa ſectio erit ſuper lineam longitudinis d e, in qua cadit illa ſuperficies, & ſimiliter erit ꝓcedere ſi ſuperficies a f g, ſecet columnam, & ſit ſectio ſuper lineã f g. Sit ergo ut ſuperficies plana pertranſiens centrum uiſus ſecet columnam æquediſtanter baſibus, eritq́ꝫ per 100. primi huius, ſectio communis illi ſuperficiei & ſpeculi circulus, qui ſit b c, hæc ergo tranſit per duas lineas londitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum ſint in illis ſuperficiebus ſecantibus ſuperficiem columnæ, ſecabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, q̃ ſit illud quod ſub lineis circulum b c, contingentibus à centro uiſus puncto. ſ. a, ductis continetur, qđ eſt contra ea quæ declarata ſunt in 51. quarti huius, & ſimiliter de baſibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ ſuperficies productæ ad terminos ſuperficiei columnæ apparentis uiſui, ſed citra illas, quod eſt cõtra hypotheſim. Eodem modo quoq́ꝫ eſt de ſpeculis pyramidalibus demonſtrandum, & ſequitur idem impoſſibile, q̃d prius per 84. quarti huius, quod eſt contra hypotheſim, patet ergo propoſitum.



III.

Communis ſectio omnium ſuperficierum à uiſu productarũ cõtingentiũ ſpeculũ columnare conuexum, eſt linea tranſiens centrũ uiſus æquediſtanter axi illius ſpeculi.

Quod hic ꝓponit, eſto eñ axis ſpeculi columnaris conuexi h k i, & baſis ſuperior columnæ circulus f d, cuius centrum ſit h, & inferior baſis circulus g e, cuius centrum i, & communis ſectio alicuius ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi columnaris ſit circulus b l, cuius cẽtrum k, cũ itaq́ꝫ axis h i, qui orthogonaliter eſt ſuꝑ baſes, ut patet per 95. primi huius, ſit etiã orthogonalis ſuꝑ circulũ b l, per 100. & ꝑ 23. primi huius, & per eadẽ ſint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales ſuꝑ circulũ b l, ſuperficies ergo contingentes columnam ſecundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt ſuꝑ circulum b l, per 18. undecimi, ergo & ſuper ſuperficiem reflexionis ſecantẽ columnam ſecundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ contingentium columnã orthogonaliter erit ſuper illam ſuperficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum ſuperficierũ cõmunis ſectio æquediſtans erit axi columnæ q̃ ſuper eandẽ ſuꝑficiem eſt orthogonaliter erecta, ſecant aũt illæ ſuꝑficies ſe in centro uiſus, qm̃ centrum uiſus in omnibus illis exiſtit, ut patet ex hypotheſi de ſuꝑficiebus planis ſpeculum ꝓpoſitum cõtingentibus, & de ſuꝑficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo ꝓpoſitum.



IIII.

Ad quodcunq́ꝫ pũctum ſignatũ in ſuperficie apparente ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uiſus ducatur linea recta, illa ꝓducta neceſſario ſpeculũ ſecabit.

Sit diſpoſitio omnimoda p̃miſſæ, ſigneturq́ꝫ in apparente uiſui ꝓportione ſpeculi, qđ eſt e d, f g, punctus q, & ꝓducat̃ linea a q, di-

eo quod linea a q, ꝓducta necessario speculũ secabit, ꝓducatur eñ à puncto q, linea longitudinis colũnæ quæ sit q m, per 101. primi huius, hæc itaq; linea erit æquedistans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet colũnã ultra punctũ q, secũdũ circulũ b l, per 100. primi huius, linea ergo q m necessario transibit per circulũ sectionis, qui est b l, secans ipsum in pũcto, sit ergo illud punctum p, ducatur'q; linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uisus a, ad circulum b l, ꝓductas illũ cõtingentes, quæ sunt a b & a l, palã q̃a secabit circulũ, ergo etiã supficies à cẽtro uisus ad speculi superficiem ꝓtensa, in qua sunt lineæ a p & a q, secabit speculũ, q̃a illa superficies secabit supficiem columnaris speculi secundũ lineã longitudinis, quæ est m q, palã ergo q̃m linea a q, ꝓducta secabit speculũ: eodẽ modo patet de q̃libet alio dato puncto in speculis q̃q; pyramidalibus cõuexis eodẽ modo demonstrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctũ quẽcunq; in illius speculi supficie datũ, palã est ergo ꝓpositũ.

V.

Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparentis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens speculum, secat superficies à uisu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, omnes'q; illæ superficies inter uisum & speculi supficiẽ extendunt.

Maneat superior dispositio, cõtingat'q; aliqua supficies plana supficiẽ apparentẽ speculi secundũ lineã longitudinis, q̃ est m o, p 95. primi huius, ducatur'q; supficies reflexionis quæ sit a b l, & in ea ꝓducat̃ linea cõtingens circulũ b l, in puncto p, quæ sit s p t, palã ergo q̃d linea s p t, secabit lineas a b & a l, ducat̃ eñ linea p l, quia ergo linea s p t, secat angulũ a p l, patet p 29. primi huius, q̃m ipsa secabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet q̃d linea s p, secabit lineã a b, palã ergo, q̃m lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, est in superficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis m o, linea uero a l est in supficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis d e, quæ est extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝓpositũ primũ. Sed & oẽs tales supficies, qualis est supficies in qua est linea s t, inter uisum & speculi supficiẽ, & nõ extendunt, & de speculi quidem supficie patet, q̃d sint illæ supficies cõtingentes ipsam speculi superficiẽ, & non secantes illã, sed & patet de centro uisus. Sit eñ punctũ n, ꝓximũ punctũ signabile sub pũcto l, in arcu l b, & imaginet̃ aliqua supficies cõtingens supficiẽ columnæ in linea longitudinis, in q̃ sit pũctus n, hoc ergo necessario secabit supficiẽ reflexiõis q̃ est a b l, q̃m est orthogonalis super illã per 18. undecimi. Sit itaq; per tertiã undecimi supficiei reflexionis, q̃ a b l, & dictæ superficiei cõmunis sectionis linea recta, q̃ sit n r, palam ergo per p̃missã, q̃m linea n r cõtingit circulũ b n, in puncto n, sed punctũ n demissius est puncto l. ergo cõtingens linea quæ n r, erit demissior linea cõtingente q̃ est a b, per 60. primi huius. Nõ ergo ꝯtinget linea n r, ad punctũ a centrum uisus. Eodẽ modo demonstrandũ in alijs quibuscũq; superficiebus taliter cõtingentibus supficiem apparentẽ speculi colũnaris. Similiter q̃q; demonstrandũ est de supficiebus cõtingentibus specula pyramidalia quæcunq;, patet ergo propositum.

VI.

Omnis superficies reflectionis in qua sunt linea contingens basem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem speculi idẽ speculũ secundũ lineam suæ longitudinis necessario est cõtingens.

Hoc patet per modũ secundæ huius, q̃m eadem huius & illius est demonstratio. Sit eñ resumpta figura p̃cedẽtis supficies reflexiõis g a f, in qua sit linea z f, cõtingens columnam uel pyramidẽ in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ est g f, dico q̃d illa superficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si deẽ q; illa superficies columnam uel pyramidem speculi secet, tunc et linea z f, basem illius speculi secabit, quod est contra hypothesim, palam ergo propositum.

Oppsito,

VII.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie ſpeculum ſecundum axem ſecante, cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſuperficiei apparentis ſpeculi erit linia longitudinis ſpeculi, & ſi illa communis ſectio ſit lineæ lõgitudinis ſuperfiices reflexionis ſecat ſpeculum per axem.

Sit ſpeculũ columnare conuexũ, cuius axis ſit h i, cuius ſuperficies apparens uiſui ſit e d f g, ſitq́ꝫ a centrũ uiſus, & b punctũ uiſum, ſecetq́ꝫ ſupficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, neceſſario ſunt pũcta a & b, ipſum ſpeculũ ſecũdum axem h i, dico qđ cõmunis ſectio illius ſuperficiei reflexionis & ſupficiei e d f g, eſt linea longitudinis ſpeculi, qm̃ enim per 93. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſupficici totius colũnæ ſpeculi eſt quadrangulũ rectangulum ſub duabus lineis longitudinis & duabus diametris baſiũ columnæ contentũ, cum ſuperficies reflectionis tranſeat per centrum uiſus, cui directe in ſpeculo opponitur ſuperficies apparẽs uiſui, per primã huius, patet quod cõmunis ſectio illarũ duarũ ſuperficierũ, erit linea una longitudinis, quæ eſt unũ latus illius trianguli, quod eſt cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei totius columnæ. Sic quoqꝫ patet per 90. primi huius, de ſpeculo pyramidali, qm̃ cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei conicæ ſpeculi uiſui apparentis, ſit unum latus illius trigoni, quoniã eſt communis ſectio huius planæ ſuperficiei, & totius ſuperficiei ipſius pyramidis ſpeculi, quod eſt una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propoſitum.

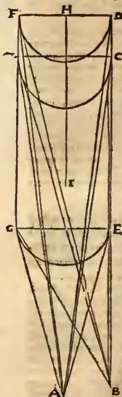
VIII.

Omnium ſuperficierum planarum ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica ſuper ſuperficiem reflexionis ſpeculum ſecundum axem ſecantẽ, eſt erecta, ut quæ ſecundũ cõmunem ſectionem illius ſuperficiei & ſpeculi lineam, ſcilicet longitudinis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia diuidentem ſpeculum eſt contingens.

Sit ſpeculum columnare conuexũ, cuius apparens uiſui ſuperficies ſit, e d f g, & axis h i, ſitq́ꝫ centrum uiſus punctum a, & communis ſectio ſuperficiei reflexionis ſpeculum ſecundũ axem ſecantis & ſpeculi, ſit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidẽs ſupficiẽ e d f g, cõtingãtq́ꝫ ſupficiẽ ſpeculi ſupficies planæ ꝗcũqꝫ, dico qđ unica illa quæ ſecũdũ lineã longitudinis m o ſpeculũ cõtingit, erecta eſt ſup illã ſupficiem reflexiõis, & qđ oẽs aliæ ſuper ipſam ſunt obliquatæ, ut enim patet ꝑ 92. primi huius, linea m o, rectos eſt angulos cõtinens cũ ſemidiamitris baſiũ colũnæ & ſimul cũ ſemidiametris oĩm circulorũ baſibus illis æquediſtantiũ ſecantiũ columnã, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoqꝫ per 96. primi huius, quoniã omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles ſunt ſemꝑ ipſam ſupficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ neceſſario trãſeũt per axẽ ſpeculi, oẽs uero illæ ꝑpendiculares cadunt in ſuperficie ſpeculũ ſecundũ axẽ ſecante, ergo per diffinitionẽ illa ſuperficies contingens eſt erecta ſup ſuperficiẽ illã reflexionis, omnes ergo aliæ ſuperficies dictã ſuperficiẽ ſpeculi ſecũdũ alias lineas longitudinis cõtingentes ſuper illam ſuperficiem reflexionis ſunt obliquæ, aliter enim illæ ſuperficies contingentes ſe neceſſario interſecarent, ſi ab abliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, eſt communis ſectio illarum ſuperficierum, duæ lineæ in illis ſuperficiebus contingentibus ad ſuperficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipſa ſuperficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erũt protracti illius trigoni duo anguli recti, quod eſt impoſſibile, non eſt ergo aliqua illarum ſuperficierum ſpeculum contingentium ſuper illam ſuperficiem reflexionis erecta, niſi unica in illa communi ſectione ſpeculum contingens, & eodem modo in ſpeculis pyramidalibus poteſt demonſtratio formari, patet ergo propoſitum.

IX.

Opposito uisui speculo columnari conuexo, ita ut uisus non sit in ipsa superficie columnæ, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie æquedistanti basibus columnæ, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ.



Esto columnare speculum conuexum, cuius axis sit h i, & basis superior circulus f d inferior basis circulus g e, & sit cētrum, uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, sitq; speculum directæ uisui oppositum, ut proponitur, dico quod quoniam superficies reflexionis quæ sit a b c z, secabit superficiē propositi speculi, taliter quod communis sectio quæ sit c z, erit circulus æquedistanter basibus speculi, hoc enim patet ex hypothesi, & per 100. primi huius, uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ à uisu contingentes speculum, quæ sint a z & a c, sintq; z & c puncta contingentiæ opposita adinuicem in eadem superficie, & ab utroq; illorum punctorum ducantur lineæ secundum longitudinem columnæ, quæ sint d c e & f z g, & quoniam linea d c, est æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypothesi & per 25. primi huius, propter æquedistantia basium speculi & superficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei & speculi, æquedistabit arcubus basiū, quæ sunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquedistantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eisdem sunt superficiebus, erunt æquedistantes & sunt circulares, quoniam sunt æquedistantes in eadem superficie columnari, patet ergo propositum.

X

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis superficie reflexionis oblique axi speculi incidente, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit oxigonia sectio.

Esto ut in præmissis speculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis sit linea h i, & superficies eius apparens uisui sit e d & f g, sitq; centrum uisus punctum a, & punctus rei uisæ b, secetq; superficies reflectionis speculum oblique transaxem, scilicet non æquedistanter basibus columnæ, dico quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi uisui apparentis est pars oxigoniæ sectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet q; omnis superficiei secantis columnā uel pyramidem transaxem non æquedistanter basibus & superficiei totius pyramidis uel columnæ communem sectionem circulum esse, est impossibile, uel etiā lineā longitudinis per 7. huius, cum talis superficies plana nō secet pyramidē uel columnam, secūdū axis longitudinem, patet q; communis sectio superficiei reflexionis, quæ plana est & partis superficiei speculi pyramidalis uel columnaris oppositæ uisui, non poterit esse arcus circuli, neq; linea longitudinis, erit ergo pars sectionis oxigoniæ, quia totam talem sectionem totius superficiei pyramidis uel columnaris, & superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam sectionem in 98. primi huius, patet ergo propositum.

XI.

Communi ſectione ſuperficiei reflectionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente, omnes ſuperficies planæ ſpeculum cõtingentes ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat diſpoſitio quæ præceſſit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ ſuperficies columnam contingentes ſecundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum ſemidiametris baſium contineant, quoniam omnes ſuper illas baſes ſunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes ſunt erectæ ſuper circulum æque diſtantem baſibus columnæ. Hic autem eſt circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, per 9. huius, ergo per diffinitionẽ ſuperficierũ erectarum ſuperficierum ſunt ſuperficies, omnes illæ ſuperficies contingentes columnam ſuper præfatam ſuperficiem reflexionis eriguntur, quod eſt propoſitum.

XII.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis cõuexi, circulum impoſſibile eſt eſſe.

Sit pyramidale ſpeculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter baſis b c, ſitq; axis ſpeculi linea a d, eſt ergo per 89. primi huius, punctum d centrum baſis, ſitq; centrum uiſus e, & punctus rei uiſæ ſit f, dico quod forma puncti f, non poteſt reflecti ad uiſum e, ab aliquo pũcto ſpeculi propoſiti, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, ſit circulus. Si enim hoc ſit poſſibile, eſto quod reflectatur forma puncti f, ad uiſum e à puncto ſpeculi g, ſitq; circulus g h communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, eritq; per 100. primi huius, circulus g h æquediſtans baſi b c, producatur ergo à pũcto g extra ſpeculum linea g m, perpendiculariter ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero ſuperficies baſis non eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis ſuperficies contingens pyramidem ſecundum lineam longitudinis eſt contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis obliquè ſuperſtat ſuperficiei baſis, palam quod ſuperficies circuli h g æquediſtantis baſi nõ orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingẽtem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ eſt g m, intra pyramidem, palam quod ipſa non pertingat ad centrum circuli, quod eſt k, ſed cadet ſub illo in aliq̃ puncto axis, qui ſit punct9 n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uerſus punctum uerticis, ſcilicet angulũ g n a, qui neceſſario eſt acutus per 32. primi. ideo quod angulus g k n eſt rectus per 39. primi, cum angulus a d c, ſit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui eſt terminus lineæ perpendiculauis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui perpendiculariter eſt linea n a m in ſuperficie reflexionis conſiſtere eſt neceſſe, linea ergo h k g, non eſt in illa ſuperficie, palam ergo q̃d formæ puncti f ad uiſum e, non fiet reflexio à puncto ſpeculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret neceſſario ſuperficiem circuli g h, perpendiculare eſſe ſuper ſuperficiem planam contingentem ſpeculũ in puncto g, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod eſt impoſſibile per præmiſſa, patet ergo propoſitum.

XIII.

Oppoſito uiſui ſpeculo pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uiſæ ſit cum centro uiſus in

eadem superficie æquedistanti basi pyramidis, impossibile est reflexionē fieri ad uisum.

Existente enim tali dispositione centri uisus & punctus rei uisæ respectu speculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum superficies reflexionis sit superficies plana, quia communis sectio sui & superficiei conicæ speculi est circulus, patet ergo propositum per præmissam. Est enim in illa ostensum, impossibile esse ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi sit circulus, quia si sectio illa communis esset circulus, esset ipsa per 100. primi huius, æquedistans basi speculi, & esset superficies illius circuli in superficiei reflexionis, & quia axis a d, est perpendicularis super illū circulū per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ super illum circulum angulos acutos continentes cum diametris basis, & ita essent illæ lineæ obliquæ super superficiē reflectionis, ergo in illa superficie non possit duci perpendicularis super lineam longitudinis, sed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta super superficiem contingentem speculum secundum punctum reflexionis, est in superficie reflexionis & perpendiculariter super lineam longitudinis, cum quælibet superficies contingens pyramidem contingat illam secundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uisum in hoc situ formæ alicuius pūctorum rei uisæ superficie reflexionis speculum pyramidale, ut pyramidale contingente, si uero supficies in qua est linea contingens speculi circulum secundum aliquod punctum illius circuli secet superficiem speculi, tunc est possibile ab his speculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à speculis pyramidalibus, sed in quantum ipsorum conuexa superficies communicat cum speculis sphæricis uel columnaribus conuexis, quorum passiones declarauimus in præmissis, ut tunc hæc passio ad proprietatem speculorum pyramidaliū acciderit, patet ergo propositum.

XIIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis sectio cum superficiē speculi pyramidalis, est linea recta secundum diuersas uisus situationis, quādoq; solū unā, quandoq; plurimas ad eundē uisum possibile est applicari.

Quocunq; enim modo uisu taliter disposito, ut minus medietate superficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tūc solū unica superficies reflectionis transit per uisum, cuius communis sectio cum superficie pyramidis sit linea longitudinis, quoniam unica tunc transibit per axem pyramidis, ostensum est enim per 7. huius, quoniam in omni superficie reflectionis factæ à speculis pyramidalibus, quando communis sectio superficiei reflectionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi, necesse est esse axem speculi, taliter uero disposito uisui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non solum plures, sed etiam infinitas superficies reflexionum, quarum communis sectio est linea longitudinis, ut proponitur, possunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uisus omnibus lineis longitudinis totius speculi est commune, & omnes se æqualiter habent ad uisum, cum enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo superficie reflexionis sit totus axis & linea perpendicularis super speculi superficiem ad axem transiens à puncto reflexionis, eritq; cuiuslibet superficiei reflexionis, & superficiei pyramidalis speculi sectio linea longitudinis in hoc situ, quoniā quælibet superficies, in qua est totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum superficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propositum.

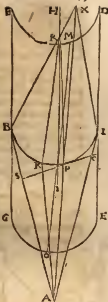
XV.

Omnis superficies reflectionis, cuius communis sectio & superficiei speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est linea longitudinis speculi, per æqualia diuidit superficiem speculi apparentem.

Esto speculum columnare conuexum, cuius apparens superficies uisui, sit e d f g et axis h i, & sit centrum uisus a, ut prius in præmissis, patet itaq; per 6. huius, quoniam su-

perfi

perficies reflexiōis taliter secans speculū columnare uel pyramidale secat ipsum secundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis secundum quam illa superficies reflexionis secat speculū linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit superficiem speculi e d f g, uisui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qđ illa superficies reflexionis est orthogonalis super superficiem contingentem columnam in linea m o, si ergo in linea m o signetur pūctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in superficie speculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quēdam circulū columnæ æquedistantē basibus, qui sit b l, erit quoq; linea a p ppendicularis super lineam t p s, quoniam ducitur in superficie super illam superficiem erectā, ergo per 18. tertij, linea a p, producta transit centrum circuli b l, quod sit x, ducātur q; lineæ a b & a l, quæ sunt æquales per 58. primi huius, copulent quoq; semidiametri x b & x l, erūt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula per 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, sed arcus l p b, est æquedistans basibus columnæ, lineæ quoq; rectæ terminantes superficiem speculi uisui apparentem æquedistant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & p 28. primi, linea itaq; m o diuiditur per æqualia basis columnæ, est autem linea m o in superficie reflexiōis, palam ergo quod illa superficies reflexionis diuidit superficiem speculi apparentem uisui per æqualia, & quoniam in speculo pyramidali siue unica siue plurimæ sint illæ superficies reflexionis, ut patet per præmissam, semper eadem est demonstratio, patet ergo propositum.



XVI.

Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est lineæ longitudinis illius speculi.

Sit dispositio figuræ eadem quæ in præcedēti, & quia nunquam cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi propositi, est linea longitudinis speculi, nisi solum superficie reflexionis columnam per axem secante per 7. huius, in hoc autem situ superficies reflexionis quæ est a h i, secat superficiem e d f g apparentem uisui per duo æqualia, ut patet per præmissam huius, aut superficies transiēs per axem h i, est unica, patet qđ huius solius & superficiei speculi communis sectio, est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quod & illa superficies reflexionis est, cuius communis sectio & superficiei speculi est linea longitudinis speculi, ergo per 7. illa superficies secat speculum secundum axem h i, ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i, quæ sit a r k, & ducatur in proposita superficie reflexionis superficiem apparentem speculi per æqualia secante linea a p k, palam ergo quod istæ duæ rectæ includent superficiem, quod est impossibile, patet ergo propositum. Vnica em̄ potest imaginari superficies in qua sunt axes columnæ & centrum uisus & punctus rei uisæ, & non plures.

XVII.

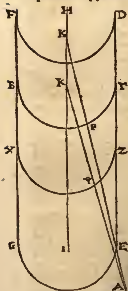
Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari conuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ.

Sit dispositio quæ supra, ita ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, sit circulus, quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea

perpendicularis erecta sup superficiē cōtingentem speculū in puncto reflexionis est diametro circuli basibus columnæ æquedistantis, & nō potest esse in superficie columnæ nisi unus circulus æquedistās basibus colūnæ, quæ cū centro uisus sit in eadē superficie, palam quia omniū superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundem uisum factarum unica eius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ. Si enī dicatur quod sint plures, sit communis sectio unius illarum superficierum & superficiei speculi linea quæ sit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum sint k & r, & producantur lineæ a k & a r à centro uisus ad illa puncta, palam ergo per æquedistantiam basium ad istas, quoniam in trigono a k r duo anguli ad basem k r, sunt recti, linea enim h r, cum sit pars lineæ h i axis columnæ, sicut est recta super bases columnæ p 92. primi huius, ita & super superficies circulorū illis basibus æquedistantiū per 23. primi huius, ergo & super diametros illorum circulorū est perpendicularis, sunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est sectio oxigonia, plures ab eadē portione apparenti speculi ad eundem uisum est possibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ, quæ supra in 15. huius, sitq; communis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i, linea m o, & cōmunis sectio superficiei reflexionis æquedistantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l, potest fieri reflexio ad uisum a secundū partes sectionis columnaris, quia enim ad quodlibet illorum pūctorum potest alius punctus rerum uisarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorū fieri potest reflexio ad uisum per primam huius, manifestum est ergo quod partes illarum sectionum columnarium uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum lineam perpēdicularē super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet p 104. primi hui9, patet ergo, ppositū.

XIX.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadem superficie.

Signata ut in præmissa 15. huius, superficie reflexionis circuli ut proponitur, q secet superficiem speculi secundū lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper omnes lineæ reflexionis erūt in eadem superficie a m o. quoniam enim in superficie a m o, est per 7. huius, axis h i & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, sumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, semper erit in eadem superficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingentem superficiem columnæ secundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta est perpendicularis super lineam contingentem circulum ductam in superficie columnam contingentem, superficies ergo m o h i, est erecta sup superficiem in linea m o speculū contingentē, sed centrum uisus est in superficie orthogonali super eandem superficiem, quoniam in superficie una est centrum uisus &

linea

linea m o & axis ſpeculi h i, ut patet per præmiſſa, una ſola autem ſuperficies eſt orthogonalis ſuper illam ſuperficiem contingentem ſecundum lineam m o, quoniam dato oppoſito contingeret duas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, quod eſt impoſſibile per 13. undecimi, omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ ſunt in una & eadem ſuperficie, quod eſt propoſitum.

XX.

Sectione communi ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, exiſtente circulo, à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, ſemper fit in eadem ſuperficie.

Fiat figuratio ut in 17. huius, & ſignetur quodcunq; punctū placuerit in circulo b p t, palam, quoniā ſemper ſemidiameter illius circuli, ducta à pūcto k, cētro illius circuli b p t, erit perpēdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra ſuper ſuperficiem contingentem columnam in eadem ſuperficie conſiſtens tota per primā undecimi. Eſt aūt illa ſupficies educta extra columnam ſuperficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium eſt in ſuperficie illius circuli, & punctum uiſus quod eſt a, ſimiliter eſt in eadem ſuperficie, in hac ergo ſola ſuperficie erit reflexio cuiuſcunq; puncti rei uiſæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis ſuæ uiſæ, quod eſt propoſitum.

XXI.

Omnis perpendicularis à pūcto reflexionis ſuper ſpeculi columnaris conuexam ſuperficiem erecta producta intra ſpeculum, eſt diameter circuli æquediſtantis baſibus columnæ, & econuerſo.

Sit diſpoſitio figuræ ut prius, Sitq; pūctum reflexionis p, ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis uel circulus uel ſectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in eodem puncto p, quæ ſit p q. dico quod linea p q intelligatur produci intra ſpeculum quod ipſa cadet in punctum k, quod eſt centrum circuli b p l, & erit diameter illius circuli, quia ſi detur quod non, cum conſtet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem eſſe ſuper lineam s t, cōtingentem circulum b p l, in puncto p, & ex conſequenti ſuper ſuperficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, eſt linea s t, cum & linea q p ſit perpendicularis ſuper eandem lineam & ſuperficiem in eodem puncto ſpeculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet quælibet ipſarum angulum rectum cum eadem, & dantí oppoſitum etiam accidit ex eodem puncto p ſuperficiei contingentis duas erigi perpendiculares ſuper illam ſuperficiem, quod eſt contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra ſpeculum, ſi ipſa uero pertingat ad punctum q, ſit ut ipſa pertingat ad punctum z, extra ſpeculum ſuper ſuperficiem contingentem, accidit ergo ipſum p z & perpendicularem q p, eandem ſuperficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares eſſe, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum primum, conuerſa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, communi ſectione quacunq; linea exiſtente, formæ eiuſdem puncti rei uiſæ non fit reflexio ad uiſum eundem, niſi ab uno tantum illius ſectionis puncto.

Communi enim sectione superficiei reflexionis & speculorum propositorum existente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, nisi ab uno tantum puncto illius lineæ, sicut de speculis planis ostensum est per 45. quinti huius, si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in speculis sphæricis cõuexis ostensum est per 16. sexti huius, si uero illa communis sectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc est hoc propositum in speculis propositis specialiter demonstrãdum, fiat ergo dispositio figuræ ut in præmissa ꝓxima, sitq́ pars columnaris sectionis linea, quæ est p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uisum in illa sꝑficie, dato eñ quocunq́ pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta super superficiẽ colũnæ, orthogonalis, est sup lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ transeuntis, quare & super axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquedistãtis basibus speculi p præmissam, et sꝑficies reflexionis & circulus ille secat se, & linea eis communis est diameter illius circuli p 104. primi huius, & diameter illa est perpẽdicularis sup sꝑficiẽ speculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & sꝑficies reflexiõis est secãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, sup quã fit cõtingẽtia, & est declinata sup eã, ergo & sup axẽ erit illa sꝑficies reflexionis declinata, sed in sꝑficie plana sup aliquã lineã declinata, ut specialiter patet de sectione oxigonia per 112. primi huius, non potest intelligi nisi una linea orthogonaliter cadens in ipsam lineã uel in ipsum axẽ, qm̃ linea terminãs illã sꝑficiẽ, in uno tantũ puncto secat illã lineã sup quã sꝑficies declinatur: ab uno itaq́ puncto tantũ illius sectiõis fiet reflexio. Si eñ ã duobꝰ punctis illius sectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uisum, sequeref q̃d in eadẽ sꝑficie illius reflexionis, essent duæ lineæ illius superficiei orthogonales sup axẽ columnæ, qđ esse non potest, cum illa superficies sit declinata super ipsum axẽ, perpendicularis enim ducta ã puncto reflexions cadit in circulum æquedistantem basibus colunmnæ in punctum axis, & est cõmunis sectio superficiei circuli & huius superficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaq́ fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta ã puncto illo reflexionis, esset per proximam propositionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquedistantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet sꝑficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ superficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem superficie respectu eiusdem uisus, quamuis respectu duorum uisuum possit fieri reflexio ã duobus punctis superficiei speculi, ut ã duobus diametris circuli terminis, quæ est perpendicularis super ipsam sectionem, ita tamen si diameter illa sit æqualis distãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uisũ hæc fieri non potest, quoniam ab illo semper uidetur minus medietate columnæ speculi per 78. quarti huius, patet ergo propositum, quod nos demum particularius prosequemur, ostendentes quod in his speculis quacunq́ linea cũ sectione superficiei reflexionis & speculi existente, ab uno tantum puncto totius speculi fiet reflexio ad uisus.

XXIII.

Linea uisa non existente in eadem superficie in qua est centrum uisus & axis speculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, si linea uisa respectu basis speculi fuerit altior uel bassior cẽtro uisus, siue reflexio fiat ã linea longitudinis speculi siue ã circulo, semper fiet secundum oxigonias sectiones superficiem speculi secundum puncta illarum linearum continua secantes.

Sit linea uisa siue sit recta siue curua, quæ b c, & sit centrũ uisus a, sitq́ axis speculi columnaris uel pyramidalis cõuexi d e, ducãturq́ lineæ a d & a e cõtinẽtes cũ axe d e trigonũ a d e, in cuius superficie nõ sit linea b c, sed extra illã, siue secet trigonũ a d e siue nõ, secet ipsum, fiatq́ lineæ b c reflexio ad uisum a, ã sꝑficie speculi propositi, palã aũt quod ab uno puncto speculi tota linea b c ad uisum a reflecti nõ potest p 29. quinti huius, dico quod si linea b c reflectatur ad uisum a, ã linea longitudinis speculi, quæ sit a g, ut si linea b c æquedistet axi d e, & superficies in qua est linea b c secet speculum

transaxem

transaxem orthogonaliter super basem speculi. Secetq́ superficiem in qua sunt centrum uisus & axis speculi qui est d e, ita φ cõmunis sectio illarũ superficierũ sit axis d e, fiet tñ reflexio ad uisum secundũ oxigonias sexiones, quis fiat à linea longitudinis speculi, quæ est s g, palam em̃ per 27. quinti huius, qm̃ in omni superficie reflexionis oportet ut sit centrum uisus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uisum r, à puncto speculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a h, c h quia itaq; punctus b, lineæ b c, non est in superficie a d e, ex hypothesi, patet quod superficies suæ reflexiõis quæ est a f b, secat superficiem a d e, super punctum a, & super punctum speculi f, secat ergo ipsam secũdũ lineam a f, & secat speculum transaxem d e, nõ aũt æquedistat basi ex hypothesi, qm̃ illa linea uisa quæ b c, nõ est in superficie a d e, sed extra illam, superficies ergo b f a, quæ est superficies reflexionis transuersaliter secat axem d e, qm̃ linea uisa est altior uel bassior cẽtro uisus ex hypothesi, cõmunis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per 10. huius, est oxigonia sectio. Similiterq́; est de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uisus a, à linea longitudinis speculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxigoniam sectionẽ. Similiterq́; demonstrandũ, si superficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e, tunc em̃ cõmunis sectio superficiei incidentiæ lineæ b c, & superficiei speculi, fiet circulus æquedistans basi speculi, p 100. primi huius, unde si fiat reflexio ad uisum fiet ab arcu circuli æquedistantis basi speculi, q̃libet tñ superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit oblique axem speculi secundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uisum a, ab arcu circuli speculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio secundum oxigoniam sectionem. Si tñ aliquis punctorũ lineæ b c, fuerit cum centro uisus in eadem superficie æquedistanter basi speculũ secante, illius solius reflexio fiet secundũ circulũ aliorum uero omnium punctorũ reflexio fiet secundũ oxigonias sectiones, & sic puncta illius superficiei diuersas afferunt uisui passiones, patet ergo propositum.

XXIIII.

In omni superficie reflexionis à speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uisus, punctum uisum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi consistere est necesse.

Quod centrum uisus & punctum reflexionis & punctum reflexum sint in superficie reflexionis. patet per 27. quinti huius. In omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta, etsi superficies reflexionis secet speculũ secundum lineam suæ longitudinis, palã per 7. huius, qđ totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta sunt in hac superficie. Si uero cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, est in superficie reflexionis, qm̃ tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si aũt cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sectio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc sectio declinis est super axem columnæ, intersecans axem in puncto cui incidit perpendicularis ꝑ ducta à puncto reflexionis super supficiem contingentem columnam in puncto sectio-

nis, patet ergo propositum secundum omnium diuersitatem ductarum sectionum.

XXV.

In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus, siue oxigonia sectio, à quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & sit illa portio d f g, & sit p punctus datus in superficie illa apparente, sitq́ x punctus rei uisæ, Dico q̃d à puncto p, potest fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uisus quod sit a. Sit enim primo ut superficies reflexionis in qua sunt puncta uisa, quod est x, & centrum uisus a, & punctũ à quo fit reflexio quod est p, secet columnam speculi secundũ axem h k i, erit ergo per 7. huius, cõmunis sectio illius superficiei & speculi linea longitudinis columnæ quæ sit m p n, ducatur itaq; linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis sup lineam m n, per undecimã primi, quæ sit p r z, & super pũctũ p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ sit z p q, Si itaq; centrum uisus quod est a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cũ angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, quoniam à puncto p fiet reflexio formæ pũcti x, ad uisum a, existentẽ in linea p q, q̃d si supficies reflexiõis secet colũnã speculi æq̃distanter basib9, palã, qa cõis sectio erit circul9 p 9. huius, fietq́ iterũ à pũcto p, reflexio ad uisum, ducatur enim p 102. primi huius, circulus æq̃distãs basib9 columnæ transiens per punctum p, qui sit b p l, cuius centrũ sit k. in cuius superficie extensa extra speculũ si fuerit punctũ uisum, & ducatur linea x p, quæ pducta si transeat centrum circuli k, palam cũ axis columnæ h k i, sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnæ per 100. & per 23. primi huius, quoniam & ipse axis h k i, orthogonalis erit super lineã x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ est m p, erit orthogonalis super lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in seipsum, & in ea existente uisui forma puncti x uisui occurret. Si uero linea x p, pducta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo, tunc copuletur semidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex p̃missis erit orthogonalis super axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis sup lineam longitudinis, quæ est m p, & per 29. primi, erit ergo k p ppendicularis super superficiem contingentẽ columnam super lineã longitudinis m p, in qua ducatur linea contingens circulũ b p l, in pũcto p, quæ sit s p t, educaturq́ linea k p, perpendiculariter super illam superficiẽ in punctũ u, sitq́ ut prius centrũ uisus qd' est a, in linea q p, in eadẽ superficie circuli, & quoniam in illa superficie circulũ contingente est linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u est rectus per 15. primi, palã ergo quia angulus a p s, est minor recto z, ergo est acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t est obtusus, rescindatur ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palã per 20. quinti huius, quoniam à puncto p reflectetur forma puncti x, ad punctũ a, centrum uisus, quod si linea x p, illum angulum nõ contineat, tunc ut prius sup punctũ p, termini lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̃q; illum angulum continentẽ posito centro uisus a, patet ppositũ, & quoniam perpendicularis k p u, & cũ puncto a, in eadem superficie, per p̃missam erit linea a p, in eadem superficie cũ linea x p, & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiem speculum contingentem secundũ lineam m n, quoniam perpendicularis p u, quæ est in superficie reflexionis erecta est sup supficiem secundũ lineam m n, speculũ cõtingentem, & est in ea circulus b p t, æquedistans basibus columnæ, & similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta superficie

ficie speculi. Idem quoq; patet si cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris, fuerit sectio oxigonia per 10. huius, qm̄ ut ostendimus in 21. huius, patet q̄d semper perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli eiusdem secantis superficiē speculi æquedistātem basibus columnæ, ductaq; linea in puncto dato speculū secundū oxigoniam sectionē contingentem, & ꝓducta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ est centrū uisus, cadant in eandem perpendicularē, uel in lineas in eadē superficie cū perpendiculari existentes, & æquales angulos cū ipsa continentes, fiet secundum ꝓmissa reflexio ad uisum, patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione, cōi superficiei reflexionis & suꝑficiei speculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantum puncto totius superficiei speculi ad unum uisum fit reflexio.

Esto speculum columnare conuexū, cuius axis sit c t, sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectat̄ ad a centrum circuli à puncto g suꝑficiei speculi, & sit cōmunis sectio superficierū istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi, dico quod forma puncti b, non potest reflecti ad centrum uisus a, ab alio puncto speculi, q̄ à puncto d, ducatur em̄ à puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnā secundū lineam f g n, per 12. undecimi, quæ sit linea g q secans lineam a b, ꝓductam inter punctū uisum & centrū uisus in pūcto q, palam ꝑ 21. huius, qm̄ hæc linea g q, producta intra speculū secat ipsum transaxem c d, secet ergo in puncto e, & quia linea longitudinis quæ est f n, est in superficie reflexionis, palam, qm̄ axis c d. erit in eadem per 7. huius, ergo & punctū e, erit in illa superficie, cū itaq; una sola superficies possit intelligi in qua sunt simul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam q̄d à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b, ad centrū uisus, nisi à linea longitudinis f n, sed per 45. quinti huius, ostensum est quod in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum, ergo & in his speculis nō potest fieri reflexio ab alio puncto, q̄ ab uno solo puncto. s. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uisum a, ab uno solo puncto superficiei totius speculi, quod est propositum.

XXVII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi cōmuni sectione existente circulo basibus speculi æquedistante ab uno solo puncto superficiei totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum.

Sit dispositio quæ in præcedente, palamq; per 17. huius, qm̄ hac hypothesi existente superficies reflexionis a b g, erit æquedistans basibus columnæ, circulus quoq; qui est cōmunis sectio superficiei a b g, & columnæ cuius axis est c d, qui est æquedistans basibus columnæ sit g h, cuius centrū sit punctum e, dico quod à circulo g h. quæ est cōmunis sectio superficiei a b g, nō potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantū puncto g, patuit em̄ per 16. sexti huius, quia in speculis sphæricis conuexis à circulo suꝑ quem fit reflexio, nō potest fieri reflexio nisi ab uno tantū puncto, ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantum puncto quod sit g. Si uero datur quod ab alio puncto speculi huius, ut à puncto l, similiter fiat reflexio sicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis super superficiē columnæ, hæc ergo ꝓducta cadet orthogonaliter super axem c d, per 21. huius, cadat in punctū axis, q̄d sit l. Similiter quoq; linea l k.

ut patet

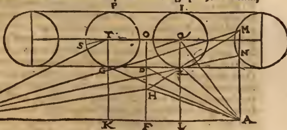
ut patet ex præmissis secabit lineam a b, ꝓductam inter punctũ rei uisæ & centrum uisus, secetq́; ipsam in puncto k, quod siue fuerit idẽ cũ puncto q, siue aliud à puncto q, ducatur semper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq́; linea k e, orthogonalis super axem c d, qm̃ est in superficie reflexionis orthogonaliter axem c d secantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cũ linea e i, parte axis continent triangulũ, cuius duo anguli sunt recti, quod est impossibile, palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti h, ad uisum a, ab aliquo pũcto superficiei totius circuli alio q̃ à puncto g. & hoc est ꝓpositũ.

XXVIII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxigonia, formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficiei speculi fit reflexio ad uisum.

Sit superficies reflexionis a b g, cuius cõmunis sectio cũ superficie speculi columnaris sit oxigonia sectio transiens in sup̃ficie speculi punctũ g, & sit b punctus rei uisæ, & a centrum uisus, & g punctus reflexionis, dico qm̃ forma puncti b, nõ reflectitur ad centrum uisus a, ab aliq̃ pũcto totius sup̃ficiei speculi, nisi à pũcto g, ducatẽ em̃ à pũcto a sup̃ficies æquedistans basibus columnæ secans speculũ secundum circulũ, qui sit e z l, quod si fiet, ꝓducta em̃ à puncto a, linea perpendicularis super axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta super superficiẽ columnæ, quia erit ꝑpendicularis super lineam longitudinis columnæ cui ipsa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodẽ puncto axis quod sit q, alia linea rectum continens angulũ cũ axe quæ sit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, qm̃ superficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertransire super sup̃ficiẽ speculi erit orthogonaliter erecta, & qm̃ per 4. undecimi, axis speculi erectus est sup̃ illam superficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, qm̃ illa sup̃ficies æquedistat basibus speculi, ergo per 100. primi huius, cũ ipsa secet superficiem columnæ æquedistanter basibus, patet quod ipsa secat secundũ circulũ qui sit e z i, cuius cẽtrum erit punctũ q, & eodem modo à puncto g, ducatur sup̃ficies æquedistans basibus speculi quæ secet speculũ secundũ circulũ s g p, cuius centrum sit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctũ g, quæ sit t g, & hæc per 21. huius, erit ꝑpendicularis super superficiem contingentẽ columnã in linea longitudinis, in qua est punctus g. Linea q̃ꝗ t g, ꝓducta cõcurrat cũ linea a b, in puncto k, cõcurret autẽ per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulũ a g b, & puncta g a b, sunt in eadem superficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiã à puncto g, linea longitudinis speculi per 102. primi huius, quæ sit g z, cadens inter duas sectiones æquedistantes basibus speculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uisæ ducatur linea ꝑpendicularis super superficiẽ secãtem speculũ secundũ circulum e z i, per 11. undecimi, quæ sit b h, & ducanẽ duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in sup̃ficie illa ad axem speculi linea z q, eritq́; hæc linea z q, ꝑpendicularis super axem q t, per 21. huius, sicut & superficies e z i, in qua ꝓtrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ꝑpendicularis super sup̃ficiem cõtingentẽ speculũ in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra speculi superficiẽ necessario diuidit angulum h z a, eo quod cõcursu linearũ h z & a z, orthogonaliter ꝓducatur sup̃ superficiẽ contingentem, cui superficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam ꝑ 29. primi huius, quia ꝓducta linea z q, cõcurret cum linea a h, quæ subtendiẽ angulo i z h, cõcurrat ergo in puncto l z, dico qm̃ forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uisum a, à puncto speculi z, ducatur em̃ à puncto a, linea æquedistans k g, lineæ quæ sit a m, hoc utiq́; per secundã primi huius, cõcurret cũ linea b g, cum qua sua æquedistans cõcurrit, sunt em̃ lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem superficie reflexionis, sit ergo punctus cõcursus linearũ b g & a m, punctus m, palam quoq́; per 6. undecimi, qm̃ linea g z, æquedistat lineæ b h, cũ utraq́; ipsarũ orthogonalis sup̃ sup̃ficiem e z i, æquedistante basibus columnæ, est ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem superficie, cũ secet illas duas lineas æquedistantes. In sup̃ficie ergo reflexionis quæ est a b g, sunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, est æquedistans lineæ k g, sed & linea z l,

est æquedistans lineæ b g, per 33. primi, sunt ẽm lineæ g z & t q, æquales & æquedistantes, ut patet ex ꝓmissis, & linea t g ꝓducitur in punctũ k, & linea q z æquedistans lineæ a m. Sunt ergo per secundã primi huius, lineæ l z & a m, in eadem superficie, & in eadem est linea h a, per 7. undecimi, igit̃ tria puncta m z h, sunt in eadem superficie in qua sunt lineæ l z & a m, & h a, quæ est superficies h l, z m, sed iam patuit supra quod sunt in superficie m b h, igitur sunt in linea cõmuni illis duabus superficiebus, ergo per 3. undecimi, linea z q m, est linea recta. Cũ itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesi, erit ꝑ 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, sed angulus k g b, ꝑ 29. primi est æqualis angulo a m g, cũ sit extrinsecus ad illũ, & linea k g æquedistet lineæ a m, sed & angulus a g k, est æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia est illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, sunt æquales, ergo per sextã primi, duæ lineæ a g & m g, sunt æquales, quia uero linea g z, est erecta super superficiem a h z, ut patet ex ꝓmissis, erit linea g z, orthogonalis suꝑ quãlibet lineã superficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ꝑpendicularis super lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimã primi, quadratũ lineæ m g, æquale quadratis duabus linearũ m g & g z, & similiter quadratum lineæ a g, est æquale quadratis linearũ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale est quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, sunt æquales, ablato ergo utrobiq; quadrato cõmuni, qđ est quadratũ lineæ g z. Relinquitur quadratũ lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Esto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z est æqualis angulo z a m, sed per 29. primi, angulus l z h, extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinseco, & angul9 z a m, est æqualis angulo l z a, per eandẽ 29. primi, quia illi anguli sunt coalterni, ergo angulus a z l, est æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens speculo in puncto z, reflectit̃ ad a centrũ uisus à puncto speculi, qđ est z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat̃ quod ab illo puncto g, potest forma pũcti b, reflecti ad uisum a, illud aliud punctũ aut erit in linea longitudinis quæ est g z, aut in alia. Si est linea g z, ducat̃ à dato puncto lineæ g z, qđ sit d, linea perpendicularis super lineã g z, quæ ad utramq; partẽ ꝓducta sit linea o d f, & copulent̃ lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, necessario secabit lineã a b, & erit æquedistãs lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctũ d, necessario cõcurret cũ linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem superficie, qm̃ lineæ d f & a m, cum sint æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius: linea ergo b d, aut cadet super punctum m, aut supra aliud punctum lineæ a m, si cadat super punctũ m, est ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineã b g m, & lineam b d m, quod est impossibile, qm̃ tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̃ ad punctum m, incidat linea b d, sit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & potest ꝓbari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam sicut prius ꝓbatum est de linea m z, qm̃ ẽm puncta n z h, sunt in duabus planis superficiebus, ergo sub nullarum cõmuni sectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m, cadentes, quod est impossibile per primã undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, potest forma puncti b reflecti ad



uisum a, nõ à solo puncto g, si dicatur quod extra hanc lineam sumpto puncto in superficie speculi ab illo possit flecti forma pũcti b ad a uisum, ducaẽ sup illud punctũ speculi linea longitudinis speculi per 104. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quẽ cadit hæc linea, ꝓbabitur forma puncti h, reflecti ad uisum a, secundũ p̃dictã ꝓbationẽ, sed iam ꝓbatum est, quod forma puncti h, à puncto speculi z, reflectitur ad uisum a, & ita formæ eiusdem pũcti h, ad eundem uisum a, à pũctis duobus unius circuli fiet reflexio, qđ est contra 16. sexti huius, et impossibile. Super est ergo ut à solo puncto speculi propositi reflectatur forma puncti b, ad uisum a, palam eñ quia si communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit oxigonia sectio, quia tunc non fiet reflexio nisi ab uno tm̃ puncto, qm̃ ut patet per 24. huius, in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis de necessitate oportet ut sit punctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineã longitudinis speculi per punctum illud transeuntem, ergo & super axem speculi per 28. primi, qm̃ linea longitudinis columnæ & axis semper æquedistant per 92. primi huius, est autẽ illa perpendicularis cõmuni sectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquedistanti basibus speculi per 104. primi huius, est ergo semidiameter illius circuli, superficies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpendiculari semidiametro circuli super periferiã circuli per 21. huius, & superficies reflexionis in qua est illa sectio oxigonia est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrũ, quæ est perpendicularis à puncto reflexionis ducta super axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia sectione fieret à duobus punctis reflexio, esset necessariũ, ut ĩ illa sectionis superficie possent duci duæ perpendiculares super axem speculi, quod est impossibile, cũ unus uisus semper uideat minus medietate columnæ, & similiter patet per 79. quarti huius, ꝙ duo uisus uident minus medietate columnæ, quando diameter basis columnæ maior est ꝙ̃ distantia oculorum, hoc autem planius declaratum est in 22. huius, patet itaq; propositum.

XXIX.

Oxigonia sectione existente cõmuni supficiei reflexiõis & speculi colũnaris cõuexi dati pũcti uisi, ad datum centrũ uisus punctũ reflexiõis inueniri.

In omni sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis p 46. quinti huius, ostensum est. Si uero illa communis sectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 20. uel 22. sexti huius. Si autem illa communis sectio sit oxigonia qualis proponitur, sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ ad a centrum uisus, dico quod possibile est inueniri punctum reflexionis, ducatur eñ à puncto a, ut in præcedenti propositione superficies æquedistans basibus columnæ, quæ secabit columnam super circulum qui sit e 3 i, & ducatur à puncto b, perpendicularis sup hanc superficiem per 11. undecimi, quæ sit b h, & per 20. uel 22. sexti huius, sicut in speculis sphæricis cõuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum a, qui sit punctus 3, & à puncto 3, per 101. primi huius, ducaẽ linea longitudinis quæ sit 3 g, & ducatur linea h a, & à puncto 3, ducatur perpendicularis super lineam h a, per 12. primi, quæ sit 3 l, & huic ducatur æquedistans à puncto a, per 31. primi, quæ sit a m, & linea h 3, producatur usq; quo concurrat cum linea a m, & sit concursus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ necessario secabit lineam 3 g, cum sit in eadem superficie cum illa, quoniam cum linea b h, sit æquedistans lineæ g 3, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, sunt perpendiculares super eandem superficiem e & i, æquedistantẽ basibus columnæ, erit ergo linea h m, in superficie illa, per septimã undecimi, & ita linea m b, erit in eadẽ superficie, quæ si secat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propositione præmissa sunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum, hæc omnia plura'q; alia patent p ea q̃ dicta sunt in p̃cedenti demonstratione, & hoc est ꝓpositũ, qm̃ secũdũ hũc modũ cuiuslibet dati pũcti ad datũ uisum pũctus reflexiõis poterit ĩueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi uiſu non exiſtente in eadē ſuperficie, reflexio fit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

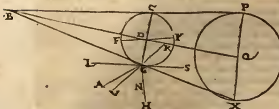
Eſto axis ſpeculi colūnaris conuexi, linea z k, & ſit linea uiſa axi æquediſtans, quæ t h, eritq; centrū uiſus e, extra ſuperficiem t h, z k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uiſum e à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei t h, z k, & ſuꝑficiei ſpeculi, & quia uiſus e, nō eſt ī ſuꝑficie t h, z k, ſit ſuperficies per ipſum uiſum tranſiens ſecans columnā ſpeculi æquediſtanter baſibus, eritq; hæc ſuperficies ſecans colūnam ſecundū circulum per 106. primi huius, qui circulus ſit b f, palam ergo cū linea h t ex hypotheſi æq̄diſtanter axi z k, qđ aliquis eius pūctus reflectit̄ ad uiſum e, ab aliquo puncto circuli b f, ſit ergo hoc à puncto b, punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, ſit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ ſit a b g, & ducatur à puncto b, ꝑpendicularis cadens ſuper axem z k, in punctum l, quæ ꝓducta ad lineam q e, ſecabit ipſam ꝑ ſecūdā primi huius, qm̄ illæ duæ lineæ æquediſtant, ut patet ex præmiſſis, qm̄ ſuꝑficies e q b, eſt ſuꝑficies reflexionis, patet qđ punctū b cū linea e q, eſt in eadē ſuꝑficie, ſecet ergo linea b l, ꝓducta ipſam lineam q e, in puncto m, & ſit linea m l, ducaturq; à puncto e, linea æquediſtās lineæ m l, ꝑ 31. primi, quæ ſit e o, & ꝓducat̄ linea q b, ultra punctū b, q̄ quia cōcurrit cū linea m l, palā per ſecundā huius primi, quia ipſa concurret cum eius æq̄diſtante, q̄ eſt linea e o, ſit ergo punctus cōcurſus o, palā aūt per 20. quinti huius, qm̄ angulus incidentiæ, q eſt q b g, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b a, anguli uero m b g & m b a, ſunt æquales, q̄a recti. Relinquit̄ ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q eſt e b m, ſed per 29. primi, angulus q b m, eſt æqualis angulo b o e, q̄nq; extrinſecus intrinſeco eſt æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis eſt angulo b e o, quia coalternus eſt, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, ꝑ 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̄le lateri b o. Sumat̄ aūt & alius punctus in linea t h, qui ſit punctus c, & ducat̄ linea t a, quia ergo linea t h, æquediſtat lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g, per 30. primi, ideo qđ utraq; illarū eſt æquediſtans axi z k, palā ergo per 1. primi huius, qđ lineæ t h & a g, ſunt in eadē ſuꝑficie cum linea t h & z k, axis ſint in eadem ſuꝑficie, er go per 7. undecimi, linea q b o, ſecans illas lineas æquediſtantes, quæ ſunt t h & a g, eſt cū illis in eadem ſuperficie, & ſimiliter linea t o, eſt in eadē ſuꝑficie cū illis, per 1. undecimi, ſunt eñ puncta t & o, in dicta ſuꝑficie, ſecabit ergo linea t o, lineā a g, ſit pūctus ſectionis g, & ducat̄ linea e g & e t, q̄a itaq; a g, q̄ eſt linea lōgitudinis ſpeculi eſt ꝑpēdicularis ſuꝑ ſuꝑficiē circuli b f, per 8. undecimi, ideo qđ axis z k, cui æquediſtat linea a g, perpendicularis eſt̄ ſuper eandē circuli ſuperficiē per 23. primi huius, cū ipſa ſit perpendicularis ſuper baſem columnæ, ꝑ 92. primi huius, ſuperficies aūt circuli b f, eſt pars ſuperficiei e o b f, hæc eñ ſuperficies ſecat columnā æquediſtantē baſi, ut patet ex p̄miſſis. ergo ꝑ diffinitionem lineæ ſuꝑ ſuꝑficiem erectæ angulus g b o, eſt rectus, & angulus g b e rectus, ergo ꝑ penultimam primi, quadratū lineæ g o, ualet ambo quadrata linearū g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata linearū g b & b e, & qm̄ oſtenſum eſt qđ lineæ b e & b o, ſunt æquales, erunt ipſarū quadrata æqualia, & quadratū b g utriq; eſt commune, erit ergo quadratū lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igit̄ per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo ꝑ 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq; g, ducat̄ ꝑpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui eſt z k, per 12. primi, quæ ſit linea g z, & hæc ꝓducta ultra punctū g, ad lineā t e, ſit z g n, eritq; linea z n, æquediſtans lineæ l m, per 28. primi, qm̄ lineæ n z & l m, ambæ ſunt perpendiculares ſuper axem z k, ſed & linea e o, æquediſtat lineæ l m, ut patet ex p̄miſſis, linea ergo z n, æquediſtat lineæ

e o,per 30.primi,erit ergo per 29.primi,angulus t g n,existens extrinsecus æqualis angulo g o e,intrinseco,& angulus n g e,æqualis angulo g e o,quia sunt coalterni. Sed angulus g e o,ostensus est esse æqualis angulo g o e,ergo angulus t g n,est æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o,& linea n g 3,sunt in eadem superficie in qua est punctus g.puncta ergo a g t, erunt in eadem superficie, ergo in eadem superficie sunt lineæ e g, o g,t g,per 1.undecimi, forma ergo puncti t,reflectitur ad uisum e,à puncto speculi g,ut patet per 20.quinti huius,ꝓpter æqualitatem angulorum t g n,& n g e. Sumpto aūt in linea t h,puncto h,eiusdē distantiæ à puncto q,& à centro uisus e,cuius est pūctus t,& dicta linea h o,transibit hāc per lineā longitudinis speculi, quæ est a g,sit punctum transitus a,& ducta à puncto a,linea ꝑpendiculari super axem 3 k,quæ sit a d, & q̄ ꝓducta ad lineam h e,sit d k,& ducta linea e a penetrabit sicut prius,quia duo anguli a b e & a b o,sunt recti, & latera a e & a o,sunt æqualia,fiuntq́; ut prius duo anguli h a k, & e a k,æquales,forma ergo puncti h,ut supra patuit,reflectitur ad uisum e,à puncto speculi a.Similiter quoq; sumpto quocūq; puncto lineæ t h,erit ꝓbare qd' ille punctus reflectitur ad e,ab aliquo puncto longitudinis speculi, quæ est a g,tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis speculi,quæ est a g,ad uisum e,qd' est ꝓpositū. Et notandum est,qd' in hac dispositione figuræ punctum q,lineæ t h, est medius punctus illius lineæ, & est in eadem superficie cum centro uisus e,ꝓpter qd' puncta t & h,æqualiter distant à uisu,& similiter puncta reflexionis quæ sunt g & a,ꝓpter quod patet, quod lineæ g b & g a,sunt æquales,& tota dispositio figuræ fit secundū illū,quod si uisus sit inferior tota linea t h,quod fit reflexio à linea a g,prout secat plurimas oxigonias sectiones,ut patet per 13.huius,alias uero nūq; ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi,à quolibet pūcto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum.

Esto speculū pyramidale conuexū b x p,cuius uertex sit b,& diameter basis x p,sitq́; centrū basis q,erit ergo linea b q,axis ipsius speculi.Sit quoq; q̄cunq; datus punctus in ipsius superficie apparente punctus g,& sit centrū uisus a,& punctus rei uisæ sit n,dico qd' forma puncti n,reflecti potest à puncto g,ad uisum a:si fuerit in situ cōuenienti reflexiōi,circūducatur em̄ ꝑ 102 primi huius,à pūcto g circulus pyramidi speculi æquedistans basi x p, cuius cētrū sit d,& cuius diameter sit g c,semidiameter g d,q̄ necessario erit ꝑpendicularis sup axem b q ꝑ 29.primi, eo qd' e x q, semidiameter basis speculi est ꝑpēdicularis super eandē axē b q,sicut & alia semidiameter basis in eadē sup̄ficie



existēs cū diametro g c æq̄distat illi,est em̄ axis b q ꝑpēdicularis sup superficies amborum circulorum x p & g t,ꝑ 23.primi huius,& ꝓducatur linea g b,à dato puncto g,ad uerticē pyramidis b,palā ergo ꝑ 32.primi,qm̄ angulus g b d est acutus,& similiter angulus b g d,est acutus,cū angulus b g d,sit rectus,in sup̄ficie q̄q; trigoni g b d, sit linea reflexiōis, q̄ est a g,ꝑ 7.huius,& ex hypothesi erūt lineæ reflexionis a g,& longitudinis b g, & axis b d q in eadē superficie,& qm̄ angulus b g d est acutus,fiat ꝑ 23.primi, angulus b g k, rectus ꝓducta linea g r,ad axē,eritq́; r g linea perpēdicularis sup lineā longitudinis, q̄ est b x, eritq́; g r līea in eadē superficie cū alijs lateribus trigoni b g r,ꝑ 2.undecimi, à pūcto q̄q; g,ducatur līea cōtingēs circulū ꝑ 16.tertij,q̄ sit līea l g s,eritq́; ꝑ 27.tertij,linea l g s perpēdicularis sup diametrū g c, ducaturq́; alia diameter circuli g c, perpendicularis super

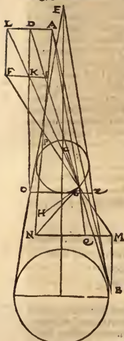
diametrum g r, quæ extrahatur à puncto d, per undecimã primi, & ſit f k, eritq́; ſicut prius diameter f k perpẽdicularis ſuper axẽ b q, erit ergo per 4. undecimi diameter f k perpẽdicularis ſuper ſuperficiem in qua ſunt lineæ g c & b q, eritq́; diameter f k æquediſtãs lineæ contingenti circulum, quæ eſt l g s, per 17. tertij, & per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulum g c, quæ eſt s g l, perpẽdicularis eſt ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt diameter g c & axi e l q, ergo per diffinitionẽ lineæ erectæ, angulus l g r, eſt rectus: ſi ergo imaginemur ſuperficiẽ contingẽtem pyramidẽ, in qua ſit linea l g s, contingens circulũ b c, palam quoniã linea r g, erecta eſt ſuper illã ſuperficiẽ, ſi ergo linea reflexionis quæ eſt a g, tranſiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r, erit ipſa orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in pũcto g, fiet ergo per 21. quinti huius, formæ ſecundũ illã lineam ſuperficiei ſpeculi incidentis reflexio per eandẽ, & ſi punctus n ſit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uiſum a, à puncto ſpeculi g, per lineã a g, ſi uero linea a g nõ fiat una linea cũ linea g t, palã per conuerſam 14. primi, quod angulus a g l, eſt minor recto uel maior, quoniã ſi erit rectus, tunc lineæ a g & g r, ambæ coniunctæ ſunt linea una per eandem 14. ſit ergo angulus a g l acutus, & producatur linea r g, in continuum & directum uſq; ad punctum u, eritq́; linea u g perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentem ſpeculum in puncto g, & erit angulus u g l rectus per 15. primi, erit ergo angulus u g a acutus, ducatur ergo in eadẽ ſuperficie linea g h, æqualem continens angulum cum linea u g, angulo u g a, per 23. primi. Si ergo punctus rei uiſæ, qui poſitus eſt eſſe n, fuerit in linea h g, palã per 20. quinti huius, quoniã poſſibile eſt à puncto g, fieri reflexionem ad uiſum a, eruntq́; lineæ incidentiæ, quæ eſt n g cũ linea reflexionis quæ eſt g a in eadẽ ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod eſt g, reflectetuŕq; forma puncti rei uiſæ ſecundũ punctum n ad uiſum, qui eſt in puncto a, à puncto ſpeculi quod eſt g, & eodem modo de quolibet alio dato pũcto ſuperficiei ſpeculi demonſtrandum, patet ergo propoſitum.

XXXII.

Dato puncto ſpeculi pyramidalis conuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uiſæ ad datum centrum uiſus à puncto oxigoniæ ſectionis, uel à linea lõgitudinis ſpeculi, poſſibile eſt loca inueniri, in quibus centro uiſus & puncto rei uiſæ collocatis, fiat reflexio ad uiſum ab eodem dato puncto ſpeculi pro ut eſt punctus circuli æquediſtantis baſi.

Sit a centrum uiſus, b punctus rei uiſæ, & ſit g pũctus reflexionis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis cõuexi, cuius uertex ſit e, dico quod poſſibile eſt inueniri id quod proponitur, ducatur enim pro ut docuimus in 28. huius, ſuper punctũ g ſuperficies æquediſtans baſi ſecans pyramidem ſuper circulũ baſi æquediſtantem per 100. primi huius, quæ ſit p g, cuius centrũ ſit t, & ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli linea g c, & uertice pyramidis, qui eſt pũctus e, ducatur axis e t, & quoniã ſuperficies reflexionũ ſemper eſt erecta ſuper ſuperficiem ſpeculũ in puncto reflexionis contingentẽ, ut patet per 15. & per 8. huius, uel per 25. quinti huius, ducatur in ſuperficie reflexionis linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculũ in puncto reflectionis, quod eſt g, quæ ſit h g, & palã per 26. quinti huius, quoniã hæc diuidit angulũ a g b, per æqualia, ipſa ergo producta ſecabit lineã a b per 29. primi huius, ſitq́; ergo ut ſecet eam in pũcto z, ducatur quoq; à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis ſpeculi, quæ ſit e g, & huic lineæ e g ducatur æquediſtãs à pũcto a, centro uiſus, quæ neceſſario ſecabit ſuperficiem circuli p g, ſecet ergo ipſum in pũcto n, & ſit a n, & ſimiliter à pũcto b, ducatur linea æquediſtans eidem lineæ e g, quæ ſit b m, ſecans ſuperficiẽ circuli g p in puncto m, quia itaq; ambæ lineæ a n & b m, æquediſtant eidẽ lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, patet per 30. primi, quia ipſæ adinuicem æquediſtant. ſ. lineæ a n & b m, à pũcto ergo n ducatur per 31. primi, linea æquediſtans ſemidiametro circuli, quæ eſt g r, ſitq́; illa æquediſtans linea n s, & ducantur lineæ n g, m g, n m, palam itaq; per 29. primi huius, quia linea t g producta ſecabit lineam n m, ideo quia ſecat angulum m g n, eſt ei tranſuerſim

ducta in eadem superficie & lineæ n f & g t sunt æquedistantes, sed linea n m secat lineã n f, ergo & ipsa secabit per secundam primi huius, lineam g t, secet ergo in puncto q, palam ergo per eandẽ secundam primi huius, quod linea m g producta secabit lineam n f, cũ secet linea g t, æquedistantẽ ipsi n f, sitq; punctus sectionis f, & à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ perpendiculari super superficiem contingentem speculum in pũcto g, quæ est linea h z, & sit illa æquedistans linea a l, palam ergo per secundam primi huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia secat eius æquedistantem lineam h z, sit ergo punctus cõcursus l, ducatur quoq; linea quæ est sectio communis superficiei contingẽti speculi in puncto g, & superficiei circuli p g, quæ sit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis super semidiametrũ circuli, quæ est g t per 17. tertij, ideo quia linea g o est contingens circulũ p g, quoniã ipsa ducta est in superficie plana contingẽte speculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æquedistant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis sup lineam n f æquedistante lineæ g t, sumatur etiam linea quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei contingentis speculum in puncto g, palam per secundã primi huius, qa ipsa secabit lineam a l æquedistantẽ lineæ g h, sit ergo pũctus sectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis super lineam a l, per 29. primi, est enim linea g d perpendicularis super lineã g h, quia cum linea h g, sit perpendicularis super superficiem cõtingentẽ in puncto g, erit perpendiculariter necessario perpendicularis super lineã g d, productã ab eodem puncto in illa superficie per diffinitionẽ lineæ super supficiem erectæ, palam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, est æquedistans semidiametro circuli p g & g c, similiter quoq; linea a l, est æquedistans lineæ g h. igitur per 15. undecimi superficies in qua sunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, necessario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet sunt minores duobus rectis, est æquedistans superficiei g t h, sed & linea e g, æquedistat lineæ b m, ut patet ex præmissis. ergo per primam primi huius, ipsæ sunt in eadem superficie secante prædictas duas superficies æquedistantes unã ipsarum super lineã e g, aliã uero super lineã f l, ergo per 16. undecimi, communes ipsarum sectiones erunt æquedistãtes, erit ergo linea f l æquedistans lineæ e g, sed linea a n est æquedistans lineæ e g, ut patet ex præmissis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquedistans lineæ a n; uerum superficies contingens speculũ in puncto g, secat easdem superficies æquedistantes quæ sunt g t h & n f, & a l, unã earũ sup lineam e g, secundum quam ipsa est speculũ contingẽs, & aliam ipsarũ super lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquedistat lineæ e g, igitur per 30. primi, erit linea o d, æquedistans lineis a n, & l f æquedistantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, sunt in eadem superficie, per secundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, sunt in eadem superficie. ducatur itaq; à pũcto f linea æquedistãs liniæ l a, per 31. primi, secãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto l, eritq; linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & similiter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqualis ipsi d a. Est autem per secundam 6. proportio i k ad k f, sicut n o ad o f, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, sicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex præmissis angulus b g z, est æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a g b per æqualia per 26. quinti huius, sed angulus b g z, est æqualis angulo g l a, per 29. primi, extrinsecus enĩ intrinseco est æqualis, & lineæ h z & a l, sunt æquedistãtes, similiter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis est angulo g a l, qa coalternus, angulus



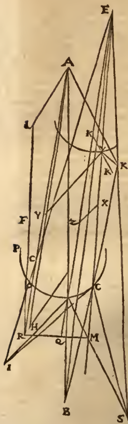
ergo g l a æqualis eſt angulo g a l, ergo per 6.primi, lineæ g n & g l ſunt æquales, & li-
nea g d eſt perpendicularis ſuper lineã a l, ut patet ex præmiſſis,trigonũ ergo a g l, diui
ſum eſt in duos trigonos æquiangulos & ſimiles ꝑ 31.primi huius,eſt ergo proportio li
neæ a d ad lineã d l,ſicut lineæ g a,ad lineã g l .ſed linea a g,ut patet ex præmiſſis, eſt æ-
qualis lineæ g l,eſt ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o eſt æqualis lineæ o
f, & linea g o eſt per 29. primi,perpẽdiculariter ſuper lineã u f,quoniã linea g o,eſt perpẽ
dicularis ſuper lineã g t,ut patet ex præmiſſis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquediſtãt
ut præmiſſum eſt ,quia itaq; angulus g o f,eſt æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis li
neæ o n, & linea g o,communis, erit ergo per 4.primi, angulus o f g æqualis angulo o n
g ,ſed angulus q g m,æqualis eſt angulo o f g,per 29.primi,cum ſit ei extrinſecus, & an
gulus q g n,æqualis eſt angulo o n g ,cum ſit ei coalternus,et lineæ c q & n f æquediſtant
ut patet ex præmiſſis,erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m . ergo per 20.quinti
huius, à puncto g circuli p g , poteſt forma puncti m, reflecti ad uiſum exiſtentem in
puncto n ,non tamen quod ſecundum circulum fiat reflexio ab his ſpeculis pyramidali
bus conuexis,ſed ſit ſcilicet quod punctus g cõmunicat circulo,qui eſt ſectio ſphæræ uel
columnæ intra ſpeculum pyramidale,imaginare,quoniam ſuperficies contingens circu
lum p g,eſt erecta ſuper ſuperficiem reflexionis,propter quod neceſſe habet pyramidem
ſpeculi in ſui parte ampliorem,ut in ea quæ eſt uerſus baſem ſecare ſecundum æquedi-
ſtantiã axis pyramidis ſpeculi , & ſit ſuperficies reflexionis,in qua ſunt centrum uiſus
& punctus rei & circulus p g , erecta eſt ſuper illam ſuperficiem contingentem & pun-
cta n & m, ſe reſpiciunt in ſuperficie illius circuli ſecũdum angulos æquales conten-
tos cum diametro ipſius collocato ergo centro uiſus in puncto n , & puncto rei uiſæ in
puncto m uel econuerſo, reflectetur ſemper forma ad centrum uiſus corpore ſpeculi py
ramidalis non præſtante impedimentum , ut ſi forte lineæ a n & b m,cadant in ipſo
circulo baſis, & propter corpus pyramidis ſpeculi non ualeant à puncto g,ad uiſum ali
quod reflecti , & hoc eſt propoſitum.

XXXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis con-
uexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi , ab uno tantum puncto ſuperficiei
ſpeculi fit formæ unius puncti rei uiſæ reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio omnino quæ eſt in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b
ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, à puncto ſpeculi pyramidalis cõuexi quod ſit g, ita quod
cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexiõis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, di
co quod forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à ſolo puncto ſuperficiei ſpeculi, quod eſt
g: ſi enim dicatur quod poteſt reflecti ab alio puncto ſuperficiei ſpeculi, tunc illud pun-
ctũ aliud aut erit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, aut non, ſi ſit in linea longitu-
dinis ſpeculi, quæ eſt e g, ſit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis ſuper ſuꝑ-
ficiẽ contingentẽ ſpeculũ in illo pũcto ꝑ 12. undecimi, hæc ergo ꝑpẽdicularis ſit x i, eritq;
linea x z per 6. undecimi æquediſtãs lineæ z g, quæ prius ducta eſt perpẽdicularis ſuꝑ
eandem ſuperficiem, tamen punctũ g & x ſint in eadẽ linea longitudinis ſecundũ quã ſu
perficies illa pyramidẽ contingit, & quia linea h z & a l, ſunt æquediſtãtes , ut patet per
illa quæ dicta ſunt in præmiſſa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquedi-
ſtans lineæ a l, & quia linea e z æquediſtãs lineæ a l, & quia linea x z ſicut & linea z h eſt
in ſuꝑficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, eſt erecta ſuper ſuperficiem contigentẽ
ſpeculũ in linea e g, erit ergo ꝑ ſecundã primi huiꝰ, linea a l in ſuꝑficie reflexionis huius
lineæ perpẽdicularis, quæ eſt x z, & erit ſimiliter in ſuꝑficie reflexiõis lineæ ꝑpẽdicularis
q̃ eſt z g, igitͬ illæ duæ ſuꝑficies reflexiõis lineæ ꝑpẽdiculariter ſecãt ſe ſuꝑ lineã a l per 19
primi huiꝰ, ſed ſecãt ſe etiã ſuꝑ punctũ b, q̃m illud eſt q̃d reflectitͬ ꝑ utrãq;, hoc aũt eſt im
poſſibile, quoniã punctũ b nõ eſt in linea a l, oſtẽſum eſt eñ prius lineã f l æquediſtãtẽ eſ
ſe lineæ b m, q̃ duæ lineæ uel cõcurrẽt ſi pũctũ b eſſet in linea a l, uel ſequeretͬ pũcta m et n
cadere ex una ꝑte lineæ g q, nõ ergo fiet reflexio pũctoꝝ m & n adinuicẽ à pũcto g, q̃d eſt
cõtra demõſtrata in ꝑmiſſa, reſtat ergo ut à nullo pũcto lineæ lõgitudĩs, q̃ e g, ꝑter q; à pũ-
cto g, forma puncti b, poſſit reflecti ad centrũ uiſus exiſtens à pũcto a , ſi aũt poſſibile eſt,
ut refle

ut reflectatur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto speculi extra lineam longitudinis g e, sit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis speculi, quæ sit linea e u c. quæ in puncto c, secet periferiam circuli g p, & sumatur superficies æquedistans basi transiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n secat hanc superficiem, ideo quia linea e g, cui æquedistat linea a n secat eandem superficiem, sunt autem per secundam primi huius lineæ a n & e g in eadē superficie, cū sint æquedistāter, sicut ergo in linea a n secat illā superficiē in puncto y, similiter quoque linea b m æquedistās lineæ e g, secabit eandem superficiē, sit quoque punctus sectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa superficies per 100. primi huius, secet pyramidem secundum circulum transeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ sit r u, & producatur extra speculum, & sit illud u r, & à uertice pyramidis speculi pūcto scilicet e, ducātur lineæ e k, e y, quæ necessario secabunt superficies circuli p g, & sint puncta sectionū i & s, & ducanē lineæ i a & s c, sicut ergo per præcedentem probatum est de forma puncti m, quod non impediente pyramide potest reflecti ad uisum existentem in puncto n à pūcto speculi g: eodem modo probari potest de puncto k, quod reflectetur ad uisum existentem in puncto y, à puncto speculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angelo r u k, & quoniā linea b h æquedistat lineæ e g, & linea communis superficiei b g, e k, & superficiei circuli p g, est linea m g per 19. primi huius, quoniā linea m g, est in utraque illarum superficierum, patet quod linea e k, cum sit in hac superficie b g e k, & secet superficiē circuli p g, cadet super lineam communē, quæ est m g, cadet autem in punctū superficiei quod est o s ut præmissum est, quiam linea e k o, est linea una, erit igitē linea s m g linea recta, eodem modo cum superficies n y e g secet superficiem circuli p g, super lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmissum, ergo linea i n g, est una linea recta, palam quod superficies i c e secabit superficiem circuli p g super lineam i c, secat autem superficiem huic superficiei æquedistantem, quæ transit per punctū u super lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquedistat lineæ y u, similiter superficies u c e secet, superficies illas æquedistātes scilicet sūpficies g p t & u y super duas lineas s c & k u, ergo per eandem 16. undecimi lineæ s c & k u sunt æquedistantes: similiter si sumatur superficies secās speculum super lineam longitudinis, quæ est e o in superficie sunt puncta r & u: sunt enim puncta r u, c m in eadem superficie cum puncto r u t, & aliquis punctus lineæ s g, sunt in eadem superficie, quia eadem est demonstratio dato alio quocunque puncto lineæ c m. semper enim superficies hoc modo secans speculū secundum lineā e c, secabit illas superficies æquedistantes super duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, sunt æquedistantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis est angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, sed iam patuit quod angulus k u r, æqualis est angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis est angulo m q, quare forma pūcti s potest reflecti ad uisum existentē in puncto i, à pūcto speculi c, non impediēte corpore pyramidis speculi sed iam probatum est per præmissa, quod forma puncti m, reflecti potest ad uisum existentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam potest reflecti ad punctum n, &



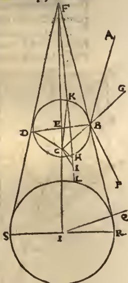
puncta

puncta n & l sunt in eadē linea recta consistentia, ut præostensum est, poterit ergo forma puncti m à pūcto speculi g reflecti ad uisum existentē in pūcto l, & ita punctum s, quod est in linea s m g, potest reflecti ad uisum existentē in puncto l, à pūcto g, igit forma puncti s reflectitur ad uisum in punctū l, à duobus punctis circuli p g, quod est impossibile, & contra sedecimā sexti huius, & cōtra 27. huius septimi, restat ergo, ut primū sit impossibile, scilicet qđ forma pūcti b reflecti possit ad uisum existentē in pūcto a, ab aliquo alio pūcto speculi, quàm à pūcto g, ab uno solo ergo puncto fiet reflexio formæ eiusdem puncti communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexa existente linea longitudinis speculi, quod est propositum.

XXXIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente oxigonia, à quolibet puncto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Est o speculū pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter basis k s, centrūq; basis n, erit ergo axis speculi linea f n, sitq; centrū uisus punctus a. dico quod cōmuni sectiōe supficiei reflexiōis & speculi existēte linea oxigōia, quæ sit b l, possibile est à quolibet pūcto speculi, ppositi fieri reflexionē, alicui9 pūcti uisi ad pūctū a, qđ est cētrū uisu9, sit em̄ pūct9 b dat9 in supficie speculi, de quo dubitamur utrū ab eo possit fieri reflexio formæ alicui9 pūcti rei uisæ ad cētrū uisus qđ est a, ducaē ergo à pūcto b linea lōgitudinis pyramidis speculi per 101. primi huius, quæ sit b f, ducaturq; à puncto b ppendicularis super illam lineā longitudinis extra speculū, quæ sit b g, & super punctū b terminū lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ sit g b p ducta linea b p, in eadem superficie reflexionis, patetq; per 20. quinti huius, quia omnis pūctus rei uisæ existens in linea b p, reflectetur ad uisum in punctum a. sed à solo puncto b uel duobus tantū fiet reflexio ad uisum existentē in puncto a, palā em̄ per 96. primi huius, quod si perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniā concurret cū axe f n, sitq; punctus concursus e, palam ergo quoniam angulus g e f cū sit in supficie sectionis uersus uerticē pyramidis est acut9 p 23. primi, qm̄ in trigono b e f angul9 c b f, est rect9, circūducaē ergo per 102. primi huius à pūcto reflexiōis quod est b circulus speculo pyramidali, cuius diameter sit b d, et eius cētrū e, secans axē f n in puncto e, & quia ille circulus per 100. primi huius, est æquedistans basi speculi, palam quia perpēdicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit super circuli illius superficiem, quia linea æquedistans lineæ g c, si producē à puncto n cētro basis speculi, patet quod declinata est super basem pyramidis, ut sit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c sit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipsorū est rectus, omnes enim anguli cōtenti sub semidiametris circuli & axe fe sunt æquales. & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uero linea est cōmunis per 4. primi, palam quoniā latus b c, æquale est lateri c d. & omnes anguli factorum trigonorum sunt æquales, quia idem est de omnibus lineis à pūcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, secans speculū secundum oxigoniā sectionē, fiet ergo noua pyramis, cuius basis est circulus b d, uertex c, & axis c e, superficies ergo reflexionis secans speculum secundum oxigonian sectionem, aut cōtinget hanc pyramidem c b d, aut secabit, si contingat dico quod à solo puncto b, quod est punctus reflexionis tantum fiet reflexio secundum illam superficiem eandem, palam enim quod superficies reflexionis contingat pyramidem super lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua est punctum b, à quo duci-

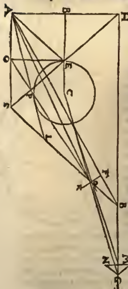


tur linea b c perpendicularis super superficiem speculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoque f, quod est uertex pyramidis speculi ducantur lineæ plures ad sectionem oxigoniã, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexiõis & pyramidis speculi, quæ est f k s, omnes itaque illæ lineæ cadent in superficiem circuli b d, quæ est basis pyramidis intellectæ, quoniam cadant in ipsam sectionem præter unam solam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ est linea f b. à solo itaque puncto b, fiet reflexio ad uisum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ sectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uisum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod est uertex pyramidis intellectæ ducta quæ sit l c, erit ut prius perpendicularis super superficiem speculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis necessario sit in superficie reflexionis in qua est sectio, oportet quod ipsa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis super lineam longitudinis pyramidis speculi per illud punctum l transeuntem, quæ sit f l l, sit quoque punctus in quo linea f l, secat circulũ b d, punctus r, patet aũt per præmissa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis necessario est perpendicularis super illam, sicut linea c b est perpẽdicularis super lineã longitudinis speculi, quæ est f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum semidiametro basis & cũ axe ad uerticẽ sunt æquales, erũt ergo in triangulo c l r duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto sectionis oxigoniæ quæ est b l, quàm à puncto b superficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroque uisus & puncto rei uisæ existentibus inter superficiem æquedistanter basi speculum in uertice contingentem & inter ipsum basem possibile est inueniri punctum reflexionis.

Esto datũ speculum pyramidale, cuius uertex sit punctus g, & fiet super ipsum uerticem superficies æquedistãs basi pyramidis, quæ sit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice speculi tribus lineis perpẽdicularibus super axem speculi per undecimã primi, & imaginata plana superficie inter illas lineas extensa, Sitque a punctus rei uisæ, & b centrum uisus, quæ sint ambo sub illa superficie m n g, inter ipsum scilicet & basem speculi, sitque exempli caussa punctum b, propinquius uertici b speculi g, quàm punctum a, quoniam si positum fuerit esse econuerso semper eadẽ est demonstratio, dico quod est possibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur enim à puncto a, quæ est pũctus rei uisæ superficies secãs pyramidẽ æquedistãter basi ut prius, & ducatur à uertice speculi g est punctũ g, linea ad pũctũ b, quod est cẽtrũ uisus, quæ sit g b, hæc itaque linea, producta cadat in superficiẽ à pũcto a rei uisæ ductã æquedistãter basi pyramidis, cũ illa linea g b, sit inter superficies æquedistãtes ducta à uertice axis ambas illas superficies transeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, sit pũctus h, ergo per modũ demõstrãdi quo usi sumus in 32. huius demõstrari potest quoniam forma pũcti a reflectetur ad uisum existẽtẽ in pũcto h ab aliquo pũcto circuli, quod efficit superficies secãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ sit pũctũ axis speculi quod est t, & sit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũctus e, & ducatur inter a punctũ rei uisæ & cẽtrũ uisus .f. linea a b, & linea lõgitudis speculi, quæ sit g e & axis pyramidis speculi sit g t, & ducatur à puncto e linea ad centrum sui circuli quæ sit e c, hæc enim cadat super axẽ g c perpẽdicularis per 100. & per 89. primi huius, uel per 21. huius, & ideo quod axis g c cũ sit perpẽdicularis super basem pyramidis speculi & etiã erectus super superficiẽ circuli æquedistantis illi basi per 23. primi huius, est ergo per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ axis g c perpẽ



g e perpendicularis super semidiametrũ e c, & erit linea e c erecta super lineam contingẽtem illũ circulũ in pũcto e per 17. tertij, et hæc linea c e, producta extra circulum ductis lineis h e & a e, secabit angulum ab eis contentum per æqualia, scilicet angulum h e a, per 26. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea c e producta, lineam h a ductã secabit, cum sit cum illa in eadem superficie reflexionis, ut patet per 24. huius, sit ergo linearum c e & h a punctus sectionis r y, & quia lineæ g e & e c efficiunt superficiem secantẽ lineã a b, sit pũctus sectionis f, & ab illo pũcto f ducatur per 12. primi linea perpẽdicularis sup lineã lõgitudinis g e, q̃ sit f q, eritq; linea f q per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ ꝑpẽdicularis sup superficiẽ cõtingẽtẽ pyramidẽ sup lineã g e, deinde à pũcto a ducatur linea æq̃distãs lineæ f q, q̃ sint linea a l, ꝑducaturq; linea f q, donec cõcurrat cũ axe g c, in pũcto k, ducatur itẽ à puncto a linea æquedistans lineæ r c, quæ sit a s, & ducatur à puncto e linea quæ sit communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a e h, & superficiei cõtingentis pyramidẽ speculi in linea lõgitudinis quæ est g e, & sit hæc linea e o, quæ cum sit perpendicularis super semidiametrum circuli, quæ est e t, ut patet per 17. tertij, cõtingit enim linea e o circulum, cuius est centrum punctum t, palam quod ipsa est perpendicularis super lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicularis super lineam a s, quoniam linea a s æquedistat lineæ t r, ut patet ex præmissis, ducatur quoq; linea b q, quæ producta necessario concurrat cum linea a l, per 2. primi huius, quia concurrit cum eis æquedistante. s. linea f q, sit punctus concursus l, & ducatur à puncto q linea quæ est communis sectio superficiei contingentis speculum secundum lineam longitudinis g e, & superficiei a b l, quæ sit q p, quæ per secundam primi huius secabit lineam a l, quæ secat eius æquedistantem, quæ est f k, sit punctus sectionis p, producaturq; linea h e, donec cõcurrat cum linea a s, concurrit autem per secũdam primi huius, sit punctus concursus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq; linea r t est perpendicularis super axem g c, & linea f k acutum angulum cõtinet cum axe g c, angulus em̃ f q g per 32. primi, est acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmissis est rectus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̃ puncto ultra axem g c, sed illarum æquedistãtes lineæ quæ sunt a l & a s concurrunt in puncto a, suntq; in alia superficie quãm lineæ r t & f k, quæ sunt in superficie g e k per primam undecimi palam ergo quoniam superficies g a l s est æquedistãs superficiei g e k, per 15. undecimi, lineæ quoq; q e & p o sunt in superficie contingente speculum in linea longitudinis g e, & secãte illas duas superficies æquedistãtes super duas lineas, quæ sunt q e & p o, igitur linea q e æquedistat lineæ p o per 16. undecimi. & quia linea h e producta cõcurrit cum linea a s in puncto s, erit ergo linea e s in superficie h e g per primam undecimi, & in eadem superficie est linea b l, & hæc superficies secat prædictas superficies æquedistãtes, q̃ sunt a l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q est æquedistans lineæ l s, ergo per 31. linea p o quæ est æquedistans lineæ q s, ut supra patet, erit æquedistãs ipsi lineæ l s, erit ergo per secundam sexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, sicut lineæ a p ad lineam p l. sed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r est æqualis angulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinsecus intrinseco est æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palã quia angulus e s a est æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit linea e a, æqualis lineæ e s, quia linea e o est perpendicularis super, lineam a s, erunt per 31. primi huius, trigonia e o & s e o similes, ergo ꝑ diffinitionem ipsorum latera æquos angulos respicientia sunt ꝑportionalia, sed ex præmissis patet quod latus a e est æquale lateri e s, ergo & latus a o erit æquale lateri o s, ergo & linea a p est æqualis ipsi lineæ p l, & linea p q est per 29. primi, perpendicularis super lineam a l, cũ ipsa sit perpendicularis super lineam f k æquedistantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p sunt æquales, quia recti, & latus l p est æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a est cõmune, ergo per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis est angulo q a l, sed angulus q l a æqualis est angulo b q f, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q a l, æqualis est angulo a q f, cum sit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis

angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uisum b, à pũcto speculi q, quod est proppsitum.

XXXVI.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroq́; uisus & puncto rei uisæ existentibus in superficie speculum æquedistantem basi in uertice contingente, possibile est inueniri punctum reflexionis

Fiat dispsitio ut proximæ præcedentis, sitq́; uertex speculi pyramidalis punctus g, in quo ipsum cõtingat superficies plana, quæ sit m n g æquedistãs basi ipsius, & sint centrum uisus & punctus rei uisæ in superficie m n g, ita quod unum sit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod possibile est punctum reflexionis inueniri, ducantur eñ lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20, quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto speculi g reflectitur ad uisum o y, palam est quod linea m g & axis pyramidis speculi quæ sit g b, sunt in superficie secante pyramidem, super lineam longitudinis pyramidis, quæ sit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis super hanc lineam lõgitudinis, quæ est g e, per 22. primi, quæ sit q e, super punctũ e ducatur superficies æquedistans basi speculi, quæ secabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis superficiei u e g, & huic circulo sit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat super axem speculi in centro circuli, quod sit c, deinde à puncto m centro uisus ducatur linea æquedistans lineæ lõgitudinis speculi, quæ est e g, per 31. primi huius, quæ producta in superficiem illius circuli cadat in punctum b, & similiter a puncto n, qui est pũctus rei uisæ ducatur linea æquedistãs lineæ g e, quæ producta in dictam superficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra speculum, quæ secabit necessario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem sint superficie circuli, secet ergo ipsum in puncto r, quia uero linea m b, æquedistat lineæ e g, palam per primã primi huius, qa est cũ ipsa in eadem superficie, quæ superficies secat superficiẽ m n g, & superficiẽ b e a, super duas lineas m g & b e: superficies uero m g n & b e a sunt æquedistantes per 24. primi huius, qm̃ ipsæ ambæ æquedistãt basi speculi, ergo per 6. undecimi, linea m g est æquedistans lineæ b e; similiter quoq; lineæ a n & g e sunt in superficie secãte illas æquedistãtes superficies super lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, æquedistat lineæ a e, similiter superficies q g e secat easdẽ superficies æquedistãtes secũdũ duas lineas r e & q g. igit̃ ut prius lineæ r e, & q g æquedistãt, igit̃ duæ lineæ q g & m g æquedistãt duabus lineis b e & r e, ergo per 10. undecimi angulus m g q, est æq̃lis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratiõe est æqualis angulo r e a, ergo per 20. quinti huius, forma puncti a potest reflecti ad uisum b à puncto speculi e, si ergo à puncto a ducat̃ linea æquedistãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquedistãs lineæ r e, & copulent̃ lineæ m e & n e, & pducat̃ linea m e donec cõcurrat cũ linea æq̃distãte lineæ ducto à pũcto q, & ducãt̃ lineæ cõmunes, ut in pxĩa p̃cedẽte, & iteret̃ pbatio, ut in illa, patebit qm̃ forma puncti n, potest reflecti ad uisum m à pũcto speculi e, igit̃ punctus e, erit punctus reflexionis, quod est propositum.

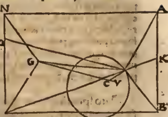
XXXVII.

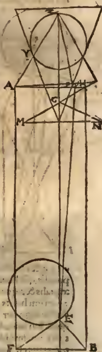
Dato speculo pyramidali conuexo, & cẽtro uisus & puncto rei uisæ existentibus ultra superficiem æquedistantem basi speculum in uertice contingentem, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Sit dispositio quæ prius, & sit b centrũ uisus, & a pũctus rei uisæ ultra superficiẽ m g n, speculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽtẽ, dico quod est possibile inueniri pũctũ reflexionis, fiat enim pyramis huic opposita, & est hæc pyramidis per 91. primi huius possibile lineis omnibus longitudinis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum communem sectionem, quæ sit in uertice g, eritq́; basis huius pyramidis æquedistans basi pyramidis primæ, ducatur itaq; à puncto a, qui est punctus rei uisæ, superficies secans hanc secundam pyramidem æquedistanter basibus unius et alterius pyramidum, & qm̃ illæ bases ad inuicem æquedistãt, palã per 23 & 24. primi huius, qm̃ illa superficies

æquedi-

æquedistat ambabus pyramidib9, palã aũtper 100. primi huius, qm̃ illa superficies secabit pyramidẽ illam secundã secundũ circulum qui sit y 3, centrum itaq; uisus, quod est b, aut erit in hac superficie pyramidẽ secante, aut nõ, si fuit in illa superficie, fiat ductio linearum ab ipso puncto b, & cõpleatur demonstratio sicut i 35. huius, qm̃ ad hoc quod fiet reflexio formæ puncti a, ad centrũ uisus b, ab aliquo puncto secundæ pyramidis quod sit z, quo habito cõpleatur demonstratio ut infra, statim patet qđ si punctus b, qui est centrum uisus y, nõ fuerit in illa superficie, ducatur à puncto g, uertice ipsius speculi ad centrũ uisus quod est b, linea g b, q̃ producatur usq; quo cõcurrat cũ hac superficie circuli y 3, & sit cõcursus in puncto d, palã itaq; qđ forma pũcti a, reflectit ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo pũcto circuli y 3, arcus sui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineæ a 3, d 3, a d, angulum quoq; a 3 d, diuidat linea, p 3 per æqualia, cadet q; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & à puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quæ sit linea longitudinis secundæ pyramidis, palã q; p 91. primi huius, qm̃ eadẽ linea ꝑducta transuerticẽ pyramidis speculi, erit lıea lõgitudinis primi pyramidis ipsius speculi, q̃ sit liea 3 g e, palã ergo qm̃ supficies p 3 e, secabit lineã a b, secet ergo ipsam i pũcto q, & à pũcto q, p 12. primi, ducat linea ꝑpẽdicularis sup lineã g e, & cadat in punctũ e, & erit linea q e, perpẽdicularis super superficiẽ cõtingentem pyramidẽ secundũ lineã g e, qm̃ linea q e, est perpendicularis super curuam sphæram pyramidis, ut patet supra, punctũ quoq; e fiat per 102. primi huius, superficies æquedistans basi, qui sit f e h, & ducaĩ à puncto b, centro uisus linea æquedistans lineæ 3 e, longitudinis speculi, quæ sit b q, cõcurrens cũ superficie illa f e h, in puncto h, & eidẽ lineæ 3 e, ducatur à puncto a, rei uisæ, linea æquedistans quæ sit a f, secans superficiem f e h, in puncto sui, qui est f, palã itaq; per 1. primi huius, cũ linea b h, sit æquedistans lineæ 3 e, qm̃ illæ lineæ sunt in eadem superficie, sed & puncta b & d, sunt in eadẽ linea, quia per 1. undecimi, lineæ d 3 & h e, sunt in eadẽ superficie, quæ secat superficies illas æquedistantes. f. y 3 & f e h, super duas lineas d 3 & h e, igiĩ per 16. undecimi, illæ duæ lineæ d 3 & h e, sunt æquedistantes, & similiter qm̃ superficies ducta per punctũ a, secat pyramidẽ secundã æquedistantẽ ambabus basibus præmissaꝝ pyramidũ speculi. f. & pyramidis imaginatæ secundũ circulum y 3, & superficies ducta per lineã quæ est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundũ circulũ æquedistantem basi speculi, patet quod superficies in qua sunt lineæ a 3 & f e, sunt æquedistãtes per 24. primi huius, lineæ ergo a 3 & f e, sunt æquedistãtes, patet ergo quod duæ lineæ d 3, & a 3, æquedistant duabus lineis h e & f e, ergo p 10. undecimi, angulus d 3 a, est æqualis angulo h e f, copuleĩ quoq; linea h f, & qm̃ linea p 3, est diuidens per æqualia angulũ d 3 a, & erit ipsa per 26. quinti huius, perpendicularis super lineã circulũ y 3, cõtingentẽ in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, ꝑducta trãsibit centrũ circuli y 3, superficies ergo p 3 e, secat speculum transaxem, secat ergo speculum ductum per punctum e transeuntem, sit ergo cõmunis sectio superficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, sicut ergo linea r p 3, transit centrũ circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulũ h e f, transibit centrũ alterius circuli sup quẽ superficies f e h, secat pyramidẽ speculi æquedistanti basi, & quia superficies in qua sunt duæ lineæ p 3 & e r, secat illas duas superficies æquedistantes super duas lineas p 3 & r e, igiĩ per 16. undecimi, lineæ p 3 r e, sunt æquedistantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, sunt æquedistantes



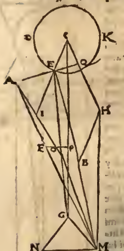


duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, est æqualis angulo r e i, quoniam sicut totus angulus d 3 a, est æqualis toti h e f, sic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis est angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, quoniam forma puncti f, ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi e, ergo si à puncto f, protrahatur linea æquedistans lineæ q e, & alia linea æquedistans lineæ r e, & lineæ aliæ cõmunes, ut in 35. huius, reiterata demonstratione illius patebit, quoniam forma puncti a, reflectitur ad uisum b, à puncto speculi e, quod est propositum, quod si à puncto q, nõ possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uisum b, in tali dispositione constitutũ, aliàs aũt semper fiet reflexio ut præostensum est, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato speculo pyramidali conuexo, punctóque rei uisæ existente sub superficie speculum æquedistanter basi in uertice cõtingente, & cẽtro uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior dispositio præmissæ, & sit a punctus rei uisæ, qui sit sub superficie n m g, cõtingente pyramidẽ speculi in uertice g, æquedistanter basi, & sit centrum uisus in illa superficie, dico quod ad hoc possibile est inueniri punctum reflexionis, sit n centrũ uisus in puncto m, superficiei m g n, quæ posita est super superficiẽ cõtingens speculũ in puncto uerticis g, æquedistanter basi speculi, à puncto a, rei uisæ, ducatur superficies æquedistans basi pyramidis, quæ per 100. primi huius, secabit pyramidem super circulũ qui sit d e k, cuius centrum sit punctum c, & ducatur axis speculi, qui sit g c, & à puncto m, centro uisus ducatur ad a. punctum rei uisæ linea m a, & linea perpendicularis super ductam superficiem circuli quæ sit m h, & à puncto h, ad centrũ circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uisæ, quæ est a, ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulũ secans periferiam circuli in puncto e, est producta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulũ qui est e q, sit æqualis lineæ q t scilicet parti diametri interiacente punctum sectionis & centrũ, quod potest fieri per 136. primi huius, & ducatur linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadẽ superficie speculũ secante secundũ circulũ d e k, linea æquedistans & æqualis lineæ t e, quæ sit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritque g e linea longitudinis speculi, palã quoniam superficies g t e, secans speculum transaxem, secat & lineam a m, sit ergo punctus sectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est g e, cadens in punctũ o, & producatur ad axem g t & sit f o p, secans axem g c, in pũcto p, & ducantur lineæ m o & a o, dico quoniam punctus o q, est punctus superficiei speculi, cũ sit in linea suæ longitudinis, quæ est g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrũ uisus pũctum m, palam enim ex præmissis, quoniam linea h b, est æqualis & æquedistans lineæ t e, patet per 33. primi, erit linea h t æqualis & æquedistans lineæ b e, sed linea m h, est æqualis & æquedistans m t, axi g t, per 25. primi huius, eo quod ipsæ sunt lineæ æquedistantes inter superficies æquedistantes productæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquedistat lineæ m g, ergo per 30. primi, linea m g, æquedistat lineæ b e, & est æqualis illi, palã etiã, quod angulus q t e, est æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex præmissis sunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis est angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, est æqualis angulo a e i, sed angulus q t e, per 29. primi, est æqualis angulo i e b, propter hoc quod lineæ e b & t h, æquedistant, ergo angulus i e b, est æqualis angulo i e a, patet ergo per 29. quinti huius, quoniam forma puncti a, reflectitur ad uisum existentem in puncto b, à puncto speculi e, & cũ linea b m æquedistans sit lineæ g e, si à puncto a, ducatur linea æquedistans lineæ f o p, & linea æquedistans



distans lineæ i t,& iteretur figura supra dicta 35. huius,& probatio eiusdem, palam quia forma puncti a reflectit̃ ad centrum uisus existens in punctũ m,à puncto speculi o quod est ꝓpositum,nec refert quẽadmodum demonstraui hoc in sequenti ꝓxima, siue punctum rei uisæ,siue centrũ uisus sit in superficie m g n,q̃m idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXXIX.

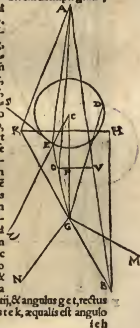
Dato speculo pyramidali conuexo punctoq; rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquedistanter basi in uertice cõtingentem & centrum uisus in eadem superficie,possibile est punctum reflexionis inueniri.

Remanente dispositione figuræ p̃cedentis,sit centrũ uisus in punctum m,supficiei g m n,& sit a punctus rei uisæ ultra illam superficiẽ,fiatq; pyramis alia,huic opposita, & fiat super punctũ a, superficies æquedistans basi huius pyramidis,& per ꝓximam p̃cedentem,& inueniat̃ in circulo huius superficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus,& ducatur à puncto illa linea ad punctum g,& ꝓducatur taliter in superficie ipsius,ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi. inuenieturq; punctus reflexionis secundũ ea quæ p̃misimus in 37. huius, eiusq; probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc est propositum.

XL.

Dato speculo pyramidali conuexo punctoq; rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquedistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem,uel econuerso,possibile est punctum reflexionis inueniri.

Dispositione priori remanente,sit pũctus a,rei uisæ sub superficie m n g,& punctus b,centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g,contingentẽ,uel ecõuerso,a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g,& b centrũ uisus sub superficie m n g,dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit eñ exempli gratia, punctum a, sub superficie m n g,& b, ultra illam,ducaturq; à puncto a,superficies æquedistans basi speculi secans per 100. primi huius,pyramidẽ speculi super circulũ qui sit d e,cuius cẽtrum sit t,& ducatur axis speculi qui sit g t,& ducatur linea b g, à puncto ulteriori,in quo est centrum uisus ad uerticem pyramidis,quæ ꝓducta cõcurret necessario cum superficie a e d, q̃m concurrit cũ axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k, in circulo d e,inueniat̃ per 135. primi huius, punctus qui sit e, ita ut linea circulũ contingẽs à puncto e,ducta quæ sit e s,diuidat per æqualia angulũ quẽ continent ductæ lineæ k e & a e,copulenturq; lineæ longitudinis quæ sint g e & g d,& à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g e, quæ necessario concurret cũ linea k e,concurrente cũ eius æquedistante quæ est g e, per secundam primi huius,sit concursus in puncto h,palã itaq; p primam undecimi,quia punctus h est in superficie g e k, q̃m est in linea k g b,quæ ducta est in illa superficie,& linea b h,est in eadẽ superficie per 1. primi huius,q̃m ipsa linea b h, est æquedistans lineæ g e,& ducatur linea t e i, à centro circuli t, per punctũ con tactus e,palam itaq; q̃m superficies g t e,secans speculũ transaxem g t,secat etiã lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u, & à puncto u,ducatur ppendicularis sup superficiem contingentem speculum secundũ lineam longitudinis speculi,quæ est g e, hæc eñ supficies continget circulum d e, in puncto e,q̃ linea sit u o p,secans supficiẽ speculi in puncto o, & axẽ g t in puncto p, & ducant̃ lineæ a o & b o. Cũ itaq; ut patet ex p̃missis, angulus a e s,sit æqualis angulo s e k,& cũ angulus i e s,sit rectus p 17. tertij,& angulus g e t,rectus palã quod angulus i e a,est æqualis angulo t e k. Sed & angulus t e k, æqualis est angulo



e i h, p 15. primi, ergo angulus a e i, est æqualis angulo i e h, potest ergo forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ u p, & linea æquedistans lineæ i t, & iteretur probatio 35. huius, palam quoniam forma puncti a, reflectetur à puncto speculi quod est o, punctum lineæ g e, ad uisum existentem in puncto b, quod est propositum, & quoniam semper est eodem modo demonstrandum quodcunque punctorum a uel b fuerit ex quacunque altera parte superficiei m n g, patet idem quod proponebatur, & imaginendum est ita quod in figura solida punctum b, cadat in lineam e g, quod in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaque ex præmissis sex theorematibus, cum non sit possibile alio modo se habere punctum rei uisæ secundum situm reflexibilitatis à speculis pyramidalibus conuexis ad centra uisus nisi modis propositis, quoniam aut ambo erunt sub superficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unum in illa, aliud sub illa uel ultra illam, aut unum sub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctum est inueniri, uniuersaliter ergo in tota superficie speculi pyramidalis conuexi quocunque modo se habente rei uisibilis puncto ad centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo super ipsius basem erecto possibile est rectam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis speculi fiat formarum cum omnium punctorum illius lineæ reflexio ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a, axis uero a h, linea longitudinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in linea longitudinis, quæ producta necessario concurret cum axe a h, per 96. primi huius, sitque linea h z t secans axem a h in puncto h, & eius punctus t, sit extra superficiem speculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, est acutus, ducatur quoque à puncto a, uertice speculi linea extra pyramidem ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, continens angulum acutum cum speculi axe quæ est a h, & cum linea longitudinis a z, quæ sit a n, lineæ quoque a h & a z, aut non sunt in eadem superficie, sed in diuersis, & in superficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe continens angulum acutum æqualem angulo a h z, quæ linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, cum anguli h a n & a h z, sint acuti, ut patet ex præmissis, concurrant ergo in puncto o, & sit linea h o, & facto super punctum z, circulo æquedistante basi per 102. primi huius, palam quoniam linea h o, transibit superficiem illius circuli, sicut etiam linea h z e, transit per superficiem eiusdem circuli. Sit enim punctus h, polus illius circuli, ideo quod semidiameter illius circuli cum axe a h, continet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, sunt acuti, ut patet ex præmissis, secet itaque linea h z e, superficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturque linea longitudinis speculi quæ sit a u s, ducatur quoque linea o z, quæ producatur usque ad punctum f, & quoniam linea o z, est ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, cum linea h z, sit perpendicularis super illam superficiem, palam quia angulus o z h, est maior recto, cum angulus a z h, sit rectus igitur per 13. primi huius, angulus f z h, est minor recto, à puncto ergo z, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij. qui sit z m, caderetque linea z m, in superficie contingente speculum secundum lineam longitudinis quæ est a z, est ergo linea h z perpendicularis super lineam in z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis super lineam a z, per 12. primi, quæ sit linea f e, concurrens cum linea a z, producta in puncto e, quæ linea f e, producta concurret

concurret cũ linea a n, ꝑ 14. primi huius, quia cum angulus a e f, ſit rectus, angulus e a n eſt acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquediſtans lineæ e h, quæ ſit e q, per 31. primi. Itemq́; ab eodẽ puncto e, ducatur linea æquediſtans lineæ m z, quæ ſit e l, palã aũt q́d linea m z, eſt perpendicularis ſuper lineã a e, per 22. primi huius, qm̃ ipſa eſt perpendicularis ſuper lineã t h, ut ſuper diametrum circuli quem ipſa eſt cõtingens in puncto z igitur linea l e, cum ipſa ſit æquediſtans lineæ m z, eſt per 29 primi, ꝑpendicularis ſuper lineam a e. Sunt quoq; lineæ m z & a e, in eadem ſuperficie per 1. primi huius, cũ ipſæ ſint æquediſtãtes, ꝓducaturq́; linea q e, ultra punctũ e, et hoc per 2. primi huius, ſecabit axẽ a h, cũ ipſa ſit in eadẽ ſuperficie cũ linea h t, ꝑ 1. primi huius, ſecet ergo axẽ in puncto d, eritq́; angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat q́q; ſuperficies l e d q, ſecãs pyramidem, erit ergo illius ſuperficiei & ſupꝑficiei pyramidis cõmunis ſectio oxigonia per 103. primi huius, cũ ergo linea a e, ſit ꝑpendicularis ſupꝑ lineã f n, & ſuper lineã d q, & ſupꝑ lineã l e, patet ꝑ diffinitionẽ lineæ erectæ ſupꝑ ſuperficiẽ, qm̃ linea longitudinis pyramidis, q̃ eſt a e, erecta eſt ſuper ſuperficiẽ illius ſectionis oxigoniæ, quæ eſt l e d q, & quia linea a e, eſt ꝑpendicularis ſupꝑ lineã f e n, erit ergo linea f n, in ſuperficie illa ſecante pyramidẽ ſecundũ illam ſectionẽ, fiat ergo ut in illa ſuperficie ſectionis à puncto f, ducatꝰ linea f p, per 31. primi, æquediſtans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquediſtans lineæ z t, uerũ cũ angulus o z t, eſt acutus ideo q́d angulus o z h, eſt obtuſus, erit ꝑ 13. primi, angulus t z f, obtuſus, ducatꝰ itaq; à puncto z, linea faciens t z, angulũ æqualẽ angulo o z t, q̃ quidẽ linea ꝓducta neceſſario ſecabit lineã f p, per 2. primi huius, cũ linea f p, ſit æquediſtans lineæ z t, ſecet ergo ipſam in puncto p, & ducatur linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in ſuperficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex p̃miſſis per diffinitionẽ lineæ ſupꝑ ſuperficiẽ erectæ, cũ ergo lineæ p z & o z, ut patet ex p̃miſſis, in eadẽ ſuperficie pyramidẽ ſecante, & angulus o z t, æqualis ſit angulo t z p, palã per 20. quinti huius, q̃a forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto p, à puncto ſpeculi z, uerũ q̃a angulus o z t, per 29. primi, eſt æqualis angulo z f p, quia eſt extrinſecus illi, & angulus h z f, æqualis eſt angulo o z t, per 15. primi. Sed angulus z p f, æqualis eſt angulo p z t, per 29. primi, quia eſt coalternus, palam quia angulus z f p, æqualis eſt angulo z p f, ergo per 6. primi, latus z f, æquale eſt lateri z p, & quia angulus f e z eſt rectus, ideo q̃a linea a e eſt perpendicularis ſuper lineã f n, palã per penultimã primi, q̃a quadratũ lineæ f z, ualet ambo quadrata linearũ e f & e z. Sed eadẽ ratiõe quadratũ lineæ z p, ualet ambo quadrata linearũ e z & e p, qm̃ ut patet ex p̃miſſis, angulus p e z, eſt rectus, quadratũ uero lineæ eſt æquale quadrato lineæ z f, qm̃ ut patet ex p̃miſſis lineæ z f & z p, ſunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde ſunt æqualia, ergo ablato cõmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratũ lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igitꝰ latus f e, æquale eſt lateri p e, ergo ꝑ 5. primi, angulꝰ e p f, eſt æqualis, angulo e f p. Sed angulus n e q, eſt æqualis angulo e f p, per 29. primi, qm̃ extrinſecus eſt illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̃a coalternus eſt illi, angulus ergo n e q & q e p, ſunt æquales, qm̃ cũ ſint in eadẽ ſuperficie q̃ eſt p e n, palã ꝑ 20. quinti huius, qm̃ forma puncti n, reflectitꝰ ad uiſum exiſtentẽ in puncto p, à puncto ſpeculi q́d eſt e. Similiterq́; diuidatꝰ à puncto f, q̃cũq; linea ad aliq́d punctũ lineæ z e, & ꝓducatꝰ uſq; ad lineã o n, ſemꝑ ꝓbabitur de pctõ lineæ o n, in quã cadit ꝓducta linea q̃ ab ipſa flectetꝰ ad punctũ p, à pũcto aliq̃ lineæ z e, quẽ ſecat illa linea, ſimili modo & omnis huius linearũ ꝓbatio ſumet initiũ à linea ꝑpẽdiculari, q̃ eſt f e, & à ꝑte lineæ e z, q̃ erit cõmunis oĩbus illis triangulis, & ita q́dlibet pũctũ lineæ reflectitꝰ ad uiſum exiſtentẽ in puncto p, ab aliquo puncto lineæ z e, q̃a de oĩbus eſt eadẽ demonſtratio, q́d et patet ꝑ 34. [illegible] huiꝰ. Si itaq; q̃cũq; linea recta cuiuſcũq; rei uiſæ, ponatꝰ in loco lineæ a o n, et cẽtrũ uiſus ſiſtatꝰ in pũcto p, ſemper fiet reflexio ad uiſum ab aliq̃ punctorũ lineæ a z e, q̃ eſt linea lõgitudinis ſpeculi, & hoc ꝓponebatꝰ faciẽdũ, patet ergo ꝓpoſitũ.

XLII.

Cum ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi communis ſectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & diſtantia ipſarum à uiſibus, quæ & in ſpeculis planis.

Quando causa in diuersis subiectis uniuocatur, & passio uniuocabitur, ob hoc nō re petimus illa hic quæ in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiæ, quia utrobiq; in planis, scilicet, & propositis speculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidūt & reflectuntur à lineis rectis, erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiso ducta super superficiem speculi tantum distans à superficie speculi quantum punctus rei uisæ distat ab eadem speculi superficie, ideo quod semper imago rei uisæ uidetur in cō cursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ in omnibus his speculis, ut patet per 37. quinti huius, patet ergo propositum.

XLIII.

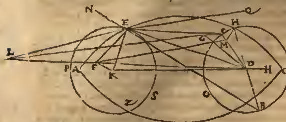
Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communis sectio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ est in speculis sphæricis conuexis.

Erit enim aliquando locus imaginis intra speculum columnare conuexū, aliquando in superficie speculi, aliqn̄ extra speculū, secundū modū quē kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuersis punctis concurrunt, cuius qui causam & demonstrationē quæsierit, recurrat ad ea, quæ in sexto huius scientiæ libro de speculis sphæricis cōuexis demō strata sunt, nam eadē penitus est ratio hinc inde, quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca & eædem proportiones linearum sunt in illis speculis & in istis, patet itaq; per illa propositum, nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto sectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpē dicularē ductam à puncto reflexionis super superficiē speculi columnaris cō uexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concursus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari sub axe.

Hoc quod hic ꝑponitur demonstrandum patet per 114. primi huius, ut autē huic no stro ꝓposito conclusio Mathematica sensibiliter applicetur, eandē demonstrationē duximus imitandam. Sit ergo a e b c, columnaris sectio, & sit e datus pūctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n, qui sit punctus rei uisæ 3 b, sit punctus reflexionis à quo ducta sit linea b d, perpendicularis super axem speculi, qui sit h k secetq; kathetus incidentiæ ductus à puncto n, qui est punctus rei uisæ ipsum speculum secundum punctū propositæ sectionis, qui est e, dico uerū esse quod proponitur, ducatur eīm linea e d, sitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus, sit ergo q e l, linea contingens sectionem in puncto e & super punctum sectionis, fiat circulus æquedistās basibus speculi per 102. primi huius, quæ sit b t o, cuius centrū sit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis speculi per 101. primi huius, quæ sit e t, à puncto quoq; d per 11. primi, ducat̄ linea d g, perpendicularis super lineam b d, in ipsa circuli superficie, palam ergo quod superficies h d g, cum per axem h k, transeat, qui per 92. primi huius, est erectus super circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero cōtingens speculum in puncto b, erit æquedistans superficiei h d g, speculū secāti, ideo eīm quia linea longitudinis speculi ducta à pūcto b, est æq̄distans axi h k, & linea h t o, circulum contingens super punctū b, est æquedistans lineæ g d, per 29. primi, angulus eīm g d b, est rectus, ut patet ex ꝓmissis, & angulus cōtentus sub linea d b, & sub linea cōtingente circulū in puncto b, rectus, ꝑ 17. tertij, ergo illæ superficies æquedistant per 14. undecimi, igitur superficies in qua sunt li-



neæ

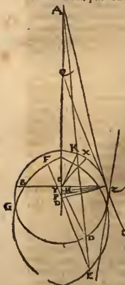
neæ l e & t e, non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g, quod patet per 24. primi huius, qm̃ ſuperficies contingens ſectionem oxigoniam in puncto b, nõ eſt æquediſtans ſuperficiei contigenti eandem ſectionem in puncto e, in quo ſunt lineæ l e q, cõtingens ſectionem & linea longitudinis quæ eſt e t, angulus em̃ e d b, ut patet ex hypotheſi eſt acutus, ſuperficies ergo h e g, non æquediſtat ſuperficiei l e t, ergo concurret cũ illa, concurrat ergo in linea l g, & ducatur linea g t, quæ neceſſario erit contingens circulũ b t o, cũ ſupficies in q̃ ducit linea g t, ipſum ſpeculũ ſit contingens, ducta autẽ linea t d, erit angulus g t d, rectus, per 17. tertij, qm̃ linea t d eſt diameter circuli, & linea g t, contingit illum circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius ſuper e, punctum ſectionis circulus æquediſtans baſibus ſpeculi q ſit e s 3 p, et centrũ huius circuli ſit punctus axis, q k, et ducat̃ linea k e, & ducat̃ etiam linea d l, quæ quidem ſecabit ſuperficiem circuli e l p, ſecet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctum d, eſt in ſuperficie ſectionis per 24. huius, cum ipſa ſectionis ſuperficies ſit ſuperficies reflexionis, & punctũ l, qđ eſt punctũ lineæ contingentis ſectionem eſt in eadem ſupficie ſectionis, ergo per primã undecimi, tota linea d l, eſt in ſuperficie ſectionis, punctum ergo f, eſt in ſupficie ſectionis, ſed ipſum eſt in ſuperficie circuli e 3 p. Eſt ergo in cõmuni ſectione illaꝝ ſuperficieꝝ circuli & ſectionis, ſed & punctum e, eſt in ambabus eiuſdem ſuperficiebus, ergo item p 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus illis ſuperficiebus, ergo per 19 primi huius, ſecundum lineam e f, ſecant ſe ſuperficies ſectionis & circuli e 3 p, ducatur itaq; linea k f, & à puncto f, ducatur perpendicularis ſupſiciem circuli b t o, per 11. undecimi, qui ſit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet, & ducat̃ linea t m, palam qm̃ linea k d, æquediſtans e t, æqualis eſt lineæ f m, per 25. primi huius, ſunt enim lineæ k d & f m, ambæ ꝑpendiculares ſuper ſupficiem circuli b t a, q a illi circuli æquediſtant per 24 primi huius, utraq; em̃ ipſarũ æquediſtat baſibus columnæ per 100. primi huius, qm̃ ergo linea f m, eſt æqualis & æquediſtans lineæ d k, quæ eſt pars axis, ergo per 33. primi, linea k f, æqualis & æquediſtans eſt lineæ d m, & ſimiliter erit m f, linea æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis quæ eſt e t, per 37. primi, quoniã linea e t, eſt æqualis & æquediſtans axi k a per 92. primi huius, cũ ſit linea longitudinis ſpeculi, & erit ut prius linea k e, æqualis & æquediſtans lineæ d t, & linea e f, æqualis eſt & æquediſtans lineæ t m, per eandẽ 33. primi, uerũetiã ſuperficies k d l g, quia tranſit axẽ columnæ, & angulus g d b, eſt rectus, orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigoniæ, quæ eſt a e b c, per diffinitionẽ ſuperficiei erectæ, & eadem ſuperficies k d l g, orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ circuli e s p, qm̃ illa ſuperficies k d l, tranſiens per axem, per 18. undecimi, erecta eſt ſuper baſes columnæ, ergo & ſuper ſupficiem circuli e l p, æquediſtans baſibus erecta eſt in eadem ſuperficie k d l, quia itaq; ducta ſuperficies k d l, eſt erecta ſuper ſuperficiem ſectionis oxigoniæ & circuli e s p. Eſt ergo orthogonalis ſuper lineam communem dictæ ſectionis & circuli quæ eſt linea e f, per 19. undecimi, & quia linea e f, eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l, in qua ducta eſt linea k f, igitur p diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ angulus e f k, eſt rectus, ergo & angulus t m d, eſt rectus p 19. undecimi, latera em̃ illos angulos continentia inæquediſtantibus circulorum ſuperficiebus ꝓtracta æqualia ſunt & æquediſtãtia, ut patet ex p̃miſſis, cum ergo angulus d m t, ſit rectus, & angulus g t d, ſit rectus per 17. tertij, in trigono ergo orthogonio d t g, ducta eſt ab angulo ad baſem perpendicularis t m, ergo per 8. & 16. ſexti, idem quod fit ex ductu lineæ d m, in g m, eſt æquale quadrato lineæ m t, & qm̃ linea g t, contingit circulum b t o, cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingentiæ quod eſt t, palã quod linea l g, eſt æquediſtans axi k d, quoniã eñ ſupficies ſecundum lineam longitudinis ſpeculũ cõtingentes ſunt erectæ ſuper baſem columnæ, ſuperficies ergo per 19. undecimi, earũ cõmunis ſectio quæ in ꝓpoſito eſt linea l g, ſuper eandẽ ſuperficiem baſium perpendicularis erit, æquediſtabit ergo axi h k, per 6. undecimi, ergo etiã æquediſtabit lineæ f m, per 30. primi, quia ergo in trigono l g d, linea f m, æquediſtat baſi l g, patet per ſecundã ſexti, quoniã ſecat alia latera illius trigoni ꝓportionalit̃. Eſt ergo proportio lineæ d f ad f l, ſicut lineæ d m ad m g, ergo permutatim per 16. quinti, erit proportio lineæ d f ad d m, ſicut lineæ f l ad m g, ſed linea d f, maior eſt q̃ linea d m, per 19.

primi, q̃m in trigono f d m, angulus f m d, est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l, est maior q̃ linea m g, ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l, maius est illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g, ergo & quadrato lineæ t m, sed linea t m, est æqualis lineæ e f, ut patet ex p̃missis, ergo illud q̃d fit ex ductu lineæ d f in l f, maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l, angulus l e d, maior recto p̃ 30. primi huius, q̃a si esset rectus, tunc cum linea e f, sit perpendicularis super lineam d l, esset per 8. & per 16. sexti, idem q̃d fit ex ductu lineæ d f in f l, æquale quadrato lineæ e f. Restat ergo ut linea perpẽdicularis super lineam contingentẽ sectionẽ a e b c, quæ est linea q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniens in punctum d, sit ergo illa p̃pendicularis linea e b, & q̃a angulus e d b, est acutus, & angulus d e u, acutus, q̃m angulus u e q est rectus, ergo per 14. primi huius, lineæ e u & b d, productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d, cum linea b d, quod est euidens, patet ergo propositum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiem speculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi q̃ sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi concurrere est necesse, dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem super axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; p̃positio patet per 113. primi huius, ut iam facilius pyramidalibus speculis applicetur. Sit speculum pyramidale cõuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a k, cadatq; in ipsum sectio oxigonia, à cuius circũferentia formæ punctorũ lineæ uisæ reflectãtur ad uisum, quæ sit b f e z punctũ quoq; reflexionis sit e, & sit linea e d, existens à pũcto e, quod est punctũ reflexionis p̃pẽdicularis sup̃ sup̃ficiẽ contingentẽ speculũ, q̃ p̃ducta in superficie sectionis, concurrat quidẽ cũ axe a k, per 14. primi huius, angulus em̃ e a k, est acutus, & angulus a e d est rectus, concurrat ergo in puncto d, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto speculi e z, q sit h z, dico q̃d kathetus h z, cõcurret cũ perpendiculari e d, ultra punctũ d, sub axe speculi ducatur em̃ linea t z q, quæ contingat sectionẽ b e f, in puncto z, cũ sit punctum z, remotius à puncto a, uertice speculi, q̃ sit punctum e, ducta quoq; linea z d, angulũ acutum contineat cũ perpendiculari e d, super ipsum axem speculi in quo cadit punctũ d, transeat quoq; super punctũ z, superficies æquedistans basi speculi, quæ secando speculum faciat circulũ r z g, per 100. primi huius, iste ergo circulus secat sectionẽ b e f in duobus tm̃ locis per 104. primi huius, q̃m circulus est p̃pendicularis super axẽ a d, & sectio est obliqua super eandem axem, & ducãtur lineæ a z & a e, linea quoq; a e, quæ ex hypothesi est breuior q̃ linea a z, ideo quod punctum z, remotius est à uertice pyramidis q̃ punctum e, p̃trahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circũferentia circuli r z g, & sit concursus punctus o, ergo punctus o, est remotior à puncto a, uertice speculi q̃ sit punctus e, eritq; linea a o, æqualis lineæ a z, per 89. primi huius, ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circũferentiã. Cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis sup̃ superficiẽ cõtingentẽ speculũ secundum lineam a d, concurret illa linea cum axe a k, ultra punctum d, cui prius data est incidere perpendicularẽ e d, per 2. primi huius. Sit ergo punctus concursus k, erit em̃ linea o k, æquedistans lineæ e d, per 6. undecimi, ducantur ergo lineæ k z & d z, & q̃a linea k z est æqualis lineæ k o, p̃ 65. primi huius, est em̃ k polus circuli, sed linea a d, est æqualis lineæ a z, p̃ 89. primi huius, cũ sint lineæ lõgitudinis unius pyramidis, & linea a k, cõis est ambobus



ambobus illi a trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æquianguli, sed angulus a o k est rectus, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam lõgitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineam a z, ergo per 18. undecimi, & superficies z k o est erecta super illam superficiem contingentem, & quia à puncto z ducta est linea contingens sectionem quæ est c z q, cum ergo ut patet linea k z sit erecta super superficiem speculum contingentẽ secundum lineã a z & cõmunis sectio superficiei sectionis, & illius superficiei speculũ contingentis sit linea t z q cõtingẽs sectionẽ, erit linea k z ꝑpendicularis super lineã t z q, erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ cõtingentẽ, & quia ut patet ex præmissis angulus k z q est rectus, trigonũ quoq; a z k erectũ est super superficiẽ speculũ secundũ lineã a z cõtingentẽ, & linea b z est similiter perpẽdicularis super hãc superficiẽ contingentẽ. Extrahamus ergo à pũcto z cõmunẽ sectionẽ superficiei circuli r z g, & sũperficiei pyramidẽ secundũ lineam a z contingẽtis, hoc autem per 3. undecimi est linea recta, sit ergo hæc linea z y, est palã per præmissa quod linea z y cõtingit circulũ r z g, sit quoq; cẽtrũ huius circuli c, & producatur c z angulus c z y, est rectus per 17. tertij. & ducatur à puncto c, quod est centrum circuli r z g, linea continens cum linea z c angulum rectum per 13. primi, & sit linea c f, linea ergo c r, est æquedistans lineæ z y per 28. primi, linea uero c r, est perpẽdicularis super superficiẽ a z c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r est rectus ex præmissis, & angulus z c a, est rectus, ideo quia axis a c est perpendicularis sup superficiẽ circuli r z g, per 89. primi huius, & quia etiam axis est perpendicularis sup basem pyramidis, cui circulus æquedistat, ergo & axis erit erectus super circulum per 23. primi huius, linea ergo z y æquedistans lineæ c r, est perpendicularis super superficiem a z c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens sectionem, est obliqua super superficiẽ a z c, ergo & super lineam c z, producatur ergo à puncto z in sectionis superficie extra ipsam sectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per undecimam primi, quæ sit z b, & quia punctus d per 24. huius est in superficie sectionis in aliquo puncto axis, palam quod ipsum aliud est à puncto k, qui est punctus axis inferior puncto d extra superficiem sectionis, sed punctus z est in ipsius superficie, patet ergo quoniam linea k z est extra superficiem sectionis, linea ergo k z secat lineam, z h, nec continuatur cum ipsa, quoniam linea z h est in superficie sectionis, & linea k z est extra illam, & quoniam lineæ k z & h z secant se in puncto z, patet quod ipsæ sunt in aliqua superficie una per 2. undecimi, sint ergo lineæ z k & z h in alia superficie præter superficiem sectionis, quæ secet superficiem sectionis super lineam p z h in ambabus istis superficiebus existentem per 19. primi huius, & sit z p eadem linea cum z h, quæ est producta in superficie sectionis, linea uero d z, quæ est in superficie sectionis, est extra superficiem in qua sunt lineæ k z & z h, sed linea z k continet cum linea z q, angulum rectum ideo quia ut prædictum est linea k z est perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem quæ transit lineas a z & z q, & superficies k z h secat superficiem d z h, super lineam illis duabus superficiebus communem, per 19. primi huius, quæ est h z, una linea d z est in superficie sectionis ut supra patet, & secatur à linea k z in pũcto z, & pũcta c & q sunt à lateribus superficiei k z p h, ergo & superficies h z k, secat superficiem d z q, differẽtia ergo cõmunis sũperficierum h z k & d z q, & in sũperficie h z k est quoq; illa cõis sectio linea recta per 3. undecimi, cõtinet ergo illa linea cũ linea z q angulũ rectũ, nã linea z q cũ sit ꝑpẽdicularis sũp lineã z h, et sũp lineã z k, patet p 4. undecimi, quoniam ipsa est erecta sũp sũperficiẽ h z k, ergo & sũp lineã z p, & quoniam superficies h z k, secat superficiem d z q & declinatio superficiei h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q sit ex parte semidiametri z t, erit linea quæ est differentia communis his duabus superficiebus media inter duas lineas q z & z d, ergo angulus q z d est obtusus, & h z est in superficie in qua sunt lineæ d z & z q, quæ est superficies sectionis, & continet cum linea z q angulum rectum, linea ergo z h producta intra sectionem ultra punctum z, secabit angulum d z q, & linea h z, concurret cum linea c d sub puncto d, puncto axis per 14.

primi huius, angulus enim y d e est acutus ex hypothesi, & angulus d z p acutus, kathetus itaq; incidentiæ qui est h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis super superficiem speculum contingentem, concurret sub axe & sub pũcto ipsius axis, qui est d, sit itaq; punctum concursus p, & hoc est propositum.

XLVI.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiẽ speculi pyramidalis cõuexi, cũ katheto incidentiæ puncto ꝓpinquiori à uertice speculi quàm sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi cõcurrere est necesse, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius sub axe, dum tamẽ linea à puncto superiori cũ ꝑpẽdiculari ducta à pũcto inferiori super axem angulũ cõtineat acutum.

Sit ut in præmissa speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a d, sitq; in ipso sectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis sit e, sitq; linea e d perpendicularis super superficiem speculi cõcurrens cum axe a k in puncto d in superficie sectionis, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pũcto e, qui sit h z, cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quàm pũctum e, ita tamẽ quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerũ est quod ponitur, circũducatur enim à puncto z, ipsi speculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypothesi est longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abscinditur per superficiem circuli r z g, ideo quia pũctum z propinquius est uertici pyramidis, quæ est a, quàm punctũ e sit ergo ut abscindatur in pũcto o, est ergo punctũ o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e pũctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquedistans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & q̃a linea k z est æqualis lineæ k o per 65. primi huius, est enĩ pũctus k polus circuli k z b g, sed linea a o est æqualis lineæ a z ꝑ 89. primi huius, et linea a k, est cõmunis ambobus illis trigonis, erũt ergo ꝑ 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, sed angulus a o k, est rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d est rectus, & linea e d & o k æquedistans, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingentem speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineã a z, ducta quoq; à puncto z linea cõtingentem sectionem in puncto z, quæ sit r z q. Perficiatᷣ demonstratio, ut in proxima præmissa, pateťq; propositum nunc ut prius, cadat enim punctus p, quæ sit communis sectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cũ perpendiculari e d sub axe a d & sub puncto d, & si in periferia ipsius sectionis signetur punctus ꝓpinquior uertici quàm sit punctum z, qui sit pũctus x, ab eo quoq; ducatur kathetus incidentiæ qui sit x y, qui eodem modo si angulus x d e, fuerit acutus demonstrabitur cõcurrere cum perpendiculari e d sub axe a d, sit concursus in puncto y, dico quod pũctus y remotior erit sub axe a d, quàm punctum p, non enim secabit linea x y angulũ a z p, neq; lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur sub axem, & kathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horum medij, à quorum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non secabit lineam d p, patet ergo propositum.

LXVII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis intra sectionem oxigoniam secante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ secet kathetum, erit totius katheti proportio ad partem sui resectam intra sectionem oxigoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam quæ utrasq; interiacet sectiones.

Esto

Eſto a b c ſectio oxigonia, cuius punctus b, ſit punctus reflexionis, & ſit e punctus rei uiſæ, d centrum uiſus, à puncto quoq; reflexionis quod eſt b, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto b, qui ſit g b q, ducta intra ſpeculum propoſitum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, aut ſuper lineam ſectionem contingentem, ut fuerit poſſibile, ducatur quoq; linea cõtingens ſpeculum in puncto b, quæ ſit t b u, & alia contingens ſectionem in puncto k, duæ itaq; perpendiculares, quæ ſunt g b q & o k, concurrent intra ſectionem ſub axe ſpeculi per tres præcedentes, ſit ergo punctus cõcurſus illarum perpendicularium pũctum q, ſed hoc in propoſito aliter declarandum. Ducãtur enim lineæ e b o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmiſſis, quoniam linea k m, cadet intra ſuperficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem ſuperficiem, igitur linea b t, ſecabit lineam e k, ſit ut ſecet ipſam in puncto t, & linea k m ſecabit lineam b e, & ſit ut ſecet ipſam in pũcto m. Cũ ergo angulus e k m ſit rectus, ut patet ex præmiſſis, palã quod angulus e k b maior eſt recto, & ſimiliter quod angulus g b t eſt rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ perpendiculares g b & e k cõcurrent in aliquo puncto ſuperficiei reflexionis, cum ſint in eadem ſuperficie, ſit ut prius earum cõcurſus in puncto q, ſimiliter quoq; angulus d b k, eſt maior angulo recto, qui eſt g b t, qui eſt rectus, ut patet ex præmiſſis, ergo per 14. primi huius lineæ d b & e k cõcurrẽt, ſit ipſarũ concurſus punctus h, igitur per 37. quinti huius, punctus h, eſt locus imaginis formæ puncti e, dico itaq; quod erit proportio lineæ e q, quæ eſt kathetus incidẽtiæ formæ puncti e, ad lineã q h, ſicut lineæ e t ad lineã t h, quia enim lineæ e k et b e cõcurrunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æquedistans lineæ e b, per 31. primi, & quoniam angulus e b t, eſt per 20. quinti huius, æqualis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, eſt æqualis angulo t b h, palã quod angulus e b t, erit æqualis angulo c b h. Reſtat ergo ut angulus e g b, ſit æqualis angulo h b q, ideo quia anguli c b q & c b g, ſunt recti et æquales, cũ igitur linea c b diuidat angulũ e b h per æqualia, erit per 3. ſexti, proportio lineæ e t, ad c b, ſicut lineæ e b, ad b h, ſed per 29. primi, angulus e b g, eſt æqualis angulo h f b, angulus ergo h f b, eſt æqualis angulo h b f, quoniam ut poſtenſum eſt angulus e b g, eſt æqualis angulo h b f ergo per 6. primi, lineæ h b, eſt æqualis lineæ h f, ergo per 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineam h f, ſicut ad linea h b, eſt autem proportio lineæ e b, ad h f, ſicut lineæ e q ad q h, per 4. ſexti, quia per 29. primi, trigona e q b & h q b, ſunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, ſicut lineæ e q ad q h, erit ergo per 11. quinti, proportio lineæ e t, ad lineam t h, ſicut lineæ e q, ad lineam q h, quod eſt propoſitum.

XLVIII.

In omni ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, communi ſectione ſuperficie reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente linea recta interiacens pũctum concurſus duarum præmiſſarum perpendicularium & locũ imaginis maior eſt linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

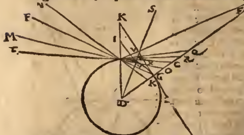
Sit omnimoda diſpoſitio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia eſt proportio lineæ e q ad lineam q h, ſicut lineæ e b ad lineam h f, per 4. ſexti, & proportio lineæ e b ad h f, eſt ſicut lineæ e b ad lineam h b, per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b ad lineã b h, ſicut lineæ e q ad lineã q h, per 11. quinti, ergo permutatim per 16. quinti, proportio lineæ e q ad e b, ſicut q h ad h b, ſed linea e q maior eſt quàm linea e b, per 19. primi, eo quod angulus e b q maior eſt recto, ut patet ex præmiſſis, quia angulus t b q, eſt rectus, ergo linea q h eſt maior quàm linea h b, quod eſt propoſitũ, eſt enim pũctũ q illud in quo cõcurrũt duæ perpendiculares g b q & e b

& e b, quæ est kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, & punctus b est punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existens in puncto d.

XLIX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi existente oxigonia, formaq; rei uisæ oblique speculo incidente, locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq; erit in superficie speculi, quandoq; intra speculum, & quandoq; extra ipsum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi, tunc enim unius solius forma pũcti super lineam perpẽdicularem accedit ad speculum, & secũdum eandem lineam reflectetur ad uisum, utpote pũctus ipsius perpendicularis lineæ, quæ est in superficie oculi uidentis, pũctus eñi ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc perpendicularem, quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem propter rationẽ assignatam in 32. quinti huius, & similiter non potest reflecti forma illius puncti ad uisum ab alio puncto speculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpẽdicularis, si enim daretur hoc posse fieri, tunc accideret duas perpendiculares ductas à superficie speculi cõcurrere in cẽtro eiusdẽ uisus, quod esset contra 6. undecimi, & contra 20. primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod esset contra 33. primi, & impossibile, in tali ergo situ perpendicularis reflectitur tantum in seipsam, sit autem nunc ut forma rei uisæ incidat superficiei speculi non perpendiculariter, sed oblique, & esto ut superficies reflexionis secet speculum columnare conuexum, & cõmunis eorũ sectio sit oxigonia sectio, quæ a b g, à cuius punctum a sumatur linea cõtingens sectionem, quæ sit e a t, & ducatur perpẽdicularis à puncto a per 11. primi, super lineam, et intra sectionem quæ sit a d, cadatq; punctus d intra sectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit sectionem in duas partes, in quarum utraq; est punctus unicus in quo pũcto linea sectionem cõtingens erit æquedistans lineæ d a, sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit pũctus g, cuius puncti contingens concurrat cũ linea d a in puncto h extra sectionem, & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam cõtingentem, quæ est g h per undecimam primi, perpendicularis sit g q, secans lineam aliam contingentẽ quæ est e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis cõtingentiæ per diffinitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, necessario concurret cum linea h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus, sit ergo in puncto d ipsarum concursus, & ducatur linea g a, quæ producatur extra sectionem usq; ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut est æqualis angulo h a p, aut maior aut minor, si sit æqualis, incidit ergo forma pũcti q speculo in pũcto a, & reflectetur ad centrum uisus existens in puncto p per 20. quinti huius, & locus imaginis punctus g, qui est punctus sectionis oxigoniæ & superficiei columnæ speculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto cõcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei uisæ, quæ est q, super lineam contingentem sectionem in puncto g, cũ linea reflexionis, quæ est p a, & quia punctus g est in superficie speculi, patet quod tunc uidebitur imago formæ puncti q in superficie speculi, si uero in linea g q supra punctum a, sumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Est enim angulus f a h minor angulo q a h, qui est æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h super a terminum b e h a æqualis angulo qui sit h a n, per 23. primi, & producatur linea n a



intra

intra sectionem, concurretque cum katheto f q g d, & sit punctus concursus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur à puncto speculi, quod est a, ad uisum existentem in puncto n, et locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ, q f, quæ sunt ultra pũctum q, erunt intra columnã speculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmissis, si non inter punctum q & punctum t, qui est finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m, palam quod linea m a producta cadet super lineam g q extra sectionem, ideo enim quia linea p a cõtinens cum linea a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipsum sectionem in punctum g, patet quia linea m a, secabit lineam g q, extra sectionem, sitque ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra speculum intra puncta o & g, si autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, secetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ pũcti q, imago erit in puncto k, & omnium superficierum punctorum lineæ q f, imagines erunt intra sectionem, si uero punctus r, sumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h sit æqualis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in sectionis puncti g, quod est in superficie speculi & omnium punctorum inter r & q, imagines erunt intra speculum & omnium punctorum inter puncta k & d, imagines erunt extra speculi superficiem, si uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta secabit sectionem, linea enim e a t, est contingens sectionem in puncto a, propter quod linea m a producta necessario sectionem secabit, secet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens sectionem in puncto b, qui concurrat cum linea d h in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b, eritque angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l sit rectus, est ergo per 13. primi, angulus h l b obtusus, linea ergo l b concurret cum linea h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorum b & g, quia quãtum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus, facietque cum ipsa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis super lineam l b à pũcto b, & per 11. primi, quæ sit g s, hæc ergo coniuncta cũ linea d b, fiat linea una per 14. primi, quoniam utraque ipsarum cum linea l b, in eodem puncto qui est b, continet angulum rectum, & linea b s, secabit lineam h g, sit ut secet ipsam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g, & angulus s b l, est rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoque angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapositus similiter est acutus per 15. primi, qa uero linea h g, secat lineam q a, sit punctus sectionis u, & quoniam angulus h g d, est rectus, & linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ sunt in una superficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea, q a, continet angulum acutum super punctum u, qui est angulus h u a, quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g, contrapositus angulo h u a, per 15. primi, est acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, sit ergo concursus ipsarum in puncto z, forma itaque puncti z, mouebitur ad speculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uisum existentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra sectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ sunt circa z, loca imaginum erunt extra sectionem, quod est propositum.

L.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, centroque uisus existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri à tota linea longitudinis speculi ad uisum, imagoque eius uidebitur recta æqualis rei uisæ.

Esto speculum columnare, ut in 30. huius, cuius axi z h, æquedistat linea recta quæ sit t h, erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea t h æquedistans lineæ longitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie t h z k, sit linea a g, dico quod si uisus, cuius centrum sit e, fuerit in eadē superficie t h z k cū linea t h, & cum axe z k, possibile est, ut oīa puncta lineæ t h reflectantur ad uisum e, quoniam per 30. huius, possibile est, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ t h, sint in linea longitudinis columnæ, quæ est g a, quia illa linea superficiei reflexionis in qua sunt uisus e, & axis z k & linea t h, & superficiei columnæ est communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem superficie cum uisu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h esse secundum lineam rectam disposita, sicut in speculis planis per 52. quinti huius, existit probatum de lineis rectis uisi, patet ergo propositum.

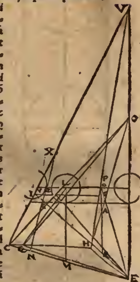
LI.

Lineæ rectæ æquedistantes axi speculi columnaris conuexi, uisu non existente in eadem superficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor reuisa.

Sit dispositio quæ prius in 30. huius, reflectaturq́ forma lineæ t h, à linea lōgitudinis speculi, quæ sit a g, dico quod imago lineæ t h, uidebitur aliqn̄ curua, forma enim pūcti eius quod est q, ut supra patuit reflectitur ad uisum e, à puncto speculi b, qui est punctus circuli b f, linea ergo à puncto q, ducta ad centrū circuli b f, quod est l, quæ erit q l, & ipsa est kathetus incidentiæ formæ puncti q, quoniam ut patet per 17. tertij, linea q l, est ppendicularis super lineā contingentem circulū b f, cuius periferia est communis sectio sup ficiei reflexionis & speculi, hic quoq; kathetus q l, ut patet, concurret cum perpendiculari producta à puncto b, quod est punctū reflexionis super ipsam superficiem speculi super axē z k, & erit cōcursus in pūcto axis l, scilicet in cētro circuli b f, p 96. primi huius, cōcurrat ergo linea q l cū linea m l, in puncto axis l, producatur q̄q; linea reflexionis, q̄ est e b, quousq; cōcurrat cū katheto q l, & sit punctus concursus c, uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti q in puncto c, & est punctus c, per 1. undecimi, in superficie in qua sunt linea q h, & axis z k, est linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto speculi g, q per 10. huius, est punctus sectionis oxigoniæ cū punctus c sit altior centro uisus, quod est e, nec ipsa sunt in eadem superficie. Est aūt à puncto t, unā tm̄ ducere ppendicularē sup ipsam oxigoniā sectionē, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel super lineā cōtingentē speculū in pūcto aliq oxigoniæ sectionis per 12. primi, sit ducta, hæc ergo per 114. primi huius, uel per 44 huius, cōcurret cū perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis quod est g, super axē z k, quæ est linea n g z, eritq; cōcursus sub axe, hoc est sub puncto z, qui est concursus ppendicularis, n z, & axi z k, qm̄ ducta linea t z, erit angulus t z n acutus, ideo quod angulus n z y est rectus, axe k z producta ultra punctum z ad punctum r y, producatur itaq; linea n z ultra punctum z ad puncto x, & ducatur à puncto g, linea cōcurrēs cum linea n z, producta ultra punctum z in puncto x, concurret autem per 14. primi huius, ideo qa angulus x n t, est rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus, seceťq; linea t x axē k z in puncto y, & producatur linea e g, ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x, cōcurrent autem per 29. primi huius, linea enim e g producta secat angulum t g x, ergo & basem t x, quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie ut patet, sit ipsarum sectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti huius, similiter ducta à puncto h, lineæ t h, quæ sit orthogonalis super lineam contingentem speculum in aliquo puncto sectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uisum e, per decimam huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, sub puncto d, qui est punctus axis per 114. primi huius, uel per 44. huius, concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p

& sit

& sit secundum præmissos modos punctus concursus s, erit quoq; ut prius pũctus s imago puncti h, ducatur quoq; linea s r, palam ergo cum linea c i concurrat in pũcto x cum perpendiculari, n z, quæ est æquedistans lineæ e o, quod eadem concurrat cum linea e o, per secundam primi huius, concurrat ergo in puncto u, similiter linea h s, cum concurrat cum perpendiculari d r, quæ est æquedistans lineæ e o, concurrat cum linea e o per eandem secundam primi huius, sed quoniam situs puncti t lineæ t h, respectu puncti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem distantia à uisu, qm̃ linea t h, æquedistat axi z k, & similiter puncta t & h, æqualiter distant à puncto q, & ut patet ex præmissa in 30. huius, situs puncti t & puncti h, ad punctum o, est idem, et punctorum i & s respectu puncti o, est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in præsenti demonstratione, ergo per primam undecimi, erit linearum c i & h s respectu lineæ e o, idem situs, lineæ ergo c i & h s concurrent super idem punctum lineæ e o, cõcurrent ergo in puncto u, erit ergo c u h triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea i s, axis autem speculi, qui est z k, non est in hac superficie, uerum linea c h, est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per secundam primi huius, ergo superficies illa secat superficiem trianguli c b h super lineã comunem, quæ est e h, non super aliam, cum ergo punctus c sit in superficie lineæ t h, & similiter axis z k, sit in eadem superficie, & punctus c non sit in linea t h, ergo non est in superficie trianguli t u h, & duo puncta i & s, sunt in superficie illius trianguli, linea ergo i t s erit curua per primam undecimi, & quia ipsa est imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ est t h, est curua, quod est primum propositum, sed eius curuitas modica est, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctũ f. sectionis lineæ i s, & superficiei circuli est ualde parua sed quanto maior fuerit linea uisa, quæ est t h æquedistans lineæ longitudinis speculi, tanto imago eius erit minus curua, & quãto minor fuerit linea t h, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor est quàm linea t q, & linea s c, minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicum declinat linea i t s, cadit inter lineas t u & h u, concurrentes in puncto u, & est quasi æquedistans lineæ t h, sicut & axi k z, patet ergo quod linea imaginis quæ est i t s, minor est reuisa, in qua est linea t h, & hoc est secundum propositum, patet ergo totum quod proponebatur.



LII.

Superficie lineæ rectæ uisæ, superficiem in qua est axis speculi columnaris conuexi orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie à circumferentia circuli, quæ est communis sectio ductarum superficierũ & speculi fiet reflexio, lineæq; rectæ uisæ imago erit curua.

Esto linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt centrum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f, sitq; punctum e in superficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ superficies se intersecant, quod necesse est esse per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli, quæ est communis sectio superficiei, t h e, & superficiei columnæ ipsius speculi qui sit g b, fiet reflexio ad uisum, aut enim centrum uisus, quod est e, erit retro lineã t h, & tunc cum illa linea sit corporalis est diafona, eius densitas occultabit uisui speculum, & non fiet reflexio, nisi forte solæ formæ capitum lineæ quæ sunt t & h, appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est b g, & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 65. sexti huius, patuit

de speculis sphæricis cōuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona grossæ diafonitatis, ut cristallus, de hoc sermo alter erit in decimo libro huius scientiæ, sed si linea t h siue existente diafona siue non, fuerit uisus sub illa intra ipsam. s. & speculum, tunc occultabitur pars lineæ t h, ꝓpter interpositionem capitis in quo est uisus, pars autem illa lineæ t h, quæ uideri potest non obstante capitis impedimēto, reflectetur à circulo b g, ad uisum, eodem penitus modo quem de speculis sphæricis cōuexis ostēdimus suo loco, est ergo imago lineæ rectæ t h, taliter uisæ semper curua, quod si centrum uisus e, fuerit extra terminos lineæ t h in eadem superficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ t h ad uisum, uidebitur imago linea t h tota curua, ut patet secundum præmissa, & hoc est propositum.

LIII.

Lineæ rectæ uisæ superficie orthogonaliter axem speculi columnaris conuexi secante, centroq́ uisus nō existente in eadem superficie, factaq́ reflexione ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit sụpficies plana in qua est linea t h orthogonaliter secās superficiem, in qua sunt centrum uisus e, & axis speculi columnaris conuexi, quod sit b k g. Sitq́ centrum uisus e, non in eadē superficie cum linea t h, cuius extrema t & h, sicut ꝓponitur æqualiter distent à centro uisus e, palamq́ per 10. huius, quoniam communes sectiones omnium in superficierum reflexiōis & speculi, erunt oxigoniæ, & quoniam ex hypothesi forma pūcti h, reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi propositi, sit ergo ut hoc fiat à puncto b per 29. huius, & quia punctus t, eiusdem est distantiæ à puncto e quod est centrum uisus, cuius est punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi, sit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, sint eiusdem situs & longitudinis à centro uisus e, erunt etiā puncta reflexionum formarum illarū punctorum quæ sunt b & g eiusdē distantiæ & situs à puncto e centro uisus, igitur duo puncta b & g, erunt in circulo æquedistante basibus speculi, quæ cadet semper inter lineam h t & inter superficiem trāseuntem centrum uisus e, & secantem speculum æquedistanter basibus ipsius speculi, quod ideo accidit, quia puncta reflexionū quæ sunt b & g, plus declinant ad centrum uisus ad quod fit reflexio, quàm ipsa puncta h & t, quorum formæ reflectuntur, sit ergo ille circulus b z g, cuius centrum sit d, ducantur itaq́ lineæ incidētiæ quæ sunt h b & t g, & lineæ reflexionū quæ sunt b e & g e, & à cētro d ducātur perpēdiculares super lineas circulum b z g, cōtingentes in pūctis b & g, quæ sint d g & d b o, palā quia per 21. huius, quoniam illarū perpendicularium partes, quæ sunt g d & d b sunt semidiametri circuli b z g, & ducatur linea à pūcto d, centro circuli ad centrū uisus quæ sit e d, & producātur lineæ incidētiæ quæ sunt h b & t g, donec cōcurrant cū linea e d, cū aūt pūcta h & t, sint eiusdē situs & distātiæ respectu puncti e, & respectu centro d, palā quod lineæ h b & t g, habebūt eundē sitū respectu lineæ e d, concurrent ergo in idē punctū illius lineæ d, esto quod cōcurrēt in pūctū b, ducaturq́ linea lōgitudinis columnæ speculi in qua sit pūctus z, & sit hæc linea in superficie plana, in qua est cētrū uisus & axis speculi, sitq́ linea a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniā superficies in qua sunt centrū uisus & axis speculi intersecat superficiem in qua est linea t h, sit punctus lineæ t h, in quo hæc sectio punctus q, & à puncto q, ducatur linea æquedistans lineæ d z c, cadat quidem hæc linea per 2. primi huius, super axem speculi ex una parte & super lineam l z n ex alia cadat ergo in pūctum n lineæ l z n, palā autē per 20. quinti huius, quoniam angulus h b o, qui est angulus incidētiæ formæ pūcti h, est æqualis angulo o b e, qui est angulus reflexionis, sed angulus

h b o per

h b o,per 15.primi huius,est æqualis angulo l b d,q̄m est ei contrapositus, & angulus o b e,æqualis est duobus angulis b e d,& b d e,per 32.primi,cum in triangulo e b d,ipse sit extrinsecus angulus ergo l b d,æqualis est eisdē duobus angulis.s.b e d, & b d e, secetur itaq; ex angulo l b d,angulus qui sit m b d,æqualis angulo b d e,per 27.primi huius. Remanet ergo angulus m b l,æqualis angulo b e d,quia ergo in triangulo e b m , angulus b e m,est æqualis triangulo m b l , & angulus b m e,cōmunis utercq; illorū trigonorū erit per 32.primi,angulus m b e,trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, est ergo per 46 . proportio lineæ e m ad b m,sicut lineæ b m ad m l ergo per 16.sexti,illud quod fit ex ductu lineæ e m in m l,æquale est quadrato lineæ b m,ducatur quoq; linea m z,& q̄m angulus b d m,maior est angulo z d m,quia eñ angulus s d e,est æqualis angulo o d e.ꝓpter identitatem situs punctorū reflexionū, quæ sunt b & g ,à centro uisus e, quæ causatur ut præostensum est ex identitate situs punctorū uisorum, qui sunt h & t,respectu uisus e, angulus uero s d e, maior angulo z d m , nec totum sua parte ergo & angulus b d m, est maior angulo z d m. Sed & duo latera z d & d m,sunt æqualia duobus lateribus b d & d m,q̄m d b & z d, sunt ex centro ad circūferentiā, & latus d m est commune, erit ergo ꝑ 24.primi,latus m b,maius latere m z,illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius est quadrato lineæ z m,sit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i,minor q̄ sit linea m l,æqualis quadrato lineæ m z,& ducantur lineæ l b,i z, e z,& quia trianguli e z m,& z i m,quorū cōmunis angulus est z m i,per 6.sexti,sunt æquianguli,ꝓpter laterum suorū proportionalitatem ex 16.sexti,quæ continent illum communem angulum,erit ergo angulus m z i,æqualis angulo z e i,est ergo angulus m z l,qui est maior angulo m z i, maior angulo z e d. Sed q̄m angulus m b d,constitutus est æqualis angulo b d m , erit linea m d, æqualis lineæ m b.per 6.primi. Sed linea m b est maior q̄ linea m z,ut patet ex p̄missis,ergo linea m d,est maior q̄ linea m z,ergo per 18.primi,erit angulus m d z , maior angulo m z d,igitur angulus d z l,maior est duobus angulis e d z,& z e d,angulus enim d z l,continet angulū m z l,maiorē angulo z d e,q̄m angulus m z i,qui est pars anguli m z l,æqualis est angulo z e d,ut supra patuit. Item præter angulum m z l , cōtinet angulum d z l,& angulū d z m,maiorē angulo m d z,angulus uero n z e,est æqualis angulo d z l,per 15.primi,& angulus e z c,per 32.primi,æqualis est duobus angulis z d e & z e d, est ergo angul9 n z o,maior angulo e z c, secet ergo ex angulo n z c,ꝑ 27.primi huius,angulus æqualis angulo e z c,qui sit z c f,ducta linea z f, quæ quidem concurret cum linea n q,per 2.primi huius,q̄m concurrit in puncto z,cum linea c d, æquedistante lineæ n q,concurret ergo super punctum f,cū ergo angulus f z c,sit æqualis angulo e z c,palam per 20.quinti huius,q̄m reflectetur forma puncti f,ad uisum e,à puncto speculi e,sed forma puncti q,reflectitur ad uisum ab aliquo puncto lineæ longitudinis speculi transeuntis per punctum z,reflectitur ergo à pūcto quod est ultra punctū z,q͞a si detur ut reflectatur à pūcto quod sit circa punctū z,ꝓpinquius puncto e,q̄ sit punctū z, tunc linea ducta à puncto q,ad illum punctum reflexionis secabit lineam f z, ille ergo punctus sectionis reflectet ad uisum e,à duobus punctis lineæ longitudinis speculi , qui est z a.s.à puncto z,& ab alio puncto dato,quod est impossibile,per 26.huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formæ puncti q,ultra punctū z , & sit punctus k,à quo reflectatꝰ forma pūcti q,ad uisum e,& ducatur linea incidentiæ quæ sit l k,& linea reflexionis quæ e k,& producatur linea e k,donec concurrat cum linea n q,concurret autē linea e k,cum

linea n q, per 2. primi huius, quia concurret cum linea d c, æquedistante lineæ n q, hæc enim in eadem superficie est inter puncta e & k, cõcurrunt itaq; lineæ e k & n q, & sit punctus concursus p, erit ergo per 37. quinti huius punctus p, locus imaginis formæ puncti q, sed pũctus h, reflectitur ad uisum e, à puncto sectionis oxigoniæ, cũ non sit in eadem superficie cũ uisu e, si ergo à puncto h, ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentẽ sectionem oxigoniam in aliquo puncto ipsius sectionis, palam quia kathetus ille concurret cũ perpendiculari o b d, sub axe per 44. huius, concurrant ergo in puncto aliquo, similiter à puncto t, est ducere unum kathetum incidentiæ, lineam s. f. perpendicularẽ super sectionem oxigoniam, à cuius sectionis puncto reflectitur forma puncti t, ad uisum e, quæ sicut prius concurret cũ perpendiculari s g d, sub axe, & quoniam semidiameter b d & g d, non possunt esse linea una, ut patet per 78. quarti huius, palam per 112. primi huius, quoniam reflexio formarum punctorũ h & t, fit ex hypothesi, & per 23. huius, à duobus punctis duarum sectionũ columnarum scilicet lineã z d, productam transspeculum se intersecantium per 24. huius, & per 1. undecimi, & 19. primi huius, & quoniam puncta h & t, lineæ h t, sunt eiusdẽ situs respectu lineæ e d ideo enim quod illa puncta h & t, sunt eiusdẽ situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uero e d, quia diameter uisualis est in eadem superficie cũ axe speculi & centro uisus, habẽt ergo puncta h z t, eundẽ sitũ respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter per quæ transeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctorum h & t, respectu uisus e, & respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t, ducti super illas sectiones, quorum ut patet ex præmissis quilibet concurrit cũ linea e d, ambo cõcurrent in eodẽ puncto lineæ e d, concurrant ergo in puncto u, quia linea e b, producta cõcurret cũ linea h u, sit punctus cõcursus r, concurrat'q; linea e g, cum linea t u, in puncto y, & ducatur linea r y, palã ergo per 37. quinti huius, quia punctũ r est imago formæ puncti h, & punctum y, est imago formæ puncti t, habemus quoq; triangulũ e r y, & extra superficiẽ huius trianguli est punctum z, superficies ergo huius trianguli altior est quàm linea e p, si centrum uisus fuerit altius quàm linea h t, & est bassior si centrum uisus fuerit bassius quàm linea h t, est ergo punctus p, semper extra illam superficiẽ linea ergo r p y, est semper curua per 1. undecimi, sed ipsa imago lineæ t h ut patet per 37. quinti, est ergo imago lineæ h t, modo proposito situatæ respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica, quod est propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies oblique secat axem, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quia enim per 51. huius, patet quod linea recta æquedistans axi speculi columnaris conuexi imaginẽ habet non rectam sed curuã, licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisu non existente in eadem superficie cũ linea uisa, imago semper uidetur curua per proximã præmissam, palam per eandem, quoniam lineæ inter has duas sitæ, quæ magis accedũt ad uisum lineæ æquedistantis lineæ longitudinis columnæ, habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis, quarum superficies orthogonaliter secant axem plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatem, & augmentatur uel minuitur curuitas imaginum secundum accessum uel recessum linearum ad alterum istorum situum, & hoc est propositũ.

LV.

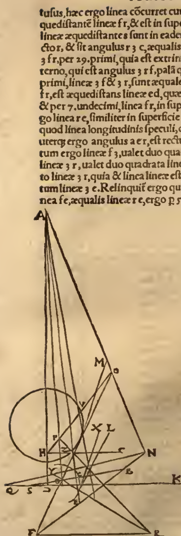
Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiem speculi constitutum à linea longitudinis speculi, imago'q; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexũ a b g, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d, signetur'q;

turq́; in ſupficie conica eius linea longitudinis utcũq; contingit, quæ ſit a z, per 101. primi huius, ducaturq́; punctum z, ſuperficies æquediſtans baſi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, ſecabit pyramidē ſpeculi ſecundũ circulũ qui ſit z u, & ducatˀ per 11. primi, à puncto z, perpendicularis ſuper lineam longitudinis z a, quæ ꝑducta ad axem ſpeculi, quæ eſt a d, cadat in punctum h, concurret autem cũ axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a z, eſt acutus, & à puncto z ducatur linea contingens circulũ z u, per 16. tertij, quæ ſit z m, & ducatˀ à puncto a, linea continens cũ utraq; linearũ a z & a h, angulum acutũ, quæ ſit extra ſuperficiē cõtingentē pyramidē ſuper lineam a z, hoc em̃ eſt poſſibile, cũ angulus h a z, ſit acutus. Sit ergo illa linea a n, & in ſuperficie in qua ſunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo z h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, ideo quod ut patet ex præmiſſis, duo anguli n a h, & a h z, ſunt acuti. Sit ergo punctus concurſus o, linea itaq; h o, ſecabit circumferentiam circuli z u, ideo em̃ quod angulus a h o, eſt æqualis angulo a h z, oportet quod lineæ z h & o h, ſint in eadem ſuperficie, ſecet ergo linea h o, periferiã circuli in puncto u, & ꝑducatur linea lõgitudinis ſpeculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h z, extra ſpeculum ad punctum c, & ducatur linea o z, & ꝑducatur in continuũ & directum, & ſit o z f, & producatur linea a z, ad punctũ e, angulus ergo f z h, eſt acutus, per 15. primi, quia linea o z, cũ linea t z, continet angulum acutũ. Eſt em̃ angulus a z c, rectus, & quia linea o z, ſecat ſuperficiē contingentē ſpeculũ ſuper lineã a z, ſuper quã erecta eſt linea h z, ut patet ex p̄miſſis, angulus, itaq; a z h, exiſtente recto, angulus o z a, eſt acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e z f, ſit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis ſuper lineam a e, per 12. primi, & ꝑducatur in continuũ & directũ donec concurrat cũ linea a o, in puncto n, cõcurret autē linea f e, cũ linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o eſt acutus, & angulus a e n, rectus, & ducatˀ à pũcto e, linea e d, æquediſtans lineæ z h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis ſuper ſuperficiē contingentē pyramidē ſecundum lineã a e, cum linea z h, ſit perpendicularis ſuper eandē ſuperficiem, & ducatur à puncto e, linea e l æquediſtans lineæ z m, & imaginetur ſuperficies, in qua ſint lineæ e l et e d, ſecare pyramidē, erit quoq; cõmunis ſectio huius ſupficiei & ſupficiei conicæ ipſius ſpeculi ſectio oxigonia p 103. primi huius, qm̃ illa ſuperficies l e d, eſt obliqua ſuper axem a d. Sit ergo illa ſectio d e c, linea uero m z, quæ eſt contingens circulũ z u, eſt perpendicularis ſuper lineam a e, per 22. primi huius. Ideo quia axis a h, erectus eſt ſuper ſuperficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea z m, eſt perpendicularis ſuper illius circuli diametrũ per 17. tertij, eſt ergo linea z m, erecta ſup ſuperficiē a z h, ut patuit in 41. huius, qm̃ ſuperficies circuli, & ſuperficies a z h, ſunt adinuicē erectæ, ergo linea l e, æquediſtans lineæ z m, per 8. undecimi, eſt perpēdicularis ſup ſuperficiē a d e, ergo angulus a e l, eſt rectus, q̃d tamē facilius pater per 29. primi, quia em̃ angulus a z m, eſt rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n eſt rectus, & ſimiliter angulus a e d, eſt rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a z h, eſt rectus, & linea e d, æquediſtat lineæ z h, ergo per 5. undecimi, lineæ n e, l e, d e, ſunt in eadē ſuperficie ſectionis, & linea a e, eſt erecta ſuper ſuperficiē illius ſectionis, cũ omnes illæ lineæ cũ linea a e, concurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, eſt in ſuperficie ſectionis, ꝑtrahatur itaq; linea d e, in continuũ & directũ uſq; ad punctum k, & extrahatˀ à puncto f, linea æquediſtans lineæ d e k, quæ ſit f r, hæc ergo linea æquediſtabit lineæ h z, per 30. primi, & producatur à puncto z, in ſuperficie o z h, linea recta continens cũ linea z c, angulũ æqualem angulo o z c, qui eſt acutus per 13. primi, quia ut ſupra patuit, angulus o z h, eſt ob-

tuſus

tusus, hæc ergo linea cõcurret cum linea f r, per 2. primi huius, quia secabit lineam 3 h, æquedistantẽ lineæ f r, & est in superficie eius, quia linea 3 f, est in superficie eius. Oẽs aũt lineæ æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius, concurrat ergo in puncto r, & sit angulus r 3 c, æqualis angulo o 3 c, & quia angulus o 3 c, est æqualis angulo 3 f r, per 29. primi, quia est extrinsecus illi, & angulus e 3 r, æqualis est angulo sibi coalterno, qui est angulus 3 r f, palã quod angulus 3 f r, est æqualis angulo 3 r f, ergo per 6. primi, lineæ 3 f & 3 r, sunt æquales. Et quia linea f e n, est in superficie sectionis, & linea f r, est æquedistans lineæ e d, quæ est in superficie sectionis. Est ergo per 2. primi huius, & per 7. undecimi, linea f r, in superficie illius sectionis, producatur quoq; linea r e, erit ergo linea r e, similiter in superficie sectionis per 7. undecimi, & quoniam superius declaratũ est, quod linea longitudinis speculi, quæ est e a, est perpendicularis super superficiẽ sectionis, uterq; ergo angulus a e r, est rectus per diffinitionẽ lineæ sup superficiẽ erectæ, quadratum ergo lineæ f 3, ualet duo quadrata linearum 3 e & f e, per 46. primi. Similiter quadratum lineæ 3 r, ualet duo quadrata linearum 3 e & e r. Sed quadratũ lineæ 3 f, est æquale quadrato lineæ 3 r, quia & linea lineæ est æqualis ex præmissis. Est autẽ amborum cõmune quadratum lineæ 3 e. Relinquitur ergo quadratũ lineæ f e, æquale quadrato lineæ e r, erit ergo linea f e, æqualis lineæ r e, ergo per 5. primi, duo anguli e r f, & e f r, sunt æquales. Sed angulus n e r, est æqualis angulo e f r, per 29. primi, quia est ei extrinsecus, & angulus k e r, est æqualis angulo e r f, quia est ei coalternus. Sũt ergo anguli n e k, & k e r æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti n, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto r, à puncto speculi e, & forma puncti o, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto r, à puncto speculi 3, & omnis linea producta à puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, secabit lineam 3 e, patet quoq; secundũ præmissa quod illa linea erit æqualis lineæ productæ à puncto r, ad idẽ punctum, quia linea a e est perpendicularis super superficiẽ, in qua sunt lineæ r e & f e, quæ est superficies sectionis, & duæ lineæ f e & r e, sunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ à punctis f & r, ad aliquod unum punctum lineæ 3 e, sunt æquales iterando modũ probandi quo usi sumus prius, patet ergo quod forma omnis puncti, quod est in linea o n, cõuertetur ad uisum existentem in puncto r, ex illo puncto speculi quod secatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui est a, cadensq; obliq; super axẽ pyramidis speculi, qui est a d, ita ut angulos acutos contineat cũ axe a d, & cũ linea lõgitudinis quæ est a 3, uel alia quocũq; præmisso modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectitur ad uisum tunc dispositũ respectu illius uisibilis ut nunc est dispositũ punctum r, respectu lineæ o n. Similiterq; patet, quod in hac dispositione formæ punctorum totius lineæ a o n, reflectentur ad uisum in puncto r existentẽ, & si punctus r, ulterius producatur in maiori distantia à puncto 3, & augmentabitur quantitas lineæ a o n, secundũ illud, & huius quidẽ simile demonstratũ est per 41. huius, nunc uero hoc præmisimus in hoc proposito theoremate, ut studiosus indagare ea quæ sequuntur facilius possit. Omnibus itaq; ex his suo modo dispositis cõtinetur linea n d, secabit ergo linea n d, circumferẽtiã sectionis, nam duo puncta d & n, sunt in eadem superficie sectionis, & punctũ n, est extra circũferentiã sectionis, d uero est intra illam, secet ergo linea n d, circũferentiã sectionis in puncto e, & quia triangulus a h o, est totus in eadem superficie



per

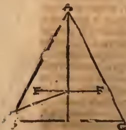
per 21.undecimi,palam quoniam linea n d.erit in ſuperficie trianguli a o h,per 1.undecimi,puncta enim d & m,ſunt in lineis a o & a h,ergo & linea n d, eſt in ſuperficie eadẽ cum illis,erit ergo punctus c, in ſuperficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h,ut patet ex præmiſsis,quoniam linea h o,ſecabat periferiam circuli 3 u, in puncto u,ſic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ ſunt a & u & c,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h, ſed puncta a b c,ſunt omnia in ſuperficie ſpeculi,ergo tria puncta a u c,ſunt in linea communi,quæ eſt linea recta per 90.primi huius. Fiat enim ſectio ſecundum axem ſpeculi, ergo puncta a u c, ſunt in linea recta,protrahatur ergo linea a u,recta ad punctum c,& producatur linea r 3,ultra punctum 3,quæ ſecabit lineam o h, per 29.primi huius, ideo quia lineæ r 3 & h o, ſunt in eadem ſuperficie,& linea r 3,quæ ſecat angulum f 3 c,ſecat angulum eius contra poſitum, qui eſt h 3 o, ergo & baſem illi ſubtenſam quæ eſt h d,neceſſario ſecabit,ſecet ergo ipſam in puncto p. Eſt ergo punctus p,in ſuperficie trianguli a o h, producatur quoq; linea a p,& protrahatur ultra p,ſecabit ergo lineam d n,per 29.primi huius,ſecat angulum d a n,ſecet quoq; ipſum in puncto g,& quia punctus f,non eſt in ſuperficie contingente pyramidem ſpeculi tranſeuntem per lineam a 3 e,ſed oblique incidit eidem,ut patet ex præmiſsis. Eſt autem in ſuperficie ſectionis,& quoniam ſuperficies ſectionis nõ eſt erecta ſuper ſuperficiem a d e,per 103.primi huius,patet per 4.undecimi,quia neceſſario erit angulus a e d acutus,quoniam angulus a e f eſt rectus,angulus ergo d e n,per 13.primi,eſt obtuſus,ergo angulus e d n,eſt acutus,per 32.primi,cadit ergo in triangulo amplıgonio, qui eſt d e n, & ſit linea e x i,contingens ſectionem in puncto c, per ea ergo quæ præmiſſa ſunt in demonſtratione 4.quinti huius, & etiam ex eo quoniam angulus d e x eſt obtuſus,palam quod perpendicularis extracta ex puncto c,ſuper lineam c x,contingentem ſectionem ſecat angulum d c x, & quod concurret cũ linea e d ſub puncto d, hæc ergo perpendiculariter ſecet lineam e d,producta ultra punctũ d,in puncto r,perpendicularis ergo extracta ex puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem ſecabit lineam e d,ultra punctum ſ,remotius à puncto d,q̃ ſit punctum ſ, ſiue iſta perpendicularis cum linea e d, concurrant ultra circumferentiam ſectionis uel intra illam: perpendicularis enim extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem non ſecabit angulũ d e x,ſicut linea perpẽdicularis ducta à puncto c,ſecat angulum illum, ut enim patet per 46.huius,& per 113.primi,erit illa perpendicularis remotior à linea n e,q̃ ſit linea n d e, hæc ergo perpendiculariter ſecat axem ſpeculi,qui eſt a d,in puncto altiori q̃ ſit punctũ d,ſit ergo perpendicularis extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto ſuæ incidentiæ linea n q,& linea r e,ſecat lineam n e,in puncto e,qui eſt punctus circumferentiæ ſectionis,& eſt in ipſius ſuperficie,& ſimiliter linea n q,eſt in ſuperficie ſectionis. Si ergo linea r e,quæ eſt linea reflexionis extrahatur motiuum & e irectum, palam quod ipſa ſecabit lineam n q,per 29.primi huius,quoniam ipſa protracta ſecat angulum q e n, ſecabit ergo baſem q n in trigono n e q, ſic ergo n t,ſecet ipſum in puncto x. Item quia punctum e,quod eſt in ſuperficie ſectionis eſt extra ſuperficiem trigoni a n d, quod trigonum ſecabit ſuperficiem ſectionis,quia ſuperficies a n d,non eſt ſuperficies ſectionis,cum ſicut patet ex præmiſsis,punctum a,ſit extra ſuperficiem ſectionis,& linea a e ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſectionis,& punctus e,eſt in circumferentia ipſius ſectionis, eſt autem linea n c d,communis ambabus illis ſuperficiebus trigoni,ſcilicet a n d,& ſectionis,ergo per 19.primi huius,linea n c d,eſt communis ſectio illarum ſuperficierum,ſcilicet trigoni a n d,& ſectionis linea n q,concurrit cum ipſa ſectione ultra punctũ c,ut ſupra declaratum eſt,ergo linea n q,eſt ultra ſuperficiem trigoni a n d,ſed linea a p g eſt in ipſa ſuperficie trigoni a n d,punctus ergo y,qui p 37.huius,eſt locus imaginis formæ puncti n,cum ipſe ſit communis ſectio lineæ reflexionis,quæ eſt r e,& katheti incidẽtiæ formæ puncti t,quæ eſt linea n q,erit ultra lineam a p g,uiſui itaq; exiſtente in puncto r,& forma alicuius rei uiſæ reflexa ad centrum uiſus in puncto r, à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt 3 e, ut nunc in præcedentibus oſtenſum eſt, quod forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto r,à puncto ſpeculi 3,& forma puncti n,à pũcto

speculi e, tunc punctus p, erit locus imaginis formæ pũcti o, per 37. quinti huius, quoniã ipsum punctũ p, est cõmunis sectio lineæ reflexionis 3 r, & katheti incidẽtiæ forma pũcti o, qui est linea o h, & punctus y, est locus imaginis formæ pũcti n, forma uero pũcti a, ui debitur in suo loco, ꝓprio, qꝛ est in uertice pyramidis, & erit imago lineæ a o n, linea trãsiens per pũcta a p y, sed hæc linea est cõuexa, qꝛ punctũ y, est ultra lineã a p g, fit ergo illa linea imaginis curua, quæ est linea a p y, iam aũt patuit qđ formæ omniũ pũctorũ lineæ a n, reflectatur ad uisum existentẽ in pũcto r, ã linea lõgitudinis speculi, q̃ est a e, lineæ ergo reflexionũ ꝑ quas reflectũtur illæ formæ sunt oẽs in supficie trianguli r a e, oẽs ergo imagines pũctoꝝ lineæ a n, sunt in hac supficie, ergo linea a p y, q̃ est cõuexa, est in hac superficie, & pũctus p, q est locus imaginis formæ pũcti o, & ꝓpior cẽtro uisus qui est punctus r, q̃ sit pũctus y, q est locus imaginis formæ pũcti r, ꝓpter qđ erit conuexitas huius imaginis respiciẽs centrũ uisus, eritq; cõuexitas parua, & diameter huius imaginis, q̃ diameter est linea a y, erit maior q̃ sit linea a n, cuius imaginis est ipsa diameter, erit aũt illius diuersitatis excessus in modica quãtitate, imagines ergo linearũ q̃ extrahũtur ex uerticibus pyramidaliũ speculorũ cõuexorũ oblique sup axẽ speculi, cõprehendũtur ã uisu, ã talibus speculis secũdũ lineã lõgitudinis suæ reflexæ, & apparẽt cõuexæ, & hoc est ꝓpositũ.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquedistantis latitudini speculi pyramidalis conuexi uisu existente extra eius superficiem speculum æquedistanter basi secantem reflectitur ad uisum secundum oxigonias sectiones, imagoq; ipsius uidetur curua maximæ curuitatis, cuius conuexitas est ad uisum.

Esto speculum pyramidale cõuexũ, cuius uertex sit a, diameter basis b c, est ergo ipsius latitudo trigonũ a b c, sitq; centrũ uisus d, & linea recta uisa sit e f, æquedistans superficiei trigoni a b c, sitq; centrũ uisus d, extra superficiem, in qua linea e f, existẽte per ipsam secaretur speculũ æquedistanter suæ basi, dico qđ forma lineæ e f, reflectitur ad uisum d, secundum oxigonias sectiones speculi superficiẽ secantis, nõ enim potest reflecti secundum lineam longitudinis speculi, quoniam tũc oportet ut cõcurret cũ axe speculi uersus uerticem per 41. huius, & quod oblique incidet eidem, cuius oppositum dicit hypothesis, ã superficie uero istorũ speculorũ secundum circulum non fit reflexio per 12. huius, oportet ergo de necessitate ut harũ linearũ reflexio cum sit ad uisum fiat secũdũ oxigonias sectiones, & quoniã katheti incidentiæ qui sunt perpendiculares super illas oxigonias sectiones, qui sunt perpendiculares sup lineas illas sectiones cõtingentes cũ lineis reflexionum, concurrunt enim in eadẽ linea æquedistãte lineæ uisæ, sed in lineis diuersis, ideo imagines talium linearũ sic dispositarũ respectu superficierum istorũ speculorũ uidentur curuæ, sicut de speculis columnaribus ostendimus in 53. huius. Sunt aũt imagines harũ linearũ multum curuæ, ita ut ipsarũ curuitas sit manifesta sensui, sitq; cẽtrum illarum imaginum extra superficies, in quibus est conuexitas formarum harũ linearum, fiantq; diametri imaginum harum linearum multo minores ipsis lineis, quod accidit propter augmentum suæ curuitatis, patet ergo propositum.



LVII.

Linearum rectarum superficiebus speculorum pyramidalium conuexorum non secundum concursum cum uertice axis neq; æquedistanter latitudini speculi, sed inter hæc oblique incidẽtium imagines sunt curuæ diuersæ curuitatis secundum modum quo plus participant sitibus extremis.

Quod hic ꝓponitur satis euidentẽ habet causam, lineæ ẽm rectæ applicatæ his speculis neq; secundũ lineam longitudinis ut in 41. & 55. huius, neq; æquedistanter latitudini speculi, ut in præmissa medio modo secũdum quod plus approximant uni situi uel alteri partici

participant modos curuitatis, unde illæ quæ plus approximant in suo situ lineis existentibus in longitudine speculi, habent formas minus couexas, quæ uero plus approximãt lineis in æquedistantibus latitudini speculorũ, habent formas magis manifeste cõuexas, sed tortuose tamẽ, quia quæ appropinquãt plus uertici speculorum, habent formas strictiores & cõuexiores, quæ uero appropinquant plus basi speculi, habent formas ampliores, ueruntñ omniũ illorum imaginũ cõuexitas erit manifesta, patet ergo propositum.

LVIII.

Omnis forma rei uisæ in speculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis similis speculi pyramidalitati.

Quod hic proponitur patet p 40. sexti huius, qm̃ ibidem monstratum est in speculis sphæricis conuexis, quod quanto minus fuit illud speculũ, tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius, & sic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erũt minores, similiter quoq; sectiones cadentes in aliquo speculo pyramidali, illæ quæ sunt propinquiores uertici sunt minores & strictiores, & sic locus imaginis erit propinquior pũcto in quo cum axe speculi concurrunt perpendiculares ductæ super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum oxigoniarum sectionũ, à quarum punctis fit reflexio ad uisum, erunt ergo illæ imagines minores, sectiones uero oxigoniæ q̃ sunt ꝓpinquiores basi habent contrariã dispositionem alijs superficiebus, qm̃ ipsæ sunt ampliores, ut patet per 116. primi huius, unde loca imaginũ fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt ꝓdictæ perpendiculares ductæ sup superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum, fiunt ergo imagines maiores, & ꝓpter hoc accidit, quod imagines formarũ uisarũ in speculis pyramidalibus cõuexis fiunt pyramidales similes pyramidalitati speculorum, quod enim ex for mis fuerit propinquius uertici speculi, erit strictius & quod fuerit propinquius basi erit latius, omnino enim forma rei uisæ quæ comprehẽditur per reflectionem ab aliquo speculorum facta assimilabitur superficiei speculi à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38. quinti huius, reliquæ uero oẽs fallaciæ quæ accidunt uisui ex speculis columnaribus conuexis, accidunt etiam istis, unde non est iterum talibus immorandum, e conuerso etiam quæcunq; fallaciæ accidunt in speculis his pyramidalibus, accidunt etiã in ipsis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum, qm̃ oxigoniæ sectiones columnariũ speculorũ, quæ sunt eiusdẽ decliuitatis super axem columnæ, omnes sunt æquales, & pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi æquali in eodẽ situ respicienti basem speculi, quod non est in sectionibus oxigonijs pyramidũ, quæ ut ostensum est per 116. primi huius, omnes ad partem basis pyramidum dilatantur, secundũ quod circuli ipsas æquedistanter basibus secantes sunt maiores, qui circuli omnes in columnis sunt æquales, patet itaq; propositum.

LIX.

In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola, reiq; uisæ propinquioris imago uidetur maior.

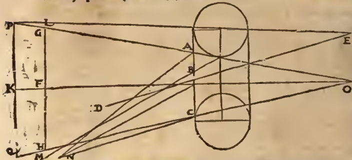
Propositæ passiones aliæq; q̃ plures cõmunes sunt his speculis columnaribus uel pyramidalibus & speculis sphæricis cõuexis, unde istarũ passionum sicut & aliarũ communium idem hinc demõstrandi est modus, uerum si in propositis his speculis fiat communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia, quæ nõ accidit in speculis sphæricis, cũ in illis solum sint circuli, tũc in his quæ in hoc nostro libro præmisimus, hic erit in ipsis sectionibus ut illic in circulis demonstrandum, patebitq; propositum ingenio diligenti.

LX.

Possibile est speculum columnare uel pyramidale conuexum taliter sisti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uisæ.

Sit speculum columnare conuexũ, cuius linea longitudinis sit a b c, quod erigatur super basem suam in loco aliquo domus cõuenienter amplæ, ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b, erecta super pauimentũ domus, ducaturq; linea contingens speculum in puncto b, perpendiculariter super lineam a b, quæ sit d b e, quæ secundum puncta d & e

tangat parietes domus, & illa puncta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies itaq; in qua est linea d b e, quæ est orthogonalis super axem speculi, palam qm̃ secat speculum secundũ circulũ per 100. primi huius, sup punctũ itaq; d, parietis domus signato puncto f, ut ꝓpinquius, cõuenienter possit fieri, ducat̃ à puncto f, linea æquedistans lineæ speculi, quæ est a b c, cuiuscunq; quantitatis placuerit, quæ sit g f h, & eius medius pũctus sit f, copuleturq; linea f b, quæ producatur ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perforetur paries secundũ lineã g f h, itaq; ergo ex alia parte superficiei muri maior fiat excissio rimæ parietis q̃ uersus speculum, sicut consueuit fieri in fenestris domorum, fiatq; totalis illa ex-



cissio rimæ secundum extensionem lineæ b f k, sitq; illa rima f k l, & à puncto speculi, quod est b, ducatur linea erecta super superficiem speculi, quæ erit perpẽdicularis super lineam d b e, quæ educta extra speculũ sit b m, angulo quoq; k b m, fiat super punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui sit m b n, ducta linea b n, à punctis quoq; g & h, quæ sunt extrema puncta lineæ g f h, ducãtur lineæ ad speculum quæ sint g a & h c, quæ ꝓductæ cõcurrant in puncto o superficiei circuli secantis speculũ in puncto b, ducaturq; linea b o, facta quoq; tali refectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipsa fiat æqualis lineæ b o, dico quod si in puncto n, ponatur centrum uisus, quód ad ipsum reflectetur forma lineæ g f h, à linea longitudinis speculi, quæ a b c, hoc autem patet per 30. huius, forma quoq; totius lineæ g f h, uidebitur extra speculũ. s. intra speculũ & inter lineam g f h. s. citra punctum d, lineæ d e, cõtingens speculũ in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaq; lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murũ in puncta, & copulet̃ linea una quæ sit p k q, in q tabula aliqua depicta ordinetur ultra murũ, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ situetur super lineam p k q, taliterq; disponat̃ quod per uisum existentẽ in pũcto n, uel citra illud uideri nõ possit forma depicta in tabula, uidebit̃ tñ uisu sic disposito imago illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuitor potest sistere speculũ pyramidale cõuexũ in centrũ uisus per 41. & ꝑ 49. huius: à speculis uero sphæricis conuexis adeo regularis reflexio nõ fiet ut à ꝓpositis speculis, patet ergo ꝓpositum. Secundũ hunc itaq; modũ studiosus percuntator inuigilet, quoniã hoc quod hic præmisimus in præsenti theoremate exempli causa fecimus, ut ex huius libri septimi diffusiore uia perquisitionis diuersi artificii pateat animæ diligenti.

LIBER OCTAVVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Otificatis aliqualiter passionibus speculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariũ ut sphæricoꝝ columnariũ & pyramidaliũ, superest nunc ut de speculorum cõcauoꝝ proprietatibus aliqua cõscribamus, sicut de illis in quibus plus resultat reflexionum diuersitas & mirabilis diffusio naturaliũ formarum uisuumq; aspicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius sciẽtiæ libro propositiõe octaua declarauimus, sunt tantũ tria, scilicet

scilicet sphæricum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de sphæricis concauis in præsenti libro tractabimus, utpote de illis quorum passiones ueluti simpliciores alijs in reliqua concaua specula descendũt. Et quoniam principia communia his speculis sphæricis concauis & sphæricis conuexis, in principio sexti libri scientiæ huius præmisimus, ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria sunt his speculis duximus explicanda.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem situm rei uisæ uariat, ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum, & secundum hoc totus situs partium imaginis respectu situs partium rei uisæ uarietur.

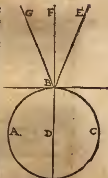
THEOREMA I.

Opposito uisui speculo sphærico concauo, communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei concauæ speculi, erit circulus sphæræ quandoq; magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphæræ concauæ superficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur, cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concauorum speculorum sit sphærica, patet per 110, primi huius, quod ipsorum communis sectio semper est circulus, hoc ergo quandoq; est circulus magnus, ut quando transit centrum speculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud, patet ergo propositum.

II.

Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphæræ esse, ex quo patet, quod omnis superficies reflexionis secat sphæram speculi concaui per æqualia.



Huius propositi theorematis nõ est alia demonstratio, quàm quæ facta est supra in primo theoremate sexti libri huius, ubi idem proponitur de sphæricis speculis conuexis, & quia sphæræ concauitas sic respicit centrum, sicut & ipsius conuexitas & superficies reflexionis, est superficies plana erecta super superficiem speculi, per 25. quinti huius, patet propositum, quoniam idem erit modus demonstrandi hic qui supra. Esto enim speculum sphæricum concauum a b c, cuius centrum d, & sit centrum uisus g, reflectaturq; forma puncti e ad uisum g, à puncto speculi b, dico quod superficiei reflexionis, quæ est e b g & superficiei speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphæram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem per 12. undecimi huius, hæc ergo cadet necessario in ipsa superficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctum b necessario transibit centrum sphæræ per 72. primi, quæ est d, producta quoq; fit diameter sphæræ, ergo & circuli magni illius sphæræ, & quoniam hæc diameter communis est superficiei reflexionis & ipsi sphæræ, palã ergo propositũ.

III.

In omni superficie reflexionis, à speculis sphæricis concauis centrum uisus centrum speculi, punctum reflexionis, punctum uisum, terminumq; diametri uisualis à centro uisus per centrum sphæræ ducti, ad sphæræ superficiem consistere est necesse.

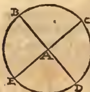
Cum superficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palã quoniam continet punctum rei uisæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uisus ad quod reflectitur, & quoniam cõmunis sectio superficiei

reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui,est circulus magnus per æqualia diuidens sphæram per præmissam, palam, quia in qualibet superficie reflexionis est centrū speculi,quia quælibet ipsarum transit centrum sphæræ ipsius speculi,cum quælibet illarum superficierum sit erecta super superficiem planam speculum in puncto reflexionis contingentem per 25.quinti huius,& per 1.undecimi,producta diametro uisuali per centrum uisus & centrum sphæræ,terminus illius diametri necessario erit in eadem superficie,cum alijs duobus suis punctis,prædicta ergo 5.puncta necessario sunt in omni superficie reflexionis,quæ fit à propositis speculis,& hoc est propositum.

IIII.

Centro uisus uel puncto rei uisæ in centro speculi sphærici concaui existēte,à quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum,ex quo patet, quod in hoc situ uisus non comprehendet,nisi se tantum,& quod punctus rei uisæ existens in centro speculi non reflectitur aliqualiter ad uisum.

Esto speculum sphæricum concauum,cuius centrum sit a, & signetur in ipso aliqs suorum magnorum circulorum,qui b c d e,& centrum uisus in centro speculi, quod est punctum a,dico quod à quocunq; puncto fiet reflexio ad uisum,semper oportet ut reflectatur radius in se ipsum:dato enim quod à puncto b,fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est centrum uisus,palam ergo per 72.primi huius,quoniam linea u a,quæ est linea reflexionis,est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b,sed omnis perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per 21.quinti huius,si ergo linea b a est perpendicularis super superficiem speculi,palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim opposito, sequitur angulum incidētiæ inæqualem esse angulo reflexionis quod est contra 20.quinti huius,& impossibile,linea itaq; a b,reflectit in seipsam, ut ipsa est facta linea b a,& quoniam in hoc situ uisus,omnes lineæ incidentes superficiei speculi,sed semidiametri ipsius,palam quoniam omnes anguli incidētiæ sunt inter se æquales,per 43.primi huius, qa sunt anguli semicirculorum,reflectūtur ergo necessario in seipsos,uidebiturq; in tota superficie speculi forma aspicientis oculi una forma,& apud superficiē speculi apparebit,& nulla alia forma,tunc uidebitur reflecti ad uisum,& ex hoc patet, cum uisus fuerit in centro a,quod ipse uidebit se à quolibet puncto speculi dati perpendiculariter,& quod nihil aliud uidebit per reflexionē à superficie speculi,quoniā ab uno puncto speculi ad centrum plures perpendiculares duci non est possibile, ut patet per 20. primi huius, similiter neq; punctus rei uisæ existens in centro uisus reflectitur ad uisum sed solum in seipsum,quoniam omnes lineæ incidentiæ sunt perpendiculares super superficiem speculi,unde non reflectentur nisi in seipsas,& hoc est propositum,& hæc quidem dicta sunt non præstante impedimentum uisui capitis densitate. Si ergo centrum uisus hominis uidentis constitutū,fuerit in diametro sphæræ speculi concaui, & in centro eius,cum quælibet linea à uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis sup̄ ipsam,tunc ut prius demonstratum est,comprehendet uisus se ipsum,& non comprehendetur forma alicuius puncti speculi,nisi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uisualis,quæ à centro speculi intelligitur protendi,quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculis super lineam à uisu declinatam, & necessario reflectetur super illam lineam declinatam,quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi,& ita non pertingat ad centrum uisus,patet ergo propositum.



V.

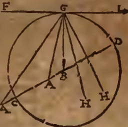
Centro uisus existēte in aliqua semidiametro speculi sphærici concaui extra centrum speculi,impossibile est ad uisum reflecti formam alicuius punctorum illius semidiametri oblique speculo incidentem,reliqua uero semidiameter est possibile.

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, si enim centrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro, non comprehendet uisus formam alicuius puncti semidiametri, in qua est oblique speculo incidentem, quoniam angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto sumpto in illa semidiametro, & alia à centro uisus in idem speculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductam, cum illa perpendicularis tendatur ad centrum speculi, secundum formam alicuius puncti alterius semidiametri coniunctæ semidiametro, in qua est centrum uisus, ad complendam diametrum speculi, in qua constitutus est uisus oblique speculo incidentem, percipere potest uisus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab isto puncto reflexionis ad centrum speculi productam, hæc enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulum à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perdendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, ille ergo punctus poterit in speculo uideri, & non est nisi unicus talis punctus in quibuscunque diametri speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti posit, quoniam centro speculi ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexionis & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus, à diuersis uero circulus speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti, patet ergo propositum.

VI.

Posito uisu extra centrum speculi sphærici concaui à quolibet puncto speculi potest fieri formæ alterius reflexio ad uisum, nisi solum ab illo puncto cui incidit diameter uisualis.

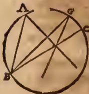
Esto per secundam huius, communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus magnus, qui sit g d c, cuius centrum sit b, & centrum uisus sit a, & ducatur a b à centro uisus per b centrum speculi diameter uisualis, quæ sit a b d incidens superficiei speculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formæ puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi à solo puncto d, sit enim datus alius punctus qui sit g, ducatur ad ipsum semidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ sit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnum speculi transeuntem puncta g d c, palam per 15. tertij, quia angulus b g f & b g l sunt recti per 42. primi huius quoniam angulus b g a, erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ est extra speculum, ubicunque ponatur esse centrum uisus siue intra, siue extra circulum g c d, constituatur quoque per 23. primi, in eiusdem circuli superficie super lineam l g ad punctum g, angulus æqualis angulo f g a, quæ sit h g l, erit ergo angulus h g b, æqualis angulo b g a, & quoniam angulus contingentiæ est minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abscisso quocunque angulo acuto rectilineo, semper linea illum acutum angulum continens cadet intra circulum g c d, quoniam solus angulus contingentiæ cadet extra circulum: posito itaque quocunque puncto uisibili in linea h g, semper fiet reflexio formæ alicuius sui puncti ad uisum a, & eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra punctum d, dato demonstrandum, sed & à puncto d sit reflexio, cum enim linea a d sit perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto d, quia linea a d reflectitur in seipsam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uisus, quod est a, & punctum speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediente medio. Si uero nullum tale interponatur, solius puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilque aliud, & hoc est propositum.



VII.

In ſpeculis ſphæricis concauis ſi ſupra periferiam uel extra ponatur centrum uiſus, oculus non uidetur, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur.

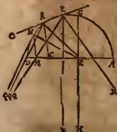
Sit ſpeculi concaui ſphærici circulus magnus a b g, ſitq́ centrum uiſus in puncto b, ſuper ſpeculi periferiam, & ducantur lineæ b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, eſt maior, angulus uero reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20. quinti huius, palam quia nõ fiet reflexio ſecundam lineam a b, ſed fiet ad partẽ maioris anguli, & ſimiliter eſt de pũcto g, quoniam non fiet reflexio ſecundam lineam b g, ſed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, ſi enim forma puncti b, à punctis a & g, reflectetur in ſe ipſum, tunc anguli portionum ad punctum a, & ad punctum g, eſſent æquales, quod eſt impoſsibile, & contra 43. primi huius, per diametrũ tamen cuiuſcunq; circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſe ipſum, quoniam omnium ſemicirculorum eiuſdem circuli, anguli ſunt æquales per eandem 43. primi huius, ſed tunc non fiet reflexio in unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundum lineam b c, quæ non percipitur, quia indiuiſibilis eſt, & omne quod uidetur diuiſibile eſt, quia ſub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & nõ perueniunt ad uiſum niſi illi quorum reflexiones lineæ incidunt ſuperficiei uiſus, & figurantur in illo puncto rei uiſæ ſitibus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſuper periferiam ſpeculi, uel extra ponatur centrum uiſus, non uidetur oculus niſi per diametrum ſpeculi reflectatur, idem enim accidit ſi extra periferiam ſpeculi propoſiti oculus ponatur, & eodem modo demonſtrandum, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, patet ergo propoſitum.



VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum ſpeculi ſphærici concaui uiſu poſito ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illã, ſiue citra illam, nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſsibile eſt uideri.

Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d, cuius centrum ſit z, & producatur ſemidiameter z g, extra ſpeculum ad punctum h, ducaturq́; à centro z, per undecimam primi, alia diameter perpendiculariter ſuper lineã h g, quæ a z d, & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ h g per 31. primi, quæ ſit linea b e, incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto e, dico quod nulla rerum uiſibilium poſitorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri, detur enim ſi ſit poſsibile, ut punctus q, ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in puncto b, reflexus ualeat uideri. Incidatq́; forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e, producta linea incidentiæ, quæ ſit q e, & à puncto e contingens circulum per 16. tertij, quæ ſint p e o, & ducatur linea e z, ſi ergo forma puncti q, à puncto ſpeculi e, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto e, eſt palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p, ſed angulus b e p eſt maior angulo recto, quia per 17. tertij, eſt angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, eſt maior recto, quod eſt contra 13 primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uiſum b, ſed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impoſsibile, ſed ſuper terminum lineæ z e per 23. primi, conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſsibile erit punctorum lineæ productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b, idem quoq; patet uiſu poſito in puncto t, citra diametrum a d, producta linea c k, uel poſito ipſo in



ſo in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoq; lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propoſitum.

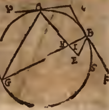
IX.

In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & periferiam fuerit punctum rei uiſæ, poſsibile eſt ut quandoq; in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g, centrum quoq; ſit punctus d, & ſit punctum rei uiſæ b conſtitutum inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq; reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & à puncto ſpeculi quod eſt g, dico quod lineæ incidentiæ quæ ſunt b a & b g, poſſunt reflecti ad centrum unius uiſus in puncto uno exiſtentis, ſit enim primo ut linea b g reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto p, producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ ſint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut ſunt æquales, aut inæquales, ſint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius angulus proportionis qui eſt t a g, æqualis angulo portionis qui eſt b g t, ſed & angulus h g t eſt æqualis angulo p g a, per hypotheſim, & per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g ſit æqualis angulo l d i, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p ſit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g ſecat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c, per 16. primi, maior eſt angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t eſt æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cum angulo r n l minor eſt duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, ſit concurſus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uiſus, palam quod ipſe uidebit formam puncti b reflexum à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt a & g, eſt ſimiliterq; demonſtrandum ſi lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel ſi linea a c ſit maior quàm linea g h, tunc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui eſt c a g, erit maior angulo portionis qui eſt h g c, remanetq; per modum quo præceſsimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, ſitq; cõcurſus punctus p. & eſt idem quod prius, quod ſi linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo uſi ſumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g t, ſed & angulus p a b maior eſt angulo p g h. Si itaq; angulus l a c, ſit maior angulo p r b, concurſus fiet ut prius linearũ a b & p g ad punctum p, per 14. primi huius, Si uero angulus l a c ſit maior angulo p a b fiet idem per 14. primi huius, concurſus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam ſpeculi, unde tunc non fiet reflexio ad uiſum. Similiter quoq; ſi angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi, lineæ a l & p g æquedistabunt. In nullo ergo pũcto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ eſt u, reflexio ad unum centrũ uiſus à duobus punctis ſpeculi ſphærici concaui, patet ergo propoſitum.

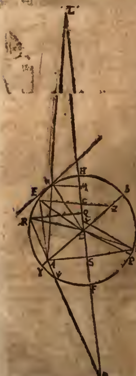
X.

Lineæ reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis puncto rei uiſæ exiſtentè in periferia ſpeculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uiſus à diuerſis punctis ſpeculi concurrunt.



Sit ſpeculum ſphæricum concauum g a b ſ, ſitq; punctum rei uiſæ g, quod ſit conſtitutum in aliquo circumferentiæ puncto, quod eſt punctum g, ſitq; u t g punctum rei uiſæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ ſint puncta a & b, fiatq; reflexio formæ puncti g, à puncto ſpeculi b ad punctum e, & à

puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ sunt b e & a l possibile est cõcurrere, ducantur itaque lineæ contingẽtes speculum in punctis a & b, contingat que ipsum linea k a p in puncto a, & linea k b f in puncto b, & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoque ut lineæ a l & g b, secent se in puncto h, quia itaque omnes anguli constituti super punctum b sunt æquales omnibus angulis constitutis super punctum a, per 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f, est æqualis angulo k b g, & angulus l a k, æqualis est angulo p a g, & anguli contingentiæ omnes sunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior est angulo g b f minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h, maior est angulo p a g, ergo angulus e b f maior est angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palam ergo quia angulus e b g minor est angulo l a g. Sed angulus l a g est minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l est maior angulo g b e, sed angulus l h g cũ angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l sunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, sit concursus punctus e. Si itaque centrum uisus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti reflexio g, quod si extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem est demonstratio, non est tamen hoc uniuersale, quia possibile est non concurrere, ut si anguli g b e & g h l sint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel si concurrant hoc erit retro speculum, ubi uisus constitutus retro speculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propositum.



82.

Locus imaginum formarum à speculis sphæricis concauis reflexarum, quandoque est in puncto reflexionis, quãdoque est ultra speculum, quandoque inter uisum & speculum, quandoque in superficie ipsius uisus, quandoque retro uisum.

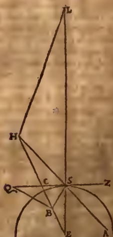
Quando enim forma puncti rei uisæ uidetur secundum kathetum suæ incidentiæ, tũc enim necessario imago uidetur in ipsa superficie speculi in puncto scilicet suę reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt super ficiebus propositorum speculorum, tunc diuersificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum sit a centrum uisus, & punctus d centrum speculi sphærici concaui, & ducatur superficies plana per hæc duo puncta, quæ erit superficies reflexionis, quoniam ipsa est orthogonalis super quamlibet superficiem contingentem speculum secundum punctum illum superficiei speculi, cui incidit diameter uisualis. Secabit ergo superficiem speculi dati, & erit communis sectio illarum superficierũ circulus magnus per secundam huius. Sit ergo ille circulus b h f g, & ducatur linea à centro uisus ad centrum speculi, quæ sit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quàm linea a d, quæ sit a e & à puncto d, ducatur ad circulum linea æquedistans lineæ a e, quæ sit d h & producatur linea a d ex utraque parte sui ad circumferentiam in puncto l & b, taliter ut compleatur diameter l a d b, & ducatur linea d e, quia itaque linea a e, est maior, quàm linea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus

lus e a d, eſt minor angulo a d e, eſt ergo per 32. primi, angulus a e d, minor angulo recto, ſiue angulus a d e fuerit rectus uel obtuſus, uel acutus, ſed per 29. primi, angulus e d h, eſt æqualis angulo a e d, quia ſunt coalterni. Eſt ergo angulus e d h minor recto, ſuper punctum quoq; e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui ſit d e t, palam itaq; quoniam linea e t cadit intra circulum, quoniam ſi caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus, ſi linea producta circulum contingeret, aut obtuſus, ſi ſecaret: quod totum patet ducta linea contingente circulum in puncto e, patet per 16. tertij, & quia hoc eſt poſsibile, ut patet ex præmiſsis, palam quia linea t e, cadet intra circulum, ſecabitq; lineam d h, ſitq; punctus ſectionis t, & erit linea e t æqualis lineæ d t per 6. primi, ſunt enim anguli e d t & c de æquales, & quoniam angulus a d e, maior eſt angulo a e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior eſt angulo d e t, ergo per 14. primi huius, linea e t non æquediſtat lineæ a b, concurrant ergo, ſitq; punctus concurſus z, deinde à puncto a ducatur ad arcum e h, linea a n, quæ concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipſam lineam d h, ſibi æquediſtantem producatur, palam per ſecundam primi huius, quia concurret cum linea d h, ſit ergo punctus concurſus l, & ducatur linea d n, & ſuper punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineam m y, quæ ſit m n d. & quia angulus d n a, eſt acutus per quadrageſimam ſecundam primi huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in ſemicirculo eſt rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacunq; linea & termino diametri, palam quod eſt acutus, concurret ergo linea n m cum linea d h, ſit concurſus in puncto m, ducatur etiam à puncto a, linea ad arcum e f, quæ ſit a g, & ducatur linea d g, fiatq; angulus q g d, æqualis angulo d g a, & quoniã ut prius angulus d g a, eſt acutus per 42 primi huius, erit etiam angulus q g d acutus, cõcurret ergo linea g q, cũ linea d h ſit concurſus in puncto q, palam quoq; cum linea g a, concurrat cum linea a e, quoniam per ſecundam primi huius, concurret cum linea d h illius æquediſtante, ſit concurſus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d eſt maior angulo e a d, ergo per decimamquartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concurſus, ſecetq; linea g o periferiam circuli in puncto y. Sitq; arcus g y maior arcu g h, quod autem linea g q, cadit inter puncta d & h, palam ſatis eſt ex præmiſsis, ſed & idem patere poteſt ex hoc, quia cum arcus quem ſecat linea, g o ex circulo h b, f g, qui eſt arcus g y ſit maior arcu g h, producatur linea g d ad periferiam circuli in pũctum p, eritq; arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. ſexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, ſed angulus q g d eſt æqualis angulo a g d, ut patet ex præmiſsis, ergo angulus h g p, eſt maior angulo a g d, linea ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29 primi huius, diuidit & baſem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc à puncto a ducatur ad arcum f b, linea a k ſecans lineam d f in puncto ſ, ita ut ſit linea k ſ maior quàm pars diametri, quæ eſt ſ d, hoc autem facile per ſeptimam tertij, ut ſi linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uerſus punctũ d, hæc itaq; linea a k, ſic ducta, ducatur linea d k, palã ergo per quadrageſimamſecundam primi huius, quod angulus d k a eſt acutus, fiat ergo ſuper punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui ſit d k u, ut itaq; per decimamoctauam primi, angulus k d ſ, ſit maior angulo d k ſ, ideo quia linea ſ k eſt maior quàm linea d ſ, erit ergo angulus k d ſ maior angulo d k u, palam ergo per decimamquartam primi huius, quia linea u k concurret cum linea d h, ſit ergo concurſus in puncto u, palam itaq; per uiceſimam quinti huius, & ſecundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto ſpeculi e, reflectitur ad uiſum, qui eſt in puncto a, kathetus quoq; incidentiæ formæ puncti t, eſt linea t d, quæ per 72. primi huius, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum, cum ſit tranſiens per eius centrum, & ipſa eſt æquediſtãs lineæ reflexionis, quæ eſt a e, nunquam ergo concurret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipſo puncto reflexionis quod eſt e, forma uero puncti z, reflectitur ſimiliter à puncto e, ad uiſum exiſtentem in puncto a, kathetus quoq; ſuæ incidentiæ qui eſt b z d, ductus à puncto z, per centrum ſpeculi concurrit cum linea reflexionis, quæ eſt a e in puncto a, locus itaq; imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum ui[illegible] dd a [illegible] ſus [illegible]

sus quod est a, forma uero puncti m à pūcto speculi, quod est n, reflectitur ad uisum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum, & forma puncti m, habet locū imaginis in puncto l sub speculo, forma uero puncti q, peruenit ad punctū speculi quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a, & locus imaginis suæ est in puncto o, quod est ultra uisum, & forma puncti u peruenit ad punctū speculi quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a, & kathetus suæ incidentiæ quæ est perpendicularis, ab eo ducta trans centrum speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto f, locus itaq; imaginis suæ est punctum f, quod est inter uisum & speculū, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à speculis sphæricis concauis reflexarum quædam uideantur in superficie ipsius speculi, ut in ipso puncto reflexionis, quædam uidentur ultra speculū, quædam inter uisum & speculum, quædam in superficie ipsius uisus, quædam citra uisum, quod est propositum, & si centrum uisus sit extra circulum speculi, uel in circumferentia ipsius, idem accidit, & eodem modo est demonstrandum, quoniam semper linea a e fit maior quàm linea a d, & accidunt omnia, ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à speculis sphæricis concauis diuersa fit à uisu comprehensio secundum suorum locorum propriam diuersitatem.



Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l, aut inter uisum & speculū ut in puncto f, tunc quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, cōprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisæ æquedistat lineæ reflexonis, tunc enim locus imaginis est in puncto e, quia cū pūctus e, per 3. secundi huius, sit punctus naturalis diuisibilis sensibilis, utpote capax imaginis formæ rei sensibilis, quæ est diuisibilis. cū sit naturalis sumpto uisui medio puncto intellectuali. erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis, pars quæ fuerit ultra mediū punctum sumptū apparens ultra speculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum mediū apparebit inter uisum & speculum, & cū totalis forma secundū partes ulteriores sui sphæræ speculi, & citeriores uersus uisum semper uideatur una & cōtinua, necessario forma illius puncti sensibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius superficie speculi in puncto f reflexionis, aliæ quoq; partes formæ sensibilis circumiacētis illud punctum uidebūtur ab illo puncto declinare modo dicto, quædam ad uisum & intra speculum, quædam ultra speculum, uerum in imaginibus, quarum locus est punctus a, quod est centrum uisus, ueritas ipsarum non comprehenditur. unde sæpius accidit error uisui in formis sic uisis. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non solum demonstratio, sed etiam experientia doceat quod præmisimus, erigatur super superficiem speculi sphærici concaui, stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit maior medietate semidiametri speculi, & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus, & dirigatur uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior quàm distantia centri uisus à diametro per stipitem transeuntem, apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum, nec erit certa apprehensio formæ ipsius, imò apparebit, quasi curua, cum tamen stipes sit formæ

lineæ

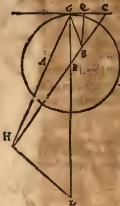
lineæ rectæ, ex quo patet quod in his speculis nō comprehenditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculum aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiam situm stipitis & uisus uarie diuersificanti, & accidit eidem quod cum centrum uisus fuerit in perpendiculari per lignum transeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propositum.

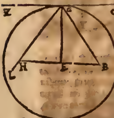
XIII.

In speculo sphærico concauo est proportio katheti incidentiæ ad rectam à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ductæ ad lineam à fine cōtingentiæ ad locum imaginis productam.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit e, & sit b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulum qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi in puncto g, ducaturq; linea e g, à puncto reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiæ, quæ b g, & kathetus incidentiæ, qui sit linea e b, qui productus concurrat cum linea z g, in puncto t, concurrent autē per 14. primi huius, cum sint in eadem superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cū per 17. tertij, angulus e g z, sit rectus & angulus uero g e b sit acutus, fit ergo punctus t, finis contingentiæ, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur q; que extra circulum linea reflexionis, quæ sit a g, kathetus itaq; e b, concurret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ est punctus reflexionis, & hæc ideo, quia lineæ e d & a g, sunt duæ lineæ rectæ, quarum a g secat lineam z g, in pūcto g, & sit angulus a g t obtusus, quoniam angulus e g t est rectus, linea uero e b, secat lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g acutus, per 32. primi, non ergo concurrunt lineæ e b & a g, in puncto g, aut igitur lineæ a g & e b, cum nō sunt æquedistantes, ut patet ex hypothesi, concurrent ultra punctum g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctum g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem proportio katheti e b, ad lineam e h, interiacentem centrum speculum, & punctum concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, qui est locus imaginis, quæ est proportio lineæ b t, interiacentis punctum rei uisæ, & finem contingētiæ ad lineam t h, quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concursus lineæ reflexionis cum incidentiæ katheto incidentiæ qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est punctus rei uisæ, producatur enim perpendicularis quę e g, ultra speculum, & à puncto h, qui est locus imaginis formæ pūcti b, ducatur linea æquedistans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31. primi, quæ necessario per 2. primi huius, concurret cum producta linea e g, cum sua æquedistans, quæ b g, concurrat cum eadem, sit punctus concursus l, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g h, quæ ut prius necessario concurret cum linea z t, per secundam primi huius, cum linea g h, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est æqualis angulo a g e, per uigesimam quinti huius, sed angulus b g e, est æqualis angulo g l h, per uigesimamnonā primi, & angulus a g e, æqualis est angulo l g h, per 15 primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit linea l h, æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q, æqualis est angulo a g z, quia cū anguli e g z & e

g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales. Remanent anguli residui æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, per 20. primi, angulus ergo b g q, æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, linea b g, est æqualis lineæ b q, proportio itaque lineæ b g, ad b l, est sicut lineæ b q, ad lineam h g, per 7. tertij, sunt enim antecedêtia & côsequentia æqualia inter se, quia uero angulus g h t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi. Sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquedistantes, & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angulus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b & g t h sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ q b, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed linea b q, æqualis est lineæ b g, ergo per 7. quinti, est proportio lineæ b g, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, ergo per 11. quinti, est proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero per 29. primi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit per 4. sexti, proportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam lh, ergo ut prius erit proportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b t, ad lineam t h, quod est propositum, eadem quoque est demôstratio, si locus imaginis fuerit inter a centrum uisus, & g punctum reflexionis, aut si fuerit in pûcto a, aut ultra illû. Si uero linea in pûcto reflexiôis speculû côtingens, quæ est z g, non concurrat cum kathero incidêtiæ, qui est b e h, sed sit ei æquedistans, ducatur à puncto contingentiæ, quod est g, linea perpendicularis quæ sit g e, super lineam b g h, per 12. primi, eritque per 29. primi, linea e g, perpendicularis super lineam z g, quia itaque angulus b e g, æqualis est angulo h e g, quia uterque est rectus, & angulus b e g, æqualis est angulo h g e per 20. quinti huius, palam per 32. primi huius, quoniam triangulus b g e, æquiangulus est triangulo h g e, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ b e, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam g h, quod est propositum, ut prius, non enim tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ quàm punctum g, quod est punctus contingentiæ, similiterque demonstrandum si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus, tunc enim punctum b, qui est concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, est locus imaginis, sit idem cum puncto a, qui est centrum uisus; nec oportet in illius demonstratione aliud adijci, nisi quia per 3. sexti est proportio katheti b e, ad lineam e a, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ b g, ad lineam g a, quoniam linea g e, diuidit angulum a g b per æqualia, per 20. quinti huius. Erit ergo ut prius proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b e, ad lineam e a, quod est propositum, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunque uisui occurrentium, patet ergo propositum.

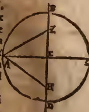




XIIII.

In speculis sphæricis concauis possibile est quandoque reflexionem fieri secundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d, cuius diameter est b e d, & centrû e, signenturque sup diametrû b e d, duo puncta ex utraque pte cêtri e, quæ sint h & z, æqualiter distâtia à cêtro e, erût ergo lineæ h e & z e æquales, ducatur quoque à cêtro g 11 primi, diameter g e a, perpendiculariter super diametrû b d, & copulêtur lineæ h a & z a, quia itaque in trigonis h e a & z e a, duo latera h e & z e sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a, cômunis est utriusque trigonorû anguli h e a & z e a sunt æquales, quia recti palam per 4. primi, ꝗnîã angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z, ad seinuicê mutuo reflectûtur à puncto speculi quod est a, idê quoque patet ductis lineis h g & z g ꝗnîã istorû punctorum mutua reflexio fiet à puncto g, si itaque fixa diametro b d ima-



b d, imaginemur reuolui trigonum a h z, circa diametrũ b d, linea trigoni, quæ est h z, manente fixa. tunc punctũ a, motũ perueniet in pũctum g, & ex inde reuertetur ad locũ suum primũ, motuq; suo describet in concauitate speculi circulũ, à quo totali fiet formarũ punctorũ h & z, ad seinuicẽ mutua reflexio, q̃niã ad quemcũq; punctũ illius circuli ducãtur lineæ à pũctis h & z, semper ducta semidiametro à centro ad illud punctũ anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipsum forma puncti z, à tota periferia illius circuli. Si tamẽ pũcta h & z, inæqualiter, distent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.

XV.

Duobus punctis in una diametrorum speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum periferiæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

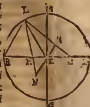
Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius cẽtrum e, secentq; se in ipso duæ diametri orthogona liter, quæ sint a g & b d, in quarum una quæ k d, sint duo puncta h & z, inæqualiter distantia à cẽtro e, sitq; h propinquius centro e, & z remotius, sitq; punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctorum semicirculi a d g, non potest fieri istorũ punctorũ adinuicẽ reflexio, sit etenim, si possibile est, ut fiat à puncto a, & ducatur linea a h, abscindaturq; à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e t, & ducatur linea t a, palam ergo per 4. primi quia angulus h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a t, per 29. primi huius, est minor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctorũ h & z, mutua reflexio à puncto speculi a, per 20. quinti huius, sed neq; ab aliquo alio puncto arcus a d g. Sit enim, si possibile est, ut fiat istorũ punctorũ reflexio à puncto k, periferiæ semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulũ h k e, per æqualia, ergo per 3. sexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e ad lineam e z, sed linea e h est minor q̃ e z, ut patet ex hypothesi, ergo linea h k, est minor q̃ b z, est aũt linea h k maior q̃ k z, q̃niam est maior q̃ linea e k, per 19. primi, ut enim patet angulus h e k, est obtusus maior angulo h e a recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̃ linea k z, ut patet Est ergo linea h k maior q̃ linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorẽ, quod est impossibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctũ z, uel econuerso ab aliquo pũctorũ arcus a k g, ab aliquibus uero pũctis periferiæ semicirculi a p g, mutuã reflexionẽ istorũ punctorũ fieri est possibile, quoniã est possibile esse aliquod punctũ arcus a b, ut po te p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineam h p, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p, & similiter possunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod proponebatur, quoniam ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

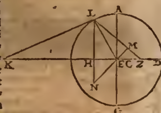
XVI.

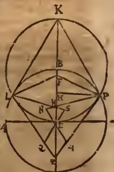
Duobus punctis in una diametro speculi sphærici superficiei concaui existentibus sub inæquali distantia à centro speculi, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionem habeat, quam pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & speculum impossibile est à circulo illius diametri illorum punctorum fieri mutuam reflexionem.

Sit

flexionis inueniri.ducatur enim diameter a g,orthogonaliter super diametrũ b d, & quia linea 3 e,est maior quam linea h e,sit linea e t,æqualis lineæ h e,patet per 3.primi,erit linea 3 t excessus lineæ 3 e,super lineam h e,quæ ergo est proportio lineæ 3 t, ad lineã h e, eadem sit per 3.primi huius,proportio lineæ 3 h,ad aliam lineam quæ sit h k, eritque ex hypothesi linea h k,maior quam linea h b,cadet ergo punctũ h extra periferiam circuli,à pũcto itaque k,ducatur linea contingens circulũ a b g d,per 16 tertij,quæ sit k l,cõtingens circulũ in puncto l,& copulentur lineæ l 3 & l h, & l e,& à puncto e,per 31.primi,ducatur linea æquedistans lineæ k l, quæ sit n,secans lineam in pũcto m,& linea l h,producatur:hæc ergo per 2. primi huius,cõcurret cũ linea m e n,quia cõcurrit cũ eius æquedistante, quæ est linea l k,sit punctus cõcursus n,quia itaque est proportio lineæ 3 h,ad lineã h k sicut lineæ 3 t,ad lineã e h,uel ad eius æqualẽ lineam,scilicet r e per 7.quinti erit per 18.quinti,coniunctim proportio lineæ 3 k,ad lineam h k, sicut lineę 3 e,ad lineam t e,eritque permutatim per 16.quinti,proportio lineæ 3 k,ad lineam 3 e, sicut lineæ h k ad lineam t e,uel ad eius æqualem lineam h e. Est autem proportio lineæ k h,ad lineam e h,sicut linea k l,ad lineã e n,per 4.sexti,quoniã trigona h l k,& h n e, sunt æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e,sunt æquedistantes,proportio uero lineæ k 3.ad lineam e 3, est sicut proportio lineæ k l ad lineã e m,per 4.sexti,quoniam trigona k l 3 & e l 3 sunt æquiangula per 29.primi. quia linea e m æquedistat lineæ k l,lineæ itaque n e & m e, ad lineã k l,eandẽ habẽt proportionẽ,quoniam ex hypothesi est proportio lineæ k 3,ad lineã 3 e,sicut lineæ k h,ad lineã h e, ergo per 9.quinti,lineæ e n & e m,sunt æquales,linea uero l e est cõmunis duobus trigonis l e n,& l e m,& anguli l e n et l e m, sunt æquales,qui sunt recti per 29.primi, angulus enim k l e, est rectus per 17.tertij,ergo per 4. primi,duo anguli 3 l e, & e l h, sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti h,reflectitur ad punctum 3,uel econuerso, à puncto speculi quod est l,patet ergo propositum. Ostensum est enim,quia fit reflexio mutua datorũ punctorũ in hoc situ,& inuentus est pũctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaque manifestũ est,quod si linea e 3,fuerit maior quam linea e b,& sit proportio lineæ k 3,ad lineam 3 e, sicut lineæ k h, ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphæricis concauis constitutis super centrum e,quorum semidiameter fuerit maior quam linea e b,& minor quam linea e k,fiet mutua reflexio punctorum h & 3,ad inuicem à duobus punctis communis sectionis circuli speculi & circuli cuius diameter est linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui sit b,& super centrum e,describatur circulus ad quantitatem unius semidiametri e b,qui sit a b g d. Sitque in speculo sphærico concauo, & diuidatur linea e k,per æqualia in puncto f,per 10.primi,fiatque super centrum f circulus,cuius diameter sit e k,hæc ergo secabit circulus a b g d,in duobus punctis per 10.tertij, quæ sint puncta l & p,dico quod punctorum h & 3,mutua reflexio fiet à punctis l & p, ducantur enim lineæ k l,k p,e b,e p,erit ergo angulus k l e rectus, per 30.tertij,ergo per 15 tertij,linea k l contingit circulum a b g d cum sit perpendicularis super diametrum ipsius quæ est e l. ducta itaque à puncto e,linea n e o y,æquedistanter lineæ k l demonstrabitur ut prius,quoniam puncta h & 3,mutuo reflectentur adinuicẽ, à puncto k & l. Similiter quoque ductis lineis 3 p & h p,& linea q e s, æquedistante lineæ k p,nam eadẽ est demonstratio hincinde. Semper enim anguli incidẽtiæ & reflexionis ad puncta l & p,fiunt æquales,patet ex præmissis quod si linea incidentiæ & reflexionis quæ est h l,sit perpendicularis super lineam e k





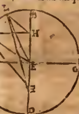


quoniā linea 3 l,necessario circulū cōtingit,cuius diameter est linea e k, efficiturq; tunc angulus 3 l h,maximus illorū angulorū,secūdū quos in hoc situ potest fieri reflexio,ducatur enim à puncto f,q̄d est centrū circuli k l e p,linea f b,erit p 5.primi,angulus f l e,æqualis angulo f e b,Sed angulus f e l,est æqualis duobus angulis e 3 l.& e l 3.p 32.primi, cū sit illis extrinsecus in trigono 3 e l,angulus q̄q; f e l,est æqualis duobus angulis e 3 l,& e l 3.Sed angulus e l 3,est æqualis angulo e l h,remanet ergo angulus f l h,æqualis angulo e 3 l.Sit quoq; angulus h l 3,cōmuniter additus utrobiq;,erit ergo angulus f l 3, æqualis duobus angulis e 3 l & h l 3,ex hypothesi est rectus,patet per 32.primi,q̄d illi duo anguli qui sunt h l 3,& h 3 l,sunt æquales uni recto.Angulus ergo f l 3 est rectus,linea ergo l 3 cōtingit circulū k l e m,p 15.tertij.Sequitur ergo idē q̄d prius,& hoc est notandū, quod in hac dispositiōe centrū uisus & ipsorū uisibiliū semper locus imaginis est in cētro uisus patet p 37.quinti huius,quoniā ut patet ibi,cōcurrit kathetus incidētiæ cū linea reflexionis,patetq; ex p̄missis,quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis,imò puncta duo quæ sunt inter sectiones duorū circulorū,patet ergo propositum.

XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro speculi sphærici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis easdem ab aliquo puncto alio eiusdem quartæ illius circuli impossibile est reflecti.

Sit dispositio quæ in figuris proximis,reflectaturq; forma pūcti h,ad punctū z,à puncto speculi l,dico quod impossibile est,ut formarum illorum punctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio pūcto illius eiusdē quartæ circuli,quæ est b a,q̄ à puncto l. Sit enim si possibile est,ut fiat à pūcto f,eiusdē quartæ,& ducantur lineæ z l,h l,z f,e l,e f,quia itaq; angulus z l h,diuisus est per æqualia per lineam e l,patet per 3.sexti,quia est proportio lineæ z l,ad lineā l h. Sicut lineæ z e ad lineā e h,similiter quia angulus z f h,diuisus est per æqualia per lineam e f Erit per 3 sexti,proportio lineæ z f,ad lineam f h, sicut lineæ z e,ad lineam e h,ergo per 11.quinti,erit proportio lineæ z f,ad lineam f h sicut lineæ z l ad lineam l h,ergo per 16.quinti,erit permutatim proportio lineæ z f ad lineam z l. Sicut lineæ f h, ad lineam l h,sed linea z f est minor quàm linea z l,per 7.tertij,ergo linea f h est minor quàm linea h l,quod est contra eandem 7.tertij.quoniam est linea f h,propinquior centro speculi quod est e,quàm linea h l.& quoniam de quolibet pūcto arcus a b potest eadem fieri deductio,patet ergo quod nō potest fieri reflexio ab aliq̄ puncto quartæ circuli ab alio q̄ à puncto l.Similiter quoq; demonstrandū est in quarta circuli,quæ est b g,si ab illius aliquo puncto fiat reflexio.patet ergo propositum.



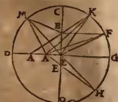
XIX.

Centro specu'i sphærici concaui existente extra lineam connectentem centrum uisus,& punctum rei uisæ in diametris diuersis existentia, & æqualiter distantia à centro speculi,ab uno tantum puncto semicirculi,in cuius semidiametris illa puncta non consistunt,fit reflexio ad uisum.



Sit speculi concaui circulus a b g,cuius centrū sit d, diameter a g, & semidiamerer d b,orthogonaliter erigatur super diametrum a g, sitq; centrum uisus punctum z, & punctus rei uisæ sit h,& ducatur linea z h,secans productam semidiametrū d b,in puncto e,ita q̄d centrū speculi d,sit inter lineam z h.& superficiem speculi à qua fit reflexio, distentq; puncta z & h,æqualiter à puncto d,quod est centrum speculi propter quod erit linea b d e, perpendicularis super lineam z h,dico qd' forma puncti h,reflectitur ad uisum z,ab uno tantum pūcto semicirculi a b g,quod est b,ducantur enim lineæ d z,d h,z b,& b h,& quia per tertiam tertij, linea d e b, diuidit lineam h z,per æqualia, patet quod duo latera b e & e h, sunt æqualia duobus lateribus b e & z e,& anguli b e h,& b e z,

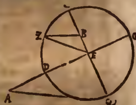
b e z,sunt æquales,quia recti, ergo per 4.primi,patet quoniã anguli z b e,& h b e,sunt æquales,fit ergo ꝑ 20.huius reflexio formæ puncti h, à pũcto speculi b,ad centrũ uisus ꝗd est z,dico itaq; ꝗd nõ potest ab aliquo alio pũcto speculi fieri hæc reflexio. Si enim detur quod fiat à puncto t,ducantur lineæ z t & t h,& à centro d.ducatur ad punctum reflexiõis t,linea d t,quæ producta ad lineam z h,secet ipsam in pũcto k, quia itaq; per 20.quinti huius,linea k t,diuidit angulũ z t h,ꝑ æqualia, patet per 3.sexti,quoniã est proportio lineæ z t,ad lineam t h. Sicut lineæ z k,ad lineã k h,sed linea z k,est minor ꝙ linea z e,ergo & ꝙ linea k h. Erit ergo linea z t,minor ꝙ linea t h, sed ꝑ 7. tertij linea z t,est maior ꝙ linea z h,& linea h b maior ꝙ linea h t,erit ergo linea z b,minor ꝙ linea h b,ꝗd est cõtra ꝓmissa,& cõtra 4.primi.Nõ ergo reflectetur forma pũcti h,ad cẽtrũ uisus existẽs in pũcto z,à pũcto speculi t. Similiter ꝗq; demõstrandũ est de ꝗlibet pũcto semicirculi a b g,patet ergo propositum.



XX.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni sphærici speculi concaui, posibile est reflexionem fieri ab aliquo puncto arcuum interiacentium diametros circuli transeuntis per illa puncta, non autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, sit d g t q,& sit a centrũ uisus intra speculũ sphæricũ concauũ,& sit e centrũ speculi,& sit b punctus rei uisæ, & ducatur diameter d a g,per centrũ uisus a,& ducatur diameter t q, ut contingit,dico quod si fuerit b,punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a,ab aliquo puncto semicirculi d t g,& ab aliquo pũcto semicirculi sibi oppositi,qui est d q g,ducatur enim à pũcto b,rei uisæ ad aliquod punctũ semicirculi g t d arcus quartæ t d,quod sit pũctus m,linea incidentiæ quæ sit b m, & ducantur lineæ b a & m a,& ducatur diameter e m quæ quia diuidit basem a b,trigoni a m b, diuidit ergo angulũ b m a,ꝑ 20.primi huius,producatur ergo semidiameter m e,ad partẽ circumferentiæ,quæ opponitur puncto m,in punctũ,qui sit punctus h,árcus g q,& ducantur lineæ b h & a h.secabit quoq; linea a h, diametrũ t q. Sit ut secet ipsum in pũcto c,& linea h b,secabit eandẽ diametrũ t q,in puncto b. Sunt quoq; puncta b & c.ex diuersis partibus centri e, linea ergo e h,diuidet angulum a h b,per 29.primi huius, quoniam diuideret ei basem subtẽsam,quę est b c,dico itaq; quod forma puncti b,potest reflecti ad uisum a,uel ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d,in quibus sunt pũcta a & b,qui est arcus t d, & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi interiacentis alias semidiametros illi conterminales,qui sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus,qui est a g.& quod non potest reflecti ab abliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse posibile, sumatur tunc aliquis punctus arcus g t,qui sit k,propinquius puncto t,& ducantur lineæ a k & k b,producatur linea k b,donec cadat super diametrũ d g,in punctũ o,cadet autẽ per 14.primi huius, ideo quia angulus b e d est rectus,& angulus k b t est acutus,& omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie,quoniã ergo puncta o & a,sunt in eadẽ parte centri circuli, quod est e. patet ꝗd perpendicularis ducta à puncto k ad centrũ e, non diuidit angulum o k a, & ita forma puncti b,non potest reflecti ad uisum a à puncto speculi quod est k.Similiter sumpto alio puncto quod sit f,ita ut linea b f,sit æquedistans diametro d g,uel quod angulus f b t,fiat obtusus. Semper enim tunc patebit,quoniã perpendicularis e f,nõ diuidit angulũ b f a, ꝑ 29.primi huius,quoniã cadet extra a b,basem trigoni a b f,nõ ergo potest reflecti forma puncti b,ad uisum a,à puncto speculi f,ergo neq; ab aliquo puncto arcus,oppositi arcui

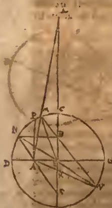


g t, qui est arcus d q, eodē quoq; modo demōstrandū si b punctus rei uisæ fuerit in superficie speculi, aut extra speculū, dū tamē punctū a, quod est centrū uisus, sit intra speculū, & idem erit modus probandi. Similiter quoq; si punctus a, centrū uisus fuerit in superficie speculi, & pūctus b, fuerit interius uel exterius, idē est probandi modus. Si etiā centrū uisus a, fuerit extra speculū, & pūctus b, rei uisæ fuerit intra speculū, patet idē quod propositū est. Ducantur enim à pūcto a, cētro uisus lineæ cōtingente circulū g t d, per 16. tertij, quæ sint lineæ a h & a 3, & ducantur duæ diametri una uisualis quæ sit a e g, & alia quæ sit t e q, & sit b pūctus rei uisæ in diametro t e q, palam itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma pūcti b, ad uisum a, ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo pūcto arcus t 3, quia impossibile est ut reflectatur ab aliquo pūcto arcus 3 d, quoniā ille arcus cadit sub pūcto cōtingentiæ, & etiā ꝓpter inæqualitatē angulorū, quoniā per 15. tertij, angulus e 3 a est rectus, & angulus b 3 e per 42. primi huius, erit minor recto, cui fiūt inæquales oēs anguli cōstituti super lineā 3 a. Similiter q̄q; ab aliquo pūcto arcus q g, q est oppositus arcui t d, potest fieri reflexio formæ pūcti b ad uisum existentē in puncto, sed ab arcu t g, uel d q nulla fiet reflexio propter supradicta, similiterq; permutato puncto b, in aliam diametrū quæ sit idem diameter t q, idem accidet quod prius, patet ergo propositum.

XXI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi sphærici concaui, si à centro uisus ducatur linea æquedistans diametro, in qua est punctum rei uisæ secans circulum, erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacente terminum diametri rei uisæ, & illam æquedistantem extra speculum & loca imaginum reflexarū à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uisum, oppositi uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum.

Sit dispositio quæ prius, & ducatur à pūcto a, linea æquedistans semidiametro t e, quæ sit a p, dico quod loca imaginū reflexarum à punctis arcus t p, erunt extra speculum, loca uero imaginū arcus p d, erunt ultra centrū uisus, qđ est a, loca uero imaginū arcus q g, erūt inter centrū uisus & speculi superficiē, dato enim qđ forma pūcti b, existens in semidiametro t e, reflectatur ad uisum existentē in semidiametro t e, ab aliquo pūcto arcus p t, qui sit m & b, palā per 14. primi huius, qđ lineæ a m & b e, cōcurrent ultra pūcta m & b, extra speculū. Sit quoq; punctus concursus l, qui p 37. quinti huius, erit locus imaginis formæ puncti b, quod si à puncto n, arcus d p, fiat reflexio, patet per candē 14. primi huius, quoniā linea a n & b e, concurrent ultra puncta a & e, sit concursus in puncto f, eritq; punctum f, locus imaginis formæ puncti b, retro uisum. Si uero forma puncti b, reflectatur ad uisum a, ab aliquo puncto arcus q g, quoniā in præmissa ostēsum est hoc esse posibile. Sit ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g, quod sit u, palā itaq; quoniā linea b e, producta diuidit angulū a e u, ergo per 29. primi huius, patet qđ ipsa secat basem a u, sit ut secet ipsam in puncto x, linea itaq; a u, quæ est linea reflexionis, & kathetus incidētiæ formæ puncti b, qui est b e, secat se in puncto x, est ergo per 37. quinti huius, punctū x locus imaginis formæ puncti b, & ipse est inter uisum & speculum secundū hoc itaq; loca imaginū diuersantur, ut etiam declaratū est in 10. huius, nunq; aūt est posibile locū imaginis esse in cētro uisus, nisi cū punctus rei uisæ & cētrū uisus in eadē sunt diametro. Tūc enim facta reflexione, utcunq; sit posibile, semper patet qđ linea reflexionis & kathetus incidentiæ cōcurrunt in centro uisus, quoniam solus ille punctus ambabus illis lineis est cōmunis, patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodē modo est demonstrandū propositum, siue punctū a, centrū uisus sit intra speculū, siue in superficie speculi, siue extra speculū, dū tamen linea à puncto a, ducta

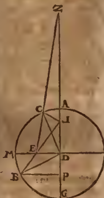


æquedistanter diametro in qua est punctum rei uisæ secet circulum speculi, & non contingat ipsum, forma uero reflexa à puncto p secundum lineam p a, si punctus cuius forma reflectitur fuerit in semidiametro t e, cui æquedistat linea a p, potest uideri in ipsa speculi superficie, ut ostendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni speculi sphærici concaui potest esse locus imaginum quantumcunque producatur.

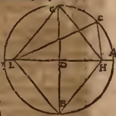
Sit a d diameter circuli speculi sphærici concaui, qui sit a p m g, cuius circuli centrum sit d, producaturque extra circulum, & signetur in ipsa punctum z, sitque punctus e centrum uisus intra circulum in semidiametro m p, dico quod punctus z, potest esse locus imaginis, ducantur enim lineæ e c z, per c punctum circumferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d acutus, per 43. primi huius, fiat itaque angulus d c l super terminum lineæ d c, æqualis angulo e c d, per 23. primi, secetque linea c l diametrum d a in puncto l, palam itaque per 20. quinti huius, quoniam forma puncti l, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est c, & eius imaginis locus est in puncto z, per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ, qui est d l z, cum linea reflexionis quæ est c e, & assumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet ostendi posse esse locus imaginis, ut si ille punctus sit l, palam quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ, ducatur enim linea e l, & producatur usque ad punctum circumferentiæ quod sit b, & ducatur linea d q, eritque angulus d b e acutus, per 42. primi huius, fiat ergo æqualis sibi, qui sit d b p, palam itaque per 20. quinti huius, quoniam reflectitur forma puncti p ad uisum e, à puncto speculi b, & locus imaginis formæ puncti p est punctus l, per 37 quinti huius, sumpto quoque quolibet puncto alio eadem est probatio, patet ergo propositum.



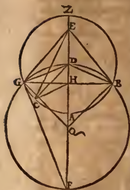
XXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in eadem circuli magni diametro existentibus punctorum reflexorum à speculis sphæricis concauis quilibet est locus imaginis centrum uisus, possibile est ut ab uno tantum semicirculi puncto fiat reflexio ad uisum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Esto circulus speculi sphærici concaui g z b a, cuius centrum sit d, & intersecent se in ipso duæ diametri z a & g b orthogonaliter, & sit in diametro z a punctus e, qui sit centrum uisus z h, qui sit punctus rei uisæ, sit in eadem diametro z a, quoniam ubicunque fuerint centrum uisus, & punctus rei uisæ in una illius circuli diametro, semper possunt dictæ diametri taliter produci, ut se orthogonaliter intersecent, diametro z a, per puncta e & h transeunte, aut ergo linea e d interiacens centra uisus & speculi est æqualis lineæ d h aut non. Si sit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter distent à centro speculi, ducantur lineæ h g, h b, e g, e b, palam itaque per 4. primi, quoniam triangulus h g d est æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipsorum anguli respicientes æqualia latera sunt æquales, & quoniam angulus h g d est æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e, diuiditur per æqualia per lineam g d, potest ergo per 20 quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g, reflecti ad uisum in punctum e, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctus e, quod est centrum uisus. Similiterque potest forma puncti h à puncto speculi b reflecti ad uisum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e, per eandem quæ prius. Si itaque diametro z a ma-



nente immobili, semicirculus z g a, imaginetur moueri per sphæram speculi, aut etiam solus triangulus h g e, moueatur fixa manente latere e h, palam quia punctus g, motu suo describit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e, & locus imaginis erit semper punctus e quod est centrum uisus, quod autem ab alio puncto speculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non possit forma puncti h, reflecti ad uisum e, manifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu suo causat punctum g uel punctum b, tunc reflecteretur ab alio puncto illius semicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod sit c, & hoc erit extra illum circulum imaginatum in superficie speculi, ducatur quoque lineæ h c & e c, eritque linea e c maior quàm linea e g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g per eandem 7. tertij, non ergo erit proportio lineæ e c ad lineam h c, sicut lineæ e d ad lineam b d, quæ sunt æquales, ergo per 3. sexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, non ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c, & eadem est deductio si sumatur punctus c inter puncta g & z, in arcu z g, palam itaque quoniam centro uisus quod est e, à puncto rei uisæ, quod est h, existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper fit reflexio formæ puncti uisi ad uisum modo proposito, quod si puncta ducta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à cētro speculi puncto d, utpote si linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea b q, p 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h sit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. sexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, sicut lineæ d q ad lineam h q, fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri d q, cuius centrum sit q, & quoniam ille circulus intersecat circulum g z b a in duobus locis, per decimam tertij, sunt illa loca sectionis puncta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b, & quia linea q g, est æqualis lineæ q d. per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniam eadem est proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, est ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis est utrique triangulorum qui sunt e q g, & h q g, ergo per 6. sexti, illi duo trianguli sunt æquianguli Erunt quoque eorum latera proportionalia per 4. sexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoque per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. sexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20. quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g, reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctum e locus imaginis suæ, & similiter forma puncti h, à puncto speculi g reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctum e, locus imaginis suæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans sphæram speculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, describet circulum in superficie concaua speculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto e, & semper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non possit forma puncti h reflecti ad uisum e, patet ut prius. Si enim sumatur punctus c inter puncta g & a, erit per septimā tertij, linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea b g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, sicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. sexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia, non ergo reflectetur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c. Similiter quoque sit punctus c, à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z, idem sequitur impossibile, patet ergo propositum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonstrata sunt, sic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarū intelligenda sunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum & est media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod est centrum uisus, & reflectetur tota forma à loco circulari speculi

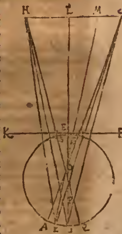


speculi habente sensibilem latitudinem, cuius medium mathematicum est circulus prædictus, & sunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit esse maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi g, prout ostendimus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, excessus lineæ e d super lineam d h, ad lineam h d maior quàm lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uisum e, per 16. huius, eritque proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineam d h, aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uisum in punctum e, quia si detur quod posit reflecti, sit ut reflectatur à pũcto g, dico itaque quod necessario sequitur, ut maior sit proportio lineæ e a ad lineam h a, quam lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus, erit quoque per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaque à puncto g, linea cõtingens circulum a g z b, quæ sit g f, hoc ergo necessario concurret cum linea e h, per 14. primi huius, cum angulus h d g sit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, sit concursus punctus f, erit ergo per 13. huius, kathetus incidentiæ qui est h d ad lineam d c, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ h f ductæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius erit econuerso proportio lineæ e f ad f h, sicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm sit lineæ e f ad lineam f h, per 4. primi huius, quoniam æquali linea quæ est f a, addita utrobique minuitur proportio, igitur maior est proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm sit lineæ e d ad lineam d h. Si itaque forma puncti h reflectitur ad uisum e, necessarium est ut proportio lineæ e a ad lineam h a, sit maior quàm lineę a d ad lineam d h, hoc itaque cum fuerit erit ex hac dispositione centri uisus & puncti rei uisæ sicut prius demonstratum, palam ergo sunt omnia quæ proposita sunt, cum centrum uisus & punctus rei uisæ fuerint in eadem diametro circuli propositi speculi, patet ergo propositum.

XXIIII.

Puncto rei uisæ & centro uisus existentibus extra speculum sphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, non posibile ut fiat ad uisum reflexio nisi ab uno tantũ puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.

Esto c punctus rei uisæ, & h centrum uisus, & sit d centrum speculi, & ducantur lineæ h d, c d, h c, superficies itaque reflexionis, quæ per 3. huius, est superficies h d e, secat superficiem speculi per secũdam huius, super circulum qui sit e b q g, palam itaque quod forma puncti c non reflectitur ad uisum h, nisi ab aliquo pũcto huius circuli, nõ enim fit aliqua reflexio extra superficiem reflexionis, producatur itaque linea h d, ultra centrum d, donec secet circumferentiam circuli, & sit punctus sectionis a, & producatur linea c d ultra punctum d, secans circulum in pũcto q, incidatque linea h d circulo in puncto g, & linea c d in puncto b, palam ergo per 20. huius, cum solum sit posibilis reflexio ab arcubus interiacentibus diametros, in quibus sunt centrum uisus, & punctus rei uisæ, quod forma puncti c ad uisum existentem in puncto h, non reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a, reflectitur itaque aut ab aliquo pũcto arcus g b, aut ab aliq pũcto arcus q a, diuidatur itaque angulus c d h per ęqualia per 9. primi, diuidatque ipsum linea d e l, secans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & à puncto e, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit k e f. Si itaque puncta c & h fuerint super aliam lineam contingentem, ubicunque consistant, palam quod non est posibile reflecti formam puncti c ad uisum h, ab aliquo puncto h g. Si enim à puncto c ducatur linea ad aliquem interiorem punctum huius arcus, linea à puncto b, ad idem punctum ducta cadet super eundem arcum ex



terius

terius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cõcauitatis, scilicet speculi, ipso corpore speculi impediente, ab arcu uero a q possibile est, ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c, & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere, producatur itaq; linea l d, donec secet arcũ a q, & pũctus sectionis z. dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, ducantur enim lineæ c z, h z, seceтq; linea h z kathetum incidentię, qui est c d q, in puncto p, cũ itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet ꝗd angulus c d z est æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales, & linea d z est cõmunis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h, est diuisus per æqualia per lineam d z. ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uisum in punctũ h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à puncto o & ducãtur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrum speculi, diuidat angulum c o h per æqualia, seceтq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniã linea c z est minor quàm c o, & linea h o est minor ꝗ linea h z, est autem per 3 sexti, cum angulus c z h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandẽ 3. sexti, est sicut lineæ c m ad lineam m h, sed per 9. primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z, ꝗ lineæ h o ad lineã c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineam l c, ꝗ lineæ h m maioris, ꝗ sit linea h l ad lineam m c minorem, ꝗ sit linea l c, quod est impossibile, semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorem ꝗ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum h, à puncto speculi o. Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo alio nisi à solo puncto z, quod est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatẽ minoris, per 3. primi, & ordinetur demonstratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunque speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis nõ immutat, ut patet per 20. quinti huius, semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, patet quod quæcunq; istarum linearũ fuerit maior ꝗ alia quod non impeditur propter hæc reflexio; & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis secundum modum præmissum poterit declarari, & quia in tali dispositione cẽtri uisus, & puncti rei uisæ ab uno tantum puncto speculi fit reflexio ad uisum, patet quod unica est linea reflexionis quæ h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet punctus p, in quo est linea reflexionis quæ est h z secat kathetum incidentiæ quæ est c d q, patet ergo propositum.

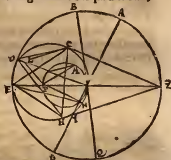
XXV.

Si angulum à duobus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circumferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctum diametri interiacens illa puncta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto speculi cui incidit diameter z p e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g, per 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli c e d & e h d sunt æquales & ęquianguli, quoniam enim angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis cõmunis, patet ergo quod angulus c e d est æqualis

a ngulo

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi quod est e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto c à puncto speculi e. Similiterq́ fiet reflexio à puncto z ductis lineis c z & h z, cum enim ex præmissis lineæ c d & h d sint æquales, & per 13. primi, anguli h d z & c d z sint æquales, erunt per 4. primi anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto speculi quod est z, patet autẽ per 20. huius, qđ nõ reflectet̃ forma pũcti c ad punctũ existentẽ in pũcto h, ab aliq̃ puncto arcus a b, uel ab aliq̃ pũcto arcus g q, nec ab aliq̃ pũcto arcus a q, nec à pũcto z, p 19. huius, & qm̃ idem accidit impossibile contra 9. primi huius, qđ in proxima præmissa ducta prius linea c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quàm puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti c ad uisum h sic patebit, detur enim quod illa reflexio possit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq́ circulus secundũ quantitatem diametri d e. palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d sunt recti, quoniã ille circulus transibit per quatuor puncta quæ sunt c d h e, cum itaq́ punctus e, sit communis utriq́ illorum circulorum, & sit super eandem diametrum e d, cõtingat circulus maior minorem tantum in puncto e, p 12. tertij, & nõ in alio, circulus itaq́ minor qui est e c d h secabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam si non secaret, tunc contingeret in puncto o circulum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis quod est impossibile. Sit ut secet ipsum in puncto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet ex præmissis, linea c d est æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d c. per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d est æqualis angulo d l h, ergo per 13. primi, angulus c l o est æqualis angulo h l o, sed angulus l o c est æqualis angulo l o h, p 20. quinti huius, & ex hypothesi, & latus o l est cõmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo per 26. primi, illi trigoni sunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o ę̃qlis lineæ h o, quod est impossibile, quoniam per 7. tertij, linea h o est maior quàm linea h e, & linea c o est minor quàm linea c e, per eandem 7. tertij, linea uero c e ut præmissum est, æqualis est lineæ h e, est ergo linea h o maior quàm linea c o, non ergo reflectetur forma puncti c ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o, sed neq́ ab aliquo alio pũcto arcus e b. Similiterq́ est deducendũ, si punctus o, à quo supponit̃ fieri reflexionem cadat in aliquod punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo ut forma puncti c non reflectatur ad uisum h, ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus a q nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducatur



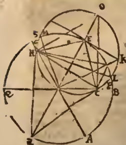
ut contingit linea e m super partem diametri b q, quæ est c d & secetur linea h d pars æqualis lineæ d m, per 3. primi, quæ sit d n, & ducatur linea e n, palam per 16. primi, quod angulus c m d est obtusus, cum angulus e c d sit rectus, ab angulo itaq́ e m d, p 27. primi huius, resecetur angulus rectus qui sit d m p, & ducatur linea m p, hæc ergo erit æque distans lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo linea m p, per secundam primi huius, cũ linea e d, cum qua concurrit sua æquedistans, quæ est e c. Sit concursus punctus p, & ducatur linea n p, & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p. eritq́ per 30. tertij, ille circulus transiens per quatuor puncta m d n p, quia cum angulus p m d sit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus p n d rectus, cum itaq́ arcus d n sit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æqualis angulo d p m p 26. tertij, eruntq́ trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. primi, & quia linea n d est æqualis lineæ d m, erit per 4. sexti, linea m p æqualis lineæ n p, & quia angulus m p d est æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e ę̃qlis angulo n p e, ergo per 4. primi, linea e p existente communi triangulo n e p, & trian-

gulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma punctim, reflectitur ad uisum existentem in puncto n, à puncto speculi quod est e, & eorum ad inuicem fiet mutua reflexio, similiter à puncto z, & nō ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius, neq; ab alio pūcto arcus b g quàm à pūcto e, nec ab alio puncto arcus q a quàm à puncto z. In his enim est eadem deductio quæ prius. Palam itaq; secundum modum prædictum, quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis c d h, & sumpto pūcto ultimo in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta c & h, semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum sibi simile lineæ d n, tantundem distans à centro speculi quod est d, fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à puncto illi opposito diametraliter quod est punctum z, eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ sunt e h & z h, cōcurrant cum katheto incidentiæ qui c d, patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens si diametri b q & a g, secent se ad angulos non rectos, quoniam tūc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uero illæ diametri secuerint se ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tūc ut patet per 28. primi, linea reflexionis quæ e h, est æquedistans katheto incidentiæ quæ est c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod est e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x, quod sit communis sectio lineæ reflexiōis quæ est z k, & kathetus incidentiæ qui est c d, & sic loca imaginis diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circunferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares super alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum sectarum interiacens perpendiculares & circunferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circunferentiæ punctis, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui est communis sectio speculi sphærici concaui, & superficiei reflexionis duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d, centrum speculi sphærici concaui, & diameter e z diuidat angulum b d g, ab eis in centro contentum per æqualia, & sumatur in semidiametro b d punctus c supra punctum, in quē cadit perpendicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d, & in linea d g, sumatur eius pars quæ sit d h æqualis lineæ d c, per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e, dico quod forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, & à puncto z, sibi diametraliter opposito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q, est autem necessarium formam puncti c, reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b, extrahatur enim à puncto c, perpendicularis super lineam c d, per 11. primi, quæ sit c o, &



quia linea c o est æquedistans perpendiculari ductæ à puncto e, super semidiametrum d h, per 28. primi, palam quia linea c o, producta cadet extra circulū speculi non secans punctum c, producatur ergo linea d e ultra punctum e, & quia angulus b d e est acutus, ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia, propter quod uterq; ipsorum est minor recto, palam quod linea c o, per 14. primi huius, concurret cū linea d e, concurrant ergo in puncto o, & ducatur linea h o, palam itaq; per 14. primi, cum angulus d c o sit rectus, quod etiam d h o est rectus, fiat itaq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta c d h, qui per 30. tertij, necessario transibit per pūctum o, & erit linea d o dia-

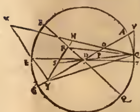
d o diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ ſint k e, & quoniã circulus c d h o ſecat circulum b a z g, neceſſe eſt ipſum ſecari in duobus punctis per decimam tertij, ſint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ eſt c d, ſit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmiſſis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uiſum h à puncto l, & ſimiliter angulus c d m eſt æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uiſum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uiſum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis ſunt quatuor, ſcilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi ſectione unius cuiuſcunq; ipſarum & katheti incidentiæ, qui eſt c d, fit locus imaginis, & ſi aliqua illarum linearũ fuerit æquediſtans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum ſunt quatuor uicinorum locorum reflexionis, non poteſt autem forma puncti c reflecti ad uiſum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim ſi poſſibile eſt ut fiat reflexio formæ puncti ad uiſum h, à puncto alio ſpeculi præter hæc quatuor, quod ſit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quouſq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & ſit exempli cauſa, punctus concurſus k, qui ſit communis ſectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypotheſi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, ſed angulus c h k eſt æqualis angulo f k h, per 26. tertij. arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, ſcilicet arcus circuli c d h o, qui ſunt d h & d c, ſunt æquales, & linea f k eſt communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, ergo per 4. ſexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod eſt impoſſibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k eſt maior quàm linea h o, & linea c k minor eſt quàm linea c o, linea uero c o eſt æqualis lineæ h o, per præmiſſa, & eodem modo deducendũ ſi in arcu m g ſit datus punctus f, q̃m idem ſequitur poſſibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia ſi punctus k, qui eſt punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à punctis ſectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmiſſo modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uiſum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z ad modum circuli c d, h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri, d z ductæ, ſi ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui ſunt p e & s e, reſecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z cõſtitutum, & eſt poſſibile reflexio quæ fit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ ſemper arcus inæquales reſecant, & ab hoc inæquales angulos cõſtituunt ſuper circumferentiam circuli maioris, & per modum quo uſi ſumus in 24. huius, ſequitur impoſſibile contra nonam primi huius, ut manifeſtatum eſt per ea quæ præmiſſa ſunt, patet ergo propoſitum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali exiſtente diſpoſitione, et tantum ſunt quatuor loca imaginum, quod eſt propoſitum.

XXVII.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus in eadem ſuperficie circuli magni ſpeculi ſphærici concaui, diuerſis tamen diametris, & ſub inæquali diſtantia à centro ſpeculi exiſtentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas ſemidiametros in quibus illa puncta non conſiſtunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc ſitu.

Sit ut prius circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentũ per æqualia, sitq; c punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum c & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est punctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimã primi, & à puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimã primi, & super punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineã f l, erit itaq; angulus f l y, acutus siue angulus a d c fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad basem f l concurrens cum latere n k in puncto k, seceteq; lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m qui sit i d a, sitq; pũctus circũferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminũ lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q sit m d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctũ o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ sit h f, & producatur linea r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducãtur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impossibile



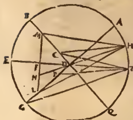
est duci aliam super lineã f l diuidentem eam secundũ proportionem qua diuisit ipsam linea m c k, cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est extremus, ergo p 32. primi, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaq; n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia, producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 31. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineã c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed cum triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m; est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o. sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, qm̃ triangulus r i s, est similis triangulo f l n, per 22. primi, cũ eñ anguli s r i & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, ꝓportio lineæ i r, ad lineã i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniã linea x i, est dupla lineæ i r, & linea y b, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem proportio lineæ x i, ad lineam i o, sicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuisim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaq; à puncto

à puncto i, linea æquedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producatur quoq; linea d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cũ eius æquedistante quæ est h x, fietq; concursus punctus u, eritq; triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triãgulo, h o x, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autẽ ut patuit ex p̃missis proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit ꝓportio lineæ h o ad lineã o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniã triangulus h r i, æqualis est triangulo h r x, per 1. sexti, quoniã ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r, est perpendicularis super lineã x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo ꝓportio lineæ h i ad lineam i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmissa maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitq; punctus p. in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaq; per 13. primi huius, qͩ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constat ex proportione lineæ h d ad d p, &, lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportione lineæ h d ad lineã d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerũ ut supra patuit, angulus r i u, est medietas anguli u i h, q̃m angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medietas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o, cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autẽ ut patet per p̃missa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, trianguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, & angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, est linea una recta cum angulo o p t uterq; tñ illoꝝ angulorꝝ æqualiũ, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos ꝑ 13. primi, q̃m ergo linea t p i, est linea una recta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex p̃missis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi, quod est i, sempq; eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulũ speculi siue intra, similiter siue punctũ h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo ꝓpositum, fit em̃ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & q̃m à puncto m, impossibile est duci aliã lineã sup lineã f l, diuidentẽ ipsam secundum proportionem qua diuisit ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in ꝓposito arcu inueniri aliud pũctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod ꝓponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non consistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit dispositio figuræ præcedentis, secentq́ circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & sphærarū speculi sphærici concaui duæ diametri, quæ sunt b q & a g, super centrum d, diuidatq́ diameter e d 3, angulū b d g per æqualia, dico quod quicunq́ punctus sumatur in arcu a q, præter punctū 3, ab illo possunt reflecti infinita paria pūctorum inæqualiter à centro distantiū. Sumatur enī in arcu a q, punctus h, & sumatur in semidiametro d g, pūctus l, & à semidiametro b d, secetur linea m d, æqualis lineæ l d, & ducātur lineæ l m, l h, m h, d h, secabitq́ diameter e 3, lineam m l, per 29. primi huius, qui secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m, sit ergo punctus sectionis f, eritq́ per 4. primi, & ex hypothesi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoq́ h d, quousq́ cadat su per lineam m l, per 29. primi huius, sitq́ punctus sectionis n, eritq́ linea l n, minor q̃ linea n m, ideoq́ linea d n, secat angulum f d l, quia angulus h d 3, qui per 15. primi, est æqualis angulo n d f, minor est angulo a d 3, est æqualis angulo f d l, uerū cum angulus f d m, sit æqualis angulo f d l, ex hypothesi, & angulo q d 3. per 11. primi, & angulus m d a, sit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, est maior angulo n d l, & angulus h d q, est maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, est maior toto angulo m d h, igitur per 24. primi, linea l h, est maior q̃ linea h m, cū linea m d, sit æqualis lineæ d l, & linea d h, communis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, q̄m si detur quod sit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, sicut lineæ l n, ad lineam n m, per 3. sexti, quod est impossibile per 8. quinti, si uero detur quod angulus d h l, sit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, secet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & sequeť impossibile ut prius, ꝑducta alia linea secāte ad lineā l n, p 29. primi huius, est igiť angulus d h l, minor angulo d h m, secetť igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d, ergo forma puncti t, p 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existentē in puncto l, à puncto speculi quod est h, & linea t d est minor q̃ linea l d, q̄m est minor q̃ linea d m, similiter si sumātur in semidiametris b g & g d, alia puncta q̃ l & m, æqualiter distantia à punctis l & t. Similiter ꝓbabiť q̧ à puncto h, fit reflexio pūctorum inæqualiter distantiū à centro adinuicem, & de infinitis punctis in his diametris sumptis semp similis erit proportio, & à quocūq́ puncto arcus a q, præter quod à puncto 3, eadē est demonstratio, à puncto uero 3, non est possibilis reflexio propter angulorū t 3 d & d 3 l, inæqualitatem, quæ patet p 4. primi, resecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p 3, patet ergo propositum.



XXIX.

Puncto rei uisæ & centro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni sphærici concaui existentibus, inæqualiterq́ distantibus à centro, si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt fiat reflexio formarum eiusdem puncti ad eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.

Remaneat omnimoda dispositio theorematis præcedentis, & sit ut punctus rei uisæ, q est t, in semidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectať ad uisum existentem in puncto l, semidiametro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, q̃ punctus rei uisæ qď est t, sintq́ puncta t & l, ambo intra speculū, dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, q̃ à puncto h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctū k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quousq́ cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autē p 29. primi huius, ut in p̄missa ostendimus, quia itaq́ ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentē in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, q̄m angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, ergo

go per 3. sexti patet, quoniam est proportio lineæ l h ad ad lineã t h, sicut lineæ l n ad lineam n t. & similiter cũ angulus t k p, sit æqualis angulo l k p, ex hypothesi, erit per eandem 3. sexti, proportio lineæ l k ad lineam t k, sicut lineæ l p ad p t, sed linea l h, est maior quàm linea l k, per 7. tertij, & linea t h, est minor quàm linea t k, igitur per 9. primi huius, maior est proportio lineæ l h ad lineam t h, quàm lineæ l k ad lineam t k. maior ergo erit proportio lineæ l n ad lineam n t, quàm lineæ l p ad lineam p t, quod est impossibile, & contra eandẽ 9. primi huius, quocunque uero alio puncto ducti arcus h q dato, idem accidit impossibile, palam ergo quoniam ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h, est impossibile formam puncti t ad l centrũ uisus reflecti, ergo nec aliquẽ punctorum æqualiter distantiũ à puncto t, & à puncto l, possibile est ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h q, reflecti, & hoc est propositum. Ex his itaque duobus theorematibus patet uniuersalis passio, quæ accidit uisibilibus, & uisui sic disposito respectu centri speculi ab omnibus punctis arcus a q. quoniam à nullo puncto aliorũ arcuũ est possibilis reflexio punctorum taliter dispositorum, ut etiã hoc patet per 27. huius.

XXX.

Centro uisus intra circulũ qui est cõmunis sectio superficiei reflectiõis & speculi sphærici concaui in eius diametro existente, à quolibet puncto illius semicirculi reflectuntur ad uisum formæ punctorum æqualis uel inæqualis distantiæ à centro speculi cum ipso centro uisus.

Sit a centrum uisus, centrum uero speculi sphærici concaui sit b, & sit a intra speculum, ducaturque una diametros quæ sit d a b g, & imaginetur superficies plana, in qua sunt puncta a & b, quocunque modo extensa, hæc ergo per 69. primi huius, secabit sphærã speculi secundum circulũ qui sit d l g, dico quod à quolibet puncto alterius istorum semicirculorum reflectuntur ad uisum a, formæ punctorum inæqualiter distantium à centro speculi cũ ipso puncto a. Sumatur enim in alicuius semicirculorum illorum periferia punctus e, & ducantur lineæ e a & e b, palam itaque quoniam angulus a e b, erit acutus per 42. primi huius, & quia cadit in minorem arcum semicirculi, super punctum itaque e, terminum lineæ b e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e b, qui sit p e b, & producatur linea p e quantũ placet, palam itaque per 20. quinti huius, quoniam quodlibet punctũ illius lineæ reflectitur ad uisum a, à puncto speculi quod est e, ducta quoque à centro speculi quod est b, ad lineã p e, perpendiculari per 12. primi, aut illa perpendicularis erit æqualis lineæ b a, secundũ quã distat centrum uisus à centro speculi, aut maior aut minor, si fuerit æqualis, tunc cũ omnes lineæ ductæ à centro b ad lineam p e, præter illam perpendicularẽ, sint maiores illa perpendiculari per 18. primi, quoniam opponuntur angulo recto in illo triangulo, palã quod omes lineæ erũt maiores quàm linea b a, & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b, super lineam p e, inæqualiter distabit à centro b cum puncto a, centro uisus, si uero perpendicularis fuerit maior quàm linea b a, tunc patet secundũ præmissa quod omnia puncta lineæ p e, plus distabunt à centro b, quàm punctus a. Si autẽ illa perpendicularis fuerit minor quàm linea b a, tunc possibile est duci à puncto b, duas lineas ex diuersis partibus perpendicularis æqualis lineæ b a, quod fiet subtensis illis angulis rectis, ex utraque parte lineis æqualibus lineæ a b, per 16. primi huius, & omnes lineæ aliæ ductæ à cẽtro b, ad lineã p e, aut sunt minores aut maiores, quàm linea b a, palam itaque per 28. huius, quoniam à puncto e, reflectũtur omnia puncta lineæ p e ad a centrum uisus, quorum distantia à centro speculi inæqualis est distantiæ centri uisus, quod est a, ab eodẽ centro speculi. Sed ut patet ex præmissis, inter hæc sunt puncta æqualiter distãtia à centro speculi cũ puncto a, sumpto quoque quocunque puncto in toto semicirculo illo, in quo sumptum est punctum e, semper est eodem modo demõstrandum, eodem quoque modo potest in alio semicirculo circuli d l g, demonstratio formari, patet ergo propositum.

XXXI.

Centro uisus extra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis

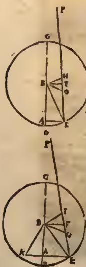
nis & speculi sphærici concaui existente, si à uisu ducantur duæ lineæ circulũ contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum contingentiæ præter q̃ ab illis punctis potest fieri reflexio ad uisum punctorum inæqualiter distantium à centro circuli cum centro uisus.

Huius demonstratio euidens est per p̃missa, sit em̃ centrũ uisus h, extra circulũ d l g, cuius centrũ est b, ducatur diameter h d b g, patet per 6. huius, quod à puncto g. nõ fit aliqua reflexio ad uisum, ducanturq; à puncto h, quod est centrũ uisus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ sint, h t & h q, palamq; est per ea quæ dicta sunt in 24. huius, quoniã ab arcu q d t, nulla fit reflexio ad uisum existentẽ in puncto h. sed nec ab aliquo punctorũ contingentiæ quæ sunt q & t, potest fieri reflexio ad uisum existentẽ in puncto b, qm̃ angulus contingentiæ est indiuisibilis, & lineæ q h & t h, sint circulũ contingentes, & ut patet per 42. primi huius, omnis angulus contentus sub termino cordæ & diametri est acutus, angulus uero b q h est rectus, nõ ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uisum in punctum h, à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, potest fieri reflexio, demonstratione 6. & 24. huius repetita, patet ergo propositum, seruata hypothesi præmissa.



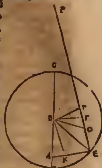
XXXII.

Centro uisus intra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existente, factaq; reflexione ab aliquo pũcto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter distantium à centro speculi cum centro uisus diameter circuli in qua est punctus reflexus, cum diametro in qua est centrum uisus facit angulum extrinsecum angulo reflexionis quandoq; maiorem, quandoq; minorem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



Stante priori dispositione 30. huius, ducatur à centro speculi quod est b linea b f, perpendicularis super lineam e p, aut ergo linea b a est perpendicularis super lineam e a, aut non, sit primo p̃pendicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 3. primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli sunt recti ex hypothesi, ducatur itaq; linea o, super lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo quod angulus b o e est obtusus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, qui per 13. primi, cũ angulo o b a, ualet duos rectos, maior angulo o e a, qui est angulus constans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum triangulus e b f, sit æqualis triangulo e b a, qa cũ angulus b f e sit æqualis angulo b a e, qm̃ uterq; rectus, & angulus b e f, est æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e a b, æqualis angulo e b f, est em̃ b e latus utriq; illorũ trigonorũ cõmune, eritq; p 4. sexti, latus f b, æquale lateri b a, qm̃ ipsa respiciunt angulos æquales, sed latus o b, per 18. primi, est maius latere b f, ergo & ipsum est maius latere b a, ducta uero linea b n, super aliquod punctũ lineæ f p, erunt per p̃missa duo anguli n b a & n e a, maiores duobus rectis, sed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos rectos, ergo angulus n b g, minor est angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior q̃ linea b f, erit ipsa maior q̃ linea b a. Itaq; forma puncti n, reflectitur ad uisum existentem in puncto a, à puncto speculi quod est e, & inæqualiter distat à centro speculi quod est b, cum centro uisus quod est a, & diameter b n, in qua est punctus rei uisæ quod est n, cum diametro a b g, in qua

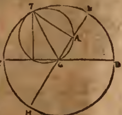
qua est centrum uisus quod est a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui est angulus cõstans ex angulis incidẽtiæ & reflexionis, diameter uero o b, cũ diametro a b g, continet angulum o b g, maiorẽ angulo o e a, patet ergo propositum. Si uero linea b g, non fuit perpendicularis super lineam e a, tunc per 12. primi, à puncto b super ꝑductã lineam e a, ducatur perpẽdicularis quæ sit b k, quæ quidem siue cadat ultra lineã a b, uel citra uersus punctũ e, semper eadẽ ꝓbatio. Sit enim linea b f, perpendicularis super lineam e p, & sit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducatur linea t b, palã itaq; quoniã in trigono f e b, angulus e k b, est rectus æqualis angulo f e b trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, est æqualis angulo f e b, linea uero e b, est latus cõmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e, sunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, sed linea a k, æqualis est lineæ f t, ex hypothesi, ergo p 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cõmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, sed duo anguli k b f, & f e a, ualent duos rectos per 32. primi, quia in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui sunt b f e & b k e sunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, sed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis est angulo t e a, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, si igitur à centro speculi quod est b, ad lineam t e, ducatur linea ultra pũctum t, faciet angulum cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui est æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior quàm linea a b, quia erit p 18. primi, maior quàm linea b t, quæ est æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum speculi quod est b, faciet angulum cũ diametro b g, maiorẽ angulo t b g, ergo & maiorem angulo t e b, et erit qualibet illarũ linearũ minor ꝙ linea b t, ergo erit minor ꝙ linea b a, patet ergo propositum.



XXXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi, si ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impossibile est diametrum in qua est punctus rei uisæ cum diametro in qua est centrum uisus angulum extrinsecum angulo reflexionis æqualem constituere angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum uisus, & centrũ speculi sphærici concaui sit g, & ducatur diameter per puncta b & g, quæ sit z d, sitq; a punctus rei uisæ, & esto ut aliqua superficies plana secet sphæram speculi super circulum z e d, per 69. primi huius, dico si forma puncti a, existentis in diametro h g e, reflectitur ad uisum existentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & si inæqualis est distantia punctorum a & b, à centro speculi quod est g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte puncti d, faciet angulum a g d, quem impossibile est esse æqualem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, si uero hoc sit possibile ponatur inesse, & sit punctus reflexionis t, sitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus transiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, transibit ergo ille circulus necessario per punctum t, si enim transeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,

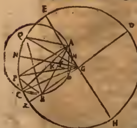


sed accidit ipsum esse æqualem angulo a t b, palã enim per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, quoniam oẽs duo anguli quadrilateri inscripti circulo ex aduerso collocati, ualent duos rectos, sed angulus a b g, cũ angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis est angulo a t b ex hypothesi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus constitutus super arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod est contra 21. primi, similiter quoque accidit idem impossibile, si circulus ille transiens puncta illa tria quæ sunt a g b, non ceciderit in punctum t, sed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, restat ergo, ut circulus transiens per puncta a g b, transiet etiam per punctum t, cum itaq; angulus a t g, sit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcu g a, per 25. tertij, ergo per 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, proposita autem est esse inæqualis. hoc ergo est impossibile, patet itaq; propositum, quoniam angulus a t b, constans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrum uisus existens in puncto b, semper est inæqualis angulo contento à diametris, in quibus fit punctus rei uisæ, & centrum uisus extrinseco illi angulo incidentiæ & reflexionis, quod est propositum.

XXXIIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existentibus & inæqualiter distantibus à centro speculi, si à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua est centrum uisus, & aliam in qua est punctus rei uisæ fit et reflexio, non erit uterq; angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmissa proxima centrum uisus b, & punctus rei uisæ a, centrum speculi sphærici cõcaui sit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ sit 3 d, seceťq; superficies plana speculum secundum diametrum 3 d, eritq; per 69. primi huius, sectio communis circulus qui sit e d h 3, ducaturq; diameter e h, in qua sit punctus rei uisæ, qui est a, sitq; linea b g, quæ est distantia centri uisus, à centro speculi maior q̃ linea a g, dico quod si forma puncti a, reflectitur ad uisum existentem in puncto b, à duobus punctis arcus e 3, nõ erit uterq; angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta à quibus fit reflexio formæ puncti a, ad uisum existentem in puncto b, quæ sunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, sit itaq; angulus b t a, constans ex angulo incidentiæ, qui est a t g, & ex angulo reflexionis qui est g t b, sit minor angulo a g d, qui est angulus extrinsecus angulo cadente in arcum e 3, & est ipse angulus a g d, cadens in arcum e d, dico quod angulus a q b qui est constans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tamen quod sit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g 3, per æqualia per nonam primi, & ducatur linea a b, continuans punctum rei uisæ, quod est a, cum centro uisus, quod est b, palam itaq; per 29. primi huius, cum linea b n, secet angulum b g a, cui subtenditur linea a b, quod linea b n, etiam secabit lineam a b, sit punctus sectionis f, erit ergo per tertiam sexti, proportio lineæ b g, ad lineam g a, sicut lineæ b f ad lineam f a, sed linea b g, ex hypothesi, est minor quãm linea g a, est ergo linea b f, maior quãm linea f a, diuidatur itaq; linea a b, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat per quintam quarti, circulus transiens per tria puncta quæ sunt a b t, quia circulus non transibit per punctum g, sed citra illud uisus puncto a & b, dato enim quod circulus ille transeat centrum g, sequeretur per 22. tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualem esse duobus rectis, quoniam illi duo anguli erunt ex aduerso collocati in quadrilatero in



scripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypothesi, cum angulus b t a, sit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non transibit per centrum maioris circuli quod est g, similiter quoq; dico quod non transibit ille circulus minor punctum reflexionis secundum quod est q, dato enim quod transeat punctum q, cum non transeat centrum g, sit punctus in quo linea g secat periferiam illius circuli punctus m, quia itaq; anguli a q m & m q b, sunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & sunt constituti super illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod est impossibile. Sit enim punctus in quo linea g t, secat circulum punctus o, eritq; palam per easdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, est æqualis arcui o b, est autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars suo toto, quod est impossibile, non ergo transibit ille circulus per pũctum q, restat ergo ut ille circulus transeat ultra punctum q si enim citra punctum q transeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ sit o k, hæc ergo diuidit chordam b a, per æqualia, & similiter arcum b a, ut patet ex præmissa, ductis ergo chordis b o, & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k perpendicularis erit super lineam b a, sed per 19. primi, angulus b a g, maior est angulo a b g, est enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypothesi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, sed ex præmissis angulus a g f, est æqualis angulo f g b & angulus f a g, maior est angulo f b g, ergo angulus a f g, minor est angulo g f b, est ergo angulus g f a, acutus, & angulus g f b obtusus, per 13. primi, ergo angulus n f k est acutus per eandem 13. primi, sed angulus o k b est rectus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta concurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem sub illa, ideoq; si concurret cum linea g f, in pũcto k, fierent per primam sexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipsa sint eiusdem altitudinis, & eorum bases quæ sunt b k & a k, sint æquales, sed & eorum anguli, qui sunt b g k & a g k sunt æquales, angulus enim a g b, diuisus est per æqualia per lineam g f in qua cadit punctum k, ergo per 14. sexti, sequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod est contra hypothesim, uel sequitur per tertiam sexti, lineam b k, fieri maiorem quàm fuit linea a k, quia rectæ, & contra præmissa. Idem quoq; accidit impossibile si punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, est autem linea b f, per tertiam sexti, maior quàm linea f a, & ita est linea b f, maior quàm linea k a, quod totum est impossibile, cadet ergo punctus f, inrer puncta k & a, fiet ergo linearum o k & g n, concursus ultra lineam b f. Facto item circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt a q b, transibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius ostensum est si transierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod est contra præmissam proximam, transibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui est a b, per æqualia in pũcto qui sit o, quoniam ipsa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoq; linea k o, quæ ut patet ex præmissis diuidit chordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut supra ostensum est, linea o k, est perpendicularis super lineam b a, punctumq; o, cadit in periferiam circuli minoris, qui est a q b, à punctis ergo a & b, copuletur ut prius chordæ b o & a o, pateteq; per 5. primi, quoniam chordæ b o & a o sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, est æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuisus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut supra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de necessitate prius concurret cum linea g a.

ub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmissis, ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita sequeretur duas rectas lineas includere superficiem quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b, non sit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uisum in punctum b, à puncto q, quod est contra hypothesim & impossibile, est ergo angulus a q b, non minor angulo a g d, ex quo sequitur propositum quod in hac dispositione non erit uterque angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una est centrum uisus, & in altera punctus rei uisæ, patet ergo propositum, quoniam semper similis erit improbatio sumpto quocunque alio puncto arcus e n, sed neque ab aliquo puncto arcus 3 n, possibile est fieri reflexionem formæ pūcti a, rei uisæ ad uisum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, sit uterque minor angulo a g d, remanente enim dispositione figuræ prioris, quæ est anguli a t b, sicut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uisum b. Sit itaque quod angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui fit f r, punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus cōstās ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui est supra punctum t, minor est eodem angulo a g d, ducantur itaque lineæ a p, b p, g p, secabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmissum est linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, est enim per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præostensum est, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, secat angulum n g e, cui subtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, secabit lineam k o. Sit itaque punctus sectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cum itaque duæ lineæ g t & g p sint æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & uterque acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, super lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens speculi circulum, qui est e d h 3, & producta cadet super terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cum angulus quem efficit illa perpēdicularis cum linea t g, respiciat semicirculum minoris, linea enim t o, cadit super lineam k o, sitque angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, est pars semidiametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b est rectus, & linea k o, producta secat circulum minorem transiens per eius centrum per 1. tertij, ideo quod ipsa secans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia secat ipsam necessario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritque punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in semicirculo sit rectus qui fit super punctum t, tantum lineæ g t, sed linea t p, est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunque linea ducatur à puncto g, centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k, illa cadet necessario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & secet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui subtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt a b p, transibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l, secabit illum circulum sicuti priorem circulum a b t, secabit linea t o, circulus itaque a b p, secabit circulum a b t, in duobus pūctis a & b, & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum sit citra illum circulum uersus punctum t, necessario secabit illum circulum in tertio puncto quod est contra 10. tertij, & impossibile. Restat igitur ut forma pūcti rei uisæ, qui est a, non reflectatur ad uisum existentem in puncto b, à duobus pūctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d, palam ergo quod impossibile est ut forma puncti a, reflectatur ad uisum b, à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros qui est e 3, ita ut uterque angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis sit minor angulo a g d, quod est propositum.

In

XXXV.

In ſpeculis ſphæricis concauis duo puncta qui diuerſis diametris, & inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi exiſtentia à duobus punctis ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur, poſsibile eſt inueniri.

Sit circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum d, & ſumatur in ipſo duæ diametri, quæ ſint g a & b h, ſecantes ſe in centro d, dico quod poſsibile eſt fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per ſemidiametrum d e, & in ſemidiametro b d ſumatur punctus m ultra punctũ, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e, ſuper diametrũ b d, & ſumatur linea n d, in diametro d g, æqualis lineę m d, & fiat per 5 quarti, circulus tranſiens per tria puncta m d n, hoc ergo neceſſario tranſibit ultra punctũ e, ſi enim detur, quod ille circulus tranſeat punctũ e, ducantur lineæ m e & n e, fietq; quadrangulũ d m e n, intra circulum, ergo per 21. tertij, duo anguli iſtius quadranguli ex aduerſo collocati, ut quæ ſunt à puncta m & n, ſunt æquales duobus rectis, quod eſt impoſsibile, dum duo anguli e m d, & e n d, ambo ſunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, ſuper ſemidiametros b d & g d, ſimilis quoq; fiet deductio, ſi circulus tranſeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes ſuper punctum m & n, erunt iterum minores rectis, tranſit igitur circulus d m n extra punctum e, ſecabit ergo circulum proportio ipſius ſpeculi in duobus punctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n ſecans lineam e d in puncto f, & lineam c d in pũcto p, cum itaq; ut patet ex præmiſsis linea m d ſit æqualis lineæ n d, & linea p d, communis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniã triangulus p m d, æqualis eſt triangulo p n d, erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus, angulus itaq; p f d eſt acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis ſuper lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circumferentiã minoris circuli ſit linea f k, hæc itaq; ſecabit lineam l n, uel non ſecabit, ſi non ſecet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, ſi ſecet palam itaq; quoniam aliquis punctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quàm punctum k ſit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur uſq; ad circumferentiam circuli minoris cadatq; in punctum o, arcus itaq; n o, aut eſt minor arcu c l, aut non. Si non fuerit minor abſcidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminum illius arcus linea à pũcto c, & erit idem ſicuti ſi arcus n o ſit minor arcu l c, ſit ergo arcus n o minor q̃ ſit arcus c l, ergo per ultimam ſexti angulus c n l eſt maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui ſit i n z, cadatq; punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & ſuper punctũ c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n, qui ſit angulus q c m, cũ itaq; angulus c m l ſit maior angulo m c q, quia arcus c l eſt maior arcu n o, ut patet ex præmiſsis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q qui eſt æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret linea c q, cum linea l m, ſit itaq; cõcurſus in puncto q, cum igitur angulus l m c ſit æqualis duobus angulis m q c & m c q. per 32. primi, & angulus l n c ſit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, ſunt enim conſtituti ſuper eundem arcum qui eſt l c, & cum angulus i n z ex præmiſsis ſit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, eſt ergo per 32. primi, angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n ſit æqualis angulo m c q, & ſimiliter triangulus i n z, eſt per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cum angulus c z n, ambobus illis triangulis ſit communis, & angulus i n c ſit æqualis angulo o c n, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, ſicut lineæ n i ad lineam m q. & ſimiliter eſt proportio lineæ c n ad lineam c z, ſicut lineæ n i ad lineam n z, ſed linea c z, eſt maior quàm linea c q, quod patet per hoc, ſit enim r, pũctus in quo linea c z ſecat lineam k f, angulus itaq; c f r eſt rectus, cum linea f k ſit perpendicularis ſuper lineam c d,

ergo p̃ 32.primi,angulus f c r est acutus, q̃a uero linea d m,ut patet ex præmissis est æqualis lineæ d n,erit per 27.tertij,arcus d m æqualis arcui d n,ergo p̃ 26.tertij, angulus m c d est æqualis angulo d c n,sed angulus q c m est æqualis angulo o c n,ex præmissis,fit ergo angulus q c f æqualis angulo f c r,quia ex æqualibus angulis constat, angulus ergo q c f est acutus,& linea k f est perpendicularis super lineam c d, angulus quoq; c f k est rectus,ergo per 14.primi huius,linea k f producta cõcurret cum linea c q, sit punctũ concursus f,& linea producta à puncto c,usq; ad punctum f, quod est punctum concursus,cuius pars est linea c q, est æqualis lineæ c r, quoniam enim illorũ trigonorum anguli ad pũctum f, fiunt recti ad punctum c, ex præmissis sunt æquales per 32. primi,quoniam illi trigoni c f f & c f r sunt æquianguli,& linea c f communis, reliqua ergo latera quæ sunt c d & c r,sunt æqualia per 4. sexti, sed linea c f est maior quàm linea c q,& linea c z,est maior quàm linea c r,linea ergo c q est minor quàm linea c z, est ergo per 8.quinti, minor proportio lineæ n c ad lineam c q, quàm lineæ n c ad lineã c z,igitur maior est proportio lineæ i n ad m q, quàm lineæ i n ad lineam n z,quare per 10.quinti; linea m q est minor quàm linea n z,secetur ergo ex linea n z linea æqualis lineæ m q,quæ sit n x, & ducatur linea d x,& quoniam per 22.tertij,angulus l n d cum angulo l m d,ualet duos rectos,& angulus l n d æqualis angulo q m d,ergo per 4.primi,triangulus x n d est æqualis triangulo d m q,& linea d x æqualis lineæ d q,& angulus x d n est æqualis angulo q d m,& angulus d x n æqualis angulo q d m, sed angulus d x z est maior recto,cum sit maior angulo d n x,per 16.primi,& angulus d n x est maior recto per 30.tertij,quoniam cadit in proportionem minorem semicirculo qui est d n l,& etiam patet hoc per 21.tertij, quoniam enim angulus l m d est acutus,patet quod angulus d n l est obtusus,ergo per 19 primi,linea d z est maior quàm linea d x,ergo linea z d est maior quàm linea q d, forma ergo puncti q potest reflecti ad punctum z, à duobus punctis speculi quæ sunt c & l, & puncta q & z,sunt inæqualis distantiæ à centro & in diuersis diametris, quod patet ideo quod angulus x n d est æqualis angulo q d m,addito ergo communi angulo q d x,sed angulus n d m est minor duobus rectis,ergo & angulo q d x,ergo magis angulus q d z est minor duobus rectis,ergo duo puncta q & z,non sunt in eadem diametro,sed in diuersis & hoc est propositum.

XXXVI.

A speculis sphæricis concauis duobus punctis inæqualiter distantibus à centro,& in diuersis diametris existentibus ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros in quibus illa puncta consistunt impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti.

Sit circulus speculi sphærici concaui a g h,cuius centrũ sit d,& sint duo puncta k & o, ad se inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g,sitq; punctum k.remotius à centro speculi quod est d quàm punctus o,& sint lineæ g d a & b d m, duæ diametri, in quibus sunt puncta illa k & o,sitq; punctum k.in semidiametro g d, & punctus o, in semidiametro b d,reflectanturq; formæ istorum punctorum adinuicem à duobus punctis arcus g b,ut ostenditur per præcedẽtem,& sit angulus o d k maior angulo o d a, & sit e unus punctus arcus b g,à quo fit reflexio,palàm ergo ex 34.huius,quod uterq; duorum angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis,non erit minor angulo o d a, neq; est aliquis illorum angulorum æqualis angulo o d a,ut patet per ea quæ declarata sunt in 33.huius, alter ergo illorum erit maior angulo o d a; & ducantur lineæ o e,d e,k e,& ex angulo o e k,secetur per 27.primi huius, angulus æqualis angulo o d a,

qui

qui ſit e o f, ducta linea c f ſuper diametrũ g d, & diuidatur angulus f c k per æqualia, per 9. primi, ducta linea c e ſuper lineam k f, & à puncto k, ducatur linea æquediſtans lineæ c f, per 31. primi, quæ ſit k z, & quoniam linea c f æquediſtans lineæ k z, concurrit cum linea c e in puncto c, patet quod linea k z concurret cum linea c e, producta per ſecũdam primi huius, ſit ergo linea k z concurrẽs cũ linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, & per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineã k o, in puncto p, cũ ergo ſit linea k d maior ꝙ linea o d, ut patet ex hypotheſi, & quia per 3. ſexti, eſt proportio lineæ k d ad lineam d o, ſicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior ꝙ linea p o. Item ſit ut linea d c ſecet lineam k o in puncto n, palam quod linea d p u cadet inter duo puncta k & n, nõ autẽ inter duo puncta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, ſed angulus p d o eſt æqualis angulo p d k, & angulus k o d maior eſt angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d maior eſt angulo o p d, eſt ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p d, eſt acutus, ſed angulus k n d eſt acutus, quod patet ſi fiat circulus tranſiens per tria puncta o c k, per 5. quarti, hic enim tranſibit infra punctũ d, quod eſt centrũ circuli maioris, quoniam cũ angulus o d k ſit maior angulo o d a ex hypotheſi, erunt duo anguli o d k & o c k, maiores duobus rectis, quod eſſet impoſsibile per 21. tertij, ſed ſi circulus ille tranſiret punctũ d, uel ſupra punctum d, quoniam eadẽ eſt demonſtratio, linea uero n d diuidet k c o, arcum illius circuli per æqualia, per 25. tertij, quoniam diuidit angulũ o c k per æqualia ex hypotheſi, fiet aũt illa diuiſio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuiſionis arcus o k, ducatur linea ad mediũ punctum lineæ o k, quæ eſt chorda illius arcus o k, erit linea illa perpendicularis ſuper lineam o k, per 8. primi, & cadet illa perpẽdicularis inter puncta p & k, cũ linea k p ſit maior ꝙ linea p o. & angulus ſuper punctũ n, ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus ſuper punctum p ex parte o, erit acutus, hoc enim oſtenſum eſt ſuperius. Si ergo detur, ꝙd punctus p cadat inter duo puncta n & o, impoſsibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tunc ſecaret lineam d p, & fieret triangulus cuius unus angulus eſſet rectus, & alius obtuſus, quod cum ſit impoſsibile, neceſſe eſt angulum k n d eſſe acutũ, ergo per 13. primi, angulus o n d eſt obtuſus, punctũ ergo p nõ cadet inter pũcta n & o, quoniam cum angulus o n d ſit obtuſus, & ut patet ex p̃miſsis angulo d p k eſt obtuſus, ſequeretur ergo in trigono d n p, duos eſſe angulos obtuſos, quod cũ ſit impoſsibile per 32. primi, palam quia pũctus p, non cadet inter pũcta n & o, non cadit etiam in punctũ n, ut eſt euidens, cadet ergo inter puncta k & n, quia ergo ut patet ex præmiſsis angulus k c d eſt medietas anguli k c o, ſed & angulus k c e eſt medietas anguli k c f, angulus uero k c o maior eſt angulo f c o, in angulo k c f, reſtat ergo ut angulus e c d ſit medietas anguli f c o, ſed angulus f c o eſt æqualis angulo o d a, igitur angulus e c d eſt medietas anguli o d a, cũ angulus o d f ualet duos rectos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p, ualẽt duos rectos per 32. primi, tres ergo anguli trigoni e c d ſunt æquales duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo e d c, hinc inde illis angulis cõmuni, & ablato angulo e c d, qui eſt medietas anguli o d a, reſtat ut angulus c e d æqualis ſit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, ſed angulus o d p qui eſt medietas anguli o d k cũ medietate anguli o d a eſt rectus, eſt autẽ angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29. primi hujus, cũ ſicut patet ex præmiſsis pũctum n, lineę d n cadat inter pũcta p & o, eſt ergo angulus o d p cũ medietate anguli o d a maior angulo c o d, cũ medietate anguli o d a, patet ergo cũ angulus o d k cũ medietate anguli o d a ſit rectus, quoniam angulus c e d eſt acutus, quare per 15 primi, ei contra poſitus, qui eſt angulus k e z, eſt acutus, igitur ſi per 12. primi, à puncto k ducatur perpendicularis ſuper lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmiſsis linea k e, non eſt perpendicularis ſuper lineam c e z. Si uero dicatur quod illa perpendicula-

ris ca-

ris cadat ultra punctum e, super lineam c e, tunc cum angulus c e k, per 13. sit obtusus, accidit triangulum habere duos angulos, unum rectum & alium obtusum, quod est impossibile, per 32. primi, cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ sit linea k q, hoc autem seruato nunc quidem necessarium interponimus, scilicet quod linea k c, se habet ad lineam c f, sicut linea k d ad lineam d o, est enim linea c o, aut æquedistans lineæ k o, aut concurrens cum illa. Sit primum æquedistans, erit ergo per 29. primi, angulus o d a, æqualis angulo c o d, est ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmissis, angulo o c f & o d a sunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f, aut æquedistabunt, aut concurrent. Si æquedistent, cũ illi cadent inter lineas k d & c o æquedistantes, palam per 34. primi, quoniam ipsæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f, cõcurrunt facient triangulum, cuius duo latera erũt æqualia, per 6. primi, quoniam duo æquianguli qui sunt f c o & d o c sunt æquales, linea uero f d secat illa duo latera æqualia æquedistãter basi d o, erit ergo per 2. sexti, & 18. quinti, proportio unius illorum laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam f c, est ergo linea c f æqualis lineæ o d, per 9. quinti, fit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub linea k d, quasi concurrant sub linea c o, erit eadem probatio, quia fiet triangulus cuius unũ latus est linea c o, & alia duo latera æqualia per 6. primi, ut prius, quia linea c o est æquedistans lineæ d f, erit per 2. sexti, proportio unius illorum duorum laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam c f, eruntq; ut prius per 19. quinti, lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f, est æqualis angulo d c o. per 29. primi, ideo quod linea c o data est æquedistans esse lineæ k d, ergo angulus c d f est æqualis angulo d c k, cum anguli d c o & d c k sint æquales ex hypothesi & per 25. quinti huius, ergo per 6. primi, lineæ d k & c k sunt æquales, est ergo p. 7. quinti proportio lineæ c k ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o, ideo quod antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquedistat, sed concurrit cum linea k d, aut hoc est ad partem puncti g, diametri a g, si fiat concursus ex parte a, sit hoc in puncto l, manifestum ergo per 13. primi huius, quoniam proportio lineæ c k ad lineam c f, cõponitur ex proportione lineæ c k ad lineam c l, & ex proportione lineæ c l ad lineam c f, sed proportio lineæ k c ad lineam c l, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d l, per 3. sexti, linea enim d c diuidit angulum k c o per æqualia ex hypothesi, quia uero angulus o d l per præmissa est æqualis angulo l c f, & angulus ad pũctum l, communis est ambobus trigonis c l f & o d l, patet per 32. primi, quod tertius angulus est tertio æqualis, erit ergo per 4. sexti, proportio lineæ c l ad lineam c f, sicut lineæ d l ad lineam d o, proportio itaq; lineæ c k ad lineam c f, constat ex proportione lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o, sed proportio lineæ k d ad lineam d o, constat ex eisdem proportionibus posita linea d l media per 13. primi huius, ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat, cum linea k d ex parte g, sit concursus in puncto f, & à puncto d, ducatur linea æquedistans, lineæ k c, quæ sit d r cõcurrens cum linea c o producta ultra punctum o, in puncto r, igitur angulus k c d æqualis est angulo c d r, per 29. primi, sed & angulus k c d ex hypothesi æqualis est d c o, ergo anguli d c r & d r c sunt æquales, ergo per sextam primi, linea d r est æqualis lineæ c r, sed quoniam triangulus f c k æquiangulus est triangulo f r d, per 29. primi, & propter angulũ a f d cõmunẽ erit per 4. sexti, proportio lineæ d r ad lineam f r, sicut lineæ k c ad lineam c f, sed linea d r est æqualis lineæ r c, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ r c ad lineam r f, sicut lineæ k c ad lineam c f, sed proportio lineæ r c ad lineam r f, est sicut proportio lineæ d k ad lineam d f, per secundam sexti, & per 18. quinti, igitur per 11. quinti, est proportio lineæ k c ad lineam c f, sicut lineæ k d ad d f, sed quoniam angulus f c o æqualis est angulo o d a, erit angulus o d f æqualis angulo f c f, per 13. primi, & angulus ad punctum f est cõmunis, erit ergo triangulus o d f æquiangulus triangulo f c f, per 32. primi, ergo

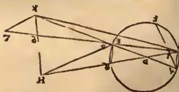


ergo p 4.sexti,est proportio lineæ c s ad c f,sicut lineæ d s ad d o, est aũt proportio lineæ k c ad lineã c s,sicut lineæ k d ad lineam d s,& est proportio lineæ c s ad lineam c f,sicut lineæ d s ad lineam d o,ergo per 22.quinti,erit proportio lineæ k c ad lineam c f,sicut lineæ k d ad lineã d o.Quia uero linea k z æquedistat lineæ e f,ut patet ex præmissis,erit p 29.primi,angulus k z e æqualis angulo e c f,sed angulus k e z est æqualis angulo c e f,per 15. primi,ergo trigoni k z e & e c f,sunt æquianguli per 32.primi,ergo per 4.sexti,erit proportio lineæ k e ad lineam e f,sicut lineæ k z ad lineam c f,sed proportio lineæ k e ad lineam e f,est sicut lineæ k c ad lineam c f, p 3.sexti,quia angulus k e f,diuisus per lineam c e,lineæ ergo k z & k c,ad eandem lineam c f,eandem habẽt proportionem,ergo per 9. quinti,linea k z est æqualis lineæ k c,sed ex præmissis patet,quod est proportio lineæ z k ad lineam c f,sicut lineæ z e ad lineam e c,est ergo per 11.quinti,proportio lineæ z e ad lineam e c,sicut lineæ k d ad lineam d o,sed linea k d ex hypothesi est maior quâm linea d o,linea ergo z e est maior quâm linea e c,hoc quidem pro alijs reseruares,nũc ad propositum redeamus,quia uero ut supra patuit linea k q,est perpendicularis super lineã e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti,sed angulus e c d est acutus,quoniã est medietas anguli f c o,ut superius ostensum est,ergo per 14.primi huius,linea k q cõcurret cũ linea c d sit punctus concursus h,& ducatur linea e h.& à puncto e,ducatur linea æquedistans lineæ k h,producta usq; ad lineam d h quæ sit e x,secans lineam d h in puncto x,fiatq; per 5.quarti,circulus transiens per tria puncta quæ sunt e c x, & immutatur figura si placet propter diuersam intricationẽ linearũ,quia itaq; angulus c q h est rectus, ut patet ex præmissis,erit p 29.primi,angulus c e x rectus,ergo per 30.tertij,linea x c erit diameter illius circuli qui est e c x,& producatur linea k e, per triangulũ orthogonium c e x, & trans circulum cadens in punctum m.circunferentiæ circuli c e x, & ducatũ linea m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e,per 26.tertij,cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui est e c,sed angulus c x e æqualis est angulo c h k,per 29.primi,quoniam lineæ e x & k h,ductæ sunt æquedistãtes,erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k,sed angulus c h k maior est angulo d h e,quod patet per 29.primi huius,secat enim linea h e basem k d, ergo angulus c m e maior est eodem angulo d h e,resecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 27.primi huius,qui sit angulus f m d ducta linea f m,& punctus in quo linea f m secat lineam c x,sit i,palã ergo cũ ex præmissis angulus i m d sit æqualis angulo d h e,& per 15.primi,angulus i d m sit æqualis angulo e d h.quoniam per 32.primi,triangulus i m d est æquiangulus triangulo g h e,ergo per 4.sexti,est proportio lineæ h d ad lineam d m,sicut lineæ c h ad lineã i m,& similiter triangulus c m d sit similis triangulo k h d,cũ sicut patet ex præmissis angulus d h k sit æqualis angulo c m d.& per 15.primi,angulus c d m sit æqualis angulo k d h,& tertius tertio per 32.primi,erit ergo proportio lineæ k d ad lineã d c,sicut lineæ h d ad lineam d m,est autem proportio lineæ h d ad lineã d m,sicut lineæ e h ad lineã i m,est ergo per 11.quinti,proportio lineæ k d ad lineam d c,sicut lineæ e h ad lineã l m,sed proportio lineæ k d ad lineam d c est nota. quoniam semper una & eadem permanet,quicunq; punctus reflexionis sit c,in arcu b g,quia semper linea d c,quæ est semidiameter est una,& linea k d,similiter est semper una,quoniã ipsa est distantia alterius punctorũ reflexorum à centro speculi, linea etiã e h,una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quãtitas,quoniam non mutatur quantitas anguli e c h,qui est medietas anguli o d a,qui nõ mutatur, quare linea i m,semper erit una & æqualis,erit ergo punctus circunferentiæ in quem cadit linea i m producta ultra punctum i, qui est punctus f,semper est notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g,possit fieri reflexio,contingat ducere à puncto f,ad circulum c x e tres lineas,quarum cuiuslibet pars interiacens diametrũ c x,& periferiam circuli sit æqualis lineæ i m, per 9.quinti, quia semper erit proportio lineæ k d ad lineã d c,sicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearũ,patet autẽ hoc esse impossibile,per 133.primi huius, quod ab eodem puncto dato in circunferentiã circuli extra diametrũ p ipsam diametrũ ad circũferentiã,ita ut pars lineæ interiacentis diametrũ ad reliquã partem circunferentiæ sit æqualis datæ lineæ,non nisi duæ lineæ æquales duci possunt,quare à duobus tantum punctis illius propositi arcus fiet reflexio,quod est propositum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato puncto speculi sphærici concaui du- ctæ possibile est duo puncta reperiri, quæ in diuersis diametris inæqualiter à centro speculi distantia ab eodem dato puncto speculi, & uno tantum alio eiusdem arcus interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur.

Remaneat dispositio proximæ, sitq; datus quicunq; punctus speculi, qui sit t, proponitur nobis ut inueniantur duo puncta, quæ in diuersis diametris speculi existẽtia ab illo dato puncto superficiei speculi, & uno tantũ alio propositi arcus puncto ad se mutuo reflectantur, sit enim ut quantacunq; placuerit sumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut sit proportio lineæ z e ad lineã e t, sicut in præcedenti propositiõe prima scilicet eius figuratione, est proportio lineæ k ad lineam d o, & quoniã ex hypothesi illius linea k d est maior quàm linea d o, erit linea z e maior q̃ linea e t, diuidaturq; linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis super lineã z t, per 11. primi, & fiat angulus e t d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e t d acutus, ergo p 24. primi huius, linea t d, concurret cũ perpendiculari ducto à puncto q, super lineã z t, sit concursus in



puncto h, completum est ergo trigonũ orthogoniũ, quod est t q h, in cuius altero laterũ rectum angulũ t q h continentiũ quod est t q, datus est punctus e, possibile est ergo à puncto e per 137. primi. duci lineam ad basem trigoni t q h quæ est t h, ex alia sui parte concurrentem cũ altero laterũ rectum angulũ continentium, quod est q h, producto ultra punctũ q, ita ut tota producta linea se habeat ad partẽ abscisam basis, sicut linea data ad lineã datam, sic à puncto e, taliter ꝑducta linea d e k, ita ut sit ꝓportio totius lineæ k d ad lineã d t, sicut lineæ k d ad semidiametrum sphæræ speculi, ergo per 9. quinti, linea d t æqualis semidiametro, punctũ ergo d, est centrum speculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, super punctũ t, terminũ lineæ d t æqualis angulo qui sit o t d, dico q̃m punctus speculi qui est t, est punctus reflexionis formæ puncti o, ad uisum existentem in puncto k, uel econuerso formæ puncti k, ad punctũ o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantũ alio ꝓpositi arcus puncto, sit illorũ punctorũ mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonstratione theorematis p̃cedentis ꝑut huic ꝓposito est necesse, patet ergo ꝓpositũ.

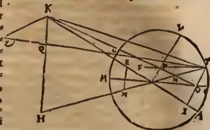
XXXVIII.

Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui existentibus ambobus extra circulũ, uel uno intra circulum, & alio extra illum & inæqualiter distantibus à centro respicientibus arcum speculi à quo fit reflexio, si reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi illis diametris non est ea possibile reflecti ab alio puncto eiusdem arcus.

Sint duo puncta a & b, in diuersis diametris extra circulũ qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphærici concaui, cuius centrũ sit g, sintq; illæ diametri a e & b d, & sit pũctus reflexionis t, & ducanẽ lineæ b t, a t, g t, illa itaq; b t secabit arcũ circuli, sit pũctus sectionis q, sed & linea a t, secabit periferiã eiusdem circuli, sit pũctus sectionis m, & q̃m angulus b t g æqualis est angulo a t g, palam p 25. tertij, q̃m cadunt arcus æquales, ꝑducãtur ergo diametri t g, ad aliam partẽ periferiæ in punctũ p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, si igitur forma pũcti b, reflectitur ad uisum existentẽ à puncto a, ab aliquo alio puncto speculi arcus eiusdem, sit illud aliud punctũ h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & secet linea b h circulum in puncto l, & linea a h, in pũcto n, producaturq;

semidia-

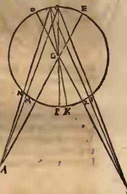
semidiameter b g, in punctũ circumferentiæ qui sit k, secundum prædicta itaq; erit arcus l k æqualis arcui n k, sed habitũ est prius, quod arcus q p est æqualis p m, sed arcus q p maior est arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impossibile, scilicet minus esse maiori æquale, quocunq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impossibile. Restat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uisum, à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppositis diametris in qbus sunt pũcta a & b, præter quàm à pũcto t. Idem quoq; accidit impossibile, & eodem modo deducendum si unũ datorum punctorum sit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propositum.



XXXIX.

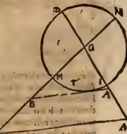
Duobus pũctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui existẽtibus ambobus extra circulũ, si linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota sit extra circulum, non est possibile unum illorum puncto rum ad alterum reflecti nisi ab uno tantum illius speculi puncto.

Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuersis diametris extra circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphærici concaui, cuius centrum sit g, sintq; illi diametri l d & n m, sitq; punctus a, in semidiametro l g, & pũctus b in semidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ sit a b, & hæc contingat circulũ illũ, à quo per secundam huius, potest fieri reflexio, sitq; ille cõtactus in arcu circuli q sit arcus l m, aut si linea illa sit tota extra speculũ, dico qđ à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus sunt illa puncta fit reflexio formæ unius punctorum a & b, ad punctum reliquum sumpto enim quolibet puncto in arcu l m, ut pũcto c, ductisq; lineis a c & b c, si linea a c cadat intra speculũ, linea b c, necessario cadet extra speculũ, quoniam hoc requirit talis situs speculi, & econuerso, si linea b t cadat in speculo, linea a t cadat extra, semper eñ altera linearum ab illis duobus pũctis a & b, ad aliud punctũ speculi ductarum tota erit extra speculũ, & sic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, similiter quoq; patet idem, si linea tota sit extra speculum nõ contingens ipsum, respiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc am bæ lineæ a c & b c, cadẽt intra speculum, sed si una erit intra speculũ, reliqua erit tota extra speculũ, unde non fiet reflexio secundum illã, ab aliquo tñ puncto arcus d n, potest fieri reflexio p 27. huius, & ab uno tantũ puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorũ reflexio ad inuicem nõ fiet nisi ab uno solo puncto speculi, quod est propositum.

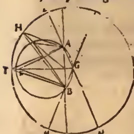


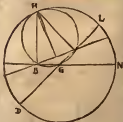
XL.

Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui inæqualiter distantibus à centro, si linea continuans illa puncta producta secet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto speculi uel à duobus, aut tribus, aut à quatuor possibile est reflecti, & secundũ hoc loca imaginum numerantur.

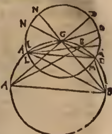


Sint ut supra duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui, ita ut punctus a, sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, sintque illa pūcta inæqualiter distantia à centro speculi quod est g, & linea a b, ducta ab uno illorum pūctorum ad alterum producta secet circulū, dico quod uerum est quod proponitur, fiat enim circulus pertransiens per centrum speculi quod est g, & per illa duo puncta a & b, p 54. circulus itaque ille a b g, aut totus erit intra circulū speculi, aut cōtingat ipsum intrinsecus, aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g, fuerit intra speculi circulū, palam p 6. huius, quod unū illorum punctorum reflectetur ad alterū ab aliquo puncto speculi, & propositi circuli, ut patet p secundā huius, & p 27. quinti huius, sic ergo pūctus reflexionis t, palamque per 20. huius, quod pūctus t, est in arcu interiacēte diametros in quibus sunt puncta a & b, q sit arcus l m, & ducanẽ lineæ a t, b t, g t, extra quoque angulus a t b minor angulo b g d, sit enim ut semidiameter g t secet circulū a b g in pūcto f, & ducanẽ lineæ a f & b f, fientque duo trigona a t b & a f b, sup unā basem, quæ est a b, palā ergo p 21. primi, quoniam angulus a f b est maior angulo a t b, sed per 21. tertij, angulus a f b cū angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b est æqualis angulo b g d, angulus ergo a t b est minor angulo b g d, quilibet quoque angulus sic factus sup arcū l m, ut super punctū h, erit minor angulo b g d, ab arcu itaque speculi qui est l m, non fiet reflexio nisi ab uno tantū puncto speculi, quoniam iam ostensum est p 34. huius, quia non est in huius pūctorum reflexorum dispositiōe possibile reflexionē fieri à duobus pūctis speculi, ita ut uterque angulorum constans ex angulo incidentiæ & reflexionis sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositiōe ab uno tm puncto speculi fiet reflexio quod est unum propositorum. Si uero circulus a b g, sit intrinsecus contingens circulū speculi, sit punctū cōtactus h, & ducanẽ lineæ a h, b h, g h, g a itaque angulus a h b, p 21. tertij, cū angulo a g b ualet duos rectos, patet p 13. primi, quod angulus a h b est æqlis angulo b g d, quare ab illo pūcto cōtactus nō fiet reflexio p 33. huius, angulus quoque factus sup quocunque aliud punctū arcus circuli speculi erit minor illo angulo, p modū quo iam superius pōstensum est, quare à duobus punctis illius arcus nō fiet reflexio p 34. huius, sed solū ab uno pūcto. Si uero circulus a b g. secet circulū speculi, patet quoniam in duobus pūctis secare necesse est p 10. tertij & illa duo pūcta a & b, aut ambo erūt extra speculū circuli, aut ambo intra, aut unū extra circulū, aut aliud intra illū, aut unū illorum punctorum in circūferentia circuli & aliud extra illū uel intra illū. Si fuerint ambo extra circulū speculi, tūc patet quod linea a b, nō secabit circulū speculi, fietque reflexio ab uno tm speculi pūcto, ut patet p pcedentē, tunc enim manifeste patet, quod circulus a b g, nō secabit circulū speculi secūdū arcū l m, quoniam ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas in alia pūcta periferiæ circuli ipsius speculi, cū ambo puncta a & b sunt extra circulū speculi. Si uero pūctus b, sit in periferia circuli speculi uel intra, pūcto a cōstituto extra, patet tunc quod arcus l m, in duobus pūctis nō secabitur, sed arcus b g, trāsibit punctū aliquod arcus l m, quod sit t, ergo angulus factus super arcū l m, erit maior angulo b g d, quoniam ductis lineis l t, b t & a t, patet secundū pmissa p 21. tertij, quoniam angulus l t b est æqualis angulo b g d, angulus uero a t b est maior illo, patet ergo p 24. huius, quoniam in hac dispositione ab unico pūcto, uel à duobus pūctis arcus l m, fiet formarum illorum punctorum ad inuicē reflexio. Si uero duo pūcta a & b, fuerint extra circulū speculi, & circulus a b g, secet circulū speculi, tunc patet quod circulus a b g, secabit arcū l m in duobus punctis, quoniam duo semidiametri circuli maioris q sunt g l & g m, secāt circulū a u g, in pūctis a & b, & transeūtes resecant ex circulo speculi arcū l m, secat ergo circulus a b g, arcū l m, in duobus punctis quæ sint t & h, & restabunt ex ipso arcu l m, duo arcus in diuersis partibus ipsius qui sunt arcus l t & h m, omnisque angulus cōstitutus sup arcum circuli speculi qui est t h,

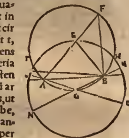




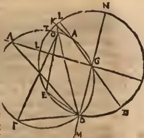
est t h, erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, il le eñ est maior angulo b g d, ꝓducta eñ linea a e, ad periferiam circuli a b g, in pũctũ f, si copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b g d, sed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandũ, ab hoc itaq; arcu t e h, ut patet p 34. huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantum puncto, & forsan à duobus, quod si fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex diuersis ptibus ipsius circuli a b g, tũc secũdũ præmissa oẽs anguli super illos arcus consistentes cõtenti sub lineis à punctis a & b, ꝓductis, erunt minores angulo b g d, fiat eñ angulus b k a, super punctũ arcus b t, & qñ arcus a t, circuli a b g, est intra circulũ speculi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo p 21. tertij, & per 13. primi, qđ angulus a o b, est æqualis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, & similiter de quolibet puncto arcuũ l t & h m, est demonstrandũ, ergo p 34. huius, ab uno tantũ illorũ arcuum puncto fiet reflexio, in



hac itaq; situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forsan à tribus, palã uero per 27. & 29. huius, qđ ab uno tantũ puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc situ aliqñ à tribus pũctis speculi, aliquãdo uero à quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctorũ a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulũ, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tñ puncto, qui sit t, qñ in loco alterius punctorũ l uel m, erit punctum a uel b, existens eñ in altera diametrorũ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qđ est cõmunis sectio illarũ, & sit i puncto b, existente in puncto m & puncto a, intra speculũ, restabit unicus tantũ arcus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaq; secundũ ꝑmissa ductis, ut prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, super aliqđ punctũ arcus l m, qđ sit e, qñ per 21. primi, omnes anguli consistentes sup arcũ t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, potest fieri reflexio à duobus punctis illius arcus uel ab



uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præostensum est prius, & ita cũ per 34. huius, ab uno tantũ puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab uno tantũ pũcto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; à tribus punctis, quandoq; à quatuor, & non à pluribus, quod si puncto b, existente in periferia circuli speculi, punctus a sit extra illũ circulũ, tunc patet quod circulus a b g, nunq; secabit circulũ speculi secundũ arcũ l m, qñ semidiameter g m, & periferiæ circuli cõmunis sectio est punctus m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulũ secat arcum t b, nec secatur ab illo, oẽs itaq; anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmissis, ergo per 34. huius, ab uno tantũ puncto uel forsan à duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio pũctorum a & b, similiter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc situ reflexio à duobus aut à tribus punctis speculi



& non à pluribus, palam ergo quod puncta inæqualiter distantia à centro speculi aliquando ab uno tñ puncto, aliqñ à duobus, aliqñ à tribus, aliqñ à quatuor, nunq; à pluribus reflectañ, secũdũ hæc quoq; loca imaginũ numerañ, queadmodũ patuit iam pluries in præmissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.

XLI.

Existentibus duobus pũctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui & æqualiter distantibus à centro si linea cõtinuans illa pũcta secet circulum, possibile est unum illorum punctorũ ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus aut à quatuor, sed impossibile est à tribus, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmissa duo pũcta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui quæ sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, sintq́ puncta a & b, æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b, ducta ab uno illorũ punctorũ ad alterũ secundum circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, cuius centrũ sit g, dico quod uerũ est qđ proponit, quod em̃ ab uno tantum puncto speculi quandoq; fiat illorũ punctorũ adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem ostendi potest p modũ 24. huius, linearũ em̃ inæqualitas in illo situ naturam reflexionis nõ immutat, ut declaratũ est in 20. quinti huius, quandoq; uero fit mutua reflexio istorũ punctorũ a & b, à duobus tantũ pũctis speculi, ut patet per 25. huius, quandoq; uero fit reflexio mutua propositorũ punctorũ quæ sunt a & b, à quatuor punctis circũferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis istorũ speculorũ formas punctorũ æqualiter distantiũ à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si em̃ ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio diuiso arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet p 26. tertij, & per 4. primi, ꝓpter æqualitatẽ laterum g a & g b, qm̃ anguli constituti super illud punctũ fiunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, sed & fiet ab aliquo puncto arcus oppositi illi arcui, palam ergo quod à quatuor punctis speculi fiet reflexio & non à tribus, & qm̃, ut patet p præmissam & ex pluribus ꝓpositionibus huius libri, nunq̃ fit à tribus punctis speculi reflexio aliquorũ pũctorũ adinuicẽ nisi fiat à duobus pũctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacente illos diametros, patet ergo quod in hac dispositiõe reflexio fiet semp à quatuor punctis speculi oppositi, & nunq̃ à tribus, & hoc proponebatur, & quoniam hæc duo præmissa theoremata disposuimus secũdum modum epilogi plurimorum præmissorum theorematum, æstimamus ipsa memoriæ cõmendanda.

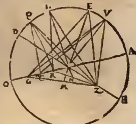
XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uisæ, ab alio quoq; puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem lineæ fiat reflexio, necesse est omnia puncta media lineæ uisæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadũt inter imagines punctorũ extremorũ.

Quod hic proponebatur specialiter, quantũ ad primã sui partem uniuersaliter est præmissum in 24 quinti huius, esto ergo arcus speculi sphærici concaui a f h, cuius centrum e, & sit z centrũ uisus, sitq́ g r linea uisa, cuius unus terminus qui g reflectaĩ à puncto speculi quod sit f, & illud sit aliud punctus arcus dati, qui est a f h, & alter terminus lineæ qui est r, reflectaĩ à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g, r, reflectentur à punctis medijs arcus h f. coaptetur em̃ linea g t, exempli causa diametro speculi quæ sit o a, cadetq́ intra semidiametrũ o e, sitq́ punctus z, quod est centrum uisus in alia diametro eiusdem circuli quæ sit d b, cadens in diametro e b, ducanĩ lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq́ linea f e, ultra punctũ e, ad lineam g z, in punctũ m, & signetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qđ em̃ reflectaĩ forma puncti t, ad uisum existentẽ in puncto z, palam, cũ extremæ lineæ quæ sunt g & r, reflectanĩ ad uisum existentẽ in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, ostensum em̃ est

per

per 20.huius,qđ in hoc situ à duobus arcubus a b & d o, non poteſt fieri reflexio formæ puncti c, ad uiſum exiſtentē in puncto z, oportet ergo q̄d fiat reflexio ab aliquo pũcto arcus a d,q̃m patet ſolum offerri uiſui arcũ ſpeculi b a d o,per 72, quarti huius, ideo qđ centrũ uiſus eſt in pũcto z. diametri d b, oſtenſum etiã eſt per eandē 20. huius, qđ forma cuiuſcũq; puncti ſemidiametri e o,reflectit̃ ab aliquo puncto arcus a d,ſit autē p 27. huius,formæ cuiuslibet puncti lineæ g r,reflexio ad uiſum ab uno tm̃ puncto arcus a d cadente inter ſemidiametros, in quibus non conſiſtunt puncta reflexa & ipſum centrũ uiſus,forma ergo puncti c,reflectit̃ ab uno tm̃ puncto arcus a d, ad uiſum exiſtētem in puncto z, ſi ergo illud punctũ ſit in arcu f h, habemus ꝓpoſitũ. Si uero non,eſto primo qđ ipſum ſit in aliquo puncto arcus a f, ſitq; punctũ u, & ducant̃ lineæ z n, t n, e u,g u, eſt ergo per 7.tertij,linea g u,maior q̃ linea g f,ſed per eandē 7. tertij, linea z u, eſt minor q̃ linea z f,ergo p 9. primi huius,lineæ ꝓportio g u, ad lineam z u, eſt maior proportione lineæ g f, ad lineam f z,ſed per 3.ſexti,& ex hypotheſi ꝓportio lineæ g f, ad lineam f z,eſt ſicut proportio lineæ g m,ad lineam m z, ꝓportio ergo lineæ g u,ad lineam z u,eſt maior q̃ ꝓportio g m ad lineam m z,linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia,ſecat lineã z m,ſecat ergo lineam z e,p 22.primi huius, angulus ergo g b u, eſt minor angulo e u 3, ſed angulus t u e, eſt minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t,ad uiſum 3.in pũcto ſpeculi u,ut patet per 20.huius,ſimiliter q̄q; poteſt fieri deductio de quolibet puncto arcus a f,forma ergo puncti c,non reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto 3,ab aliquo puncto arcus a f, ſed neq; ab aliquo pũcto arcus h d. Sit em̃ ſi poſſibile eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d,ut reflectar̃ à puncto eius quod ſit q,& ducant̃ lineæ 3 q,e q,c q,r q,i r,& ꝓducatur linea e h, ultra punctũ e, ad lineam r 3, incidatq; in punctũ n, ergo per 7.tertij, linea 3 q,eſt maior q̃ linea 3 h,& linea q r, eſt minor q̃ linea r h, eſt ergo p 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineã q r, maior ꝓportione lineæ 3 h,ad lineam h r,ſed p 3. ſexti,quæ eſt ꝓportio lineæ 3 h ad lineam h 3, eadem eſt lineæ 3 n,ad lineam n r, eſt ergo proportio lineæ 3 q,ad lineam q r,maior ꝓportione lineæ 3 n ad lineam n r,linea ergo diuidens angulum 3 q r,per æqualia ſecat lineam n r,ergo p 23.primi huius,ſecat lineam r e,angulus ergo r q e,eſt maior angulo e r q, angulus ergo t q e, eſt multo maior angulo e q 3,nõ ergo fiet reflexio formæ puncti c,ad uiſum in punctum 3, à puncto ſpeculi quod eſt q,arcus h d:eodemq; modo deducendũ quocũq; pũcto arcus h d,dato,forma ergo puncti c,non reflectit̃ ad uiſum exiſtentē in puncto 3, ex arcu h d, ſed neq; ex arcu a f,neq; ab aliquo punctoꝝ h uel f,ut per 29.quinti huius,omnia ergo pũcta media lineæ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec poſſunt à punctis alijs reflecti, niſi forte ab alio arcu reflectant̃ puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctoꝝ medioꝝ q̃ katheti ſuaꝝ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorum, & quia illarum linearũ cõmunis ſectio eſt locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginũ punctorũ mediorũ cadunt inter loca imaginum punctorũ extremorum,& hoc eſt ꝓpoſitum. Idem em̃ accidit, ſi res uiſa uel centrum uiſus extra illos ſpeculi diametros collocentur,quoniam ſemper trans illa puncta diametri aliæ duci poſſunt,patet ergo propoſitum.

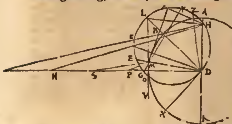


XLIII.

Si duorum punctorum in ſpeculo ſphærico concauo à duobus punctis ad unum uiſum fiat reflexio, ſic quod loca imaginum ſint in eadem ſpeculo diametro,maior erit proportio lineæ interiacentis centrum ſpeculi & locum imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro ſpeculi remotiorem q̃ lineæ interiacentis idem centrum & locum

& locum imaginis propinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem.

Sit speculum sphæricum concauū, per eius centrū transeat superficies plana, secabit ergo illa sūpficiem speculi secundū circulum magnū illius sphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrū sit d, & extrahat à centro d, linea quocunq; modo placuerit q̄ sit d g, & transeat à centro ad circūferentiam in punctū g, & ducat à centro d, in superficie illius circuli linea perpendicularis sup lineam d g, quæ sit d a, & abscindat ab angulo a d g, recto parua particula quocunq; modo contingat, & sit angulus g d e, ita q̄d inter angulum rectum, qui est a d g, & inter angulū a d e, sit ꝓportio multiplicitatis relatæ ad angulū e d g, hoc autē potest fieri, si angulus rectus qui est a d g, diuidat per æqualia, & item eius medietas per æqualia, & sic deinceps quousq; fiet angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut si angulus a d e, sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sequi septuplus angulo a d e, & diuidat angulus a d e, in duo æqualia per lineam d b, per 9. primi, à puncto quoq; d centro speculi extrahat linea continens cum linea b d, angulū rectum, per 23. primi. q̄ sit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut compleat diametrū, & sit linea d k, & à puncto d, ducat linea d 3. continens cū linea a d, angulum æqualem angulo e d g, qui sit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur super lineam d 3, constituens angulū æqualem angulo k d x, qui sit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrū h d k, hoc autē est possibile, quia cū anguli k d x & a d z, sunt minores duobus rectis, cōcurrent illæ lineæ quæ sunt a d & 3 h, per 14. primi huius, sit concursus punctus h, angulus ergo d 3 h, est æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, est æqualis angulo x d k, & angulus a d 3 cōmunis, relinquit angulus 3 h d, æqualis angulo 3 d x, & extrahat à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cū linea 3 h, angulū æqualem angulo h d k obtuso, qui sit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, sunt minores duobus rectis, deficiunt eīm à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, cōcurret cum linea d b, sit concursus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circūscribat per 5. quarti, qui sit circulus d h l. transibit ergo ille circulus per punctum 3, per 5 1. tertij, quia duo anguli l r h & l d h, sunt æquales duobus rectis, sunt aūt illi anguli in quadrilatero d h. 3 b, est ergo illud quadrilaterū in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, sunt æquales p 26. tertij, cadunt eīm in arcū eundē circuli d h l, q eſt arcus 3 l, sed ut supra ostendimus angulus 3 h d, est æqualis angulo 3 d h, æqualibus ergo angulis qui sunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, sed angulus l d x, est rectus, angulus ergo l h d, est rectus, abscindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducat linea l m, angulus l m d est rectus, quia cū angulus b d e, est æqualis angulo b d h, q̄m angulus a d e, diuisus fuit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, est æqualis lineæ d h, sed latus h d, est cōmune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, est æqualis lineæ l m, & angulus l m d, est æqualis angulo l h d, sed angulus l h d, ostensus est rectus esse, ergo angulus l m d est rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, transit per punctū m, & secat arcū b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui sit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducat linea d f, quia ita q; circuli l h d, arcus d m, est æqualis arcui d h, per 27. tertij, q̄m lineæ d m & d h sunt æquales, sed & arcus d f, est æqualis arcui d 3, per 64. primi, relinquit ergo arcus m f, æqualis arcui h 3, & arcus l 3, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d 3, ducant ergo lineæ h b, h f, 3 f. m f, b m, b f, &



quia

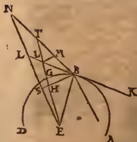
quia angulus l h d est rectus, patet quòd angulus b h q est acutus, & angulus g d b est re-
ctus ergo p 14. primi huius, linea h b cōcurret cū linea d g, extra circulū a b g, cōcurrāt er-
go in pūcto q, similiter & per eadē 10. primi huius linea h f, cōcurret cū linea d g, extra
circulū, sit cōcursus punctus n, & producatur linea f b, ultra punctū b, quousq; secet arcū
l 3, secet ergo ipsum in pūcto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui est in circūfe-
rentia respicit arcū f m, & angulus f b m, est maior angulo f r m, per 16. primi, est enim
extrinsecus in triangulo r b m, & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g ergo si
linea b m, protrahatur ex parte pūcti m, abscindet de circulo a b g, arcum maiorem quo-
dam arcu simili arcui f m, circuli l h d, per ultimam sexti, sed arcus f m, in suo circulo l h d
est similis duplo arcus f e, in circulo a b g, quoniam duplū arcus f e correspōdet duplo an-
guli f d e, super periferiam sui circuli constituti per ultimā sexti, & per 29. tertij, est autē
arcus f e æqualis arcui e g, per 25. tertij, ideo quòd angulus e d g, est æqualis angulo f d e,
cū uterq; ipsorū sit æqualis angulo a d 3, ut patet ex præmissis, arcus ergo g f est duplus
arcui f e, est ergo arcus f g in circulo a b g, similis arcui f m, in circulo l h d, si ergo linea b
m, extrahatur recte in partem m, abscidet de circulo a b g, arcum ultra pūctum g, maio-
rem arcu f g, si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g, ex-
trinsecus intrinseco, quod est impossibile, linea ergo b m nō cadet in punctū g, sed seca-
bit lineam d g, inter duo puncta g & d, secet ergo in pūcto o, producatur quoq; linea f m
ultra punctū m, hæc ergo quia secat angulū d m o, patet per 29. primi huius, quia secabit
lineam d o, secet illam in puncto u, & producatur à linea t n b, ultra punctum b, secabitq;
arcum l r, secet ipsam in puncto c, & ducatur linea c d, à puncto c, ad centrum speculi, quia
ergo angulus b f est in circunferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas anguli b
d 3, p 19. tertij, sed angulus b d 3 est multiplus anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, multiplus,
ergo per ultimā sexti, arcus r 3, est multiplus arcui 3 h, arcus uero c 3 est maior arcui r 3
ut totum sua parte, ergo arcus c 3 est multiplus arcus 3 h, uel maior multiplo, ducatur
itaq; linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d sunt equales duobus rectis per 21. ter-
tij, sed angulus b m d cum angulo b m e, ualet duos rectos per 13. primi, relinquitur er-
go ut angulus c h d, sit æqualis angulo b m e, sed angulus 3 h d, addit super angulum c h d
angulus c h 3, qui est per 26. tertij, æqualis angulo c d 3, & angulus c d 3, est multiplus
anguli 3 d a, per ultimam sexti, quoniam ut supra patet arcus c 3, est multiplus arcui 3
h, ergo angulus c h 3, est multiplus anguli e d g, angulus ergo d h 3, excedit angulū c h d
in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d est æqualis arcui 3 h d, per 64. primi huius, re-
manet arcus f 3 d, æqualis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d æqualis angu-
lo 3 h d, sed angulus c h d, est æqualis h m e, ergo angulus f m d, excedit angulum b m e,
in multiplo anguli e g d, sed angulus o m d, est æqualis angulo b m e per 15. primi, ergo
angulus f m d, excedit angulū o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m ua-
let tantū angulū o m d, & angulus o d m per 32. primi, palam quia angulus f m d, exce-
dit angulū o m g, in multiplo anguli e d g, sed angulus f m d per 32. primi, excedit angu-
lum m u d, in solo angulo e d m, est ergo angulus m u d maior angulo m o g, ergo angu-
lus m o u est maior angulo m u o, per 13. primi. bis sumptum, ergo per 18. primi, linea
m u est maior quàm linea m o, & quia arcus h d, est æqualis arcui m d, per præmissa erūt
duo anguli h f d & m f o æquales, per 26. tertij, formæ ergo punctorū duarum linearū h f
& f u, ad seinuicem reflectantur, & similiter formæ punctorū linearū h b & b o, ad se inui-
cem reflectuntur, quoniam per præmissa angulus d b h est æqualis angulo d b m, per 4.
primi, & per hypotheses præmissas, duo ergo puncta quæ sunt o & u, ad uisum existentē
in puncto h, reflectuntur à duobus punctis speculi quæ sunt b & f, est ergo per 37. quinti
huius, punctus q imago puncti o, & punctus n imago puncti u, ducatur ergo ex puncto
m, linea æquedistans lineæ h q, per 3. primi, quæ sit linea m s, & linea æquedistans lineæ
h n, quæ sit m p, quia ergo angulus h n d est maior angulo h q d, per 16. primi, erit angu-
lus m p o, qui per 29. primi, est æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29. pri-
mi, est æqualis h q d, erit ergo punctū p, inter duo pūcta s & u, per conuersam per 21. pri-
mi, & quia angulus l h q n est rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angulus

m p d est acutus, angulus ergo m p s est obtusus, per 13. primi, ergo linea m s est maior q̃ linea m p, per 18. primi, sed ex præmissis linea m u est maior q̃ linea m o, ergo per 9. primi huius, maior est proportio lineæ m s, ad lineam m o q̃ lineæ p m ad lineam m u, sed proportio lineæ s m ad lineam m o, est sicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. sexti, trigoni enim q b o & s m o, sunt æquianguli, per 29. primi, cum linea m s sit æquedistans lineæ q b, & angulus q o b sit cõmunis illis ambobus trigonis, & similiter proportio lineæ p m ad lineam m b, est sicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per eandem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, sed proportio lineæ q b ad lineam b o, sicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, est sicut lineæ n d ad d n, per ea quæ sunt ostensa in 13. huius, quorum declarationem cum manifesta sit hæc obmittimus propter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o est maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc est propositum.

XLIIII.

In speculis sphæricis concauis imagine retro speculum occurrente, maior erit distantia imaginis à speculo quàm rei uisæ.

Esto speculi sphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum sit e, sitq́ centrum uisus z, & punctus rei uisæ h, fiatq́ reflexio formæ puncti h, ad uisum z, à puncto speculi b, appareatq́ imago retro speculũ, dico maior erit distantia imaginis à speculi superficie q̃ ipsius rei uisæ, ducãtur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit e h g t, producatur quoq́ linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h, & z h, cõcurrãt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctũ t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ est distantia imaginis à speculo, est maior q̃ linea b h, quæ est distantia rei uisæ à pũcto reflexionis. Et similiter linea h g est minor q̃ linea g t, ducatur enim linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ sit l b k, quia itaque anguli contingẽtiæ qui sunt a b k & g b l sunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æq̃les per 20. quinti huius, fit ergo angulus k b z æq̃lis angulo l b h, sed angulus t b l est æq̃lis angulo k b z, per 15. primi, angulus ergo t b l est æq̃lis angulo l b h, sed angulus l b h est acutus, quoniam angulus l b e est rectus, ergo & angulus t b l est acutus, sed angulus e l b est acutus, quoniam in trigono e l b, angulus e b l est rectus, ergo per 13. primi, angulus b l t est obtusus, angulus itaq́ t b l est minor angulo b l t, resecetur itaq́ ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, per 27. primi huius, qui sit b l m, quia itaq́ angulus m b l est æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æq̃lis angulo b l h, erũt per 32. primi, trigona l b m & l b h æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorũ sunt proportionalia, sed latus l b, cũ sit cõmune ambobus est æquale sibi ipsi, ergo latus m b est æquale lateri b h, sed linea m b est minor q̃ linea b t, ergo linea h b est minor q̃ linea b t, & quia linea l b diuidit angulũ t b h per æqualia, patet per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ l h ad lineã l t, sicut lineæ b h ad lineã b t, sed linea b t est maior q̃ linea b h, ut patet ex præmissis, ergo & linea h l est minor q̃ linea l t, linea ergo g h, est multo maior q̃ linea g t, patet ergo propositũ, & ex his patet quod uerũ quarũ distãtia ab eodẽ uisu maior est, uel augetur & distãtia imaginũ retro speculũ uisorũ maior est uel augetur. Si enim protrahatur linea b h ultra punctũ h ad punctũ f, & producatur kathetus e f, quousq́ concurrat cũ linea reflexionis z b, in pũcto n, erit punctũ n locus imaginis formæ pũcti f, & erit linea b n, maior q̃ linea b f, ut prius patuit, & erũt lineæ b f & b n, maiores q̃ lineæ b h & b t.



XLV.

In concauis speculis sphæricis inter uisum & speculum imagine occurrente, nonnunq̃ minor erit distantia imaginis à uisu quàm sit ipsius rei uisæ à superficie

perficie uero ſpeculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, qn̄doq; æqualis.

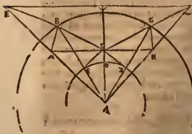
Eſto in ſpeculo ſphærico cōcauo circulus magnus a b g, cuius centrum ſit d. & ſit ſemidiameter d b, ſitq; centrū uiſus in pūcto e. & linea rei uiſæ ſit z t m, quæ reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi b, ſitq; linea incidentiæ z b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum eſt, quod proponitur, ducatur enim per centrū d ad lineam reflexiōis e b, linea quæ ſit t d h, & eſto ut ipſa ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrū d b, ducatur quoq; ſimiliter à puncto rei uiſæ quod eſt z, linea z d. quæ producta ultra punctū d, ad lineam reflexionis quæ eſt e b, ſecet ipſam in puncto k. & ſimiliter à puncto uiſo quod eſt m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ eſt e b, ſecet ipſam in puncto l, eſt ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti z, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadunt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginum approximent uiſui, qui eſt in puncto e. quia multo minor erit diſtantia ipſarum imaginū à uiſu quàm ſit ipſius rei uiſæ, quoniā enim linea d b, ſemper diuidit angulum reflexionis per æqualia, patetq; quod centrum uiſus & punctum rei uiſæ ſemper collocantur ex diuerſis partibus centri, ducanturq; linea e z, eritq; in trigono k e z, angulus e k z, nonnunq; maior angulus k z e, ergo per 19. primi, erit tūc linea e z, quæ eſt diſtātia rei uiſæ à cētro uiſus maior quā linea e k, quæ eſt diſtātia imaginis k, à cētro uiſus, minus autē diſtant à uiſu loca imaginū quę ſunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui ſunt b d t & b d h ſunt æquales, q̄a recti ex hypotheſi. & duo anguli h b d & t b d ſunt æquales per 20. quinti huius, cū ſint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi illi trigoni æquianguli, ergo per 4. ſexti, cum linea b d, ſit æqualis ſibi ipſi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo diſtabunt imago & res uiſa à ſuperficie ſpeculi, ſed linea b k eſt minor quàm linea b h, & linea b z eſt maior quàm linea b c, erit ergo linea b z maior quàm linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior ſuperficiei ſpeculi quàm res uiſa cuius illa eſt imago, & q̄a linea b m eſt minor quàm linea b l eſt autē punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uiſa propinquior eſt ſpeculo quàm eius imago, patet itaq; propoſitū, & ex his patet, quoniā rerū quæ magis elongatæ ſunt à ſpeculis, & quarū formæ reflectuntur ad uiſum, ita quod loca imaginū ſint inter uiſum & ſpeculi ſuperficiē, fiūt imagines ipſarū propinquiores ſuperficiei ſpeculi, & elongatæ plus à centro uiſus. Rerum quoq; quæ ſunt propinquiores ſpeculis, & quarum formæ reflectuntur ad uiſum, & loca imaginum ſunt inter ſpeculū & uiſum, imagines plus elongantur à ſuperficie ſpeculi, & fiunt propinquiores ad uiſum.

XLVI.

Centro uiſus & re uiſa exiſtentibus intra ſpeculum ſphæricum concauū in eadem linea recta æqualiter à centro ſpeculi ſecundum ſui extrema diſtante, imago rei uiſæ uidebitur ultra ſpeculum maior re uiſa.

Sit ſpeculum ſphæricū concauum, cuius centrum ſit a, dico quod ſi centrum uiſus fuerit intra ſpeculū & ſimiliter linea uiſa, ſitq; illorū diſpoſitio modo quo proponitur, uerum eſſe q̄d ꝓponitur, ſecetur enim ſpeculū per ſuperficiē planā tranſeuntē per centrū ſpeculi erit ergo per 69. primi huius, cōmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei ſpeculi circulus qui ſit b g, & ducatur in hoc circulo lineā à centro ſpeculi, ad circūferentiā quocunq; modo cōtingat, & ſit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in pūcto o, & à centro a ſecundū quantitatē lineæ a o, deſcribatur circulus qui ſit e z. & in linea o u ſignetur punctus t, utcunq; cōtingat, & à puncto t ducātur lineæ t n & t m, perpendiculariter ſup lineā a u per 11. primi, & ducatur à pūcto t lineæ t e & t z, cōtingentes circulū e z, per 16. tertij, & ſint pūcta cōtactuū e & z, ducātur quoq; à cētro ſpeculi pūcto a, ad puncta contactuū lineæ a e & a z, quæ productæ ſecēt ſpeculū in pūctis b & g, copulētur quoq; lineæ t b & t g, & à pūncto t, ducatur linea b m, æquediſtans lineæ a u, per 31. primi, & linea g a, ducatur æquediſtans eiſdem lineis a b & b m, & ducantur à centro ſpeculi ad puncta m & n, lineę a m & a n, quæ producātur ulterius extra circulūg b, quia itaq; linea a e eſt

æq̃lis lineæ p u, palã ꝑ eandẽ, qm̃ linea a e est æq̃lis lineæ e b, & linea a ʒ, æq̃lis lineæ ʒ g, oẽs em̃ diametri circuli e ʒ, sunt medietates diametrorũ circuli b g, ergo illa q̃ interiacet circulos existẽs à cẽtro a, est æqualis semidiametro circuli e ʒ, & q̃a linea t e cõtingit circulũ minorẽ qui est e ʒ, erit ꝑ 17. tertij, linea t e perpẽdicularis sup lineam b a, & similiter erit linea t ʒ perpẽdicularis sup lineam g a, ergo per 4. primi, linea t e existente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t æqualis lineæ t a, & similiter erit linea g t, æqualis lineę t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angulo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a æqualis angulo t a g, & quia linea b m est æquedistans lineæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam sunt coalterni, angulus ergo m b a æqualis est angulo a b t, & similiter angulus n g a, æqualis est angulo a g t, cũ ergo uisus fuerit in puncto t, & in linea m b, fuerit aliquod uisibile ut punctũ m, tũc forma puncti m, à puncto speculi quod est b, reflectetur ad uisum existentẽ in pũcto t, & forma puncti n, reflectetur à puncto speculi g, ad uisum existentẽ in puncto t; uisus itaq; existens in pũcto t, cõprehendet formas punctorũ n & m, reflexas ad se à punctis speculi g & b, cõprehendet ergo eadẽ ratione & totũ lineam n m reflexam ad se ex toto arcu g b ut patet per 42. huius, & quia linea m t est perpẽdicularis super lineam a t, erit angulus m t b acutus, quia enim angulus m t u est rectus, ergo per 29. primi, angulus b m t est rectus ergo angulus m t b est acutus per 32. primi, ergo per 19. primi, erit linea c b, maior q̃ linea b m, sed ut præmissum & linea c b est æqualis lineæ a t, ergo linea a t est maior q̃ linea b m, sed linea a t & b m sunt æquedistantes, ergo per 16. primi huius, linea t b cõcurret cũ linea a m, cõcurrant ergo in puncto f, est itaq; per 37. quinti huius, punctus f locus imaginis formæ puncti m, eodem quoq; modo linea t g concurret cum linea a n in puncto qui sit q, & erit punctus q, locus imaginis formæ puncti n, quoniam kathetus incidentiæ formæ puncti m, est linea a m, & kathetus incidentiæ formæ puncti n, est linea a n, lineæ quoq; reflexionis sunt lineæ t b & t g, continentur itaq; puncta f & q, per lineam f q, & erit linea t q, diameter imaginis formæ totius lineæ n m, & quia lineæ t e & t ʒ sunt æquales per 58. primi huius, erunt anguli t a e & t a ʒ æquales, anguli enim t ʒ a & t e a sunt recti, per 17. tertij, & lineę ʒ a & e a sunt æquales, quia semidiameter eiusdẽ circuli linea q̃q; t a est cõmunis ambobus trigonis t ʒ a & t e a, ergo per 8. primi, anguli ʒ t a & e t a sunt æquales, & similiter anguli t a e & t a ʒ sunt æquales, ergo & angulus t a b, æqualis angulo t a g, ergo per 4. primi, erũt lineæ t b & t g æquales, & quia angulus e t a est æqualis angulo ʒ t a, erit angulus u t b, æqualis angulo u t g, relinqtur ergo angulus b t m, æqualis angulo g t n, quoniam anguli u t m & u t n, sunt æq̃les, quia recti, sed & anguli b m t & g n t sunt recti, ergo trigona g t n & b t m sunt per 32 primi, æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea t g sit æqualis lineæ t b, erunt lineæ b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineæ t n, ergo per 4. primi, cũ anguli n t a & m t a sunt recti & æquales, erũt lineæ a m & a n æquales, & sit puncta m & n æqualiter distabũt à cẽtro speculi qđ est a, eritq; per 2. sexti, & per 18. quinti, proportio lineæ a f ad lineam f m, sicut lineæ a t ad lineam b m, & erit ꝓportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ a t ad lineã g n, sed ꝑ 7. q̃nti, eadẽ est ꝓportio lineæ a t ad lineã b m, & ad g n, qm̃ illæ duæ sunt æquales, & eadẽ ergo est ꝓportio lineæ a f ad lineã f m, q̃ est lineæ a q ad lineã q n, ergo ꝑ 7. primi huius, erit euersim eadẽ ꝓportio lineæ a f ad lineam a m, q̃ est lineæ a q ad lineã a n, ergo ꝑ 16. q̃nti, erit ꝑmutatim ꝓportio lineæ a q ad lineam a f, sicut lineæ a m ad lineam a n, sed linea a m est æq̃lis lineæ a n, ergo linea a f est æq̃lis lineæ a q, linea itaq; f q, æquedistat lineæ m n, ꝑ 2. sexti, ergo linea f q est maior q̃ linea n m, si itaq; cẽtrũ uisus fuerit in pũcto t, et in linea n m, fuerit aliq̃d uisibile, tũc uisus cõprehẽdet imaginẽ illius uisibilis maiorẽ q̃ sit secundũ ueritatẽ, & hoc est propositũ, etsi arcus cuiuscũq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis,



Centro

XLVII.

Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit circulus speculi sphærici concaui sicut in præmissa qui est b g, cuius centrum a, & ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ sunt a b, a g, a u, sitq́ linea a u, diuidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente secundum punctum t, ultra sui medium uersus circumferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis super superficiem circuli per 12. undecimi, quæ sit linea t k, & ducantur lineæ a k, b k, & g k, superficies itaq́ trigonorum k b a, sunt secantes sphæram speculi super centrum a, & sunt erectæ super superficiem circuli b g, per 18. undecimi, & super omnes superficies contingentes sphæram in punctis b & g, uel quibuscunq́ punctis alijs circulorum qui sunt communis sectio illarum superficierum & speculi per secũdam huius, quoniam enim communes sectiones circuli b g, & superficierũ illorum trigonorũ sunt semidiametri a b & a g, qui sunt erecti super superficiẽ in illis punctis b & g, speculũ contingentes, patet quod illę superficies per 18. undecimi, sunt erectæ super superficies in illis punctis contingentes, & similiter patet hoc de alijs superficiebus secundum puncta illorum circulorum contingentibus. In illis itaq́ superficiebus fit reflexio à punctis circumferentiæ circulorum communi eis & speculo, ducatur itaq́ linea b m in superficie b k a æquedistanter lineæ a k, sitq́ linea b m minor quàm linea a k, fiatq́ taliter ut linea b m, tota penetret superficiem circuli b g, ad partem aliam quàm linea t k, ita ut lineæ t k, & b m, sint in diuersis partibus speculi resectos per sphæram speculi b g, ducatur itaq́ linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, concurrent autem per 16. primi huius, cum linea b m, sit minor quàm sua æquedistans linea a k, & in superficie g n k, ducatur linea g a æquedistans lineæ a k, sitq́ linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem superficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq́ lineæ a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq́ linea f q, & linea m n, quia ergo ut in præcedente proxima ostendimus, linea b t est æqualis lineæ t a, & linea t k, est communis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectam, palam per 4. primi, quia linea b k, est æqualis lineæ k a, & per eandẽ erit linea g k, æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli k a b & k b a sunt ęquales, & similiter sunt anguli k a g & k g a æquales. Item quia linea g k est æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis est lineæ b k, sed & linea a g est æqualis lineæ a b, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & linea a k est communis, trigona itaq́ a k b & a k g sunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a est æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. primi, angulus a b m est æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b a, & quia lineæ a k & b m æquedistant, & isti anguli sunt coalterni, & similiter angulus a g n, est propter eadem æqualis angulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquedistant, ergo & angulo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b sunt æquales, ut præostensum est, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypothesi est æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi, linea a m est æqualis lineæ a n, ergo ut in præmissa linea a f, erit æqualis lineæ a q, ergo per secundam sexti, linea q f æquedistat lineæ m n, & linea f q est maior quàm linea m n, cum itaq́ uisus fuerit in pũcto k, uel super punctum k, in linea c k, & fuerit linea m n, in aliquo uisibili inferiore puncto uisu, tunc forma puncti m, incidat speculo secundam lineam m b, & reflectetur à puncto speculi b, ad uisum secundum lineam b k, in superficie circuli transeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet speculo secundũ lineam n g, & à puncto speculi g, reflectetur ad uisum secundum lineam g k, in superficie circuli transeuntis per pũcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, pun-

ctum f,& imago puncti n punctum q,& erit linea q f,diameter imaginis lineæ n m,& linea f q erit maior quàm linea m n,imago itaqꝫ rei uiſæ apparebit maior ipſa re uiſa, & ultra ſpeculum,in hoc ergo ſitu uiſus eſt uiſibilis,patet propoſitum. Si itaqꝫ reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u,ipſa linea a u,permanente immobili,tunc punctum k deſcribet motu ſuo quendam circulum,ſuper quem erecta eſt linea a u, tranſiens ad utramqꝫ partem ſuperficiei illius circuli,& omne punctum illius circuli habebit ſitum reſpectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaqꝫ uiſus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli,& linea compar lineæ m n,fuerit in ſuperficie alicuius rei uiſæ reſpicientis centrum uiſus ſecundum illum ſitum,ut res uiſa in qua eſt linea m n,reſpiciebat uiſum exiſtentem in puncto k.tunc uiſus comprehendet formam illius lineæ maiorem ſua propria quantitate,& ſimiliter ſi extrahatur linea c k,in continuum & directum,& ſignetur in ea punctum aliud præter punctum k,ut punctum p,& ducantur lineæ ad illud punctum p, ſicut ad pūctum k.ſunt prius ductæ,erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, pluries itaqꝫ ut patet per præſens theorema,& per proxime præmiſſum in ſpeculis ſphæricis concauis uidetur imago rei uiſæ maior ipſa re uiſa,quod eſt notandum.

XLVIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis quandoqꝫ comprehenditur imago æqualis ipſi rei uiſæ,quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum conuerſum, retro uiſum uero conformem habet ſitum rei uiſæ.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a b,cuius centrum ſit e,ſecetqꝫ ipſum ſuperficies plana tranſiens centrum e,cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi erit circulus per 69.primi huius,qui ſit a b,& ducatur à centro linea e z, utcūqꝫ contingit, non in ipſa ſuperficie circuli a b,ſed oblique ſuper illam ſicut placet,quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g & à puncto g,extrahatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b,per 12.undecimi.& in illa perpēdiculari ſignetur punctum d,& ducatur linea d e,quæ protrahatur ultra centrum e,ad punctum o,& ducatur linea e b, continens cum linea d e,angulū obtuſum,& ducatur line e a continens cum linea e d,angulum obtuſum æqualem angulo d e b,per 23.primi,& ducantur lineæ d a,d b,eruntqꝫ per 4.primi, in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaqꝫ duorum trigonorū d e a,& d e b,ſecant ſe ſuper lineam d e,& duo anguli d b e & d a e ſunt acuti & æquales,per 4. primi,linea enim e b eſt æqualis lineæ e a, & linea d e eſt cōmunis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a ſunt æquales, à puncto quoqꝫ b in ſuperficie trianguli d e b,ducatur per 23.primi,linea continens cum linea e b,angulum æqualem angulo d b e, quæ ſit linea b o,hæc igitur linea concurret cum linea d e,per 14.primi huius,ideo quod angulus b e d eſt obtuſus,& angulus e b o,qui eſt apud punctum b,eſt acutus,non ualens cum angulo d e b duos rectos,cum angulus o b e ſit æqualis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e,ualet duos rectos,per 32.primi,ſit itaqꝫ linearū d e & b o,cōcurſus in pūcto o,& à puncto a,ducatur linea in ſuperficie trianguli d e a continens cum linea a e angulum æqualē angulo d a e,concurret ergo illa ut prius cū linea e o in puncto o, quoniā anguli a e o & b e o,per 13.primi,& ex præmiſsis ſunt æquales,& anguli e b o & e a o, ex præmiſsis interſe ſunt æquales, ergo per 32. primi, anguli reliqui qui ſunt e o b & e o a, ſunt æquales,ergo per 4.ſexti,latera ipſorum ſunt proportionalia,ſed linea e a eſt æqualis lineæ e b,ergo linea e o eſt æqualis ſibijpſi,cadunt ergo lineæ b o & a o,in unum punctum lineæ d e productæ,qui eſt o,ducatur etiam linea e c ad lineam b d,ita quòd contineat cum linea e b angulum rectum per 11.primi.& protrahatur linea c e ultra punctum e & linea b o ultra punctum o,cōcurrentqꝫ lineæ c e & l o,per 14.primi huius,quia cū angulus b e c ſit rectus angulus e b o eſt acutus,ſit ergo concurſus pūctus h, eritqꝫ linea c e, æqualis lineæ e h,& linea c b æqualis lineæ b h,per 4.ſexti,trigona enim c e b & b e h,per 13.primi,& ex præmiſsis ſunt æquiangula,& quibus latus e b eſt cōmune, & ſimiliter producatur linea e k ad lineam a d,ita ꝙ contineat cum linea e a,angulū rectum per 11. primi,& producatur ultra punctum e,& producatur linea a o,ultra punctū o, cōcurrentqꝫ lineę k e,& a o, per 14.primi huius, quia cū angulus k e a ſit rectus,angulus e a d eſt acu-

tus

tus,sit concursus punctus l,& erit linea k a æqualis lineæ e l,quia cum angulus k e a sit rectus,erit angulus e a l rectus,sed & angulus e a l est æqualis angulo k a e,ut patet ex præmissis,ergo per 32.primi,trigona k e a & e a l sunt æquiangula,ergo p 4. sexti,cũ linea e a sit ambobus illis trigonis communis,erit linea k a æqualis lineæ a l,& linea k e æqualis lineæ e l,& hoc etiam potest concludi per 3.sexti,& per eundem modũ ostensum,sunt lineæ d e & e h adinuicem,& lineæ c h & b h adinuicem æquales, ducantur ergo lineæ c h & l h,quia itaq; duo latera d e & k e sunt æqualia duobus lateribus e h & e l,& per 15.primi,angulus c e k est æqualis angulo l e h,patet per 4.primi,quoniam lineæ c h & l h,erunt æquales inter se. Si ergo uisus fuerit in puncto d,& linea l h,fuerit in aliquo uisibili tunc uisus existens in puncto d, comprehendet formã puncti h,in speculo a b.reflexam ã puncto b,& erit forma puncti h,imago punctum c.per 37.quinti huius,quoniam kathetus suæ incidentiæ qui est linea h e,concurrit cũ linea reflexionis,quæ est d b, in puncto c,similiter quia forma puncti l,reflectetur ad uisum in punctum d,ã puncto speculi quod est a,& quia kathetus suæ incidentiæ qui est l e,cõcurrit cum linea reflexionis quæ est d a,in pũcto k, erit per 37.quinti huius,punctum k,imago puncti formæ pũcti l, & erit linea c k,diameter imaginis lineæ l h,& erit ei æqualis.Si ergo reuol uatur tota figura speculi,& linearũ productarũ linea h l immobili existente,tunc punctus d.describet circulum,in cuius circumferentiæ puncto aliquo cẽtro uisus existente poterit comprehendere aliquod uisibile comparem habens sitũ ad uisum,sicut tunc habet linea l h ad uisum d, & erit imago illius uisibilis æqualis ei , & similiter si uisus fuerit intra circulum speculi in puncto o,& res uisa fuerit dispofita secundum lineam c k,erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uisæ,sed tamen re uisa existente in linea l h, & uisu existẽte in pũcto d,cum imago rei uisæ fuerit linea c k,erit forma imaginis, conuersa respectu situs rei Si enim punctus h fuerit in dextera ,erit punctus c in sinistra,& si punctus h fuerit supra lineam aliquam eleuatus,erit punctus c infra illam lineam depressus & inclinatus,& similiter est de puncto l,respectu puncti k,sed cum res uisa fuerit in linea c k,& uisus fuerit in puncto o,& imago lineæ c k fuerit linea l h,erit forma nõ conuersa sed directa,nam imago quæ est linea l h,erit retro uisum,ut ostensum est in 11.huius,& uisus comprehẽdet pũctum h,quod est imago puncti c,retro se in linea h o,& punctum l,quod est imago pũcti k,in linea l o retro se,& pars formæ uisibilis quæ reflectitur ad uisum,erit respiciẽs uisum in ipsa imagine,sicut & in ipsa superficie rei uisæ,patet ergo propositum.

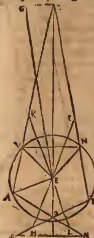


XLIX.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur minor re uisa , quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisæ , quandoq; uero uidetur maior re uisa,quæ occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisæ.

Sit dispositio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate,& producatur linea b h,in continuum & directũ,& in ipsa signetur punctus r,& ducatur linea r e, ad centrũ speculi,quoniam angulus t e b est rectus,patet per 13.primi,quod angulus h e b est rectus.palam ergo quia angulus r e b erit obtusus,producaturq; linea r e ultra pũctũ e,ad lineã b d,incidatq; in punctũ n,cadetq; n inter pũcta t & b, cũ enim angulus b e r, sit obtusus,patet per 13,primi,quod angulus b e n est acutus,linea itaq; e n,diuidit angulum t e b qui est rectus,ergo per 29.primi huius,ipsa secabit basem t b, erit ergo linea n b minor quàm linea t b, sed linea t b,ut patet in præcedenti est æqualis lineæ b h, & linea b r est maior q̃ linea b h,erit ergo linea r b maior q̃ linea b n.& quia ut patet ex præmissis in proxima præcedente angulus n b e est æqualis angulo e b r, palam quod linea

e b diuidit angulum n b r per æqualia, erunt ergo per 3 sexti, proportio lineæ b r ad lineam b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed linea r b est maior quàm linea b n, ergo linea r e, est maior quàm e r, producatur[que] similiter linea a l, in continuum & directũ, donec sit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in puncto u, concurret autem ut prius demonstratum est per 19. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cõmento præmissæ propositionis, & duo latera e a & a m trigoni e a m, sunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ sunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, quia ergo in trigono a e u, angulus u a e est æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed linea a e diuidit angulum u a m per æqualia, ergo per 3. sexti, linea m e est maior quàm linea e u, & similiter est linea r e maior quàm linea e n, ducantur itaq[ue] lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e est æqualis lineæ e u, quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, & angulus a e n est æqualis angulo b e n, cum uterq[ue] punctorum super angulum æqualem obtusum sit complementum duorum rectorũ per 13. primi, & latus a e est æquale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. sexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ m e ad lineam e u, sicut lineæ m r ad lineam n u, sed ut patet ex præmissis linea m e est maior quàm linea e u, ergo linea m r est maior quàm linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in puncto d, erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili, erit linea m r imago lineæ n u, & est maior quàm linea n u. Sed cum in linea m r fuerit aliquod uisibile, & uisus in puncto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuersa habens situm alium quàm res uisa: prout declarauimus in theoremate præcedente, cum uero res uisa fuerit in linea n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis, patet ergo manifeste totum quod proponebatur.

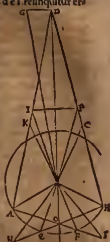


L.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq[ue] comprehenditur maior re uisa, & conuersa secundum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrente retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ.

Remaneat dispositio quæ prius in 48. huius, & signetur in linea o h, punctũ q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrũ e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq[ue] ut linea o l, abscindatur linea o f, æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ producatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctum i, erit itaq[ue] secundũ prædictum in præmissis probandi modum duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e est maior quam linea f e, per 21. primi, & linea e h est maior quàm linea e q, linea uero p e est maior quàm linea c e, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e est æqualis lineæ k e, & linea h e est æqualis lineæ e t, patet quod duæ lineæ e p & e i, sunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e sunt æquales, & angulus f e o æqualis

lis angulo q e o, ergo per 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquitur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea e b sit æqualis lineæ e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, linea p i, maior quàm linea f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in aliquo uisibili, erit linea f q imago lineæ p i, & est linea f q maior quàm linea p i, & imago f q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa, & erit directa habens situm conformem situi rei uisæ. Si uero uisus fuerit in puncto d, & linea f q in aliquo uisibili, tunc erit linea p i imago lineæ f q, & erit maioris quantitatis quàm linea f q, & erit forma ante uisum conuersum & contrarium habens situm respectu situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.

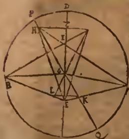


L I.

Centro uisus existente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphærici cõcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ existentis ultra centrum speculi imago conuersa uidetur, & minor forma rei uisæ, in hac quoque situ uisus comprehendet propriã imaginẽ minorem & conuersam.

Sit speculum sphæricum concauum a b d, cuius centrum g, seceturque ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis sectio circulus qui sit a b d & ducatur linea g d, utcunque contingit, & producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d, sitque punctus c, in eadem linea e d ultra centrum speculi, quod est punctum g & ducatur linea c h, per 11. primi, perpendiculariter super lineam e d. & producatur linea h c ultra punctum c, ad punctum z, donec sit linea z c æqualis lineæ c b, comprehendatque uisus existens in puncto e, formã puncti h. per reflexionem factam à puncto speculi quod sit a, erunt itaque duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, sitque ita ut si linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctum p, fietque arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtusus, per ultimã sexti, non est autem possibile ut puncta a & h, consistant in eodẽ latere puncti g, in ei dia metros g d & g q, producta semidiametro g p, in punctum q, non enim posset fieri reflexio, ut patet per 20. huius, nisi linea producta à puncto g centro speculi ad punctum a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaque lineæ e a & a h, & producta linea h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctum k, angulus itaque h a g est æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & est pũctus k imaginis puncti h, per 17. quinti huius, sit quoque arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij. Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatur linea z g, ad lineam b e, incidatque in punctum l seceturque linea z u semidiametrum d g, in puncto f, quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z c & c h sunt æquales. & puncta z & h, æqualem habent dispositionem respectu centri, & respectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a. & z b intersecabunt semidiametrum d g. in eodem puncto f, quia itaque in trigonis c e f & h c f, duo latera h c & c z sunt æqualia, & latus c f est commune. & anguli a d c recti, palam per 4 primi, quoniam linea z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eandem 4. primi, angulum f a g æqualem esse angulo f b g. & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiametri, communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, est linea f g. ergo per 4. primi, angulus f a g, inæqualis est angulo f b g, similiterque per eandem 4. primi, linea e a æqualis sit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur à puncto speculi quod est b, ad uisum existentem in puncto e, &

erit punctus l. locus imaginis formæ puncti z, ducatur quoq; linea k l, quæ erit diameter imaginis lineæ z h, & quia linea z h est perpẽdicularis ſup lineã d e, & linea z c eſt æqualis lineæ c h, ex hypotheſi, & quia ut patet ex præmiſsis duæ lineæ z f & h f ſunt æquales, et duæ lineæ a f & b f ſunt æquales, tota ergo linea z b eſt æqualis toti lineæ h a, ſed & duæ lineæ a e & e b ſunt æquales, ducãtur quoq; lineæ e h & e z, in trigonis itaq; e a h & e z b, duo latera unius quæ ſunt e a & h a ſunt æqualia duobus alternis lateribus, quæ ſunt e b & b z, & angulus h a e eſt æqualis angulo z b e, ergo per 4. primi, baſis z e eſt æqualis baſi h e, ſimiliterq; in trigonis z e g & h e g, duo anguli ad punctũ c, ſunt recti, & latus z c, æquale lateri h c, latus quoq; c g eſt commune, ergo per 4. primi, linea g h eſt æqualis lineæ z g, lineæ uero a g & g b ſunt ſemidiametri circuli a b d & æquales, ergo duæ lineæ a g & g h ſunt æquales duabus lineis b g & g z, & baſis a h eſt æqualis baſi b g, ergo per 8. primi, erit angulus a h k æqualis angulo b z l, & angulus h a k æqualis angulo z b l, erit ergo per 32. primi, angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona itaq; h a k & z b l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ h k ad lineã r l, ſicut lineæ z b ad lineã h a, ſed linea z b, eſt æqualis lineæ h a, ut patet ex præmiſsis, ergo linea h k eſt æqualis lineæ z l, ſed & linea h g eſt æqualis lineæ z g, ut ſupra patuit, erit ergo reliquũ æquale reliquo, ergo linea g k eſt æqualis lineæ g l, quia itaq; duæ lineæ z g & h g, inter ſe ſunt æquales, & duæ lineæ g k & k l, inter ſe ſunt æquales, patet per 7. quinti, quià eſt proportio lineæ z g ad lineã g b, ſicut lineæ h g ad lineã g k. Sed angulus z g h & k g l ſunt æquales, per 15 primi, ergo per 6. ſexti, erunt trigona z g h & k g h æquiangula, angulus ergo z h k eſt æqualis angulo l k h, ergo per 27. primi, lineæ z h & k l ſunt æquediſtantes, quod etiã patere poteſt per 14. primi huius. Item angulus h g a, ut patet ex præmiſsis, eſt obtuſus, ergo per 13. primi, angulus a g k eſt acutus, duo uero anguli h a g & g a k ſunt æquales, relinquitur ergo per 32. primi, angulus a k g maior angulo a h g, ergo per 19. primi, in trigono a h k, latus a h eſt maius latere a k, & duo anguli apud a ſunt æq̃les, ergo p 3. ſexti, linea h g eſt maior quàm linea g k, & ſimiliter linea z g eſt maior quàm linea g l, ergo linea z h eſt maior quàm linea k l, p 4. ſexti, ſed linea k l eſt diameter imaginũ lineæ z h. linea ergo z b uidebitur minor quàm ſit ſecũdũ ueritatẽ. Si ergo reuoluerimus circulũ a b d, linea e d immobili exiſtẽte ex duobus pũctis a & b, deſcribet circulus in ſupficie ſpeculi, & ſicut ſe habet uiſus exiſtẽs in pũcto e, ad rẽ uiſam, in qua eſt linea z h, ſic ſe habebit reſpectu cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis inter illũ circulũ, quẽ ſignant puncta z & h reflexæ ex arcu cõpari arcui a b, ex proportiõe ſpeculi, quẽ diuidit circulus, quẽ ſignãt duo pũcta a & b, & ſimiliter poteſt declarari, ſi linea z h ponatur maior uel minor quàm nũc eſt poſita, uniuerſaliter eñ in hoc ſitu diametri imaginis uel faciei aſpicientis cõprehenditur in ſpeculo ſphærico cõcauo minor quàm ſit, ſed etiam imago uidetur conuerſa, ſi enim uiſus fuerit in puncto e, tunc aſpiciens comprehendet formam ſuã in tali ſpeculo minorem quàm ſit, & quia punctus k eſt imago puncti h, & punctus l eſt imago puncti z, erit imago cõuerſa, quiam pars dextra uidebitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, et ſimiliter ſuperior uidebitur inferior, et inferior ſuperior, et ſimiliter etiam uiſus comprehendet ſuã formã, quia illud quod eſt in dextro cõprehẽdet in ſiniſtro, et econuerſo, et quod deorſum eſt comprehendet ſurſum, & econuerſo, ſimiliter quoq; ſi uiſus fuerit in quolibet puncto inter quod et ſuperficiem ſpeculi fuerit centrum ſpeculi, ſemper cõprehendet ſuam formam conuerſam, & hoc eſt propoſitum. Ex his itaq; præmiſsis quatuor theorematibus patet, quod in ſpeculis ſphæricis concauis imago rei uiſæ cõprehenditur à uiſu quandoq; maior, quandoq; minor, quandoq; æqualis rei uiſæ, et nũc conformẽ habens ſitum ipſi rei uiſæ, & nunc cõuerſum, & quoniã ſicut oſtendimus per 40. huius, quandoq; uni us rei una uidetur imago, quãdoq; duæ, quandoq; tres, & quãdoq; quatuor, illud ergo quod habet unã imaginem maiorem ſe, forſan habebit alias minores, & quod habet unã, cuius ſitus eſt directus compar rei uiſæ, forſan uidebitur ſub alijs imaginibus habentibus conuerſum



uersum situm in contrarium rei uisæ, & hæc omnia in diuersitate situs rei uisæ, & ipsius uisus respectu punctorum reflexionis patere potest, patet ergo propositum.

LII.

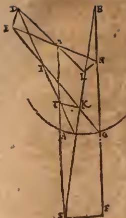
Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis, altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra punctum sectionis existentes reuersæ, quæ uero sunt in eisdem lineis ultra sectionem quemadmodum sunt sic apparent.

Esto speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum q, sintq́ duæ altitudines d e & h n, erectæ super superficiem speculi, sitq́ communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a g, reflectaturq́ forma puncti e ad uisum, cuius centrum sit b, à puncto speculi quod sit a, & forma puncti d, à puncto g, intersecentq́ se lineæ incidentiæ d g, & e a in puncto z, citra quem punctum sectionis sit altitudo h n, cuius punctum h, sit in linea e a, & eius punctū n, sit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur a uisum b, à puncto speculi a, & omnia puncta lineæ d g, à puncto speculi g, palam quod forma puncti h, reflectetur à puncto speculi a, & forma pūcti n, à puncto speculi g, quia uero lineæ h n & d n, sunt rectæ super superficiem speculi, patet per 72 primi huius, quoniam quælibet ipsarum transit punctum q, centrum speculi, producatur ergo à centro speculi quod est q, per lineam h n, linea q n h producaturq́ ab eodē centro q, per lineam e d, linea quæ producatur extra speculū, & quia linea q e a, est perpendicularis super superficiem speculi, & linea b g obliqua, patet per 14. primi huius, quod lineæ e d & b g cōcurrent ultra speculum, & sit concursus punctus i, palam etiam per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cū linea b g i, sit concursus punctus p, & linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c, manifestū autē per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formæ puncti h, erit in pūcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p, erit ergo linea l p imago totius lineæ h n, habet aūt imago l p. situm reuersum respectu situs, lineæ h n, quoniam punctus h, est altior puncto n, & punctum l, q̃d est imago puncti h, est bassius pūcto b, quod est imago puncti n, punctus uero i, est locus imaginis puncti d, & punctus c est locus imaginis puncti e, & quia punctus i est altior puncto c, sicut punctus d est altior ipso puncto e, palam quoniam imago lineæ d c est linea i t, conformem situationem habet ipsi lineæ d e, cuius ipsa est imago, quoniam imago situata apparet sicut se habet ipsa res uisa, & hoc est propositum de altitudinibus sphęræ, de profunditatibus uero idem patet, ut si lineæ h n & d e, quædam profunditates ponantur esse, tunc enim eadem est demonstratio, apparet enim profunditas h n reuersa, & profunditas d s quemadmodum est disposita sic apparet, hoc itaq́ est propositum. Si uero ambæ lineæ d e & h n essent ex una quacunq́ parte sectionis linearum incidentiæ, fieret suarum imaginum conformis situatio, ut patet per præmissa.

LIII.

Lineis incidētiæ se intersecātibus in speculis sphæricis cōcauis obliquę lōgitudines citra pūctū sectionis existētes, quēadmodū sunt sic apparēt, earum uero quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis uidentur imagines reuersæ.

Sit speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum m, & sic centrum uisus b, & sit linea d e, obliqua super superficiem speculi, cuius puncti d. forma reflectatur ad uisum b, à puncto speculi quod est a, formaq́ puncti e, à puncto g, & lineæ incidentiæ quæ sunt d a & e g, intersecēt se in puncto i, sitq́ citra punctū i, linea obliquæ incidens superficiei speculi quæ sit k c, cuius punctus k, reflectatur à puncto speculi g, & punctus c, à puncto speculi a, ducatur itaq́ linea d m, à puncto d ad centrum speculi, quæ propter obliquitatē

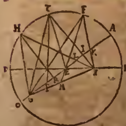


lineæ b a, super superficiẽ speculi eum linea d m sit perpendicularis super eandem speculi superficiem per 72. primi huius, ideo quia transit centrũ speculi quod est m, concurret cum linea b a, obliquę superficici speculi incidentiæ, ut patere potest per 14. primi huius sit concursus in puncto b. Similiter quoq; linea e m concurret cũ linea b g, sit punctum concursus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in puncto l, est imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducaturq; linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoq; imago n l, reuersæ se ad situm lineæ d e, quoniam punctus n est altior puncto l, sicut punctus d est altior puncto e, producaturq; linea m k, donec concurrat cum linea b g, producta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g, super superficiem speculi, & propter perpendicularitatem lineæ m k, sit concursus pũctus f, & producatur linea m c, donec concurrat cũ linea b a producta, & sit punctus concursus f, copuleturq; linea f f, erit ergo linea f f imago lineæ k c, & sic punctum k, est altius pũcto c, sic erit punctum f altius puncto f, est itaq; imago f f, conformem habens situm ipsi rei uisæ quæ est k c, occurrẽs speculo citra punctum sectionis linearũ incidentiæ, quod est i, patet ergo propositũ.

LIIII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendit lineæ rectæ uisæ imaginem plene rectam.

Sit speculũ sphæricũ cõcauũ a b, cuius centrũ e, seceturq; p superficiẽ planã p centrũ erit ergo p 69. primi huius, cõmunis sectio circulus magnus q sit a b, & eius centrũ e, ducanturq; duæ diametri huius circuli quæ sunt a e o, & b e d, & speculum nõ excedat arcũ b a d o, assumaturq; in semidiametro b e, quicũq; punctus placuerit, & sit z, in quo ponatur centrũ uisus, & sumatur in semidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k sit maior q̃ linea k e, & ducatur linea z h, et ꝓtrahatur ad circũferentiã incidatq; in punctũ f, & ducatur linea c f, & sup frame linea e f, cõstituatur angulus æqualis angulo z f e, p 23. primi, q sit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pũctus g, cadet in semidiametrũ d e, qa enim linea f k est maior q̃ linea k a, p 7. tertij, & linea k a est maior q̃ linea k e, ex hypothesi, erit linea f k maior q̃ linea k e, ergo p 18. primi, angulus f e k maior est angulo e f k, est ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g, p 14 primi huius, cõcurret cũ linea g e, cõcurrat ergo in pũcto g, duarũ ergo linearum z g & f g, pũcta reflectũtur ad se inuicẽ à pũcto speculi q̃d est f, ꝓpter angulorũ æqlitatẽ p 20. quinti huius, est ergo pũctus k imago pũcti g, cẽtro uisus existẽte in pũcto z, ducatur itaq; linea l h secãs diametrũ o a, in pũcto l, & periferiã circuli in pũcto h, utcũq; cõtingit, ducanturq; lineæ e h, h g, z g, & ꝓtrahatur linea f e, sup lineam z g, incidatq; pũctũ m, ergo p 3. sexti erit proportio lineæ z m ad lineã m g, sicut lineæ z f, ad lineã f g, sed p 7. tertij, linea z h est maior q̃ linea z f, & linea g h est minor q̃ linea g f, p eandẽ 7. tertij, ergo p 9. primi huius, maior est ꝓportio lineę z h ad lineam g h, q̃ lineæ z f ad f g, est ergo ꝓportio lineæ z h ad lineã g h, maior q̃ lineę z m ad lineam m g, ergo p 3. sexti, linea q̃ diuidit angulũ z h g, p æqlia secet lineam m g, secat ergo prius lineam e g, per 33. primi huius, qm̃ linea e g est uicinior ad pũctũ h q̃ linea m g, & maior erit angulus g h e angulo e h z, argumẽto 29. primi huius, & ex præmissis ponamus ergo angulũ e h r, æqualẽ angulo e h z, linea ergo h r secat lineam g f, & secat lineã g e, p 29. primi huius, secet ergo g e in pũcto r, & secet lineã h r, semidiametrũ e a in pũcto l, pũcta ergo duarũ linearũ z h & h r, reflectuntur ad inuicẽ ꝓpter æqualitatẽ angulorũ r h e, e h z, fietq; reflexio à puncto speculi q̃d est h, p 20. quinti huius, & erit l pũctus imago pũcti r, palã uero qm̃ forma cuiuslibet pũcti lineæ g r, reflectitur



ctit ad uisum in punctũ z, ex aliq̃ pũcto arcus f h, & nõ ex alio, p̃ 42. huius. Sumatur itaq; aliqs pũctus lineæ g r q̃ sit p, & hic reflectatur ab aliq̃ pũcto arcus f h q̃d sit c, & ducãtur lineæ p c & r c, qa ergo pũctus t, est inter duo pũcta f & h, arcus f h, palã quia linea 3 t, cadet inter duas lineas 3 f & 3 h, linea ergo 3 t, p̃ 29. primi huius, secat lineã k l, secet ergo in pũcto i, est ergo per 37. quinti huius, punctus i, imago formæ puncti p, & punctus p, nõ habet aliam imaginẽ nisi pũctũ i, quoniã tamẽ ab uno pũcto arcus f h fit reflexio formæ puncti p, ad uisum existentem in puncto 3, ut patet per 19. uel per 29. huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r, erit in aliquo pũcto lineæ k l, est ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e, & est recta, quia est pars semidiametri circuli a c, uisus ergo existens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ est g r, imaginem h k, rectã existentem in speculo sphærico concauo a b, & hoc est propositum.

LV.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus imaginem lineæ conuexam, & concauæ concauam, eritq; lineæ cuius conuexitas respicit speculum imago conuexa respiciens uisum, & lineæ cuius concauitas respicit speculum imago concaua respiciens uisum.

Sit dispositio quæ in proxima præcedẽte, cõstituanturq; super lineam g r, à duobus suis lateribus duo arcus utcunq; cõtingit, quæ sint g n r & g q r, & sit arcus g n r, non secans lineã g h, & ponatur in linea recta g r, pũctũ m, quomodocũq; sit illud, forma itaq; puncti m, reflectitur ad uisum 3, ex aliquo puncto arcus f h, per 42. huius, sit itaq; ut reflectatur ex puncto t, & ducantur lineæ 3 t & m t, duo itaq; anguli 3 t e & e t m sunt æquales per 20. quinti huius, linea ergo m t secabit arcũ g n r, sit ut secet ipsum in puncto n, & p̃ducatur linea t m uersus arcũ g q r, secetq; illũ in puncto q, & ducatur linea n e, producaturq; ultra punctũ e, secabit ergo lineam 3 t, sub linea k l, per 29. primi huius, quoniã secat angulũ k e 3, cui subtenditur pars lineæ t 3, secet ergo linea illam in pũcto i, quia ergo duo anguli 3 t e & n t c sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti n, reflectitur ad uisum 3, à puncto speculi t, est ergo palã per 37. quinti huius, quoniam punctus i, est locus imaginis formæ puncti n, & duo puncta k & l, sunt imagines duorũ punctorum g & r, ut patuit per præmissam, imago ergo arcus g n r est linea transiens p̃ puncta k i l, sed linea k i l, est cõuexa, ex parte uisus 3, & arcus g n r, est cõuexus ex parte speculi, uisus itaq; existens in puncto 3, comprehendet formam lineæ g n r, conuexæ conuexam lineam, ducatur quoq; linea q e, & producatur ultra punctum e, secabit quoq; lineam 3 t, ultra lineam l k, per 29. primi huius, quoniã secat angulum t e k, secet ergo in puncto p, & quia anguli p t e & q t e sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quoniã à pũcto speculi quod est t, reflectetur forma puncti q, ad uisum 3, & locus imaginis formæ puncti q, est punctus p, & erit ut supra linea l p q, ex parte uisus concaua, & ipsa est imago arcus g q r, concaui ex parte speculi, comprehẽdet ergo uisus in puncto 3, existens formam arcus g q r, concaui lineam concauam, & hoc est propositum.

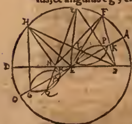
LVI.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas, lineæq; curuæ, cuius conuexitas est ad speculum imaginem comprehendit curuam, omniumq; linearum imaginum concauitas respiciens est ad uisum.

Sit speculum sphæricum concauũ in quo sit circulus maximus qui a b d, cuius centrũ g, & extrahatur à centro g, semidiameter g b, ut cũq; contingit, quæ diuidatur per æqualia in puncto t, taliter ut linea g t, sit maior medietate lineæ b g, & à puncto t, ducatur linea t 3, perpendiculariter super lineam g b, per 11. primi, & producatur linea 3 t, ultra punctũ t, ad punctũ e, fiantq; lineæ 3 t & e t, utræq; æquales lineæ t g, per 73. primi, & ducantur lineæ g e & g 3, & trigono e g 3, circũscribatur circulus p̃ 5. quarti, eritq; centrum circuli illius circuli punctus t, per 9. tertij, & quia linea t g, maior est q̃ linea t b, palã q̃m ille circulus secabit circulũ a b d, in duobus ergo punctis illum secabit per 10. tertij, sint

kk 3 itaq;

itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3, sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g cōmunis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & similiter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b, sunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt æquales, ergo p 26. tertij, angulus e a g est æqualis angulo g a 3, & angulus e d g æqualis est g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, quoniam omnes illi anguli cadunt in eosdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectitur ad punctum e, à pũctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20. quinti huius, & quia linea g t, est maior ꝙ linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem sunt æquales per 4. primi, palam per penultimam primi, quoniã linea g e est maior ꝙ linea b e, quadratum enim lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata linearũ e t & t b, ablato ergo quadrato lineæ t o cōmuni, relinqtur quadratũ lineæ g e, maius quadrato lineæ e b, qniã linea g t est maior ꝙ linea t b, ergo linea g e est maior ꝙ linea e b, in trigono g e b, ut patet p 19. primi, angulus g b e est maior angulo e g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & per 32 primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo qniã anguli e g t & r g 3, sunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulũ, sit earum cōcursus pũctus m, & quia linea e d, est intra triangulũ m e g, palã qniam ipsa producta cōcurrat cũ linea g m, p 29. primi huius, cōcurrant ergo in puncto l, & quia linea g b transit p pũctũ t, qđ est cẽtrũ circuli e g 3, & linea uero a g, ducitur extra illã à cẽtro ad periferiam, palã quia portio a e g est minor semicirculo, ergo p 29. tertij, angulus a e g est obtusus, & angulus e g 3 est rectus, ergo p 14. primi huius, illæ duæ lineæ a e & 3 g, cōcurrẽt in partẽ lineæ e g, cōcurrãt ergo in puncto f. Si itaq; uisus fuerit in pũcto e, & pũctus 3 in aliq uisibili, tũc tria puncta m l f, erũt imagines pũcti 3. sic ergo pũctus 3, cōprehenditur in tribus locis, qm̃ à tribus punctis speculi quæ sunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipsius 3 ad uisum e. Item protrahatur à puncto e, linea super arcũ d 3, utcunq; contingat, quæ sit linea e k, & ducatur linea g k, quæ secet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 sunt æquales, erunt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, producaturq; linea g k ad circumferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producãtur lineæ e r & 3 r, & qm̃ angulus e k g, est æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si enim sit æqualis, tunc per 31. primi, & 4. sexti, sequitur lineam e k, æqualẽ esse lineæ 3 k, & arcum 3 k, æqualem esse arcui e a k, qđ est contra præmissa, est enim arcus e a, æqualis arcui d 3, qđ si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmissis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, resecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatem anguli r 3 k, per 27. primi huius, & sequitur idẽ impossibile qđ prius, producta illa linea ad lineam r k. Restat ergo ut angulus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctũ r terminũ lineæ g r, angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto speculi quod est r, reflectentur ad se inuicẽ per 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctũ r, producatur quoq; linea e r ad lineã g m, concurret autem cum illa per 14. primi huius, sitq; punctus concursus q, erit ergo punctus q, imago formæ pũcti n, respectu uisus e, imaginem ergo superficiẽ existentem à linea m g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac superficie quæ sit perpendicularis super lineam g 3, & transeat in utramq; partem superficiei circuli a b d, sitq; linea t 3 p, & posito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli secundum quantitatẽ lineæ g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo istæ lineæ in superficie perpendiculari super superficiẽ a b d, per 2. undecimi, producãtur item lineæ g t & g p, ultra punctũ t & p, extra speculum, & super centrũ g, secundum longitudinẽ lineæ g q



iu

in superficie transeunte lineam m g f,secante circulum in qua sunt lineæ g t & g p,fiat arcus circuli,hic ergo iterum secabit duas lineas g t & g e productas,secet ergo lineam g t, in puncto f,& linea g p in puncto o,quia ergo superficies circuli a b d, est perpendicularis erecta super superficiem duarum linearum g t & g p,palam per diffinitionem,quoniam duo anguli e g f,& e g o erunt recti,linea ergo e g,erit erecta super superficiem g t p, ergo per 18.undecimi,erit utraq; superficierum quæ sunt e g f & e g o, perpendicularis super superficiem f g o,& utraq; istarum superficierũ facit in speculo circulũ magnũ cõparem circulo a b d,per 69.primi huius,punctum ergo circuli quod facit superficies e g f, quod est compar pũcto circuli a b d,scilicet,puncto k e,eundem habet situm respectu centri ipsius speculi quod est g,& respectu uisus qui est in puncto e, quem habet punctũ r,concurrunt ergo ex ipso secundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & c quod similiter accidit inter duo puncta e & p,& lineæ g t & g p sunt æquales per diffinitionem circuli,& similiter lineæ g f,g a,g o sunt æquales per diffinitionem circuli, & punctus q est imago puncti n,& punctus f,est imago puncti c,& punctus o,est imago puncti p,imago ergo arcus t n p,conuexi ex parte speculi est arcus f q o,concauus ex parte uisus,& punctus l est imago formæ puncti 3,& duo puncta f & o sunt imagines formarũ duorum punctorum c & p,imago ergo lineæ rectæ quæ est o & p,est linea curua transiens per tria puncta f l o,hæc autem linea f l o,est concaua ex parte uisus. Ducatur itaq; linea transiens per puncta f l o,& extrahatur linea e g,ad circumferentiam circuli a b d, in punctum h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h,sed alter duorũ suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d,& reliquus fuerit infra punctum h,& uisus fuerit in puncto e,& duæ lineæ p 3 t recta,& p n t conuexa,ex parte speculi fuerint in aliquo uisibili,tunc forma lineæ p 3 c rectæ apparebit concaua, scilicet f l o , & forma lineæ p n c,conuexæ respectu speculi erit concaua uisui occurrens, scilicet f q o, & forma lineæ p 3 t,unam tantũ habebit imaginẽ,& arcus p n c tantum unam. Item producatur linea b g,ultra punctum g,ad aliam partem periferiæ circuli ad punctũ i, & producatur lineæ e i & e 3,erit ergo ex præmissis,& per 4.primi,angulus b i e,æqualis angulo b i 3, ergo per 20.quinti huius,reflectetur forma puncti 3, ad uisum in punctũ e,à puncto speculi quod est i,& linea e i,secabit lineam f g,secet ergo in puncto u,eritq; punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto speculi quod est i, puncta ergo 4. quæ sunt m l u f, sunt loca imaginum formæ puncti 3.& si speculum excesserint duo pũcta a & d.& uisus fuerit in puncto e,& dursum aspicientis fuerit ex parte arcus m,& uisus comprehenderit totum arcum i d a,tunc punctum 3 uidebitur in quatuor locis, scilicet in punctis m l u f,& uidebũtur duo pũcta lineæ rectæ p 3 c,uel arcus p c in duobus punctis f & o, & sic linea recta p 3 c,habebit 4.imagines concauas,& una transit per puncta f m o, & secunda pertransit puncta f l o,tertia pertransit puncta f u o,& quarta pertransit puncta f fo, scilicet lineã f f o,in his tamẽ omnibus imaginibus semp cõcauitas imaginis respicit uisum,patet ergo propositũ. Patet ꝗq; ꝙ imaginis eiusdẽ lineæ rectæ,ut patet nũc in linea p 3 n,fiunt diuersæ curuitatis maioris & minoris,& fit principiũ formæ monstruosæ.

LVII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui,qui a a b g, cuius centrum d, & ducatur semidiameter d g,ut contingit,in qua situetur linea recta quæ sit o u, & sit punctũ o, remotius à centro speculi d & u propinquius illi,et super hanc semidiametrũ d g, ducatur perpendiculariter linea quæ sit d h,in cuius puncto h sit centrũ uisus,et sit linea h d super superficiẽ circuli a b g,sitq; linea h d,minor semidiametro circuli secundũ dispositionem lineæ h d,quæ assumpta fuit in 43.huius, ad cuius modum et cætera referuntur,reflectaturq; forma puncti o,quod est remotius à centro speculi ad uisum in punctũ h, à puncto speculi b,sitq; locus imaginis pũctus q,et producatur semidiameter d g in punctum q,ut sit linea d q,reflectaturq; forma puncti u,ad uisum existentem in pũcto h, à puncto speculi quod est f,& locus imaginis eius sit punctum n,& quia puncta o & u sunt in semi diametro

diametro d g erunt loca imaginum quæ sunt puncta q & n, in eadem semidiametri producta, quæ erit linea d u o, n q, sitq; quantitas linearum d q, d u d n, d o, illis omnino æqualis, quæ sunt assumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis super lineam d q, ut patet ex præmissis, est enim ipsa perpendicularis super superficiē circuli, estq; linea d h æqualis illi lineæ o h, quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q est rectus, eritq; cōmunis sectio superficiei planæ, in qua sunt lineæ h d & d q, & superficiei speculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius, est arcus ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines sunt in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, assumpto in 43 huius, & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formarū duorū punctorū, quæ sunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u, ducatur ergo à puncto o u, in superficie circuli a b g, recta perpendicularis super lineā d u, quæ sit z u e, & à centro d secundum longitudinem semidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus secabit lineam z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, secet ergo in punctis z & e, fiatq; arcus circuli secundum quantitatē lineæ d q, à centro d, & ducantur à centro speculi d, lineæ d z, d e, & producatur extra speculum ad arcum circuli descripti, à cētro d, secundum quantitatē semidiametri d q, & sint d e, d k, & ducatur linea t k, secetq; lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiem circuli, palàm per diffinitionem lineæ erectæ, quoniam uterq; angulus h d t, h d k, est rectus; & utraq; superficies h d t & h d k in superficie circuli speculi continet arcum interiacentem lineas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuū quilibet est æqualis arcui, qui est inter duas lineas h d & d q, & utraq; linearum d z & d e est æqualis lineæ d o, quoniam omnes sunt semidiametri eiusdem circuli, illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quod ex illis possibile est fieri reflexionē formarū duorū punctorū quæ sunt z & e, ab aliquibus punctis illorū arcuū, ut patet per 20. huius interiacent enim illi arcus semidiametros speculi, in quibus consistunt centrum uisus, quod est in puncto h, & puncta quorū formæ reflectuntur, quæ sunt e & z. Incidentq; formæ eorum illis punctis illorum arcuum, & reflectentur ad uisum in punctum h, secundum angulos æquales à duobus punctis speculi, & duæ lineæ d t & d k, sunt æquales lineæ d q, ergo punctum t est locus imaginis puncti z, & punctum k est locus imaginis puncti e, & quia lineæ d t, d q, d k, sunt æquales, & lineæ d z, d o, d e, æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d e ad d 3, sicut lineæ d q ad d o, & sicut lineæ k o ad lineam d e, sed per 43. huius, proportio lineæ d q ad lineam d e, est maior proportiōe lineæ d n ad lineam d u, ergo similiter proportio lineæ k d ad lineā d e, est maior, pportiōe lineæ n d ad lineam d u, & similiter proportio lineæ d t ad lineam d z. est maior proportione lineæ d n ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d, sunt æquales, & duæ lineæ d e & d k sunt æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d t ad lineam d z, sicut lineæ d k ad lineam d e, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ t z ad lineam z d, sicut lineæ k e ad lineā d e, ergo per 2. sexti, linea t k, est æquedistans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. sexti, & per 18. quinti, proportio lineæ l d ad lineam d u, sicut d k ad lineā d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, est maior proportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d est maior quàm linea n d, ergo punctus n est inter punctum l & u, sed punctum n est imago puncti u, & duo puncta t & k sunt imagines duorum punctorū z & e, ergo imago lineæ z u erectæ, est linea transiens per tria puncta t n k, linea uero pertransiens h e t puncta est conuexa, patet ergo quod imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc situ conuexa, & hoc est propositum.

LVIII.

In quibusdam situbus reflexione facta à speculis sphæricis concauis uisus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel conuexa.

Sit

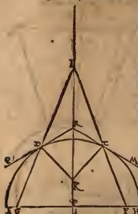
Sit dispositio omnino quæ in præcedēte, quia itaq; ut patet in pręmissa imago formæ puncti o, est punctum q, & imago formæ puncti 3, est punctum t, & imago formæ puncti e, est punctū k, erit ergo linea concaua respectu uisus, quæ est t q k, imago lineæ curuæ respectu uisus conuexæ cum respectu speculi, quæ est linea 3 o e, similiter quoq; si in linea 3 u signetur punctū m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra cētrum m secundū longitudinem semidiametri m u, describatur arcus parui circuli, qui sit r u f, hic ergo arcus secabit circulum 3 o e, in duobus pūctis per 10. tertij, sint illa duo puncta f & r, & ducantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur usq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f in punctū i, & linea d r in punctum p, superficies ergo duarū linearū h d & t p, secabit speculum secundū circulū, à cuius circumferentiæ puncto aliquo duci poterunt secundum angulos æquales, & æqualiter se habentes lineæ ad punctū h, in quo est centrum uisus, & ad punctū r, qui est punctus lineæ uisæ. & similiter superficies duarū linearū h d & d i, faciet in speculo circulū, à cuius circumferētia reflectētur ad uisum forma puncti f, arcus r u f, est ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti f i. & punctus n, est imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, est linea transiens per pūcta i p n, sed hæc linea i p n, est concaua respectu uisus, & arcus r u f, est concauus ex parte superficiei speculi, & conuexus ex parte uisus: Cum ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa, cum fuerit in aliquo uisibili, comprehendetur imago eius concaua, & linea 3 o e cōuexa, comprehenditur similter imaginis concauæ. Si ergo unaquæq; duarū linearū quæ sunt 3 o e & r n f, habuerit unā imaginem, erit forma illarum, imaginū secundum motum declaratum, & si aliqua ipsarū plures habuerit imagines, forte accidet diuersitas situs in illis imaginibus, ut supra diximus, patet ergo propositum. Palam itaq; ex his præmissis 5. theorematibus quod lineę rectæ imago in speculis sphæricis concauis, quandoq; comprehenditur recta, quādoq; conuexa, & quādoq; concaua, & imago lineæ conuexæ quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, forma ergo superficierum uisibilium comprehenduntur aliter q̃ sint in his speculis, nam lineæ rectæ non sunt nisi in superficiebus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc superficies plana comprehenditur conuexa uel concaua, cum itaq; uisus comprehendit lineas rectas conuexas uel cōcauas aliter q̃ sint, comprehendit superficies, in quibus sunt illæ lineæ aliter q̃ sint, & similiter est de lineis conuexis & concauis respectu illarum superficierum, & per hoc patet ratio & causa illorum multorum errorum, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.

LIX.

In concauis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa, unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit speculum sphæricum concauū, cuius communis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e u h, cuius diameter sit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendiculariter super superficiem speculi, palàm ergo per 72. primi huius, quoniā ipsa transit p̃ centrum speculi quod est punctum p, & producatur ultra speculū, sitq; a b l, secans diametrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, signentur duo puncta æqualiter distantia à centro p, quæ sint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æqualis, quæ angulos acutos contineant cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, si ex utraq; parte puncti b arcus æquales abscindantur parui, quorum chordæ sint minores q̃ lineæ g p & p f, qui sunt arcus d b t b, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ sunt g d & f c, & quia arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanet arcus t h & d e æquales eruntq; anguli portionis qui sunt g d e & f t b, inter se æquales per 43 primi huius, & à

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d q, & similiter à puncto t, ducatur linea circulum contingens quæ sit t m, producanturq; lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, sit concursus punctus r, & quoniã per 15. tertij, anguli contingentiæ qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis, qui sunt g d e & f t h sunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti angulo m t f, super punctum itaq; d terminum lineæ r d, constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23. primi, qui sit r d k, linea quoq; d k producta concurret cum linea a b, per 14. primi huius, sit concursus punctus k, & super punctum t, terminum lineæ r t, constituatur angulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k, concurrēt enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod est k, quia cum angulus r t k sit æqualis r d k per præmissa, & angulus k r t, sit æqualis angulo k r d per 59. primi huius, trigoni ergo d k r & t k r, sunt æquianguli per 33. primi, ergo per 4. sexti, latera illorũ trigonorum sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r, per 59. primi huius, erit ergo linea k r, æqualis sibijpsi, concurrent ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod est k, positis itaq; duobus oculis diuersorum uidentium in punctis g & f, & puncto rei uisæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroq; uisuum reflexa à duobus punctis speculi d & t, sed & idolum eius uidebitur unum & in eodem loco, producantur enim lineæ g d & f t extra circulum, concurrent itaq; ambæ cum diametro a b, producta per 14. primi huius, quiã anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmissis concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut supra patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r t l, æqualis angulo f t m, erit angulus r o l, æqualis angulo r t l. sed angulus t r b, est æqualis angulo b r o, per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, est æqualis angulo d r l, per 32. primi trigoni t r l & d r l sunt æquianguli, ergo cum linea t r sit æqualis lineæ r d, per 58. primi huius, erit per 4. sexti, linea t l, æqualis sibijpsi, & linea t l, æqualis lineæ d l in uno ergo puncto diametri a b l, concurrent lineæ t l & d l, & hoc est punctum l, patet ergo cum per 37. quinti huius, punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k, quod ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantũ occurrit imago, uisibus uero permutatis ad hoc situm plures occurrunt imagines, & hoc est propositum. Quandocunq; tamen aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquedistans fuerit catheto incidentiæ, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11. huius, & cum distant à se puncta reflexionis quæ sunt respectu amborum uisuum, apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non sit æquedistans catheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu quantum ab altero, uel sit modico differentia distantiæ, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus duæ adhuc imagines uidebuntur, alias autem ut plurimum locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicum distans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.

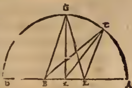


LX.

In uno diametro speculi sphærici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit speculum concauum sphæricum a t, g d, cuius centrum z. & diameter a d, sintq; duo oculi b & e, constituti in diametro a d, æqualiter distantes à centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur enim semidiameter z g, perpēdiculariter super diametrum a d, & ducātur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, est æquale

æquale lateri z b, ex hypothesi, & latus z g commune, anguli quoq; e z g, & b z g, sunt æquales, quia sunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z, æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b, reflectitur ad pūctum e, à puncto g, speculi, & econuerso per 20. quinti huius, sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b, ad punctum e reflecti, sit enim ut fuerit hic datum esse possibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctū e, à puncto alio speculi, quām sit t, & ducantur lineæ b t, t z, linea ergo t z, diuidit angulum b t e, per duo æqualia per 20. quinti huius, erit ergo per 3. sexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e, sicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t est maior quām linea b g, per 7. tertij, linea uero b g, est æqualis lineæ e g, ut patet superius, linea uero e g, est maior quām linea t e, per 7. tertij, erit ergo linea b t, maior quām linea e t, ergo linea b z, maior erit quām linea e z, quod est contra hypothesim & impossibile, & eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e, ab alio speculi puncto quām à puncto g, non ergo uidebit oculus b, oculum e, ideo quia linea reflexionis, quæ est b g, non concurrit cū katheto e z, ducto à puncto e, per centrum speculi z in puncto b, & linea reflexionis, quæ est e g, non concurrit cū katheto b z, nisi in puncto e: locus itaq; imaginis e, est punctus b, sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b, nō comprehenditur aliqua distantia, quæ sit tam diuersitatis inter illos uisus, non ergo unius uisus percipiet formam alterius in se

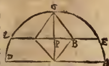


ipso existente, sed æstimabit formam propriam se uidere, non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit, & hoc est propositum, aliæ tamen partes corporis circumstantes centrum uisus potuerunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt, siue ille concursus sit in superficie uisus, uel in alijs punctis quibuscunq;, & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.

LXI.

Si linea à puncto medio semidiametri super diametrum speculi sphærici concaui perpendiculariter erectæ ducta æquedistanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter distantes à centro speculi, imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit speculum sphæricum concauum a g d, cuius centrum k, & diametros a d, ducaturq; semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, & à medio puncto semidiametri k g, ducatur linea æquedistans diametro a d, & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes à centro k, dico quod amborum oculorum una tantum imago in uno scilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p, quod sit medius punctus lineæ k g, per 10. primi ducatur linea æquedistans diametro a d, per 31. primi, quæ sit e 3, & sint in illa perpendiculari e 3, positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes à centro k, & à linea k g, erunt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, linea p g existente communi ambobus trigonis b p g & t p g, cum anguli b p g & t p g sint recti, erit angulus b g p æqualis angulo t g p, reflectetur ergo forma puncti b, ad punctum t, à puncto speculi g, & econuerso, & quia linea k p est æqualis lineæ p g, quoniam punctus p, est medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p, sunt æquales, angulus quoq; k p t est æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p, est æqualis angulo b g p, ergo per 27. primi, linea t k æquedistat lineæ b g, sed linea t k est kathetus puncti t, & linea b g est linea reflexionis, nunquām ergo concurrent per 11. huius, non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b, neq; econuerso per eandem rationem nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis, linea enim b g, quæ est linea reflexionis formæ puncti t, ad uisum b, non concurrat cum katheto incidentiæ formæ pūcti



t, quę est linea t k, quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis, imago ergo amborum oculorum erit tantum una, & sic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uisibus retrq uisus, quia ad illam partem kateti incidentiæ cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet inuenti. Si enim lineæ b k & t g, cadent inter lineas concurrentes tunc & ipsæ concurrēt, quod est impossibile, cum sint æquedistantes, concurrent ergo retro ambos uisus illæ lineæ, ergo per 37, quinti huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturæ cyclopi, eritq; oculus ultra faciem prominens, quoniam non uidetur nisi in pūcto reflexionis per 11. huius, patet ergo propositum.

LXII.

Sit à puncto propinquiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquedistans diametro producatur in illa uisus in æquedistantia à centro speculi positi retro se apparebunt dextra pars dextra, & sinistra sinistra, idolum maius facie, & imago plus distabit à uisu quàm facies uidentis à superficie speculi.

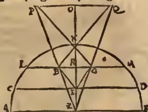
Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui circulus a g d, cuius diameter sit a d, & ducatur semidiameter k g, perpendiculariter super diametrū a d, cuius semidiameter k g, medius punctus sit p, sintq; centra amborum uisuum puncta b & t, si ergo ab aliquo puncto lineæ p k, quæ sit n, ducatur linea æquedistanter diametro a d, quæ sit l m, & uisus b & t, positi in linea l m, æqualiter distent à puncto n, uel à cētro speculi quod est k, dico quod accidet, ut proponitur, ducantur enim lineæ b g, t g, b k, t k, eruntq; ex hypothesi per 4. primi, anguli b g n, & t g n æquales, ergo à puncto g, reflectentur uisus ad inuicem mutuo per 20. quinti huius, sed linea n g est maior quàm linea n k, resecetur ergo per 3. primi, linea n g ad æqualitatem lineæ n k, in puncto q, & ducatur linea b q, erit ergo per 4. primi, angulus b q n, æqualis angulo t k n, sed angulus b k n est maior angulo b g q, per 16. primi, ergo angulus t k n est maior angulo b g k, ergo per 14. primi huius, lineæ t k & g b, concurrent retro uisum b, concurrant ergo in puncto f, est autem linea t h kathetus puncti t, & linea g b, linea reflexionis, uidebitur ergo forma puncti g, retro uisum b, & similiter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uisum t, quia lineæ b k & g t concurrent ut præostensum est per 14. primi huius, sit ut concurrant in puncto x, & ducatur linea f x, & quoniam linea f x, est maior quàm linea b t, ideo quod in triangulo f g t, angulus f t g, ut patet ex præmissis, est æqualis angulo x b g trigoni x b g. & angulus f g x communis, erunt ergo per 32. primi, trianguli illi f t g & x b g, æquianguli, est ergo per 4. sexti, proportio lineę x g ad lineam g f, sicut lineæ b g ad lineam g t, sed linea b g, est æqualis lineæ g t, ergo linea x g, est æqualis lineæ g f, & linea x b, æqualis lineæ f t, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ x g ad lineam g t, sicut lineæ f g ad lineam g b, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ x t ad lineam t g, sicut lineæ g d ad lineam b g, in trigono g x, ergo per 2. sexti, linea h t æquedistat lineæ f x, est igitur per 4. sexti, proportio lineæ f x ad lineam b c, sicut lineæ x g ad lineam g c, sed linea x g maior est quàm linea g c, ergo linea f x maior est quàm linea b c, imago erit ergo facie maior quàm linea f x, quæ est diameter

metet imaginis,& linea b c pars diametri faciei, scilicet linea continens distantiam oculorum, quia itaq; in trigono f u g, linea b n æquedistat basi f u, patet per secundam sexti, quia est proportio lineæ u n ad lineam n g, sicut lineæ f u ad lineā b n, sed linea f u est maior quàm linea b n per 4. sexti, quoniam linea f g est maior quàm linea b g, erit ergo linea u n maior quàm linea n g, sed linea u n est distantia imaginis à uisu,& linea n g est distantia uisus à speculi superficie, patet ergo propositum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum producta linea æquedistans diametro producatur uisibus æquedistanter à centro speculi in linea illa positis dextra apparent sinistra,& sinistra dextra,& imago uidentis maior facie, maiorq; erit distantia imaginis à speculo quam faciei uidentis.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius superficiei,& superficiei reflexionis cōmunis sectio sit circulus a k f, cuius centrum z,& diameter a f,& à centro z, ducatur perpendicularis super diametrū a f, semidiameter z h, quæ diuidatur per æqualia in puncto e,& à puncto e ducatur æquedistans diametro a f, linea c d, diuidatur quoq; linea e k in puncto n,& à puncto n, lineæ e k, ducatur linea æquedistans lineæ a f, quæ sit l m, in hac itaq; linea l m, ponantur uisus æqualiter distantes à centro z, dico quod uerum est quod proponitur. Sint enim uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur, erit ergo ut in præmissa propositiōe anguli b k n & g k n æquales, per 4. primi, reflectentur ergo uisus b & g, ad se inuicem mutuo à puncto k, sed linea n z maior est quàm linea n k, resecetur ergo linea n z ad æqualitatē lineæ n k, per 3. primi,& sit n e æqualis n k, ducantur quoq; lineæ l e & g e,& erit per 4. primi, angulus b e n æqualis angulo b k n, sed angulus b e n, per 16. primi, est maior angulo b z e, ergo angulus b k z maior est angulo b z k, ergo maior est angulo b z g, ergo per 14. primi huius, lineæ b k & z g cōcurrent, sit cōcursus punctus q, sed & per eandem lineæ g k & z b, concurrent, sit concursus punctus p, cum itaq; linea g k, sit linea reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi k,& linea z b, sit kathetus incidentiæ, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p imago formæ puncti b,& similiter erit punctus q imago formæ puncti g, ducatur ergo linea p q,& hoc erit imago lineæ b g uidebitur ergo dextrum sinistrum,& sinistrum dextrum, propter intersectionen linearū reflexiōis b q & g p, ut patet per 53, huius, itē p 4. primi, linea z b est æqualis lineæ z g, ergo p 5. primi, angulus z b n est æqualis angulo z g n,& angulus p b g est æq̄lis angulo q g b, sed angulus n b k ęq̄lis est angulo n g k, relinqtur ergo angulus k b p æq̄lis angulo k g q, sed angulus b k p est æqualis angulo g k q, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni b k p & g k q sunt æquianguli, sunt ergo anguli b p k & g q k æquales,& quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmissis sunt æquales, ergo per 32, primi, trigoni p b g & q g b sunt æqanguli, ergo per 4. sexti, erit ꝓportio lineæ b p ad lineā g q, sicut lineæ b g ad seipsam erit ergo linea b p æqualis lineæ g q, erit ergo linea z p æq̄lis lineę z q, q̄ est ergo ꝓportio lineę p z ad lineā z b, ea dē est lineę q z ad lineā z g, ergo p 17. qnti,& p 2. sexti, linea b g æq̄distat lineæ p q, ergo p 29. primi, trigoni p z q & b z g sunt æqanguli, erit ergo p 4. sexti, ꝓportio lineæ p z ad lineam z b, sicut lineæ b q ad lineā b g, sed linea p z est maior quàm linea b z, ergo linea p q est maior quàm linea b g, est ergo idolum maius re uisa, Item linea z k ꝓducta secet



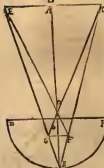
Ll 3 lineam

lineam p q per 29. primi huius, secat enim angulum p z q, secet ergo ipsum in puncto o, erit ergo per præmissa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k trigoni k g n, sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni p k o & g n k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n, est autem ut patet ex præmissis, linea b n æqualis lineæ g n, sed linea p o est maior quàm linea b n, ideo quod tota linea p q est maior quàm linea b g, & linea p o est medietas lineæ p q, sicut linea b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p sint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o sunt æquales, per 15. primi, & per præmissa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o, si ergo linea p o est maior quàm linea b n, patet quod linea o k est maior quàm linea k n, & linea o k est distantia imaginis sub speculo, & linea n k est distantia rei reflexæ à superficie speculi, palam ergo propositum.

LXIIII.

Circa diametrum speculi sphærici concaui extra speculum productæ ambobus positis oculis secundum æqualem distantia à diametro, & centro speculi, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus d b k, cuius cẽtrum o, & diameter d k, orthogonaliter super diametrum d k, producatur diameter b o a, extra speculum, sintq; duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpẽdicularis super lineam b a, & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipso diametro b a, & à puncto a, erit ergo linea e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo per 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uisus ambo e & c, ad se inuicem reflectuntur à puncto b, producatur itaq; linea à puncto e ad centrum o, hæc ergo producta concurret cum linea c b, per 29. primi huius, sit concursus punctus f, & similiter à puncto c, ducatur linea per centrum o, concurrens cum linea e k in pũcto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in puncto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra sinistra, & sinistra dextra, sed & per 5. primi angulus b e c est æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e, & b c sunt æquales, sed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o cõmune, anguli quæ c a o, & e a o sint æquales, quia recti erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c e g sunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e g ad lineã e f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam, sunt ergo lineæ e g & c f æqules, & lineæ e f & c g æquales: Sed totalis linea b e est æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur linea b g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis est angulo b f g, sed illi anguli cum angulo g b f, ualent duos rectos, per 32. primi, sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c, sed linea b g est minor quàm linea b e, ergo linea g f, est minor quàm linea e c, imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta, apparet autem inter oculos & speculi superficiem, quoniam linea g f, quæ est diameter imaginis, cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi, palam ergo propositum.

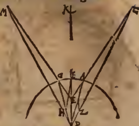


LXV.

Imagines rerum retro specula sphærica concaua apparentes motis rebus quarum sunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in speculo sphærico concauo circulus a b g, cuius centrum sit d, & sit centrum uisus punctum e, sintq; duo puncta rei uisæ ex utraq; parte puncti e, quæ sint 3 & h, ducanturq; duo katheti incidentiæ, quæ sint d 3 c & d h k, reflectaturq; forma puncti 3, ad uisum

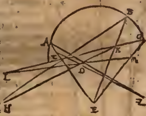
sum e, à puncto speculi a, & forma pũcti h, à puncto speculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ sint a e & b e, concurratq; linea a e, cum katheto d 3 in puncto c, & linea e b, cũ katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginum intra speculum, ita quod punctum c, sit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus sentiuntur, & res quarum sunt illæ imagines, transferatur itaq; punctus rei uisæ, qui est h, ad punctum l, & reflectatur ad uisum e, à puncto g & ducatur kathetus d l, concurrens cum linea reflexionis quæ est e g, in puncto m, eritq; locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipsum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata est ipsa res, cuius in puncto m, est imago, quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint super uisum erunt loca imaginum quæ sunt k & m, super uisum, & apparebunt supra res, quarum sunt formæ, & si puncta h & l, fuerint à dextris ipsis uisus, & loca imaginum suarum quæ sunt k & m, erunt à dextris, sed non putabuntur esse dextra, ut patet supra per 51. huius, quoniam propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, patet itaq; propositum.



LXVI.

Imagines rerum inter specula sphærica concaua & uisus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphærici concaui circulus a b g cuius centrum sit punctus d, sitq; centrum uisus e, citra centrum speculi quod est d, & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ, quæ sint z & h, quæ reflectantur ad uisum, à duobus punctis a & b, sintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturq; katheti incidentiæ z d e & h d k, secantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum c puncti z, & k puncti h, uidebuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs quàm sint res ipsæ, per 49. huius, quod si punctus h, rei uisæ transferatur ad pũctum l, & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e, ducaturq; linea reflexionis, quæ sit e g, & kathetus l d m, secans lineam reflexionis, quæ est e g in puncto m, eritq; per 37. quinti huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaq; puncti h, quæ est k, erit translata ad partem diuersam illi ad quam res uera translata est, & si punctus h & l, fuerint sursum mota supra uisum, tunc imagines ipsorum quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum, & si puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uisus, formæ imaginũ uidebuntur moueri ad sinistram, & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus, patet ergo propositum.



LXVII.

Per specula sphærica concaua quot libuerit possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat dispositio, quæ in planis & conuexis sphæricis speculis, & sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ sit b, & secundũ distantiam centri uisus quod est a, & à puncto rei uisæ quod est b, describatur poligonium æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit, sitq; exempli causa pentagoniũ, quod sit a b g d e, fiatq; circulus circumscribens illud poligonium pentagonium per 12. quarti, & sup illius pentagonij angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circunscribentis poligoniũ productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphærica concaua, quæ sint partes eiusdem sphæræ & æquales proportiones, patet itaq; quoniã superficies

plana

plana, pentagoni a b g d e, secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69. primi huius, unus itaque arcus unius illorũ circulorũ sit z g c, ducanturque lineæ cõtingentes quẽlibet illorũ arcuũ in punctis g d e, contingatque arcũ z g c, in puncto g, linea l k, quia itaque per 43. primi huius, angulus portionis, qui est b g z, est æqualis angulo d g c, anguli quoque contingentiæ, qui sunt b g z & l g c sunt æquales, palàm ergo per 20. quinti huius, quoniam fit reflexio formæ puncti b, à puncto speculi g, ad punctũ speculi alterius quod est d, & similiter per eandem demõstrationem fiet reflexio à puncto d, ad punctum speculi alterius quod est e, & à puncto e, ad centrum uisus quod est a, palàm ergo propositum, & sic quotcunque fuerint anguli poligonij, tot assumantur specula, semper accidet illud quod præmissum est.

LXVIII.

A speculis sphæricis concauis soli oppositis ignem possibile est accendi.

Esto speculum sphæricum concauum soli oppositum, in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c, sitque ut superficies plana secans speculum, sed hũc circulum secet etiam corpus solis transcentrum, ergo per 69. primi huius, communis sectio illius superficiei planæ & solis, erit circulus magnus qui sit d e z, & ab aliquo pũcto illius circuli solaris, ut à puncto d, ducatur linea secundũ quam præcedens radius ad centrũ speculi quod est c, incidat in punctum speculi quod sit g, & à pũcto circuli solis quod sit e procedens radius ad centrum speculi quod est c, incidat in pũctum speculi b, & à puncto solis quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctũ speculi a, quia ergo omnes radij transeũtes per centrũ c, sunt perpẽdiculares super superficiẽ speculi a b g, p 72. primi huius, patet per 21. quinti huius, q̃niã oẽs reflectũtur in seipsos, cõcurrãt ergo tã incidentes quàm reflexiones in pũcto c, quod est centrũ speculi, omnes enim illi radij sunt diametri ipsius speculi, & omnes anguli semicirculi sunt æquales, per 43. primi huius. Reflexio aũt omnis fit secũdum angulos æquales, ut patet per 20. quinti huius, quicunque itaque radiorum solarium pertransierunt per centrum speculi quod est c, & peruenerint ad quæcũque puncta superficiei speculi, illi omnes reflectuntur in seipsos, & concurrent in centro ipsius radij, non æquedistantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi, qui est e b, hic ergo ut præmissum est transibit centrum speculi quod est c, & reflectitur in seipsum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius æquedistans qui sit l n, & alius qui o f, sitque arcus n b inæqualis arcui b f, seceturque linea l n, circulum a b g, in puncto y, & in arcu y n signetur punctum k, & ducatur linea c n, quia itaque angulus l n k, est maior angulo c n k, ut pars suo toto, patet quod angulus l n k, est minor angulo c n b, quoniam anguli c n b & c n k, sunt æquales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in pũctum c, fiat itaque angulus b n f, æqualis l n k, cadetque punctum f, citra punctum c, in punctum aliquod semidiametri c b, & in corpore solari continuetur linea e l, si itaque quadrangulum n f e l, fixo permanente suo latere e f, imaginetur moueri quousque linea l n, incidat ad locum, unde exiuit, tũc punctus n, motu suo describet quendam circulum in superficie speculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet æqualis, ergo angulus l n k, est æqualis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, similiter quoque si à puncto solis quod est o, ducatur per 31. primi, radius æquedistans radio perpendiculari qui est e b, & sit ille radius æquedistans o f secans circulum a b g, in puncto x, & in arcu x f, signetur punctum q, in linea n f producta

ducta,sicq; ut perpẽdicularis e b secet circulũ a b g in puncto p, & sit arcus b s minor ar cu n b,ergo & arcus x p qui est æqualis arcui b s,per 53.primi huius,minor est arcui p y æqualis b n,ergo arcus x q s,remanet maior arcu y k n,ergo per 43. primi huius,angulus x s q est maior angulo y n k,radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod punctũ lineæ f c,quod sit h,portio enim circuli y k n,quæ est æqualis portioni n b q,est minor portione x q s,quæ est æqualis portioni s b h,copulentur quoq; lineæ o e,si itaq; fixo latere e h,quadrangulum o e h s,intelligatur moueri quousq; linea o s,redeat ad locum unde exiuit, tunc pũctum s motu suo describet in superficie speculi circulum à cuius totali periferia, fiet reflexio ad punctũ diametri speculi qui est h, & similiter de quibuscunq; alijs radijs incidentibus superficiei speculi æquedistanter radio e b,semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum à periferiã unius circuli totius speculi ad unum punctũ diametri ipsius speculi, & lineæ radiales ꝓpinquiores diametro reflectuntur ad punctũ propinquius centro c,& lineæ radiales remotiores diametro,& æque distantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod est c: in quocunq; autẽ illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile,per radios reflexos incendet, sed quia radij sunt pauci & debiles,oportet ut combustibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat,patet ergo propositum, & hoc speculũ quantum ad actum combustionis efficatius est speculo composito ex planis speculis,de quo locuti sumus in fine quinti libri huius sciẽtiæ, posset quoq; per diligentiã artificis aliquod speculũ ex plu ribus huiusmodi speculis cõponi,qđ esset maioris efficaciæ ad comburendũ,hoc autem relinquimus industriæ ꝑquirentis,q̃a sufficit nobis in ꝓpositũ,hoc modo demonstratũ.

LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



IN præmisso libro passiones speculorũ sphæricorum cõcauorum ꝓ nostro posse pertractauimus,superest nũc ut speculorũ columnariũ & pyramidaliũ concauorum proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium præmissorum speculorũ proprietates concurrunt, planorũ quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi fit reflexio, columnarium quoq; & pyramidalium conuexorum plurimæ passiones in hæc concaua specula descendũt,q̃m istorũ & illorũ cõformis est generatio secundũ figuras, à q̃bus in utrisq; prouenit quædam conformitas passionũ,nisi quod hinc & inde secundũ naturã cõuexi & concaui passiones quodãmodo secundũ sitũ contrarie disponuntur, ex quo accidit,ut quandoq; lineæ reflexæ in conuexis speculis fiat locus imaginis in concauis,& econuerso,& ob hæc eadem principia in his speculis & in illis sunt (præmissis figuris) cõformiter assumenda. Sic itaq; omnium speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiæ possibilitatem passionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua specula figurarũ irregularium & compositarũ mentem conuertimus, uidentesq; quod antiquorũ Geometrarum diligentia & solicitudo circa speculorũ cõburentiũ, aliquorum totali superficie ad unum punctũ naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarũ incidentium plurimũ est uersata,ut circa rem scientiæ Geometriæ plurimam subtilitatẽ re bus naturalibus applicantem,actionem quoq; naturaliũ formarum accelerantem in ꝓductione effectuũ mirandorũ,huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam sicut ad finem nobilissimum omne quod de natura quorumlibet speculorum præmisimus aliqualiter ordinatur. Ex præmissis uero libris satis patet, quod figura talium speculorũ comburentium in una superficierum planarũ, ut patet per ultimã 5. huius,nõ est possibilis,sicut nec ab aliqua una superficierum cõuexarum quacũq;, siue illa conuexa superficies fuerit sphærica,ut patet per ultimã 6. huius,siue fuerit colũnaris uel pyramidalis, ut patet ꝑ penultimã 7. huius,possibile est radios aliquos aggre-

 gati

gari ad punctum unū mathematicū uel etiā naturalem, à concauis quoq; speculis sphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à periferia unius tantū circuli, & à tota superficie unius hemisphærij ad totam semidiametrū siue axem speculi, ut ostensum est per ultimam 8. huius. Non fit aūt omniū radiorum æquedistanter axe speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctū unum. Sed neq; ab aliqua superficierū speculorum columnariū uel pyramidalium concauorū est hoc possibile fieri, prout infra in præsenti libro demonstrabimus. Restat ergo ut superficies alias huic nostro proposito competentes cum demonstrationis diligentia perquiramus, quoniam illud quod ex plurium speculorum regulariū compositione ad hunc effectum possibile prius fore diximus, unius superficiei à qua totali ad unū punctum fiat reflexio certitudinem nō attingit, neq; ad illorum peruenit cōmoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarū. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibusq; speculis, & in ipsis comburentibus speculis supponimus principia quæ in libris præcedentibus sunt præmissa, ut patet in 7. & 8. libro huius scientiæ, quæ uero ex præsuppositis principijs & conclusionibus demonstranda de his speculis prænominatis uidimus sunt ista.

THEOREMA I.

In speculis columnaribus concauis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quādoq; est linea longitudinis speculi, quādoq; circulus, quandoq; oxigonia sectio.

Quod hic ꝓponitur, patet ex præmissis in libro septimo istius de speculis columnaribus cōuexis, & quia speculum columnare cōcauum non minus participat formā & ꝓprietatem columnæ quàm cōuexum, patet quod proposita passio eodem penitus modo demōstranda est de speculis colūnaribus concauis ut de columnaribus cōuexis, patet ergo propositū, nec eñ necessarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cōmunis illa sectio linea longitudinis speculi, erunt modi reflectionū & loca imaginū sicut in speculis planis. quando uero illa sectio cōmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionū sicut in speculis sphæricis concauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra speculū, quandoq; in ipsa supꝰficie speculi, quādoq; inter uisum & speculū, quādoq; in ipsa superficie uisus, & omnium istorum idem est demonstrandi modus qui in illis sphæricis cōcauis speculis patuit per undecimam octaui huius.

II.

In speculis pyramidalibus concauis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi, lineā longitudinis speculi aut sectionem oxigoniam possibile est esse, circulum uero impossibile.

Passiones ꝓpositæ de præsentibus speculis eodē penitus modo demonstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus conuexis sunt ostensæ per diuersas propositiones 7. huius, patet ergo propositum, & quando communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflectionum & loca imaginum, quæ & in speculis planis ostensa sunt per 49. quinti huius.

III.

In omni superficie reflexiōis à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uisus & punctum rei uisæ, punctum reflexionis, & punctū axis in quē cadit perpendicularis ducta à pūcto reflexionis super superficiē speculum in puncto reflexionis contingentem cōsistere est necesse.

Sit speculum columnare concauum cuius axis sit a b, sitq; centrū uisus c, & pūctum rei uisæ d, reflectaturq; forma puncti rei uisæ quod est d ad uisum c, in puncto speculi e, & in pūcto e cōtingat superficiē speculi superficies plana, super quam superficiē à puncto e, ducatur linea perpendicularis p 12. undecimi, q̃ secet lineā a b axem speculi in puncto f, & sit linea e f, dico quod pūcta c d, e f, necessario erunt semꝑ in eadem supꝰficie reflexionis

xionis,aut em hæc superficies reflexionis æquedistabit basibus colūnæ aut non,si sic,patet per 100.primi huius,quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ,& linea ducta à puncto reflexionis quod est e,transiens per centrum illius circuli est perpendicularis super superficiem colūnæ, ut patet per 96.& per 100.primi huius,& si centrum uisus quod est c,& punctum rei uisæ quod est d,fuerit in illa linea, fiet reflexio formarū punctorum uisorum tantū secundum illam lineam per 21. quinti huius,eruntq; illa quatuor puncta q̄ sunt c d e f,omnia in superficie reflexionis , quod sit centrum uisus uel pūctum rei uisæ,dum fuerit in hac linea perpendiculari, semper tamē linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b,p 96. primi huius,& linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum,quoniam cadet inter perpēdicularem e f,& inter lineā circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi in puncto e contingentem,& quoniā hæc linea reflexionis cadit semper intra speculum,quia secundum sui partem qua incidit speculo necessario cadet inter superficies planas per centrum uisūs ductas, portionē apparentem speculi cōtingentes,& qm̄ per 20.quinti huius,semp angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis,patet quod si unus illorum punctorū est in superficie reflexionis quod & reliquus,quia em̄ angulus d e f erit æqualis angulo f e c,cadēt hij anguli ex diuersis partibus perpendicularis lineæ quæ est e f ultra speculum,in eadem itaq; superficie cadent omnia pūcta c d e f, & eodem modo demonstrandū est à quocunq; puncto circuli, qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi,fiat reflexio, semper enim illa quatuor puncta erunt in superficie reflexionis,quod si cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea longitudinis speculi,tūc iterū à quocūq; puncto illius lineæ fiat reflexio,semp ꝓposita quatuor pūcta erūt in sup̄ficie reflexionis,ut patet p 27. quinti huius. Similiter quoq; patet idem si cōmunis sectio sup̄ficiei reflexiōis & horū speculoꝝ fuerit sectio oxigonia,qm̄ illa sectio secabit speculū trans axem p 103,primi huius,& linea à pūcto reflexionis ꝑpendiculariter ducta super sup̄ficiē speculi in pūcto reflexionis cōtingentē, semp cadet in axe,ut hæc in speculis colūnaribus et pyramidalibus cōuexis sunt amplius declarata: est ille modus demonstrandi uniuocus & in istis speculis. Quod si speculum ꝓpositum fuerit pyramidale concauū, tūc ut supra ostensum est p p̄missam impossibile est cōmunē sectionē sup̄ficiei reflexionis & superficiei speculi circulū esse, q̄ sectio si fuerit linea longitudinis uel sectio oxigonia , tūc eadem erit declaratio q̄d quatuor p̄dicta pūcta c d e f, consistūt in superficie reflexiōis, quæ prius in speculis colūnaribus cōcauis,patet ergo illud q̄d ꝓponebaẗ. IIII.

Centro uisūs existente intra speculū columnare uel pyramidale cōcauum à quolibet puncto speculi fiet reflexio ad uisum.

Sit speculū colūnare cōcauū,cuius axis sit a b,& sit cētrū uisus c,sitq; pūctū c, intra speculū, dico q̄d ab om̄i pūcto speculi fiet reflexio ad uisū. Siue em̄ cōmunis sectio sup̄ficiei reflexionis & huius speculi fuerit linea longitudinis colūnæ speculi,ut cū sup̄ficies reflexionis secat superficiē speculi secūdū axis lōgitudinē,ut patet p 93.primi huius, siue fuerit circulus æquedistās basibus colūnæ ipsius speculi,siue fuerit sectio oxigonia,semp patet p præmissam q̄d pūctus reflexionis & cētrū circuli siue pūctus axis in quē cadit perpendicularis ducta à pūcto reflexionis sup sup̄ficiem speculi sunt in eadē sup̄ficie. Est ergo semp possibile ut ab illo pūcto fiat reflexio ad uisum,qm̄ in cōcauitate taliū speculoꝝ non est corpus aliq̄d densum resistēs multiplicationi formaꝝ p mediū, à quolibet pūcto ergo superficiei taliū speculoꝝ fiet formarū reflexio ad uisum. Idē quoq; patet in speculis pyramidalibus cōcauis,qm̄ centrū uisus semp est intra talia specula,nō refert à quocunq; pūcto superficiei speculi fiat reflexio, qm̄ semp possibile erit formā ad uisum peruenire, nisi forte densitas occipitis in quibusdā situbus impediat reflexionē, patet ergo ꝓpositū

positum, resumpta figuratione præmissæ, positoq́ puncto c, intra superficiem speculi in linea c e, quicunq́ eius punctus in utroq́ speculorū fuerit datus, sit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis super superficiem planam in illo puncto speculum cōtingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem speculi per 96. primi huius, sic ut cadat in punctum f, & super punctū e, tantū lineæ e f, fiat p 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uisum in pūcto c, existentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

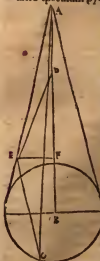
V.

Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum.

Esto speculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis sit a b, & sit centrū uisus punctum c, sitq́ extra speculum, dico quod à maiore parte superficiei concauæ speculi fiet reflexio ad uisum: imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidalem à uisu ꝑductæ ad speculum, palamq́ per primā septimi huius, quoniam solum pars superficiei speculi interiacens illas superficies contingentes est illa, à qua speculo existente conuexo fit reflexio ad uisum. Est autem illa pars minor pars superficiei speculi, ut patet de speculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaq́ illa parte remanet maior pars superficiei speculi, fit autem à tota illa superficie reflexio ad uisum, quoniam omnis linea ducta sub lineis contingentibus speculum in aliqua illarum superficierum producta secat superficiem speculi p 4. septimi huius, secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum, patet ergo propositū.

VI.

Speculo pyramidali concauo integro existente oppositoq́ ipso uisui ex parte suæ basis existenti nullius puncti forma uidebitur nisi intra speculum existentis.



Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit a b, sitq́ eius conica superficies tota integra, basis uero eius quæ est superficies plana sit submota ab ipso speculo, sitq́ centrum uisus c, ex parte basis submotæ, dico quod uisus non percipiet formam alicuius puncti rei uisæ nisi illius quæ fuerit inter ipsum speculum. Si enim centrum uisus c, in aliqua consistat linea longitudinis speculi, fiatq́ reflexio ab illa linea longitudinis ad uisum, tūc patet, quia punctum rei uisæ oportebit consistere intra speculum, quoniam ex hypothesi centrū uisus est ex parte basis speculi, oportebitq́ punctum rei uisæ in eadem linea lōgitudinis existere, aliàs enim non fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum, quod si centrum uisus c, sit sub aliqua linearum longitudinis speculi, tunc adhuc patet propositum, quoniam enim omnis perpendicularis ducta à quocūq́ puncto reflexionis quæ fieri possit ad uisum c, in hoc situ, tenet angulū acutū cum linea reflexiōis, patet per 33. quinti huius, cum semper fiat reflexio ex parte anguli maioris, qđ semꝑ fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis speculi, oportet ergo de necessitate, ut pūcta rei uisæ quorū formæ reflectuntur ad uisum à quibuscunq́ punctis superficiei totius speculi semper sint intra ipsum speculum, patet ergo propositū. Si uero auferatur à speculo tali portio aliqua secundum longitudinem speculi, tunc poterit comprehendi exteriora quæ sunt extra speculū, qm̄ patebūt liberi introitus lineis incidentiæ formarū extrinsecarū quæ reflectūtur ad uisum. Similiter quoq́ accidit si secet̄ pyramis speculi ad modū annuli secundū aliquē circulū æquedistantē basi, uel etiā secundū oxigoniā sectionē taliter, ut auferat̄ uertex pyramidis speculi, tunc em̄ inciden-

incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi quàm si fuerit ex parte suæ basis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocunq; puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Esto ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, ab eius quoq; puncto e, reflectatur ad uisum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti q̃ d, ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflecti, ducatur enim à puncto reflexionis quæ est e, linea perpendicularis super superficiem speculũ in puncto e contingentem, quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f, palam itaq; per 3. huius, qm̃ puncta c d e f, sunt in eadem superficie, & qm̃ una sola linea recta à centro uisus quod est e, ducibilis est ad punctũ reflexionis qd' est e, patet quod angulus s e f, non potest uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, est æq̃lis angulo t e f, linea ergo e d est tm̃ unica linea, cuius alteri9 pũcti forma potest reflecti ad uisum c, sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflectet̃, cũ em̃ aliqua linea incidẽtiæ peruenit ad aliquod punctũ corporis, non potest forma alterius puncti per illam lineã incidere speculo, qm̃ punctus altior occultat posteriorẽ, nec præstat transitũ formæ illius, patet ergo ꝓpositũ, qm̃ in his speculis à q̃cũq; puncto facta reflexione forma unius pũcti nõ potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum, sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duoꝝ punctoꝝ formæ comprehendi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersoꝝ punctorum, qm̃ ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularẽ e f, se secantes, in quarum quælibet ex utraq; parte perpẽdicularis e f, sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet aũt illud quod hic proponitur satis patuit per 29, quinti huius, hic tamẽ idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic ꝓpositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tantũ puncto fit reflexio, & una tm̃ occurrit uisui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea em̃ recta est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde, unicus ergo tm̃ est punctus reflexionis, unica tm̃ ergo uidebit̃ imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis, eritq; per 49. quinti huius, distantia imaginis sub speculo æqualis distantiæ rei uisæ super speculum, patet ergo propositum.

IX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

Sit speculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, sitq; centrũ uisus c, & punctũ rei uisæ sit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxigonia, dico quod forma puncti d, ad centrũ uisus c, à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam em̃ ostendimus supra per 22. septimi huius, quod à speculis columnaribus conuexis ab uno tm̃ puncto sectionis oxigoniæ, sit formæ eiusdẽ puncti reflexio ad uisum eundem, & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantiæ oculoꝝ, quod à duobus punctis sectionis oxigoniæ potest

teſt fieri reflexio ad uiſum, aliàs em̄ latebunt uiſum puncta reflexionis ſe reſpicientia. ſ. illa per quæ tranſit circulus columnæ ductus per punctũ reflexionis æquediſtanter baſibus, unde uiſo uno illorũ punctorũ alius punctus latebit propter minoris portionis colũnæ ipſius apparentiam. In his uero ſpeculis columnaribus concauis apparet uiſui maior portio columnæ, ut patet per quintam huius, unde ab unico uiſu poſſunt percipi ambo puncta, quæ ſunt extremitates diametri circuli æquediſtantis baſibus columnæ, eodem modo penitus de ſpeculis pyramidalibus cõcauis declarandum, eius em̄ ſuperficiei plus medietate uni uiſui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquediſtãtis baſi pyramidis oppoſita uideri poſſunt, patet ergo propoſitum.

X.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia exiſtente, erit locus imaginis quandoq; ultra ſpeculum, quandoq; citra uiſum, quandoq; in centro uiſus, quandoq; in ſuperficie ſpeculi, quandoq; inter uiſum & ſpeculum.

Eſto ſpeculũ columnare concauũ, cuius pars axis ſit d k, & eius ſuꝑficiei columnaris & ſuperficiei reflexionis cõmunis ſectio ſit oxigonia, quæ a b g, dico quod poſſibile eſt totũ, quod hic ꝓponitur, ducatur em̄ in hac ſectione perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis quæ ſit d g, hoc itaq; per 112. & per 104. primi huius erit ſemidiameter cuiuſdam circuli ſecundũ illum punctũ ſecantis columnã ſpeculi æquediſtanter baſibus, ſecabitq; axem ſpeculi q̄ eſt k d, ſitq; ut ſecet ipſum in puncto d, eritq; illa perpendicularis tm̄ una, cum à nullo alio puncto ſectionis a b g, poſſit duci linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentē ſpeculũ in puncto reflexionis q̄ ab uno puncto reflexionis, cũ omnes aliæ lineæ à quibuſcũq; punctis ſectionis a b g, ductæ ad axem d h, ſunt obliquæ ſuper ſuperficiē illam ſpeculũ cõtingentem ut patet per prænominatas ꝓpoſitiones primi huius. Sumatur item alius punctus ſectionis a b g, qui ſit b, & ducatur ab illo puncto b, linea perpendicularis ſuꝑ lineam rectam contingentē ſectionē a b g, in puncto b, & hæc quidē linea per 114. primi huius, neceſſario cõcurret cũ ꝑpendiculari g d. Sit ergo exempli cauſa, concurſus in puncto d, q̄m ſi concurrant ſub puncto d, eadē eſt demonſtratio, ſitq; pũctus b, taliter ſumptũ in ſectione a b g, circa punctũ g, ut angulus b d g, ſit acutus. Deinde à puncto g ducatur in ſuperficie ſectionis a b g, linea æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit g h, & hæc linea cadet inter pyramidalē ſectionem, ideo quia cum angulus g d b ſit acutus ex hypotheſi, erit ſuus coalternus qui eſt angulus h g d, ſimiliter acutus per 29. primi, cum lineæ b g & g h, adinuicem æquediſtent. Item inter puncta d & h, ducatur à puncto g, linea in ſuperficie ſectionis q̄ per 2. primi huius, neceſſario cõcurret cũ linea b d, q̄m ipſa concurrent cum linea b g, æquediſtante lineæ b d, ſit ergo punctus cõcurſus n, cadet itaq; linea g n, inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n, ſumatur punctus quicũq;, qui ſit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctũ n, ſumatur punctũ t, in linea g n. Item à puncto g, ducatur extra ambas lineas g h & b d, & alia linea inter ſectionē a b g, quæ ſit g 3, hæc itaq; linea g 3, quia cõcurrit cũ linea h g, in puncto g, neceſſario concurret cum linea d b, ꝓducta ultra punctũ b, per 2. primi huius, ſit concurſus in puncto e, & ſuꝑ g, tm̄ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d, ꝑ 23. primi, quæ ſit angulus d g q, cadatq; punctũ q in linea b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d, æqualis angulo h g d, & fiat angulus m g d, æqualis angulo n g d, ſintq; omnia puncta q, b & m, in linea

nea

nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod si centrũ uisus fuerit in puncto s, reflectet ad ipsum forma puncti q, à puncto speculi g, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctũ e, & si fuerit centrũ uisus in puncto h, reflectet ad ipsum forma puncti b. à puncto speculi g, & quoniam kathetus incidentiæ quæ est l d, æquedistat lineæ reflexionis quæ est g h, palam quod lineæ l d & g h nunquam concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto superficiei speculi à quo fit reflexio quod est punctũ g, qui locus est primus & proprius ipsius imaginis propter concauitatẽ totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipsum forma puncti m, à puncto speculi quod est g, & locus imaginis erit punctũ n. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipso centro uisus quod est in puncto n, quod si centrũ uisus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto n, quod erit inter uisum & superficiem speculi, patet ergo propositũ, quoniam in speculis pyramidalibus concauis poterit secundũ præmissa cooperante p 113. primi huius, demonstratio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in eadem linea perpendiculari super superficiem speculi columnaris uel pyramidalis concaui quandoq; ab uno puncto speculi, quãdoq; à duobus fit reflexio, & locus imaginis semper erit centrum uisus.

Sit speculum columnare concauũ, cuius axis sit a b, sitq; centrum uisus c, & punctũ rei uisæ d, sintq; puncta c & d in una linea perpẽdiculari super superficiẽ speculi quæ sit e f, uel in alia linea perpẽdiculari super lineam e f, quæ sit h p, ita quod punctus e sit pũctus superficiei speculi, & punctus f sit punctus axis a b, & producatur linea e f, ad aliam partem speculi in punctũ g, dico quandoq; ab uno puncto speculi, ut à puncto e, quandoq; à duobus, ut à punctis e & g, potest forma puncti d reflecti ad uisum t, palam enim p 21. quinti huius, quod linea t e, in qua est pũctus rei uisæ quæ est d, reflectitur in seipsam, tunc enim infinitæ possunt intelligi superficies secantes se super lineã e f, quarum quælibet est erecta super superficiẽ contingentem speculũ p 18. undecimi, cũ linea e f, quæ est cõmunis sectio illarũ superficierũ sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem, quando ergo quarundã illarum superficierum & superficiei ipsius speculi cõmunis sectio est linea recta, quæ est linea longitudinis speculi æquedistans axi a b, tunc sicut per 21. quinti huius



in speculis quibusdã ostendimus, non fiet reflexio nisi super eandem lineam perpendicularem, quæ est e c, & ut patet per 32. & 36. quinti huius, locus imaginis est centrũ uisus, qui est punctus t, nec uidebitur aliquis punctus rei uisæ nisi solus ille qui fuerit in superficie ipsius uisus, quando uero aliqua illarum superficierum perpendicularium super superficiem speculum in puncto e contingentẽ, secant superficiem concauã ipsius speculi, ita quod cõmunis sectio illarum superficierũ est circulus æquedistans basibus columnæ, cuius centrum est f, punctũ axis, & tunc si punctum f fuerit in diametro p h, inter punctũ c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est pũctum rei uisæ, ita quod æqualiter distet ab utroq;, sitq; linea c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pũcti d, ad uisum c, reflecti à duobus punctis speculi, quæ sunt e & g, & sunt pũcta terminãtia diametrũ illius circuli, à quolibet enim illorum pũctorum fit reflexio formæ pũcti d, ad uisum c, ideo quod angulus d e f est æqualis angulo f e c, & similiter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duorum enim trigonorum d f e & f e c, duo latera d f & f c sunt æqualia ex hypothesi, & latus f e est cõmune, angulusq; d e f, est æqualis angulo c f e, quia uterq; est rectus, & similiter est in trigonis d f g & c f e, angulum

gulum itaq; d e c, per æqualia diuidit perpendicularis e f,& angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrũ illius circuli, & qm̃ kathetus incidentiæ qui eſt d ſ, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrit niſi in centro uiſus, quod eſt c, patet per 37. quinti huius, qm̃ centrum uiſus eſt locus imaginis formæ puncti d, alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ eſt c d h, non reflectunt̃ ad uiſum c, à puncto ſpeculi h, niſi ſolus ille punctus qui eſt in ſuperficie ipſius uiſus, ut ſupra patuit, ideo qđ non reflectitur niſi per eandem perpendicularem, cũ uero alicuius illarũ ſupficierum ꝑpendiculariũ ſup ſuperficiem ſpeculũ propoſitum in puncto e cõtingentem, & ſuperficiei ſpeculi fuerit oxigonia ſectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uiſum ab aliquibus alĳs punctis ſectionis, tñ ſicut patet per 112. primi huius, duæ lineæ ꝑpendiculares ſup ſupficiem in ſupficie ſectionis ſe intrinſecare non poſſint, ſicut in ſuperficie circuli æquediſtantis baſibus ſpeculi ſe tales duæ diametri ſecant ſuper centrũ f, ut iam patuit, quæ ſunt p h & e g, nõ eñ eſt diameter ſectionis quæ eſt p h, perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto h, ſed oblique incidit ſuper illam, quando diameter e g, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, & hoc accidit ꝓpter obliquationem ſectionis oxigoniæ ſuper axem columnæ ſpeculi, non ergo reflectet̃ forma puncti d, ad uiſum c, per lineam c d h, ſed ſi puncta d ʒ c, æqualiter diſtent à pũcto f, ita ut linea d f, ſit æqualis lineæ f c, tunc à punctis ſpeculũ e & g, quæ ſunt termini lineæ ꝑpendicularis ſuper ſupficiẽ ſpeculi, quæ eſt linea e f q, poteſt fieri reflexio formæ puncti d, ad uiſum c, per 20. quinti huius, & per 4. primi, ut ſupra patuit, qm̃ anguli d e f, & ſ e c ſunt ęquales, & itẽ anguli d g f, & f g c ſunt æquales, & pũctũ rei uiſæ q̃d eſt d, & centrũ uiſus qđ eſt c, ſunt cũ ambobus punctis reflexionis, qui ſunt e & g, & cũ puncto axis f, cui incidit linea e f g, quæ eſt ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ cõtingentẽ ſpeculum in punctis e & g, in eadẽ ſuperficie ipſius ſectionis, patet ergo qđ fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d, ad uiſum c, & erit locus imaginis in utriſq; centrũ uiſus qđ eſt c, ſed ſi puncta d & c, fuerint in ꝑpendiculari e f, tunc non fiet reflexio ab aliquo puncto ſectionis oxigoniæ niſi ſolũ à puncto e, qm̃ forma incidens ſuperficiei ſpeculi ſecundũ lineã ꝑpendicularẽ reflectit̃ ſecundũ eandẽ perpendicularẽ, & in ſectione oxigonia eſt unica linea ꝑpendicularis ſup ſupficiẽ ſpeculũ cõtingentẽ, q̃re ut prius dictũ eſt per illã ſolã fit reflexio ſolius pũcti lineæ ꝑpẽdicularis, q̃ eſt ĩ ſuperficie uiſus, & ſicut prius erit locus imaginis in cẽtro uiſus. Eodẽ q̃q; mõ deducẽdũ, patet idẽ ꝓpoſitum in ſpeculis pyramidalibus cõcauis, ducta eñ à centro uiſus ad ſupficiẽ cõtingẽtẽ ſpeculũ pyramidale linea recta ꝑpẽdiculari ſup illã ſupficiẽ, ſi ĩ illa ꝑpẽdiculari ſumat̃ pũctus corporeus ĩter uiſum & ſpeculũ, patet qđ nõ reflectet̃ forma eius ad uiſum ſecundũ illã ꝑpẽdicularẽ, qm̃ pũctus ille occultabit tm̃ ꝑpẽdicularis, & nõ reflectet̃ ab ipſo, ſi aũt nullus pũctus corporeus fuerit in illa perpẽdiculari, reflectet̃ ad uiſum ſecundũ hanc perpẽdicularẽ forma ſolius puncti ſuperficiei uiſus, qđ punctũ ex illa ſupficie uiſus ſecat ipſa perpendicularis, ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, ab uno tm̃ pũcto ſpeculi fit reflexio, ſicut & in alio ſpeculo colũnari p̃oſtẽ ſum eſt, qđ ſi ſectio fuerit oxigonia q̃n̄q; ab uno puncto, q̃n̄q; à duobus poteſt fieri reflexio ſecundũ diuerſitatẽ ſitus rei uiſæ & cẽtri uiſus, qm̃ punctis c & d exiſtentib9 in linea f p, fiet reflexio à puncto h, & ſi puncto t, exiſtẽte in linea f g, pũctus d, ſit in linea f e, fiet reflexio forte à punctis h & p. & ſemꝑ locus imaginis eſt centrũ uiſus, uniuerſaliter eñ tam in ſpeculis pyramidalib9 q̃ colũnaribus concauis exiſtẽte axe ſpeculi ĩter uiſum & ſpeculũ nõ fiet reflexio ꝑ lineã ad uiſum ꝑpendicularẽ niſi ab uno tm̃ pũcto ſpeculi quẽ ſecat illa ꝑpendicularis, & ſolum illius puncti ſupficiei uiſus, quẽ ſecat illa perpendicularis ducta à centro uiſus, hoc quoq; qđ p̃miſimus, tunc demum uerum eſt, ſi linea f h fuerit ꝑpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quod eſt poſſibile fieri in ſpeculis pyramidalibus, non aũt in ſpeculis columnaribus. quia tunc ſemꝑ ſectio eſt obliqua ſuper ſupficiem ſpeculi, & ſimiliter eſt de linea f p, patet ergo ꝓpoſitum, qm̃ ſectionem pyramidalẽ poſſibile eſt ſic diſponi, ut linea p h, ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & ut ordinetur reflexio ſecundum illud.

XII.

Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris concaui, aut circuli æquedistantis basi fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni qui est in superficie oculi, eritq; locus imaginis cẽtrum uisus.

Sit speculũ columnare concauũ, cuius axis sit a b, sitq; centrũ uisus in puncto b. quod per 92. primi huius, est centrũ circuli, quæ est basis speculi, dico quod forma ipsius circuli uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni, qui totius sphæræ oculi transiens per centrũ foraminis uueæ, & per centrum oculi, hoc est arcui, qui interiacet extremitas perpendiculares, quæ à centro uisus, secantesq; periferiam foraminis uueæ duci possunt ad periferiam circuli speculi, imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrũ foraminis uueæ, & per totam periferiam cuiusdam arcus circuli magni sphæræ ipsius oculi secantis portionem sphæræ oculi, cui correspondet foramen uueæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares super superficiem sphæræ oculi per 71. primi huius, quoniam ducantur à cẽtro, sed eædem lineæ ad periferiam circuli basis speculi productæ sunt perpendiculares super superficiem speculi per eandẽ rationẽ, quiam exeunt à centro illius circuli quod est b. Istæ ergo lineæ sunt perpendiculares super utrasq; istas superficies. ergo per 21. quinti huius, ipsæ reflectũtur in se ipsas, formæ ergo pũctorũ superficiei oculi in illis perpẽdicularibus cadentes reflectuntur ad uisum per easdẽ, & quoniã circulus sphæræ oculi & circulus basis speculi cũ idẽ centrum habeant, sunt circuli æquedistantes, patet per diffinitionẽ similium arcuũ, quod arcus quasq; duas ipsarũ semidiametros interiacentes sunt similes, arcus itaq; circuli speculi à quo fit reflexio, est similis arcui oculi qui reflectitur, & forte illa arcus hinc inde est, quantitas circuli, quia sicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latus rectum subtensum arcui circuli magni, & sphæræ ipsius oculi transeunti per centrum uueæ & trans totum foramen uueæ est quasi æquale lateri quadrati inscriptibilis ipsi sphæræ oculi, illi autem correspondet in centro angulus rectus, & in superficie ipsius sphæræ 4. circuli per sexti, locus autem imaginis omnium punctorum superficiei oculi taliter reflexorum est in centro ipsius uisus, ut patet per præmissam, & quoniam de quocunq; circulo speculi æquedistante basi, est eadem demonstratio, patet ergo propositum.



XIII.

In speculis columnaribus concauis sumptis duobus punctis in axe speculi possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra superficiem speculi.

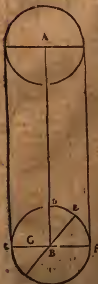
Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit e z, sintq; t & h, duo puncta signata in axe, dico quod est possibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d bases speculi, & diuidatur linea t h, per æqualia in pũcto q. per 10. primi, & super centrum q describatur circulus in superficie speculi æquedistans basibus speculi per 102. primi huius, cuius diameter sit linea l q n. ducantur quoq; lineæ longitudinis speculi per 101 primi huius quæ sint b l a, & d m g, fiat quoque circa centrum h circulus, cuius diameter sit linea k h p, & ducantur lineæ t l, t m, h l, quia axis speculi, qui est e z, per 92. primi huius, erectus est super superficiem circuli l m, patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m sunt recti, sed & linea t q, est æqualis lineæ q h, ex hypothesi, & lineæ q m & q l sunt æquales

nn per

per diffinitionẽ circuli,ergo per 4.primi.trigona 4.quæ sunt t q m & h q m,& t q l,& h q l,sunt æquiangula,angulus itaq; t l q,est æqualis angulo q l h,& angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto c,& alicuius rei uisæ punctus fuerit h,reflectetur forma puncti h,ad uisum existentem in puncto speculi quod est l,& similiter à puncto m.si itaq; triangulus t l h,fixo manente latere t h,quod est pars axis speculi imaginetur moueri quousq; redeat ad locũ ubi sumpsit motus principiũ.tunc punctus l, motu suo describet circulũ,& semper duo anguli t l q & q l h,manebunt æquales,& semper in hoc motu reflectetur forma puncti h,ad uisum existentẽ in puncto t,quia uero diameter p h k,est perpendicularis super superficiem speculi,palam quia ipse est kathetus incidentiæ formæ puncti h,producatur itaq; idem kathetus p h k,ultra punctũ k,extra superficiem speculi,donec concurrat cũ linea reflexionis quæ t l,producta , cõcurret autẽ per 14 primi huius,quoniã fiet cũ angulus t h k,sit rectus,angulus h t l est acutus,sit pũctus cõcursus f,similiter quoq; producto katheto h p,ultra punctũ p,cõcurret ipse cum linea reflexionis quæ est t m,sit punctus concursus r,eruntq; per 37.quinti huius,puncta f & e loca imaginũ formæ puncti h,motoq; triangulo t l h,mouebitur simul cũ illo triangulus t f h,&,in hoc motu punctus f,describet circulũ extra columnam speculi,totusq; ille circulus erit locus imaginis,& idem erit probandi modus sumptis quibuscunq; duobus pũctis in axe speculi,oportebit tamẽ hoc modo uisum taliter sisti,ut cẽtrũ eius sit directe in axe speculi,& pũctus rei uisæ sit in aliquo cẽtro circuli speculi,aut circuli basis,aut æquedistãtis ei,aliàs enim locus imaginis non occurret uisui extra speculũ,patet ergo propositum.

XIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris concaui existente circulo,quãdoq; unũ,quãdoq; duo,quãdoq; tres,quãdoq; quatuor erunt puncta reflexionis & nõ plura,& secũdũ hæc loca imaginũ numerãtur.



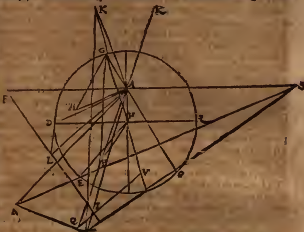
Esto speculũ columnare concauũ,cuius axis a b,sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus,qui c d,e f,cuius centrũ sit b,sitq; centrũ uisus g,& punctũ rei uisæ h,quæ sint inter illum circulũ æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b, sintq; ambo ab una parte centri b, dico quod uerum quod proponitur.ducãtur enim diametri g b & h b,quæ producantur ad periferiã circuli,patetq; per 40. octaui huius qm possibile est quãdoq; formã pũcti h,reflecti ad uisum existẽtẽ in pũcto g,ab uno tm̃ pũcto circuli c d e f.qñq; à duobus,quandoq; uero à tribus,quandoq; uero à quatuor,nõ aũt à pluribus,& qm̃ in proposito cũ reflexio fiat à circulo speculi nõ est aliqua differẽtia quo ad illud,patet ergo primũ ꝓpositũ,patet ergo etiam prout ostensum est in 11.octaui huius,siue katheti incidentiæ concurrant cũ lineis reflexionis siue æquedistent, quod secundũ numerũ linearũ reflexionis imagines numerantur,& hoc est totum quod proponebatur.

XV.

In columnaribus concauis speculis cõmuni sectione superficiei reflexiõis & speculi existente oxigonia formarum punctorum rei uisæ,quarundam fit ab uno tantum puncto speculi reflexio ad uisum,quarundam à duobus, quarundã à tribus,quarundam à quatuor,non autem à pluribus,& secundum hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculũ colũnare cõcauũ,cuius axis sit linea x h, sitq; pũctus rei uisæ obliq̃ incidẽs speculo,ita q̃d nõ sit in aliqua linearũ perpẽdiculariũ sup superficiẽ speculi , quæ sit punctus a,taliter ut cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi , sit sectio oxigonia, dico quod possibile est ut ab uno puncto uel à duobus,uel à tribus,uel 4.punctis alicuius oxigoniæ sectionis

sectiõis fiat reflexio ad uisum, & qñq; unica appareat imago, quãdoq; 2, qñq; 3, quãdoque 4, & nõ plures imagines, quoniã totidẽ sunt puncta reflexionis tantũ possibilia, imaginetur itaq; superficies plana transiens per punctũ a, æquedistans basibus speculi ꝓpositi, eritq; cõmunis sectio huius superficiei, & superficiei speculi circulus per 100. primi huius, cuius circuli centrũ sit h, sumaturq; in superficie illius circuli aliud punctũ qđ sit b, inæqualiter distans à cẽtro h, in pũcto a, & ducãtur à pũctis a & b, ad centrũ circuli h, lineæ a h & b h, & cõpleantur diametri illius circuli eisdẽ lineis ad periferiã circuli hinc inde ꝓductis, palã ergo per ea quæ dicta sunt in theoremate præcedẽte, & in 40. huius, qđ ab uno pũcto arcus interiacẽtis duas semidiametros a h & b h, potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentẽ in pũcto b, uel forsitan à duobus uel à tribus, sed nõ à pluribus, ab arcu uero opposito isti arcui utpote ab illo arcui q cadet inter easdẽ semidiametros ꝓductas ad aliam partẽ periferiæ circuli non potest fieri reflexio formæ puncti a, ad uisum b, nisi ab uno tãtum puncto. Esto itaque quod forma pũcti a, reflectatur ad uisum h, à tribus punctis speculi propositi arcus, scilicet unius interiacentis semidiametros a h & b h, quæ sint puncta g d e, & ducantur lineæ a g, h g, a d, h d, b d, a e, h e, b e, & à puncto a, rei uisæ, ducantur in eadẽ superficie tres lineæ æquedistantes tribus semidiametris



quæ sunt h g, h d, h e, quæ lineæ æquedistantes sint a k, a f, a n, ita quod linea à k sit æquedistans semidiametro h g, & linea a f, semidiametro h d, & linea a n, semidiametro h e, cũ itaq; linea a k, sit æquedistans semidiametro h g, & linea b g, cõcurrat cũ eadẽ semidiametro in pũcto g, palã per 2. primi huius, quoniã linea b g, cõcurret cum linea a k, sit ergo pũctus cõcursus k. Similiter quoq; per eandẽ rationẽ linea b g d, cõcurret cũ linea a f, sit concursus pũctus f, similiter quoq; linea b e, cõcurret cũ linea a n, sit pũctus cõcursus n, deinde à pũcto b, erigatur perpẽdicularis super superficiẽ circuli, cuius centrũ h, per 12. undecimi, quæ sit b t, & quoniã axis x h, est perpendicularis sup̃ sup̃ficiẽ illius circuli, erit p̃ 6. undecimi, linea b t, æquedistãs axi x h. Sumaturq; in linea b t, punctũ qđcunq;, qđ sit t, & ab illo ducãtur tres lineæ ad tria pũcta k f n, q̃ sint lineæ t k, t f, t n, & à tribus pũctis g d e, erigantur p̃ 12. undecimi, tres perpẽdiculares sup̃ sup̃ficiẽ circuli, cuius centrũ h, q̃ sint g m d l, e q, erunt ergo p̃ 6. undecimi, lineæ b t & e q æq̃distantes, & qm̃, ut patet p̃ 1. primi huius, oẽs lineæ æq̃distantes sunt in eadẽ superficie, palam p̃ 1. undecimi, qm̃ lineæ b t & e q sunt in superficie trianguli b t n, igitur linea e q, secabit lineã t n, sit ut secet ipsam in pũcto q, & penitus per eundẽ modũ sit ut linea d l, secet lineã t f in pũcto l, & linea g m secet lineam t k, in pũcto m. Erũtq; per 92. primi huius, hæ 3. lineæ scilicet e q & d l, & g m, partes linearũ lõgitudinis speculi, cũ sint in superficie colũnæ speculi ꝑpendiculariter ꝓductæ super sup̃ficiẽ circuli, cuius cẽtrũ h, & per cõsequẽs sint erectæ sup̃ bases speculi per 32. primi huius, & à puncto q, ducatur per 31. primi, linea æq̃distantis lineæ n a, quæ sit linea q u, hæc itaq; per 30. primi, erit æquedistans lineæ h e, qm̃ ipsa h e, æquedistat lineæ a n, ut patet ex præmissis, qa itaq; axis x h, cõcurrit cũ linea h e in pũcto h, palã per 2. primi hu-

lus, q̃niam ipſe axis cõcurret cũ eius æq̃diſtante ducta à pũcto q, ſit cõcurſus in pũcto u & ſit illa æq̃diſtans linea q u, & ducat̃ linea t a, hæc itaq; ſecabit lineã q u, q̃m linea q u, duci tur à latere trianguli t b n, & alterius lineæ e q æq̃diſtantis baſi t b, & oẽs illæ lineæ ſunt in eadẽ ſuperficie, lineaq; t a, pducta eſt inter lineã t u, æq̃diſtantẽ axi h u, & inter ipſum axẽ, patet q̃d linea t a, ſecabit lineam q u, ſunt eñ ambæ in eadẽ ſupficie, ſit itaq; linea rũt a & q ũ, pũctus ſectiõis i, & ducatur linea q a, qa itaq; lineæ h e & a n, ſunt æq̃diſtantes, ut ſupra patuit, palã per 29. primi, qa angulus b e h extrinſecus eſt æqualis angulo e n a in trinſeco, & anguli h e a & e a n ſunt æquales, qa coalterni, ſed angulus reflexiõis, q̃ eſt h e b, eſt æqualis angulo incidẽtiæ, q̃ eſt a e h, p 20. q̃nti huius. Erit ergo angulus e a n, æqualis angulo a n e, ergo p 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, ſunt æqualia, ſed linea e q eſt ppendicularis ſup ſuperficiẽ trigoni a e n, qa & ſup ſuperficiẽ circuli, cuius cẽtrũ eſt h, eſt erecta, ut ſupra patuit, cũ itaq; linea a e ſit cõis duobus trigonis q e a & q e n, patet p 4. primi, q̃m illa trigona ſunt æqualia, eritq; linea q n æqualis lineæ q a, ergo p 5. primi, qa trigoni q a n, duo latera q a & q n ſunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis angulo q n a, qa itaq; linea q i, æquediſtat lineæ a n, patet p 29. primi, q̃m angulus t q i exſtrinſecus, æqualis eſt angulo t n a intrinſeco, & angulus i q a, æqualis eſt angulo q a n, qa ſunt coalterni, erit ergo angulus i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; pũcti a, p 20. q̃nti huius, reflectetur ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t, à pũcto ſpeculi q̃d eſt q. & eodẽ modo demõſtrandũ, q̃m forma pũcti a, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, ab alijs duobus punctis ſpeculi ſimilibus pũcto a, q̃ ſunt pũcta l & m, ſit ergo formæ pũcti a, ad uiſum in pũctũ t, fiet reflexio à tribus pũctis ſpeculi colũnaris cõcaui, quæ ſunt q l m, & ex eadẽ parte colũnæ ſpeculi nec eſt poſsibile ut fiat eiuſmodi reflexio à pluribus pũcti ſpeculi ex illa parte. Si eñ detur q̃dcunq; pũctũ ſuperficiei ſpeculi colũnaris cõcaui aliud ab iſtis tribus à q̃ dicatur poſſe fieri reflexio formæ pũcti a, ad uiſum in pũctũ t, ducatur ab illo puncto dato linea lõgitudinis ſpeculi ſup circulũ, cuius centrũ h. & oſtẽditur modo p̃miſſo, qđ à pũcto periferiæ illius circuli, cui incidit illa linea lõgitudinis, poteſt forma puncti a, reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, & ſic à 4. pũctis arcus interiacẽtis diametros circuli, in q̃bus ſunt cẽtrũ uiſus & punctũ rei uiſæ, fiet reflexio ad uiſum, ſcilicet à tribus pũctis g d e, & à 4. dato q̃d eſt cõtra 40. octaui huius, & impoſsibile, nõ ergo fiet reflexio formæ pũcti a, ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, niſi à tribus pũctis ſpeculis colũnaris cõcaui, q̃ ſunt q l m ex una parte ipſius ſpeculi. Si itaq; alia pars colũnaris ſpeculi abſciſa fuerit, patet pđ tantũ fiet reflexio à tribus pũctis ſpeculi, qđ ſi totũ ſpeculũ integrũ fuerit, poſsibile eſt fieri reflexionẽ à pũctis 4. Iam eñ patuit p 27. octaui huius, qđ ex arcu circuli, cuius cẽtrũ h. oppoſito arcui g t d e c, poteſt forma pũcti a reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, ab uno tantũ pũcto. Sit ergo illud punctũ 3, & ducatur ſemidiameter h 3, à pũcto a p 31. primi, ducatur linea æq̃diſtãs, quæ ſit a ſ, & ducatur linea reflexiõis quæ ſit b 3, cõcurrẽs cũ linea a ſ in pũcto ſ, cõcurret aũt p 2. primi huius, q̃m cõcurrit cũ linea h 3 æquediſtãte ipſi a ſ, & à pũcto 3, erigatur ſup ſupficiẽ circuli cuius centrũ h. linea 3 o, ppẽdiculariter p 12. undecimi, hæc ergo p 6. undecimi æquediſtabit lineæ b c. ducat̃ itaq; linea t ſ, quæ ſicut prius in alijs declarauimus, ſecabit lineã 3 o, q̃m ſunt in eadẽ ſuperficie. ſit ergo pũctus ſectionis o, patebitq; ſecũdũ p̃miſſos prius modos q̃m forma pũcti ſ, reflectit̃ ad uiſũ exiſtẽtẽ in pũcto t, & à pũcto ſpeculi qđ eſt o, nec erit poſsibilis reflexio ab aliq̃ pũcto ſuperficiei ſpeculi ex illa parte p̃ter q̃ à pũcto o. Si eñ detur qđ ab aliq̃ alio pũcto hoc ſit poſsibile, ſequetur ut prius deduximus, qđ ſimiliter ab alio pũcto illius arcus circuli, cuius cẽtrũ h, q̃ à pũcto 3, poſsit forma pũcti a, reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, qđ eſt impoſsibile, & cõtra 29. octaui huius. Si itaq; forma pũcti a, ab uno pũcto circuli, cuius cẽtrũ h, reflectitur ad uiſum exiſtẽtẽ in puncto b, reflectetur eadẽ forma pũcti a, ad eadẽ ſpeculi colũnaris cõcaui ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, ab uno tantũ ſpeculi pũcto, & ſi à duobus pũctis ſpeculi fiat reflexio formæ pũcti a ad b, & à duobus pũctis ſpeculi reflectetur a ad t. Si uero una harũ reflexionũ à tribus fiat pũctis, fiet etiã reliqua à tribus, & ab illa pte circuli uel ſpeculi nõ eſt poſsibile fieri plures reflexiões, ſicut aũt ab uno tm̃ pũcto arcus oppoſiti in circulo fit reflexio formę pũcti a ad pũctũ b, ſic etiã ex illa parte ſpeculi a uno tantũ pũcto fit reflexio formæ pũcti a, ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t. Itẽ linea t b ęquediſtat axi

x h,

x h. Sunt ergo in eadē superficie per 1. primi huius, quæ est superficies b h u, nec enim potest alia sumi plana superficies in qua sint illæ lineæ t b & h x, per 1. undecimi. Item nec potest sumi aliqua plana superficies in qua sit punctus a, & axis x h, præter superficiem a u h, per 18. undecimi, est erecta perpendiculariter super superficiem circuli, cuius centrū est punctum h, cum per 92. primi huius, axis h u, sit perpendicularis super ipsam, punctus ergo c, non est in eadem superficie cum puncto a, erecta super superficiem ducti circuli, sed neq; illa puncta e & a, sunt in eodem circulo, sed neq; sunt in axe speculi, quoniam linea b e est æquedistans axi speculi qui est x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uisum existentē in puncto c, est oxigonia sectio, uerū producta linea c a, ex utraq; parte ultra puncta e & a, ut fiat linea p r, cū quatuor sint superficies reflexiōis, quia à quatuor punctis fit reflexio quæ sunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor superficierū necesse est esse duo puncta, quæ sunt a & c, patet quod linea p r est cōmunis illis quatuor superficiebus per 1. undecimi, quoniam lineæ p r, sunt centrum uisus, quæ est punctum c & punctum rei uisæ quod est punctum a, quæ necesse est esse in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis, ut patet per 3. huius, quælibet autē illarum superficierum secat speculum super superficiem cōtingentem speculum in puncto suæ reflexionis, & cuilibet istarum superficierum reflexionis, & superficiei in illo puncto speculum contingentis cōmunis sectio est linea recta, per 3. undecimi, & sicut puncta reflexionis non sunt eadem, sicut lineæ cōmunes illarum sectionum sunt eædem, linea itaq; p r, est perpendicularis super unam tantum illarum quatuor cōmunium linearum non super duas, quoniā si esset perpendicularis super duas illarum linearum, esset perpēdicularis super duas superficies speculum secundum puncta illarum linearū contingentes, linea itaq; p r, necessario transiret axem, cum tamen ostensum sit prius quod linea c a, quia est pars lineæ c p r, cadat citra axem speculi quæ est x h, necessario ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpēdiculares ad illas quatuor lineas cōmunes à puncto rei uisæ quod est a, quæ erunt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares super oxigonias sectiones cōmunes illis superficiebus reflexionum & speculi. Quælibet itaq; istarum perpendicularium aut erit æquedistans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa, siue intra speculum siue extra, si fuerit æquædistans, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis, ut supra patuit in 11. huius, & cū quatuor sint huius perpendiculares, erunt quatuor loca imaginum, & quatuor imagines, ideo quod quatuor sunt loca reflexionum. Si uero omnes illæ quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis suarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, quia quatuor sunt concursus illarum linearum, sic ergo loca imaginum numerantur secundum numerum punctorum reflexionis, & hoc est propositum.

XVI.

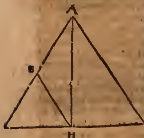
In speculis columnaribus concauis dato centro uisus in puncto rei uisæ, punctum reflexionis inuenire.

Sit speculū columnare concauū, cuius axis sit d h, sitq; punctū rei uisæ, & a centrū uisus b, quæ sunt in locis datis, dico quod est posibile punctū reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uisæ quod est a, & centrū uisus quod est b, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 93. primi huius, quia cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi est linea lōgitudinis, potest itaq; inueniri punctum reflexionis, sicut in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta a & b, non fuerint in tali superficie, imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculum æquedistanter basibus, erit ergo per 100. primi, cōmunis sectio superficiei illius, & superficiei speculi circulus, cētrum itaq; uisus quod est punctum b, aut est in superficie illius circuli aut nō, si sic, potest reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, sicut supra in 27. octaui huius, docuimus in speculis sphæricis concauis. Si uero centrum uisus b, nō fuerit in superficie illius circuli, tunc cum punctum rei uisæ, & centrum uisus semper sit in superficie reflexionis, per 3 huius, patet quod cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi in hoc situ est sectio oxigonia, ducatur ergo à puncto b, centro uisus perpendicularis super superficiem illius circuli per 11. undecimi. & replicetur tota probatio proximæ præcedentis, est palā, q: inuenitur pūctus reflexiōis, q̄d est ꝓpositū.

XVII.

Centro uisus existente in puncto, qui est communis sectio axis, & lineæ perpendicularis super superficiem contingentem speculum pyramidale concauum fiet reflexio formę ipsius oculi ab una totali periferia circuli speculi ęque distantis basi, & solum per lineas perpendiculares, locusq; imaginis erit in centro uisus.

Esto speculũ pyramidale concauum, cuius axis sit a h, & ducatur à puncto h, linea perpendicularis super superficiẽ contingentẽ speculum in puncto b, erit ita q; punctus h cõmunis sectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ est h b, dico quod si centrum uisus positum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidẽtis à tota periferia unius circuli speculi æquedistantis basi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a, uertex speculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet per 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis speculi, eritq; trigonũ h b a orthogoniũ, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpẽdicularitatẽ lineæ h b, super lineam a b; imaginentur ergo à puncto h, plurimæ duci perpendiculares super lineas longitudinis speculi, sicut est linea h b, perpendicularis super lineam lõgitudinis quæ est a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumducto trigono quousq; ad locũ unde exiuit redeat, describetq; punctũ b, circulũ in periferia concauitatis speculi, à cuius quolibet periferiæ pũcto fiet reflexio ad uisum existentẽ in puncto h, secũdũ lineas perpendiculares similes lineæ h b, hoc est secundũ lineas, quas motu suo determinabit linea h b. Fiat autem reflexio solũ superficiei illius uisus per 21. quinti huius, & solũ partis superficiei uisus, quam secãt duæ lineæ perpendiculares à centro oculi existentes, & maiorem angulum qui est impossibilis cõtinentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus semper locus imaginis in centro uisus, quoniam non fit reflexio nisi secundũ perpendiculares; patet itaq; propositum, ita tamen quod inter centrum uisus, & speculi superficiem non sit aliquod corpus solidũ quod obsistat.



XVIII.

Existentibus centro uisus puncto q; rei uisæ in axe speculi pyramidalis cõcaui, possibile est reflectionem fieri à toto uno circulo superficiei reflexionis speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra speculum.

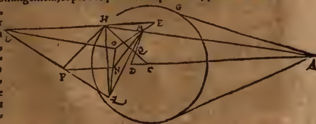
Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit linea a h, & uertex a, sitq; centrum uisus in puncto h, & sit pũctus rei uisæ in puncto axis qui sit t, imagineturq; superficies plana secans pyramidem speculi secundũ axis longitudinem, quæ sit a b h g, & quoniam linea a h est axis speculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis speculi per 90. primi huius, ducatur itaq; à puncto rei uisæ quod est t, linea perpendicularis super lineam a b, quæ sit t q, & producatur ultra punctum q, extra speculum ad punctum l, donec linea q l sit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ sit h l, hæc itaq; necessario secabit lineam a b; quoniã est cũ illa in eadem superficie, sit ergo ut secet ipsam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem speculi sit linea b d secans axem a h in puncto d, & copuletur linea t b, palam itaq; cum linea t q sit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, sed angulus q t b æqualis est angulo t b d per 29. primi, quia sunt coalterni, & angulus d b h extrinsecus est æqualis angulo q l b intrinseco. Est ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma pũcti t, reflectitur à pũcto speculi quod est b, ad centrũ uisus existens in puncto h, & quoniam linea t q est perpendicularis super superficiem speculi, patet per diffinitionem, quoniam ipsa est kathetus incidentiæ formæ puncti t, cõcurret autem kathetus t q, cũ linea reflexionis quæ est h b, in puncto l, est ergo pũctus l, locus imaginis formæ puncti t. per 37. quinti huius

huius, si itaq; fixo latere t h, imaginetur trigonus t l h, moueri quousq; redeat ad locũ unde incepit, tunc punctus b, motu suo describet circulum in superficie concaua speculi, & à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t, ad uisum existentem in puncto h. Similiter quoq; l, motu suo describet circulum extra speculum, in cuius tota li periferia erit locus imaginis formæ puncti t, quoniam in tota illius circuli periferia ka theti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uisum h, concurrent, patet itaq; propositum.

XIX.

In pyramidalibus concauis speculis communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoq; rei uisæ existentibus in eadem superficie basis speculi aut ei æquedistantis, necq; sit ipsorum ali quod in axe speculi formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tan tum puncto speculi reflexio, quarundam à duobus, quarundam à tribus, qua rundam à quatuor, non autem à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculum pyramidale concauum a g u, cuius axis sit a d, & uertex a, sitq; punctus e centrum uisus, & sit z punctus rei uisæ oblique incidens speculo, ita quod non sit in aliqua linearum perpendiculariũ super superficiem uisus, necq; sit in axe speculi quod est a d, necq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis speculi, fiat tamen reflexio formæ puncti z ad uisum e, ab aliquo puncto superficiei propositi speculi. Erit ergo necessario communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia per secundam huius, & sint puncta e & z, in eadem superficie circuli basis speculi aut æquedistantis ei, dico q̃d est possibile, ut ab uno tantum pũcto speculi uel duobus, uel tribus, uel quatuor, & non pluribus fiat reflexio ad uisum, & quandoq; unica apparebit imago, quandoq; duæ, quandoq; tres, quandoq; quatuor, nec est possibile uideri plures imagines, quoniam to tidem tantum sunt puncta reflexionis possibilia, imaginetur itaq; superficies plana tran siens per punctum z, æquedistans basi speculi, hoc itaq; superficies per 100. primi huius, secabit speculum secundum circulum. centrum itaq; uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi erit in superficie illius circuli, cuius centrũ sit c, & ducatur linea e z, quæ producta secet illum circulũ, palam ergo per ea quæ demõstrata sunt in speculis sphæricis concauis per 40. octaui huius, quoniam in tali dispositione forma pũcti z, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte scilicet ab arcu interiacente semidiametros, in quibus puncta z & e, consistunt, aut ab uno puncto speculi, aut à duobus, aut à tribus, & ex alia parte ab arcu scilicet interiacente illas semidiametros reliquas, in quibus puncta z & e, nõ consistunt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaq; aliquis punctus circuli à quo fiet hæc reflexio, quod sit h, & ducantur lineæ z h & e h, & semidiameter c h. patet itaq; per 17. tertij, quoniam linea c h, est perpendicularis super lineam circulum in puncto h contingentem, & per 20. quinti huius, palam est, quoniam linea c h diuidit angulum z h e, per æqualia, ergo per 29. primi huius, linea c h, secabit lineam e z, sit ergo punctus sectionis q ducaturq; per 101 primi huius, linea longitudinis speculi, quæ sit a h, & à puncto q, ducatur linea cadens perpendiculariter super lineam a h, per 12. primi, quæ sit q m secans lineam a h in puncto m, & producta ultra punctum q, secet axem speculi, qui est a d in puncto d, & ducantur lineæ z m & e m,



& à

& à puncto z, quod eſt pũcta rei uiſæ ducatur in ſuperficie illius circuli linea æquediſtãs lineæ q h, quæ ſit z l, quia itaq; linea e h cõcurrit cũ linea q h in pũcto h, patet per 2. primi huius, q̃m linea e h, ꝑducta ultra punctũ h cõcurret cũ linea z l, ſit cõcurſus pũctus l, & à pũcto h, ducatur linea ꝑpendicularis ſuper lineã l z, q̃ ſit h p, deinde in ſuperficie e m z ducatur à pũcto z, linea æquediſtans lineæ q m, q̃ ſit linea z o. quia ita linea e m cõcurrit cũ linea m q, patet ꝑ 2. primi huius, quod ipſa concurret cũ linea z o ipſius æquediſtante. Sit ergo cõcurſus in pũcto o, & ducatur linea l o, & à pũcto p, ducatur linea æquediſtans lineæ l o, quæ ſit linea p n ſecans lineã z o, in pũcto n, & ducatur linea m n, palam itaq; ex præmiſſis, & ꝑ 20. q̃nti huius, q̃d angulus e h q eſt æqualis angulo q h ſi, ſed q̃a lineæ e h & l z æquediſtant, patet ꝑ 29 q̃d anguli q h z & h z l ſunt æquales, quia coalterni, ſed & angulus q h e extrinſecus eſt æqualis angulo h l z intrinſeco, anguli ergo h l z & h z l ſunt æquales, ergo per 6. primi, latera h l & h z ſunt æqualia, ſed linea h p eſt perpendicularis ſuper lineam l z baſem yſochelis h l z, erunt ergo per 31. primi huius, trigona h l p & h p z ſimilia, ergo per 4. ſexti, cum linea h p, ſit ambobus illis trigonis communis, erit linea l p æqualis lineæ p z, ſed in trigono l o z, linea p n eſt æquediſtans lineæ l o, ergo per 2. ſexti, erit ꝑportio lineæ z n ad lineã o n, ſicut lineæ z p ad lineã p l. Eſt ergo linea z n æq̃lis lineæ n o, itẽ cũ ſicut patet ex ꝑmiſſis linea o z ſit æq̃diſtans q m, & linea h q ſit æq̃diſtans l z, ergo ꝑ 15. undecimi, erit ſuꝑficies z l o æq̃diſtans ſuꝑficiei q m h, & ſuperficies e o l, ſecat illas duas ſuꝑficies, ſuperficiẽ q̃dẽ q h m ſecũdũ lineã h m, & ſuꝑficiẽ l o z ſecundũ lineã l o, ergo ꝑ 16. undecimi, cõmunes ſectiones ſuperficiei e o l, cũ illis duabus ſuperficiebus æq̃diſtantibus ſunt æquediſtantes, linea ergo h m æquediſtabit lineæ l o, ſed linea p n æquediſtat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æq̃diſtant, q̃a itaq; linea h p cadit inter lineas h e & l z æq̃diſtãtes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h e ſunt æquales, quia coalterni, ſed angulus h p l eſt rectus, ergo angulus p h e eſt rectus, ergo per 15. tertij, lineæ p h cõtingit circulũ, igitur ſuperficies a h p eſt cõtingens pyramidem ſpeculi, ergo per 95. primi huius, cõtingit lineam illã ſecundũ lineam longitudinis quæ eſt a h. & in hac ſuꝑficie erũt ambæ lineæ p n & n m, linea quidẽ m h, q̃m eſt pars lineæ longitudinis, quæ eſt a h linea uero p n, per 2. primi huius. Omnes enim lineæ æquediſtantes neceſſario ſunt in eadem ſuperficie, & linea p n & h m æquediſtant linea uero n m, eſt in eadem ſuperficie per 1. undecimi, quoniam pũcta n & m, ſunt in illa ſuperficie, eſt autẽ linea d m ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuperficiẽ a h p, ſpeculũ cõtingentẽ, ergo linea d m eſt perpẽdicularis ſuꝑ lineã n m, ꝑ diffinitionẽ lineæ perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, ſed lineæ d m & o z æquediſtãt, ut prius patuit, ergo ꝑ 29. primi, linea n m q̃ eſt perpẽdicularis ſuꝑ lineã d m, erit perpẽdicularis ſuper eius æq̃diſtãtẽ q̃ eſt z o, ſed linea o n eſt æq̃lis z n. ergo ꝑ 4. primi, erit linea m o æq̃lis m z, ergo ꝑ 7. q̃nti, erit proportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut eiuſdẽ ad lineã m z. Eſt aũt ꝑportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut lineæ e q ad lineã q z ꝑ 2. ſexti, cũ lineæ m q & o z ſunt æq̃diſtantes, in trigono o z e, uel ſic eſt aũt ꝑportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut lineæ e h ad lineam h l, ſed lineæ l h & h z ſunt æq̃les ꝑ ꝑmiſſa, ergo ꝑ 7. q̃nti, eſt ꝑportio lineæ e h ad lineã h z, ſicut ad lineã h l, eſt aũt ꝑ 3. ſexti, cũ linea h q, diuidat angulũ e h z ꝑ æq̃lia, ꝑportio lineæ e h ad h z, ſicut e q ad q z. Eſt ergo ꝑ 11. q̃nti, ꝑportio lineæ e m ad lineam m z, ſicut lineæ e q ad lineam q z, ergo m q diuidit angulũ e m z per æq̃lia, per 3. ſexti, eſt ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in pũcto e, à puncto ſpeculi quod eſt m. ſicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto e, à ſolo puncto circuli, quod eſt h, ita ſimiliter reflectetur eadem forma pũcti z ad uiſum e, à ſolo pũcto ſpeculi, quod eſt m b, ſi fiat in hoc ſitu reflexio à duobus pũctis circuli, erit etiam reflexio à duobus pũctis ſpeculi, & per eandẽ demonſtrandũ, & ſi à tribus punctis circuli fiat reflexio fit etiam à tribus punctis ſpeculi, & ſi fiat à quatuor punctis huius, fiet etiam à quatuor punctis alterius, & ab alia parte circuli, ita fiet etiam

reflexio

reflexio ab uno puncto speculi ex eadem parte, patet ergo propositum.

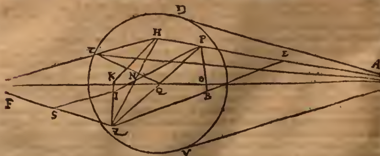
XX.

In speculis pyramidalibus concauis, cõmuni sectione supficiei reflexionis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoq́ rei uisæ existentibus intra speculũ, non in axe, nec in eadẽ supficie basis speculi, aut ei æquedistãte, formarũ punctorũ rei uisæ quarundã reflexio fit ab uno tantũ pũcto speculi, quarundã à duobus, quarundã à tribus, quarundã à quatuor, non autẽ à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propositione præcedenti speculi pyramidalis concaui, quod sit a g u, uertex a, & axis a d, sitq́ punctus rei uisæ z, & centrum uisus e, ductaq́ per punctum z, superficie secante speculũ æquedistanter basi speculi, non sit punctum e, in illa superficie, sed sub illa, uel super illam. Sit autem nunc exempli causa super illam, quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio, dico itaq́ quod uerũ est id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi est circulus, ducatur à uertice speculi quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quæ sit a e h, hoc est impossibile, ideo quia centrũ uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi, est intra speculum, non in axe, sit centrum illius circuli punctum q, palam itaq́ per 20. octaui huius, quia forma puncti z, potest reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, sit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & semidiameter q c, qui cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q c, diuidit angulum h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c secabit lineam h z, sit punctus sectionis n, & ducatur linea z e, à pũcto rei uisæ ad centrum uisus in punctum e, & linea longitudinis speculi quæ sit a c, palam itaq́ ex præmissis cum punctus z, sit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctũ h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q c, in qua est & punctũ e, patet ergo quod linea e z, secabit superficiem a q c, sit ut secet ipsam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis super lineam a c, scilicet lineam longitudinis speculi, quæ perpendicularis sit o p, hæc itaq́ ꝓducta ultra punctum o, necessario cadet super axem speculi qui est a d, ut patet ꝑ 96. primi huius, sit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est p, ducatur enim à puncto z, linea æquedistans semidiametro q c, p 31. primi, quæ sit z f, & quoniam linea h c concurrit cũ linea q c in puncto q, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa cõcurret cum eius æquedistante scilicet cum linea z f, sit punctus concursus f, Item à puncto z ducatur linea æquedistans lineæ o p, quæ sit z k, & quoniam linea e p concurrit cum linea o p, patet quod ipsa producta ultra punctum p, cõcurret cũ illa z h, sit punctus cõcursus k, & ducãtur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmissis angulus o p c est rectus, angulus uero p c q est minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipse est angulus quem continet linea longitudinis cum semidiametro basis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, cõcurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cũ itaq́ linea z f sit æquedistans lineæ q c, & linea z k æquedistans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quoq́ d p & q c, similiter cõcurrunt in aliquo puncto ut præostensum est, patet quod superficies f k z, & superficies o p q c, quæ est superficies a q c sunt æquedistantes, per 15. undecimi quod autem superficies o p q c, sit pars superficiei a q c, patet ex his, quoniam enim linea p o, ꝓducta cadat in punctum axis quod est d, patet per primam undecimi, quod linea p o est in superficie a q c, sed & linea q c est in illa supficie, tota ergo superficies o p, q c est pars superficiei a q c, & quia superficies z k f & a c q, sup duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ c p & k f sunt æquedistantes per 16. undecimi, ducatur itaq́ à pũcto c, linea perpendicularis sup lineã z f, per 12. primi, quæ sit linea c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo per 29. primi, angulus s c q est

 rectus,

rectus, quoniam linea z f & c q æquedistant, ergo per 15. tertij, linea c s cōtingit in puncto c circulum, cuius centrum est punctum q, superficies itaq; a c s est contingens pyramidem speculi, continget ergo illam per 95. primi huius, secundum lineam lōgitudinis quæ est a c, sed linea o p est perpendicularis super lineā a c, est ergo linea o p, erecta super superficiem a c s cōtingentem pyramidem, quoniam linea o p est in superficie a q c, transeuntē per axem a d. & per lineā longitudinis a c, talis autē superficies ut patet per 97. primi huius, erecta est super superficiē contingentem speculum in linea longitudinis quæ est a c, quia ergo superficies a c s, secat duas superficies o p q & z k f, quæ sunt æquedistantes, patet per 16. undecimi, quoniam duæ lineæ quæ sunt illarum superficierum cōmunes sectiones sunt æquedistantes, quarum linearum una est linea p c, & altera sit linea s l, secans lineam z k in puncto l, patet quoq;, quia punctus l, cadit inter puncta k & z, lineæ itaq; p c & s l æquedistant, sed lineæ p c & f k æquedistant ad inuicem, quoniam sunt in superficiebus æquedistantibus, ergo per 30. primi, lineæ s l & f k sunt æquedistantes, & quoniam lineæ q c & z f æquedistant, patet per 29. primi, quod angulus n c z est æqualis angulo c z f, quia sunt coalterni, & angulus h c n extrinsecus est æqualis angulo c f z intrinseco, sed anguli h c n & n c z sunt æquales, ergo anguli c f z & c z f sunt æquales, ergo per 6. primi, lineæ c f & c z sunt æquales, & linea c s est perpendicularis super basem ysochelis c f z, trigona itaq; partiala quæ sunt c s f & c s z, sunt similia per 31. primi huius, ergo per 4. sexti, cum linea c s, ambobus illis trigonis sit communis, erit linea s f æqualis lineæ s z, sed cum linea s z æquedistet lineæ f k, in trigono f k z, erit per secundam sexti, proportio lineæ f s ad lineam s z, sicut lineæ k l ad lineam l z, erit ergo linea k l æqualis lineæ l z, ducatur'q; linea p l, cum ergo superficies a c s l, in qua ducta est linea p l, sit erecta super superficiem z k f, in qua cadit linea z k, erit per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ linea p l erecta super lineā z k, ergo per 4. primi, cum linea k l sit æqualis lineæ l z, linea'q; p l sit communis, & anguli ad punctū l sint æquales, quia recti, erit angulus p k z æqualis angulo p z k, sed per 29. primi, angulus e p o extrinsecus æqualis est angulo p k z intrinseco, quoniam lineæ o p & z k æquedistant, & angulus o p z est æqualis angulo p z k, quia sunt coalterni, anguli ergo e p d & d p z sunt æquales, cum angulus p k z & p z k sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto superficiei speculi quod est p, quod est unum propositorum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum est punctum q, à quo forma puncti z, reflectatur ad uisum existentem in puncto h, præmisso modo potest declarari quod ab alio puncto speculi reflectetur forma puncti z, ad uisum existentem in pūcto e, ab alio puncto quàm à puncto p. Similiter quoq; si forma pūcti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad uisum e, à tribus punctis speculi, & si à quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & à quatuor punctis reflexio erit in speculo, & secundum hæc lo-



hæc loca imaginum numerantur, patet ergo propositum. Quod si dicatur quod à pluribus punctis speculi quàm à quatuor possit fieri reflexio formæ pũcti z, ad uisum existentẽ in puncto e, ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli cuius centrum est punctũ q, poterit per conuersionem præmissæ demonstrationis ostendi, quod forma puncti z, reflectetur ad uisum existentem in puncto h, à pluribus punctis circuli quàm à quatuor, quod est impossibile, & cõtra 49. octaui huius, semper enim ut patuit ex præmissis à quotcunque punctis circuli reflectitur forma puncti z ad pũctum h, à totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z, ad punctum e, & econuerso, & dicenti cõtrarium accidit impossibile modo prædicto. patet itaque quod punctorum rei uisæ in his speculis quædam habent unicam imaginem, quædam duas, quædam tres, quædam quatuor, & quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis, sicut neque in sphæricis concauis, quod est notandum.

XXI.

Dato centro uisus & puncto rei uisæ in speculis pyramidalibus concauis punctum reflexionis inuenire.

Sit speculũ pyramidale concauũ, cuius axis sit linea a d, sitque pũctus rei uisæ 3, & centrũ uisus sit punctũ e, quæ sint in locis datis, dico quod est possibile punctũ reflexionis inueniri. Si enim punctũ rei uisæ quod est 3, & cẽtrum uisus quod est e, fuerint in una plana superficie speculũ trans axem secante, tunc patet per 90. primi huius, quia communis sectio superficiei reflexionis, & speculi est linea lõgitudinis pyramidis speculi, potest itaque punctũ reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta 3 & b, non fuerint in illa totali superficie, imaginetur superficies transiens per punctũ z, secans speculũ æquedistanter suæ basi, erit ergo per 100. primi huius, cõmunis sectio illius superficiei & speculi circulus, centrũ itaque uisus quod est punctũ e, aut erit in illa superficie circuli aut non, quomodocunque autẽ sit, quia ut patet per 12. septimi huius, impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis, & huius speculi circulum esse, sed erit semper tunc illa communis sectio oxigonia, replicata ergo demõstratione 19. huius, uel proximæ præmissæ, patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti 3, reflectetur ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circumferenniæ circuli, cuius centrum est q, uel forte à duobus, uel à tribus, uel à quatuor, & quotcunque fuerint, semper modo præmisso inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuersis propositionibus octaui huius, patet ergo propositum.

XXII.

Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis pũcta reflexiõis eiusdẽ pũcti formæ rei uisæ ad diuersos uisus eiusdẽ uidentis nõ habẽt multã diuersitatẽ distantiæ, propter uisuũ approximationẽ ad se inuicẽ, ut si pũcti unius formę imago sit aliqualiter ambobus uisibus occurrẽs duplicata, sunt tamẽ illæ imagines cõtiguæ & admixtæ, unde uidebũtur quasi unica imago, diuersitas enim locorũ illarum imaginũ propter sui imperceptibilitatẽ nõ inducit aliquã distantiam in uisu, nec aliquẽ efficit errorẽ, uidetur ergo imago quasi una, & similiter per modũ quo in 19. octaui huius ostẽdimus, possibile est, quod diuersorũ uidentiũ uisibus distantibus & diuersis, unica quandoque in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago, cui propter identitatẽ illius situs hic non duximus immorandum, patet ergo propositum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquedistãtis axi speculi colũnaris cõcaui cẽtro uisus existente in eadem superficie uel in alia, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi columnaris concaui linea quæ z h, sitque linea uisa axi, speculi æquedistans t p h, sitque centrum uisus punctũ e, dico quod forma lineæ t q h. reflectitur ad uisum e, à linea longitudinis speculi a b g, quæ est cõmunis sectio superficiei t h z k, & su-

 perficiei

perficiei speculi,& hoc quidē si centrū uisus q̃d est e,nō fuerit in sup̃ficie t h z k demōstra ri potest omnimode sicut in 30.septimi huius.Si uero centro uisus fuerit in eadē sup̃ficie, demōstrabitur idē propositū,sicut in 50.septimi huius,reflectetur q̃ forma puncti t, à pū cto speculi g,& forma puncti q,à puncto speculi b.& forma pūcti h,à pūcto speculi a , e rit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e,& angulus q b m æqualis angulo m b e,& an gulus h a r æq̃lis angulo r a e,patet etiā per 30.septimi huius.q̃d lineæ e k.h a,q b,t g,cō currūt in pūcto o,patet etiam idē quod linea a b g est linea recta extēsa in lōgitudine spe culi,& quod lineæ g z,b l,& a d, sunt perpēdiculares super superficiē contingentē specu lum,quæ contingit ipsum secundū lineam a b g,& quod linea a b g , est perpendicularis super superficiem in qua est triangulus e b o,& quod linea t q est æqualis lineæ q h,& li nea a b æqualis lineæ b g,palam itaq; cum in his & in illis speculis hinc inde eadem sit de monstratio,quoniam formæ lineæ t q h,reflectitur ab his speculis à linea longitudinis ip sorum,patet ergo propositum,quoniam siue linea longitudinis quæ est a b g,sit in conue xo uel in concauo ipsius speculi,quantum ad hoc nulla est diuersitas in proposito.

XXIIII.

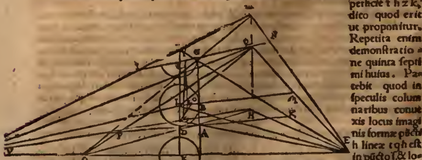
Imago lineæ æquedistantis axi speculi columnaris cōcaui centro uisus ex istente in eadem superficie,uidebitur recta æqualis & conformis rei uisæ.

Sit dispositio q̃ in præcedēti,reflectatur q̃ forma lineæ t q h,à sup̃ficie speculi secundū lineā lōgitudinis quæ est a g,& sit centrū uisus e,in ipsa sup̃ficie t h z k,dico q̃d imago li neæ t q h,uidebitur recta æqualis ipsi lineæ t q h,quælibet enī perpēdicularis ducta ac ali quo pūcto lineæ t q h,erit semper in eadē superficie cū cētro uisus & axe,& ꝓbabuntur lo ca imaginū pūctorū lineæ t q h,situari secundū lineā rectā sicut in speculis planis per 52. q̃nti huius,ostēsum est de lineis rectis uisis,ut si aliqua linea recta rei uisæ imaginetur in his speculis collocari in loco imaginis,& uisus situetur proporportionaliter ad illā, sicut nūc situatus est ad lineā t h,erit locus imaginis illius lineæ.linea t h, & apparebit recta & æq̃lis rei uisæ.Similiter q̃ illud q̃d est in linea rei uisæ superius erit in imagine superius & q̃d in re uisa est inferius.erit in imagine inferius.Erit itaq; imago cōformis rei uisæ,la titudo uero taliū uisorū erit maior q̃ latitudo suarū imaginū.q̃m imagines secundū lati tudinē cōstringūtur ꝓpter pūcta reflexionū q̃ angustantur,& pūcta latitudinis diuersan tur,q̃m sinistrū rei fit dextrū imaginis,& dextrū rei fit imaginis sinistrū,patet ergo ꝓpo situm.

XXV.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi colūnaris cōcaui centro uisus non existente in eadem superficie imago quādoq; uidebitur recta maior re uisa, quandoq; concaua , quandoq; conuexa , quandoq; unica , quandoq; plures.

Remaneat dispositio præcedentis,nisi quod centrum uisus quod est e , non sit in su perficie t h z k, dico quod erit ut proponitur. Repetita enim demonstratio a ne quinta septi mi huius. Pa tebit quod in speculis colum naribus conue xis locus imagi nis formæ pūcti h lineæ t q h est in pūcto l,& lo cus imaginis formę q est in pūcto c,& locus imaginis formę pūcti c est in pūcto i,sic ergo in linea t c i,sunt imagines formarū oīm pūctorū lineę h q c,et patet q̃d pūctus c est ꝓpin quio



quior centro uiſus quod eſt e, ꝙ linea recta ſ i, & quod linea ſ i, eſt in ſuperficie trigoni u h t, & quod duæ lineæ u h & u t ſunt æquales, & quod duæ lineæ u ſ & u i ſunt æquales, relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h ſ ſint æquales, eſt ergo proportio lineæ t i ad lineã i u, ſicut lineæ h ſ ad lineam ſ u, ergo per 2. ſexti, linea ſ i, æquediſtat lineæ t h, patet etiam ex eadem 5. ſeptimi, quia duæ lineæ 3. e i ſunt æquales, ducatur ergo linea e u, quæ ſecet lineam ſ i in puncto l, diuidat ergo ipſam per æqualia, nã linea t h, diuiſa eſt in duo æqualia in puncto q, & erit linea t u, in ſuperficie trigoni q u e, quæ eſt ſuperficies circuli b f, æquediſtans baſibus ſpeculi, punctus itaq; e, erit in ſuperficie trigoni t u e, & ſimiliter punctum t, in ſuperficie trigoni t e i, eſt ergo punctũ e, in linea quæ eſt cõmunis ſectio illarũ duarũ ſpecierũ, ſcilicet trigonorũ q u e & t e i, ſed hæc cõmunis ſectio eſt linea e b, per 19. primi huius, punctus ergo e, cadit in rectitudinẽ lineæ e b, linea ergo q t, ſecat lineam e b in rectitudinẽ ipſius, & duæ lineæ h u & t u, ſub duobus pũctis d & 3, nam duæ lineæ h u & t u, ſunt duo katheti incidẽtiæ, ſcilicet duæ lineæ perpẽdiculares exiſtẽtes à duobus terminis lineæ t h, ſup duas lineas cõtingẽtes duas portiões duarũ ſectionũ columnarũ ſpeculi, in quarũ circumferẽtia ſunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h, ad uiſum in pũctũ e, ſuperficies ergo trianguli u h t, eſt ſub axe ſpeculi, quæ eſt 3 k. ſed nullum punctũ ipſius axis, etſi protrahatur in infinitũ, erit unquam in ſupficie trianguli u h t, nã ſi hoc eſſet poſsibile, tũc ſi axis k 3 cõtinuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t ſecundũ lineã rectam, tunc illa ſuperficies in qua eſſet illa linea recta, & linea u h t, eſſet ſuperficies trianguli u h t, & illa ſuperficies eſſet illa in qua ſunt duæ lineæ æquediſtantes, quæ ſunt h t, & axis 3 k & ſic ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ h t & k 3, eſſet ſuperficies trianguli h u t, & ſic totus axis 3 k, erit in ſuperficie trianguli h u t, ſed ex hypotheſi axis eſt æquediſtans lineæ h t, & ſecundũ iſtũ modũ accideret quod axis k 3, ſecaret duas lineas h u & t u, ſed & linea t h, ſecundum eius punctum h, eſt in ſuperficie trianguli u e h, quæ eſt ſuperficies reflexionis, & ſectio communis huic ſuperficiei & ſuperficiei columnaris ſpeculi & ſectio oxigonia, ſuperficies ergo e u h, ſecat axem columnarem ſpeculi in uno puncto, ſcilicet in puncto d, ut totum præoſtenſum eſt in commento 5. ſeptimi. Si ergo axis k 3, ſecat lineam h u, punctus ſectionis cum linea h u, erit in ſuperficie trianguli u e h, ſed in hac ſuperficie non eſt punctum per quod axis tranſeat niſi punctum d, ſecabit ergo axis k 3, lineam h u in puncto d, ſed per 111. primi huius, uel per 44. ſeptimi huius, oſtenſum eſt, ꝙd linea h u, ſecat axem ſub puncto d, in duobus punctis, ſecabit linea h u axem k 3, quod eſt impoſsibile, axis ergo k 3, totus eſt extra ſuperficiem h u t, & propinquior uiſui exiſtente in puncto e, ꝙ ſuperficies h u t, ſuperficies ergo in qua ſunt lineæ h t, & axis k 3, propinquior eſt centro uiſus puncto e, ꝙ ſuperficies u h t, & punctum f t eſt in ſuperficie in qua ſunt linea q l, per 7. undecimi, & in eadem ſuperficie cũ lineis æquediſtantibus quas copulat, quæ ſunt h t & 3 k, punctũ ergo t, eſt propinquius puncto e centro uiſus ꝙ ſit linea l 3. Sed punctũ cũ ſit cõmunis ſectio linearũ e b & q l, ut in 51. ſeptimi huius, præoſtendimus palam quod eſt in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b ducatur ultra punctũ b, ipſa perueniet ad punctũ t, ſupponatur itaq; perueniſſe ad punctũ e, his itaq; ſic præmiſsis patet quod ſi linea ſ i, quæ eſt oſtenſa per 51. ſeptimi huius, in ſpeculis columnaribus cõuexis eſſe imago lineæ t h, & eſſe æquediſtans lineæ t h, & axi 3 k, & ſi in aliquo corpore uiſibili uiſus fuerit in puncto o, ex parte concauitatis ſpeculi columnaris, tunc forma lineæ, ſi reflectetur ad uiſum in puncto o, à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt a b g, & diuerſabitur imagines eius secũdum diuerſitatem diſtantiæ ſuæ ab axe ſpeculi, quæ eſt 3 k, quia enim angulus e l m eſt acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c eſt acutus, & linea e b c, eſt in ſuperficie circuli b f, & linea l b eſt ſemidiameter illius circuli per 27. ſeptimi huius, linea ergo e b c ſecat circulum, & eius pars quæ eſt b t, eſt intra circulum & intra concauitatem ſpeculi, & ſimiliter eſt de linea o b, quoniam ipſa cadit intra concauitatẽ ſpeculi, ideo ꝙd angulus o b l eſt acutus, & duo anguli o b l, & t b l ſunt æquales, ꝗniã ipſi per 25. primi, ſunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & ſemidiameter l b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentem columnam ſpeculi ſecundũ lineam longitudinis ſpeculi tranſeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit ſpeculo per lineã

e b,& à puncto ſpeculi b,reflectitur per lineam b o,& comprehenditur à uiſu exiſtente in puncto o. Item patet per 5.ſeptimi huius,& ibi declaratum eſt,quod ſuperficies contingens ſpeculum columnare in puncto g eſt ſub puncto e centro uiſus, linea ergo e g, ſecat illam ſuperficiem contingentē,ſecat ergo in puncto g,qui eſt punctus reflexionis,lineam in eodem puncto g,contingentē periferiam ſectionis columnaris, quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis formæ puncti t,lineæ t h,& ſpeculi columnaris conuexi, & quia ſecat illam lineam contingentē in puncto ipſius ſpeculi,quod eſt g,ſecat ergo ſectionē oxigoniam,& cadit intra ipſam,cadit ergo intra concauitatē ſpeculi, & eſt linea g l,duæ ergo lineæ o g & g i,cadunt intra concauitatē ſpeculi,& linea 3 g, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē contingentē columnā ſpeculi per 96.primi huius,quoniā ducitur ab axe perpendiculariter ſuper lineā longitudinis ſpeculi tranſeuntē per punctum g, & duo anguli o g 3 & 3 g i ſunt æquales per 15.primi,ut prius,forma ergo puncti i, incidit ſuperficiei concauæ ipſius ſpeculi ſecundum lineam i g,& à puncto ſpeculi g, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o,ſecundum lineam reflexionis,quæ e g o,& eodem modo patet,quod forma puncti o incidit ſpeculo ſecundum lineam ſ a, & reflectitur à puncto ſpeculi ad uiſum exiſtentem in puncto d,ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt a o, & etiam patuit in commento 51.ſeptimi huius,quoniam duæ lineæ h u & t μ ſunt perpendiculares ſuper duas lineas contingentes ſectiones oxigonias tranſeuntes per duo puncta h & g,imago ergo formæ puncti ſ,eſt in linea h u,per 26.quinti huius,ſed linea a o eſt linea reflexionis formæ puncti ſ, quoniam à puncto reflexionis quod eſt a,producitur ad uiſum exiſtētem in puncto o,imago itaq; forma puncti ſ,eſt in linea ſ o,per 37.quinti huius,punctum ergo h,quod eſt communis ſectio linearum h d & o a,eſt locus imaginis formæ puncti ſ,ſimiliter quoq; patet,quod punctum t eſt locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea t l,à puncto t,ad punctū centrum circuli b,eritq; linea a,producta ultra punctū c perpendicularis ſuper lineam contingentē circulum per 17.tertij, eſt ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c,per diffinitionē illius katheti,quia ergo forma puncti c,reflectitur ad uiſum in punctū o,à puncto ſpeculi b,erit imago formæ puncti c,in linea q c l,quæ eſt kathetus ſuæ incidentiæ,ſed & in linea reflexionis, quæ eſt b o,neceſſe eſt eſſe eandem imaginem per 37.quinti huius,imago itaq; formæ puncti c, neceſſario eſt in puncto quod eſt cōmunis ſectio linearū l r q & o b,hoc aūt poteſt eſſe in partibus diuerſis,patuit enim per 11.octaui huius,quod imago formæ puncti quæ reflectitur à cōcauitate circuli ſpeculi,quādoq; occurrit uiſui inter uiſum & ſpeculū, quādoq; ultra ſpeculū,quādoq; in centro uiſus,quādoq; ultra uiſum,quādoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi,& ut patet p 40.octaui huius,quādoq; apparet una imago, quādoq; duæ, quandoq; 3,quādoq; 4,imago ergo pūcti c,cū formæ ipſius reflexio fiat à pūcto periferiæ circuli æquediſtātis baſibus ſpeculi,erit forte in linea h q,ultra ſpeculū,& forte erit ultra lineā b q; & forte ultra lineā b o,retro uiſum,& forte erit in linea b o,inter uiſum & ſpeculū, & forte erit in pūcto o,ſcilicet in ipſo cētro uiſus,& forte erit unica imago,forte 2,forte 3,forte 4,ſi itaq; locus imaginis formæ pūcti c,uel alicuius pūcti formæ lineæ ſ i,utpote illius ſecundū quā lineā b c,producta ultra pūctū c,ſecat lineam i ſ,quia & illud punctū reflectitur à pūcto ſpeculi columnare cōcaui,quod eſt b,ad uiſum exiſtentē in pūcto o,p 20.quinti huius, Si ergo locus imaginis formæ pūcti c,uel illius pūcti lineæ ſ i,fuerit punctū q, tūc linea h q t,erit diameter imaginis formæ lineæ i ſ,& ſi omnes imagines omniū punctorū lineæ ſ i fuerint in linea h q t,tūc imago eius erit linea recta,nam mediū eius punctū,quod eſt punctum q,eſt in rectitudine duarum ſuarum extremitatum, quæ ſunt h & t,quod ſi locus imaginis formæ puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ, quæ eſt ſ i, erit concaua, eiusq; concauitas reſpiciat uiſum,& ſi imago formæ puncti c, fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro uiſus, aut inter ſpeculum & uiſum, tunc uidebitur imago lineæ ſ i conuexa,cuius conuexitas reſpiciet uiſum, & ſi fuerit imago formæ puncti c,in linea b o, retro uiſum,tunc iterū uidebitur imago concaua,in cuius concauitate ſituabitur centrum uiſus,quod ſi punctum c plures habuerit imagines,tunc linea ſ i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h &

t,& media ipsorum erunt distincta & separata,& linea h t,erit cõmunis diameter omnium illarum imaginum quotcunque fuerint imagines,& forte linea h t,quæ est diameter imaginis,erit maior quam linea rei uisæ,quæ est s i,in modica quantitate, patet ergo propositũ.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ,superficiem in qua est axis speculi columnaris cõcaui orthogonaliter secante, centroque uisus existente in utraque superficie, à circumferentia circuli, qui est communis sectio dictæ superficiei & speculi fiet reflexio, imagoque lineæ uisæ quandoque erit recta, uel aliquando conuexa.

Esto sicut in 52. septimi huius proponitur,linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiẽ in qua sunt centrũ uisus e,& à punctis dati speculi colũnaris qui sit d f,sitque centrũ uisus quod sit e,in eadẽ superficie lineæ t h,facta quoque figuratione 52. septimi huius, cõpleatur demonstratio ut in illa propositione,eritque imago lineæ rectæ quæ est t h curua,si itaque speculũ idem quod ibi conuexum accipitur,assumatur concauũ,& in loco imaginis collocata intelligatur linea curua secundũ cuius terminos extremos ducatur etiã linea recta quæ sit in superficie rei uisæ,& centrũ uisus disponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem superficie,tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit lineæ t h recta,patet ergo propositum,& forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa,sicut ostensum est in 57. octaui huius,& hoc eodem modo est deducendum.

XXVII.

Superficie lineæ rectæ uisæ orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante, centro uisus non existente in eadem superficie, reflexioneque facta ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uisum respicientis.

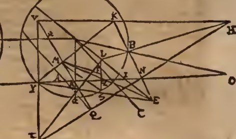
Fiat omnimoda dispositio figuræ quæ in 53. septimi huius,dico quod uerum est quod proponitur,patet enim per ea quæ in cõmento illius dicta sunt,quod puncta t & h,quia æqualiter distant à centro uisus,punctũ.s.e,reflectuntur ad uisum à duobus punctis oxigoniarum sectionũ,cadentibus cum quodã circulo æquedistante basibus speculi,qui circulus erit medius inter lineã h t,& inter superficiẽ transeuntẽ centrũ uisus e,secantẽ speculũ æquedistãter basibus ipsius speculi,sit ergo ut forma puncti h reflectitur in punctũ e,à puncto speculi b,qui est punctus periferiæ cuiusdã sectionis oxigoniæ quæ est cõis superficiei reflexiõis & superficiei speculi,cadens in circulo b g,lineæ ergo h b & b e,cõtinẽt angulos æquales cũ linea cõtingente illũ circulũ in pũcto b,& similiter forma pũcti t,reflectitur ad uisum e,à pũcto speculi g,& lineæ t g & g e,cõtinẽt angulos æquales cũ linea cõtingẽte circulũ speculi in pũcto g,lineæ quoque h b & t g,cõcurrũt in pũcto l,& linea h b cõtinet cũ linea perpẽdiculari quæ est b o,angulũ acutũ,linea ergo h b,secat superficiẽ cõtingẽtẽ superficiẽ colũnæ in linea lõgitudinis,in qua est pũctũ b,linea itaque b l,cadit intra cõcauitatẽ colũnæ,& super lineã g l. Similiter quoque duæ lineæ b f & g y,cadũt intra cõcauitatẽ colũnæ,& per 15. primi,duo anguli a b d & d b r sunt æquales,cũ ipsorum cõtrapositi,qui sunt e b o & o h b sint æquales per 20. quinti huius. Similiter quoque duo anguli l g d & d g i sunt æquales,si itaque linea f i,quæ in speculo columnari conuexo,& imago lineæ t h,fuerint tunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo,& centrũ uisus fuerit in pũcto l,tunc forma puncti r,incidet in speculo secundũ lineam r b,& reflectetur ad uisum in punctũ l,à puncto speculi b,& linea h u est perpendicularis super lineam contingentẽ sectionem,in cuius periferia est punctum l,à quo fit reflexio,imago ergo formæ puncti r,erit in katheto r h,per 36. quinti huius,sed & eadẽ imago necessario est in linea reflexionis quæ est b l. Erit ergo in cõi illarum sectione in pũcto h. Est ergo pũctũ h imago pũcti r, ut hæc oĩa patent per 37. quinti huius. Similiter quoque declarabitur,quod forma puncti y,incidet speculo per lineã y g,& reflectetur per lineã g l,à pũcto speculi g,& eius imago uidebitur in puncto t,& ducatur linea q u,hæc ergo secabit lineam r y,quæ est inter duo puncta q & u,puncta quoque h q t u,sunt omnia in superficie circuli b g,ut patet ex præmissis,secet ergo linea q u,lineam r y,in puncto m,punctum

itaque

itaq; m, in ſuperficie tranſeunte pex axem ſpeculi, & per centrũ uiſus punctum l, nam ut in cõmento præaſſumptæ propoſitionis 53. ſeptimi huius patuit, puncta l & q, ſunt in illa ſuperficie, nam ut ibi acceptũ eſt, patet quod in illa ſuperficie in qua erat centrũ uiſus e, & axis ſpeculi, in eadem erat linea e l d, ſed & illa ſupficies ſecabit lineã h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctũ u, ergo per .1. undecimi, linea q u, eſt in illa ſupficie, ergo & punctũ m, & quia duo puncta m & l ſunt in ſuperficie tranſeunte per axẽ columnæ, ideo forma puncti m, poteſt reflecti ad uiſum in punctũ l, in illa ſuperficie, & linea a 3, eſt cõmunis ſectio ſuperficiei columnæ ſpeculi & ſuperficiei tranſeunti per ſuum axẽ, & per punctũ l, quod eſt centrũ uiſus, forma ergo puncti m reflectetur ad uiſum in punctum l, quod eſt centrũ uiſus ab aliquo puncto ſpeculi lineæ. ſ. a 3, & ducatur linea e m, quæ erit in illa ſuperficie, & linea e l, etiã erit in illa ſuperficie, & punctũ e, ut ſupra patuit eſt elongatum à ſuperficie contingente columnã ſpeculi in linea a 3, ut patet per 5. ſeptimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuũ & directũ intra punctũ 3, cõcurret cum duabus lineis e m & e l, quæ ſunt in una ſuperficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctũ itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, eſt intra concauitatẽ columnæ, & punctũ n eſt extra ipſius conuexitatẽ in ſuperficie columnæ, qm̃ eſt in linea longitudinis columnæ, quæ eſt a 3, punctum uero e, quod in ſpeculis columnaribus conuexis ſuppoſitũ fuit eſſe centrũ uiſus, & elongatum à ſuperficie columnari ſpeculi, patuit quoq; in demonſtratione 53. ſeptimi huius, qđ circulus b 3 g, eſt medius inter lineam h t, & inter ſuperficiẽ exeuntem à puncto e, æquediſtantẽ baſibus columnæ ſpeculi, & linea ppendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3, eſt in ſuperficie tranſeunte punctum e, & ſecante ſpeculũ æquediſtanter baſibus columnæ, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3 n, cadit extra angulũ e i n, & uerſus partẽ puncti n, qm̃ linea e n, l d u, eſt cõmunis ſectio ſupficierum reflexionis ſecundũ quas reflectunť formæ punctorũ h & t, quæ cũ ſint oxigoniæ ſectiones, patet per 103. primi huius, qm̃ ipſæ ſunt oblique, ſecantes axem ſpeculi, ergo & ipſaꝝ cõmunis ſectio oblique incidit illi axi ſpeculi, ergo per 32. primi, angulus e i n eſt acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a eſt acutus, & angulus m i n erit obtuſus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis ſuper lineã q i, quæ ſit m k, ſecans lineam a i in puncto k, punctũ ergo k, erit inter puncta i & a, qm̃ ſi caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtuſus, qui eſt m i n, qđ impoſſibile, cadet ergo punctum k, inter puncta i & a, producatur itaq; linea m k, ultra punctũ k, ad punctũ s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k. Erit ergo punctus s extra ſuperficiem ſpeculi, & ultra cõcauitatẽ eius, & punctus l, in quo eſt centrum uiſus, erit intra ipſius ſpeculi concauitatẽ, ducatur itaq; linea s l, quæ ſecabit lineã n k, qm̃ cum linea n k, ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, patet qđ ipſa eſt cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipſam in puncto f, & à puncto f, ducať per 31. primi, linea æquediſtans lineæ k m, quæ pducta ad axem ſpeculi ſecet ipſam in puncto x, ſitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt a n, qm̃ linea m k, æquediſtans lineæ f x, eſt perpendicularis ſup ipſam a n, eritq; linea f x, in ſuperficie tranſeunte per axem ſpeculi, & per punctũ l. Eſt ergo linea f x ſemidiameter circuli tranſeuntis per punctũ f, æquediſtanter baſibus columnæ per 21. ſeptimi huius, linea ergo f x, eſt ppẽdicularis ſup ſuperficiẽ contingentẽ columnã ſpeculi ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a 3, ducať itaq; linea m f, quia ergo duoꝝ trigonoꝝ m k f, & f k s, duo latera m k & k s ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus k f, cõmune ambobus illis trigonis, anguliq; ad punctũ k ſunt recti, ergo per 4. primi, latus m f, eſt æquale lateri f s, ergo p 5. primi, angulus f m s, æqualis erit angulo f s m, linea uero f x, æquediſtat lineæ s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinſecus, æqualis s eſt angulo f s m, intrinſeco, & anguli x f m & f m s ſunt æquales, quia coalterni, angulus ergo x f m, eſt æqualis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens ſpeculo ſecundũ lineam m f, ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt f l, reflectiť ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à pũcto ſpeculi f, p 20. quinti huius, & linea x f, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculũ in

puncto

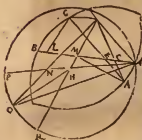
puncto f, & qm̄ linea m k, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē ſpeculi, quia eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis, quæ eſt a 3. patet quod linea m k, eſt katherus incidentiæ formæ puncti m, in ipſa ergo locus imaginis formæ puncti m, per 26. quinti huius, ſed & idē locus eſt in linea reflexionis quæ eſt l f. In illarū ergo linearū cōmuni ſectione quæ eſt punctum s, eſt locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, & quia duæ lineæ f y & h t ſunt æquediſtantes & perpēdiculares ſuper ſuperficiē tranſeuntē per axē ſpeculi & per centrū uiſus q̄d eſt nūc punctum l, qm̄ linea h t, taliter fuit diſpoſita in 53. ſeptimi huius, duæ igitur ſuperficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erunt æquediſtantes & ꝑpēdiculares ſuper ſuperficiē tranſeuntē per axē, per 18. undecimi, & quia linea r i, eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiē trāſeuntē per axem & per punctū l, ideo per 18. undecimi, ſuperficies duarū linearū, quæ ſunt r m y & m s, erit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntē per axem, & per punctum l, & erit per 19. primi huius, linea m s communis ſectio illarū duarum ſuperficierum, & quia linea a k, cū ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a 3. eſt in ſuperficie tranſeunte per axem, quia omnis ſuperficies ſecans columnam ſecundum lineam longitudinis per æqualia, tranſeat per axem illius columnæ, ut patet p. 93. primi huius, ſed & linea a k, eſt ꝑpēdicularis ſuper lineam m s, quæ eſt communis ſectio inter ſuperficiē tranſeuntē per axem, & inter ſuperficiē duarū linearū, quæ ſunt r m & m s, ergo linea a k n eſt erecta ſuper ſuperficiē r m s, & linea a n, eſt æquediſtans axi ſpeculi, ergo per 8. undecimi, erit axis ſpeculi perpēdicularis ſuper ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo ſuꝑficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ, punctum itaq; s, eſt in ſuꝑficie exeunte ex linea r i, perpendicularis ſuper axem columnæ ſpeculi, ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem ſpeculi æquediſtanti ſuperficiei exeunti ex linea r y, punctū ergo s, eſt extra lineam h t, eſt ꝓpinquius pūcto l, centro uiſus, q̄ ſint duo pūcta h & t, & duo puncta h & t ſunt imagines formarū duorū punctorū r & y, & punctū s eſt imago formæ puncti m, palam ergo, quia imago formæ lineæ r m y, eſt linea tranſiens per puncta h s t, ſed talis linea eſt arcualis, quia punctū s eſt extra rectitudinem lineæ h t, tranſiens itaq; per puncta h s t, linea arcualis quæ ſit h s t, & quia linea h t, ſecundum hypotheſim 53. ſeptimi huius, fuit elongata à conuexo columnæ, erit linea h t, ultra ſuperficiem ſpeculi reſpectu puncti l, q̄d eſt nūc centrū uiſus, & iam ſupra oſtenſum eſt, ultra cōcauitatē ſpeculi reſpectu pūcti l, & pūctū l eſt intra cōcauitatē ſpeculi, punctū ergo l, q̄d eſt centrū uiſus, eſt extra ſuꝑficiem in qua eſt linea h s t, arcualitas ergo lineæ h s t, apparebit uiſui manifeſte, & quia punctum f, eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſuꝑficiē circuli b g, & linea t h eſt ultra ſpeculū in ſuꝑficie circuli b g, qm̄ eſt in ſuꝑficie trigoni l h t, erit linea l f s, altior q̄ ſuꝑficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, reſpectu uiſus l, punctū ergo s eſt altius q̄ duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uiſui exiſtenti in puncto l, cōcaua cōcauitate uiſum reſpiciēte q̄d eſt ꝓpoſitum.



XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uiſæ oblique ſecantis axem ſpeculi columnaris concaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, imago uidetur concaua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit h q, & secetur per superficiem obliquam super axẽ, erit ergo cõmunis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, sit aũt sectio a b g, sed in 11. huius ostensum est, qđ quãdo in superficie oxigoniæ sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ columnare, ex cuius duobus terminis. s. ex duabus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi fit reflexio formarũ ad uisum, sit ergo in sectione a b g, huius ꝑpendicularis, quæ sit g a, & sit linea b e k, ꝑpendicularis sup lineã cõtingentẽ ꝑiferiã sectionis in pũcto b, & sit pũctũ b, ꝓpe pũctũ g, itaq; liea ducta à puncto b, cũ linea ꝑpẽdiculari ducta super supficiẽ speculi à puncto reflexionis quæ sit g, contineat sup axem speculi angulũ acutum, patet ergo per 44. septimi huius, quoniam linea b e k, secabit lineã ꝑpendicularẽ, quæ est g a, sub axe speculi, & cõtinebit cũ ipsa angulum acutum, fiat ergo illarũ linearũ sectio in puncto e, angulus ergo b e g erit acutus per 32. primi, ut patet, cadatq; punctũ k in periferiã sectionis, & à puncto g, ducatur per 31. primi, linea æquedistans lineæ b k, quæ sit linea g d, erit ergo angulus d g e, per 29. primi, æqualis angulo b e g, ergo uterq; est acutus, linea ergo g d, erit intra cõcauitatẽ speculi, quoniam linea à puncto g, termino ꝑpendicularis, quæ est a g, extra sectionẽ ducta cõtinget sectionẽ, & continebit angulũ rectum cum linea a g, aut non continget, & continebit angulum obtusum, fiat itaq; per 23. primi, super punctum g terminũ lineæ e g, angulus æqualis angulo e g d, qui sit e g l linea ergo g l concurret cũ linea b e k, ꝑ 14. primi huius, ideo qđ angulus g e l & l g e, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l, qui sit punctus lineæ b k, & in linea l e, ut contigerit, signetur punctũ m, & ducatur linea a m, erit ergo angulus m a g acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus m o g, qui est maior angulo m a g, cũ sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex præmissis, linea m a, cadit intra sectionẽ, fiat quoq; super punctũ a, terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo g a m, qui sit angulus g a d, linea ẽm a d, concurret cum linea g d, ꝑ 14. primi huius, ideo qa anguli d g a & d a g sunt acuti, sit ergo cõcursus in puncto d, linea itaq; a d, secabit lineam b k, cõcurrens cum ipsa per 2. primi huius, quoniam concurrit cum eius æquedistante quæ est d g, secet ergo ipsam b k in puncto t, cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrũ uisus fuerit in puncto d, tunc forma puncti l, uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi g, & linea k l b, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti l, æquedistat lineæ g d, quæ est linea reflexionis, nunq; ergo concurrent, & sit locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto reflexionis quod est g. Similiter ꝗq; forma puncti m, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi quod est a. & kathetus incidentiæ quæ est linea b m k, secat lineam reflexionis quæ est a d in puncto t, ergo punctũ t est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, transeat itaq; per punctũ d, quod est centrum uisus, supficies plana æquedistãs basibus columnæ, hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundum circulum per 100. primi huius, qui circulus sit p o r, & quoniam centrum uisus d, est in superficie sectionis a b g, palam quod ille circulus p o r, secabit sectionem oxigoniam a b g, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam b k, quoniam secat lineam g d æquedistantem lineæ b k, ducitur enim per punctum d, sit ergo ut secet lineam b k in puncto k, sitq; centrũ circuli p o r punctũ h, & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius periferiã in puncto p, & ducatur linea d h, quæ ꝓducta ad periferiã circuli incidat ipsi in puncto k, forma ergo puncti k, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo puncto arcus r p, ut patet ꝑ 27. octaui huius, uerũ hoc ostensum est de reflexione formæ uisibili ad uisum secundũ talẽ situ ab aliq puncto periferiæ circuli, sit ergo n f, fiat illa reflexio à puncto speculi. s. arcus p r, qđ sit pũctũ o, & ducantur lineæ k o, d o, h o, angulus k o h, est æqualis



lis angulo h o d,per 20.quinti huius,& qm̄ linea reflexiōis q̄ est d o,secat diametrum h p,ideo quia linea d h r,transit per centrum circuli,citra quē respectu puncti o,ducitur linea d o,hæc ergo secat diametrū h p,sit ut secet ipsam in puncto n.Est autē linea k h p, kathetus incidentiæ formæ puncti k,ergo per 37.tertij huius,punctū n,est locus imaginis formæ puncti k,ducat̃ itaq; linea k d,quæ per 19.primi huius,erit cōmunis sectio superficiei circuli p o r,& sectionis a b g,uel pars illius cōmunis sectionis,nam duo puncta k & d,sunt in utraq; illarū superficierū,& nihil de superficie sectionis oxigoniæ,quæ est a b g,est in superficie circuli r p,nisi in linea k d,uel linea cuius pars est linea k d,punctū ergo g,est intra circulū,& similiter punctū b,& sunt in superficie sectionis,& punctū n,est in superficie circuli r o,& forma imaginis lineæ l m k,transit p puncta g t n,linea uero per transiens hæc puncta est arcualis,q͂a superficies sectionis est decliuis sup superficiē columnæ per 103.primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis nō transit per totū axē columnæ,neq; est superficies sectionis æq̄distans basi colūnæ,linea ergo t n g,quæ est imago lineæ rectæ k m l,cuius superficies secat axē speculi oblique,est curua maximę curuitatis,& eius cōcauitas respicit uisum existentē in puncto d,& q͂a punctū t,est imago formæ puncti m,& punctū n,imago formæ puncti k,& punctū g,est imago formæ puncti l,patet qđ imago lineæ l m k est conuersa,ita qđ superficiei punctus imaginis respectu uisus,qui est g,corrn̄det infimo puncto lineæ uisæ,qui est l,& infimus punct9 imaginis qui est n,corrn̄det supremo puncto lineæ uisæ,q̄ est k. Sic ergo situs partium imaginis nō est cōformis situi partiū rei uisæ,sed cōuersus & difformis,patet ergo ꝓpositū, patet itaq; ex hac ꝓpositione,& duabus p̄missis,qđ lineæ rectæ æq̄distantes axi speculi colūnaris cōcaui,& æq̄distātes basi eius,& etiā quæ sunt obliquæ sup superficiē eius,q̄nq; uidebunt̃ arcuales,q̄nq; rectæ,q̄nq; cōuersæ, formæ ergo eorū quæ cōprehendūt̃ in speculis colūnaribus cōcauis,q̄nq; erit directa cōformis i suo situ situi partiū rei uisæ, & q̄nq; erit difformis cōuersum habens situm suarū partiū respectu uisus partiū rei uisæ,& in respectu ad uisum.

XXIX.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculi columnare concauum transaxem orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in eadem superficie uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48.octaui huius,circulus a b z,cuius centrū in superficie speculi columnaris concaui æquedistans basibus speculi,& sit centrū uisus in puncto d, erit ergo linea d g,ut in p̄dicta 48.p̄missum est ꝑpendiculariter erecta super superficiē circuli, & sint duæ lineæ e a & e b perpendiculares sup superficies cōtingentes superficiem colūnæ speculi,& erit superficies trianguli d e g,ꝑpendiculariter erecta sup superficiē circuli a b z,p̄ 18.undecimi,q͂a linea g d est p̄pendicularis sup superficiē circuli,hoc est super eā superficiē,cuius sectio efficit circulū a b z,superficies ergo trigoni d e g,ut patet per 19.undecimi,& p 92.primi huius,transit p totū axem speculi,& p centrū uisus qđ est punctū d.& neutra superficies earū q̄ sunt d b o & d a o, q̄ secant se in liea d o,ut patet p 19.primi huius,transit p totū axem,& in neutra illarū superficierū est aliqđ de axe nisi punctū e,qđ est centrū circuli a b t,utraq; ergo superficies q̄ sunt d b o & d a o,secat superficiē columnarē speculi secundū oxigoniā sectionē,& sit reflexio formarū ad uisum à duob9 pūctis illarū sectionū,quæ sunt a & b,ut patet p p̄missam 46.octaui huius formæ ergo pūcti r,reflectetur ad uisum existentē in puncto d,à puncto speculi qđ est b,& forma puncti m reflectit̃ ad uisum in punctū d,à pūcto speculi qđ est a,& qm̄ kathetus incidentiæ formæ pūcti r,est linea r e n,secans lineā b d,q̄ est linea reflexionis in puncto n.& kathetus incidētiæ formæ pūcti m,est linea m e u,secās lineā reflexiōis quæ est a d,in pūcto u,patet qđ pūcta n & u sunt loca imaginū formarū punctorū r & m,& erit linea n u, diameter imaginis,formæ lineæ m r,& est minor q̄ liea m r,ut patet in 49.octaui huius,& similit̃ formæ duorū punctorū h & l,reflectent̃ ad uisum in punctū d,à duob9 pūctis speculi q̄ sunt

a & b, & erit p modũ prius dictũ cũ linea t k, diameter imaginis formæ lineæ l h, & secũdũ pmissã in 48. octaui huius, erit diameter imaginis t k, æqualis diametro rei uisæ quæ est linea l h. Similiter quoq; linea p i, erit diameter imaginis formæ lineæ f q, & est maior quàm diameter rei uisæ quæ est linea f q, & oẽs istæ imagines erũt cõuersæ, ut ostensum est in 50. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto o, & formæ linearũ quæ sunt p i, t k, & n u, reflectanẽ ad uisum in puncto o, à punctis speculi quæ sunt a & b, tũc erit econuerso. Erit enĩ diameter imaginis lineæ p i, quæ est linea f q, minor diametro t k rei uisæ & erit linea l h, diameter imaginis lineæ t k, & æqualis ei, & erit linea m r, diameter imaginis lineæ n u, & maior quàm illa. Omnesq; imagines linearũ istarũ rectarũ erunt rectæ, sed cõuersæ secundũ sitũ & ordinẽ ptiũ quẽ habent ipsæ res, nam dextrũ rei fit sinistrũ imaginis, & sinistrũ rei fit dextrũ imaginis, & similiter est de ptibus quæ sunt sursum & deorsum. Itẽ cũ utraq; extremitatũ harũ linearũ unicã habuerit imaginẽ, & aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines, tunc forma illius lineæ tot habebit imagines, quot punctũ mediũ ipsius, & oẽs istæ imagines copulabunẽ ad puncta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oĩm illarũ imaginũ, & si utraq; extremitas illius lineæ uel altior ipsarũ plures habuerit imagines, pũctũ nõ mediũ habuerit tm̃ unã. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo, uel saltem alterni suum punctũ extremũ, & si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctum mediũ multas habuerit imagines, tunc tota linea habebit imagines secundũ numerũ maiorẽ, & hoc patebit, sicut patuit supra de imaginibus speculorũ sphæricorũ concauorũ. In speculis enĩ colũnatibus cõcauis accidit fallacia in omnibus quæ in eis cõprehenduntẽ, sicut accidit in speculis sphæricis concauis. s. de formis specierũ uisibilium, & de quantitatibus, & de numero suarũ imaginum, & de conformitate ipsarũ ad res, quarũ ipsæ sunt imagines, & de difformitate situs ipsarũ secundum cõuersionẽ formarũ partialiũ cum omnibus fallacijs quæ approprianẽ cõuersioni, & oẽs fallaciæ sunt in his ut in speculis prædictis sphæricis concauis, patet ergo illud quod pponebatur.

XXX.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ secat axem oblique, centro uisus non existente in eadem superficie, uidetur imago curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs & conuersa.



Fiat in isto pposito theoremate dispositio talis quæ in 28. huius, apparebitq; totum qđ ibi ponitur in his speculis columnaribus concauis, posito itaq; ut aliqua linea recta non æquedistet axe speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ oblique secat illum axem, si centrum uisus fuerit in illa superficie, tunc patet per 28. huius, quod imago illius lineæ uidetur curua respectu uisus, & conuersa secundum situm ipsius rei uisæ, quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiem à puncto d, in quo est illic centrum uisus, tunc si à punctis a g o, à quibus fit ibi reflexio, erigantur lineæ longitudinis speculi per 100. primi huius, inueniantur puncta reflexionũ formarũ punctorũ m b k, pateteq; secundum modum plurium præmissarũ, quod forma punctorũ k m b, reflectetẽ ad uisum secũdũ dispositionẽ suo situi diuersam, & secundũ hoc disponetẽ curuitas imaginum & cõuersio figuræ, qđ si centrũ uisum nõ fuerit in liea ppendiculariter erecta sup illã superficiẽ à pũcto d, tũc à centro uisus ducaẽ ppẽdicularis sup illam superficiẽ per 11. undecimi, & inuentis punctis reflexionis formarũ punctorum b m k, patebit propositum ut prius, & hoc proponebatur.

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici ſpeculi pyramidalis concaui oblique ſuper axem reflectitur ad centrum uiſus inter illam lineam & ſuperficiem ſpeculi conſtitutam à linea longitudinis ſpeculi, imagoq́; ipſius uidetur recta, & ſi illa linea incidẽs fuerit recta, eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas eſt ad uiſum.

Fiat diſpoſitio omnimoda quæ in 55. ſeptimi huius, inuenieturq́; in ſpeculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ quæ eſt a n, propoſito modo illud ſpeculum reſpicientis imago curua inter cõcauitatem ſpeculi quæ eſt a p y, punctũ quoq; quod eſt ſub ſuperficie ſpeculum contingentem ſecundum lineam longitudinis ſpeculi quæ eſt a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uiſæ quæ eſt a n, ad uiſum exiſtentem in puncto r, erit illic punctũ k, in quo puncto f, ſi fuerit centrum uiſus erunt omnia puncta quæ ſunt in illa curua imagine, uel quæ ſunt in linea recta ſcilicet in diametro imaginis reflexa ad punctũ f. & imago lineæ curuæ quæ a p y, erit linea recta, quæ eſt a n, uel imagines duarum extremitatũ lineæ a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius. & loca imaginis puncti p, quod eſt in medio lineæ a y, diuerſabuntur, & hoc poteſt eodẽ modo declarari ſicut ſibi ſimile declaratum eſt in 55. ſeptimi huius, quoniam eñ ut ibi declaratũ eſt, angulus z r f eſt æqualis angulo z f r. Eſt autem angulus p z h æqualis angulo t z r, per 15. primi, & angulus t z r eſt æqualis angulo z f r, per 29. primi. ſed per eandem 29. primi, angulus h z f eſt æqualis angulo z f r. Eſt ergo angulus p z h æq̃lis angulo h z f, palam ergo per 20. quinti huius, quoniã fiet reflexio formæ puncti p, ad uiſum exiſtentem in puncto f, à puncto ſpeculi pyramidalis concaui quod eſt z, & quoniam linea h p o eſt kathetus incidentiæ formæ puncti p, & linea f z o eſt linea ſuæ reflexionis ad uiſum exiſtentem in puncto f, patet per 37. quinti huius, quoniam punctum o, eſt locus imaginis formæ puncti p, ſimiliter quoq; angulus y e d eſt æqualis angulo h e r, quæ ꝑ 29. primi, eſt æqualis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f eſt æqualis angulo e f r, ſed ut in cõmento 55. ſeptimi huius, oſtenſum eſt angulus e f r eſt æqualis angulo e r f, eſt igitur angulus y e d æqualis angulo d e f. ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto f, à puncto ſpeculi concaui quod eſt e, & quoniam linea y n, eſt kathetus incidentiæ formæ puncti y, & linea f e n eſt linea ſuæ reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formæ puncti y, & punctum n, & punctum a, ſicut reflectitur à uertice ſpeculi, ſic locus imaginis ſuæ eſt ibidem, per ea quæ dicta ſunt in 11. & 12. octaui huius. & in 10. huius. erit ergo imago totius lineæ a p y, curuæ, linea a o n recta, quoniam de alijs punctis eſt eodem modo demonſtrandum, quod ſi aliquod uiſibile ſtatuatur in loco lineæ rectæ a y, quæ eſt diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y, tũc duæ extremitates lineæ a y, quæ ſunt a & y, habebunt ut prius loca ſuarum imaginũ in punctis a & n, loca uero imaginis puncti medij correſpondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuerſabuntur, & ſecundum diuerſitatem cõcurſus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis ſuarum reflexionum ſecundum quas à punctis lineæ longitudinis quæ eſt a u e, ſpeculi ꝓpoſiti concaui reflectuntur ad uiſum exiſtentem in puncto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum punctorũ diuerſabuntur quandoq; ad concauitatem, quandoq; ad conuexitatem reſpicientem centrum uiſus, erit tamen illa concuruitas modica, quoniam prædictorum locorũ imaginum reſpectu lineæ a o n, modicus eſt exceſſus, palam itaq; ex præmiſſis, quod ſi linea recta quæ eſt diameter imaginis curuæ q̃ eſt a p y, fuerit in aliquo uiſibili, & centrum uiſus fuerit in puncto f, tunc imago lineæ rectæ præmiſſo modo diſpoſitæ forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur concaua, quod eſt propoſitum.

XXXII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie incidentiæ axem ſpeculi pyramidalis concaui orthogonaliter ſecante, centroq́; uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uiſum reſpicientis.

Sit ut in 27.huius libri,centrum uisus punctum l,& linea uisa r m y,cuius extrema puncta quæ sunt r & y,æqualiter distent à centro uisus l,sitq; centrum uisus extra superficiem lineæ r y,quæ producta secat speculum pyramidale cōcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit b g,cuius centrum sit d,reflectaturq; forma puncti r,ad uisum l,à puncto speculi g,eruntq; puncta b & g,quamuis sint in circulo,ut cum sunt puncta reflexionum,erunt in duabus oxigonijs sectionibus secantibus se secundum lineam d l,ut patet hoc per 7.septimi huius,& per 19.primi huius,& quoniam quantū ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cōcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27.huius,erit locus imaginis formæ pūcti r, in puncto h,& locus imaginis formæ puncti i,erit in puncto t,locus uero imaginis formæ puncti m,erit punctum s,quod est extra rectitudinem lineæ t h,imago itaq; lineæ t m i,est in quadam linea transeunte puncto h s t,sed talis linea est curua. Est ergo lineæ rectæ quæ est r m y imago curua,& quoniam punctū s,est ultra cōcauitatem speculi respectu pūcti l,centrū uisus,& punctum l,est intra illam concauitatem,palam quod punctum l,est extra superficiē in qua est linea h s t,curuitas ergo lineæ h s t,apparebit uisui manifeste,& quia punctū f,cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g,& linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g,erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t,linea ergo l s,erit altior duabus lineis l h & h t,punctum ergò s respectu uisus l,est altius quàm duo puncta h & t,linea ergo h s t,apparebit uisui existenti in puncto l, concaua maxima concauitate uisum respiciente, & hoc est propositum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis concaui,cuius supficies incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniā enim ut in 31.huius ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem,imaginem curuam uisui ad quem fit reflexio repræsentat,& per præmissam proximā patet,quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis,uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis, Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta,cuius superficies incidentiæ,ut hic ponitur,oblique secet axem speculi,patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis,cuius cōformis est demonstratio cum præmissis,patet ergo propositum,nec em̄ dignum uidimus talibus immorandū, quæ est prædemonstratis cōclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt,unde talia relinquimus animæ perquirenti.

XXXIIII.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculū pyramidale trans axem secante, centroq; uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficiei speculum secundum axem secantis,uidebitur recta,quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm,& quandoq; una,quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29.huius,eadem dispositio figuræ,quæ facta est in 48. octaui huius, Si ergo aliquod punctū cōmune ambabus superficiebus d a o & d b o,fuerit in axe pyramidis,ut punctū o,& si duæ lineæ a e & b e,fuerint ppendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autē est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales, possunt enim cum axe contingere duos angulos acutos æquales,cū ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares super illas superficies,& uisus fuerit in puncto d,tūc superficies trigoni d e g,in qua sunt lineæ g e & d e,transibit per totā axem & per centrum uisus,& utraq; superficies d a o & d b o,erit decliuis super axem speculi, & cōmunes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erūt duæ sectiones oxigoniæ,& forma trium punctorū quæ sunt t b q,reflectetur ad uisum existentem in puncto d,à puncto speculi quod est b,

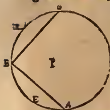
quod est b, formæ quoque trium punctorum quæ sunt, m l f, reflectentur ad uisum in puncto d, à puncto speculi a, cum ergo lineæ m l f, & r h q, fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d, tunc ut supra in 29. huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r, & linea c k erit imago lineæ l h, & linea p i erit imago lineæ f q, erit itaque imago lineæ m r, quæ est linea n u minor quàm linea m r, & imago lineæ quæ est p i erit maior quàm linea f q, & imago lineæ l h quæ est c k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoque istæ imagines conuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisu existente in puncto d, quod si uisus fuerit in puncto o, & lineæ n u, c k & p i quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisu existente in puncto o, fuerint in superficie bus corporum uisibilium, tunc per eandem præmissam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum n u, c r & p i, erunt lineæ quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, eritque imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i, & imago lineæ c k quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ, & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u, & istæ imagines omnes erunt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto o, & si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ m l f & k h p, puncta itaque istarum imaginum quæ sunt m l f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est a o, & puncta r h q, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est b o, et imago puncti remotioris à uisu erit propinquior uisui, et imago puncti propinquioris uisui erit remotior à uisu, conuersum itaque habebunt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaque ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoque in his speculis pyramidalibus concauis uidentur conuexæ, quandoque concauæ, quandoque rectæ, & quandoque maiores, & quandoque minores & quandoque æquales rebus uisis, & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes respectu situs rerum quarum sunt imagines, & accidit in his speculis sicut in alijs speculis numerari imagines secundum numerum punctorum reflexionis, & forte imagines eiusdem rei diuersarum erunt formarum secundum diuersum situm suarum partium quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari, hæc itaque de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatum quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus.

XXXV.

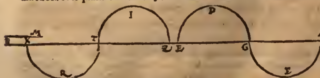
Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit a b g, & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per undecimam quarti, quod sit a b, & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni per 15. quarti, quod sit b g, eritque per eandem 15. quarti, linea b g, æqualis semidiametro circuli, & abscindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b, per 27. tertij, est æqualis quintæ parti periferiæ circuli, & similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli, fiant quoque formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionum, quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit concaua, ut est figura quam descripsimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est g z b,

est g z b, sicut conuexa ut est figura x o p, & assumatur petia ferri rectangula, cuius longitudo sit maior quàm ambæ cordæ a b & b g, latitudo quoq; sit maior quàm corda b g, & incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis a e b, ita ut superficies cõcaua quæ est k f c, sibi extrinsecus applicetur, & eius latitudo sit in parte longitudinis residuæ concauitatis portionis g z b, ita ut cõuexitas superficiei x o p, sibi intrinsecus applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentũ accipiat ex forma cõcauitatis, sed in eadem superficie speculi ipsarum quælibet imprimatur, poliaturq; speculum ex partibus ambabus, ꝓptet qđ oportet ut lamina speculanda sit conuenienter spissa, ut ex utraq; parte salua dispositiõe reliqua ualeat poliri, hoc itaq; speculum si sup sedem uolubilē ad hanc præparatam cõponatur, & super ipsam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concaua superficies uisui se offerant, tunc apparebũt dextra dextra & sinistra sinistra, & distant quasi duobus cubitis, apparet imago cõmensurata & similis ueræ formæ, magis uero distãti ꝓtenditur imago in anterius, propius uero accedenti ad cõuexam superficiem speculi fit imago penitus informis, & magis accedẽti informitas plus augetur, & contraria ei quod uidetur, fit imago magis quàm accedenti prolixior apparens, & sit facies uidentis consimilis formæ equi, & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata, ꝑmutato quoq; speculo, imago quandoq; habet caput sursum & pedes deorsum, & quandoq; pedes sursum & caput deorsum, & plus experientia quàm scriptura docebit imaginum diuersitates. Quia si connectantur duo specula sphærica, quorum unum sit concauum, reliquum cõuexum, non modo etiam speculo uariatur dispositio imaginum, propter reuelationem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterũ, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra, & in parte conuexa nõ mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum, Sed in parte concaua uidebitur imago super capita uel ut antipodes, Causa uero omniũ horum in simplicibus speculis dicta est per præmissa, modo quoq; tali in præmisso speculo permiscentur imagines. & si in eadem concauitate sit speculũ planum ipsis speculis sphæricis conuexis & concauis interpositũ, uariabitur imaginũ quantitas, qa in planis est imago æqualis rei uisæ ꝑ 52. quinti huius, in cõuexis uero est minor per 39. quinti huius, In concauis uero quandoq; æqualis, quandoq; maior, & quandoq; minor, ut patet p 48. octaui huius, & tale speculum potest taliter componi. Sit superficies aliqua plana, quæ a b, & fiant in ipsa specula conuexa quæ sint a t g & t r k, & similiter fiant in ipsa specula concaua quæ sint g d e & z i t, & fiant specula plana quæ sint e z & k b, ponaturq; res uisa in puncto m, quæ à speculis illis ad uisum reflectatur, à planis itaq; speculis apparent æqualia idola & æqualiter distantia, & à conuexis minora & minus distantia, à concauis uero diuersa & diuersimode uisui occurrẽtia, sicut in alijs ꝑdemonstratũ est. Ingeniũ uero modernorũ & futurorum addat quod libuerit, quia sufficienter dedimus cogitantibus principia multorũ talium adinuentionũ, & nos quæ talia digna memoria inuenimus, posterius cõscribemus.





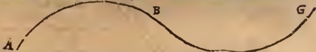


XXXVI.

A speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile est accendi.

Si enim

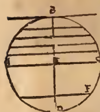
Si enim in ſpeculis pyramidalibus concauis ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi communis ſectio ſit linea longitudinis, non eſt neceſſarium ignem ab ipſis accendi ſicut neque à ſpeculis planis, etiam ſi ſuperficies reflexionis omnes ſe in axe columnæ interſecent, radij enim æquediſtanter ſuperficiei ſpeculi incidentes, æquediſtanter utiq; reflectentur, perpendiculares quidem in ſe ipſos ad diuerſa puncta ſpeculi columnaris ſecundum quæ cum ipſi ſpeculo incidebant axem ſecabant, & ita nunquam in pũcto concurrent, ſed in tota linea axis diſtendentur, nõ ꝑpendiculares uero radij oblique, ſcilicet ſuperficiei ſpeculi incidentes, quoniam ſecundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei contingentis columnam, ad partem aliã in eadem ſuperficie à dicta ꝑpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia ſecundũ quod æquediſtantes ad inuicem incidunt, ſic quaſi æquediſtantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, ſed in linea concurrẽt per 29. primi. Quod ſi dicatur quod aliqua ſuperficies reflexiõis ſe in axe colũnæ nõ interſecẽt, ſed ſint æquediſtãtes, qđ eſt impoſſibile ut patet p 7. ſeptimi huius, palã tñ eſt quod in eis reflexi radij nunq̃ concurrẽt, ſi uero ſectio cõmunis ſuꝑficiei reflexiõis, & ſuperficiei columnæ ſit circulus, tunc per eius centrũ tranſeuntes radij, qm̃ omnes ſunt perpendiculares ſuper ſuperficies contingentes in punctis ſuæ incidentiæ, ut per 21. ſeptimi huius, oſtenſum eſt, tunc patet quod omnes reflectuntur in ſeipſos, & concurrent in centro circuli illius ſiue ſit baſis columnæ ſpeculi ſiue ſit circulus baſi æquediſtantis, hoc autem centrum erit ſemper in axe, & ſunt tot centra talium circulorum in axe, quot ſunt circuli in columna, ad unũ ergo punctum non reflectuntur radij totius ſuperficiei ſpeculi columnaris, ſed ad totam axis lineã, quod ſi radij reflexi ſecundum circulum nõ tranſeunt centrum circuli, tunc ſecundum angulorum incidentiæ diuerſitatẽ fiet diuerſitas reflexionis ad ſemidiametrum circuli, non fiet concurſus in centro circuli radiorũ ſed in tota ſemidiametro, & ſic ignis difficiliter accẽdi poterit, ſicut etiam prius dictum eſt in ſpeculo ſphærico concauo, ut patet per ultimam octaui huius, quod ſi communis ſectio dictarum duarum ſuperficierum ſit ſectio columnaris, tunc radij pauciſſimi concurrent, patet ergo quod non eſt poſſibile omnes radios ſuperficiei ſpeculi columnaris concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali ſpeculo pro combuſtionibus ſunt uſi. Ex ſpeculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere non eſt neceſſariũ, quamuis ad hæc multarũ acclinetur imaginatio, cuius cauſa eſt, qa in talibus ſpeculis communis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi non poteſt eſſe circulus alius, nec baſis, nec æquediſtans baſi, propter hoc quod prius dictũ eſt, & patet per ſecundam huius, in nullo ergo euentu poſſunt radij à periferia circuli in centro concurrere, ſicut aliqualiter accidit in ſpeculo columnari, quod ſi ſectio cõmunis ſuperficierum dictarum ſit linea longitudinis ſpeculi, quoniam ſuperficies ſpeculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc accidet in his ſpeculis ſicut prius dictum eſt in planis & columnaribus ſpeculis, radij enim incidentes uel quoſcunq; angulos fecerint cum linea longitudinis eoſdem facient cũ eadem reflexi, & ſic radij incidentes æquediſtant, & æquediſtanter reflectuntur, non ergo concurrent etiam ſi ſint in eadem ſuperficie reflexionis, & ſi in diuerſis ſint ſuperficiebus patet quod non concurrent niſi in axe, quia ſuperficies reflexionis ſe ſuꝑ axem pyramidis interſecant, & tunc concurſus radiorum fiet in linea non in puncto. Si cõmunis ſectio ſuperficierum dictarũ ſit ſectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eiuſdem ſuperficiei uel diuerſarum aliqualiter cõcurrent, nullo ergo modo radij incidentes pyramidali ſpeculo omnes, uel plures ipſorum, uel etiam pauci in puncto uno poſſunt concurrere, ut aliquid ignitioni reſiſtens ualeant ignire, nec etiã pluralitas coniunctorum ſpeculorum aliud ualidũ reſpectu laboris ſuperadditi apportabit, patet ergo illud quod proponebatur.

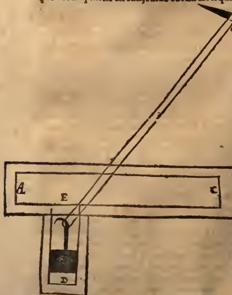


XXXVII.

Ex plurium speculorum sphæricorum concauorum intersectione speculum comburens constitui est possibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius speculi sphærici concaui, qui a b c d, & eius centrũ e, intersecentq; se in ipso duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidantq; radij solares in circulo, palam itaq; per ea, quæ in ultima octaui huius dicta sunt, quoniã radius incidens circulo secundum aliquam diametrorũ, uerbi gratia, secundum diametrũ a c, reflectitur in seipsum trans centrum radiorum non æquedistantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctũ b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens cõtinet cũ diametro est rectus p 17. tertij, & angulus b e a est rectus ex hypothesi, & illc ergo radius contingens circulum nõ reflectitur, quia nihil inuenit resistens, ꝓcedit ergo in cõtinuum & directũ, alius uero radius æquedistãs diametro a c, cũ linea in puncto suæ incidentiæ speculũ contingente, continet angulũ rectilineũ acutissimum, & modicam abscindit portionẽ circuli, incidens & modicum se reflectens, sed æqualit. Sic itaq; omnes radij æquedistantes diametro a c, incidentes circulo speculi, æquales abscindunt circuli portiones, semper enim angulus reflexionis est æqualis angulo incidentiæ, illi aũt anguli æquales semp æquales abscindunt portiones p 43. primi huius, solus aũt radius incidens circulo æquedistantet diametro a c, abscindens portionem, cuius arcus est sexta pars periferiæ circuli, & cuius corda est æqualis lateri exagoni inscriptibilis eidem circulo reflectĩ ad punctũ c, terminum diametri c a. Est eñ diameter a c, æquedistans medio lateri exagoni suo circulo inscripti, quem exagonũ diuidit illa diameter p æqualia, ut patet p 63. primi huius, sitq; ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoq; radij æquedistãtes semidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartæ circuli, cuius corda est æqualis residuo alteri exagoni, & est arcus f c, reflectuntur ad illam partem circuli portiones æquales abscindentes & omnes illi radij transeunt per aliquod punctum semidiametri c e, & quodcunq; punctũ reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quousq; redeat ad locũ à quo exiuit, illud punctũ motu suo describet circulus cuius polus erit punctum c, & à tota illius circuli periferia, fiet reflexio ad idẽ punctum semidiametri speculi quæ est c e, fietq; in illis punctis diametri combustio opposita aliqua materia combustibilis, sed debilis & cum mora temporis, qđ sic fieri possit, ut loca plura cõbustionis uel omnia in unũ punctũ congregentur fiet fortior cõbustio. Hoc aũt uisum est possibile fieri per intersectionẽ sphæricã plurium speculorum sphæricoꝝ concauorum, non aũt inæqualium, quia in illis nõ conuenienter uniformis potest inueniri ꝓportio. Relinquitur ergo qđ æqualiũ speculorũ sphæricorũ fit illa intersectio, ita ut illud quod uariat in locis cõbustionum diuersitas distantiæ radiorũ æquedistantium axi speculi, & ad ipsam axem reflexaꝝ cõformet diuersificatio centrorũ, ut si centra sphærarũ speculorũ se intersecantium





tium secundũ omnia puncta unius semidiametri sphæræ uarientur, tũc enim pũcta combustionis aut oĩa aut plurima in unum punctũ colliguntur, & fortificabitur cõbustio secundũ illud. Huius autẽ rei mœchanicũ artificiũ tradendũ cogitauimus illis, q̃ p manualem fabricã intendere uoluerint præmissis, cuius forma talis est. Assumatᷣ regula lignea uel ænea quadrangula planaꝶ superficieꝶ quãta placet, & sic eius latitudo tripla erit suæ spissitudini uel circa illud, deinde in medio suæ latitudinis caueᷣ secundũ lineã rectã, & planeᷣ foramen, & ordineᷣ taliter, ut intra ipsam decurrere possit nauicula admodũ artificij tornatorũ, in qua nauicula uncus ferreus infigatur, & hæc regula sic concauata & disposita, taliter situetur ut eius cauata supficies sit erecta sup supficiem horizontis, & lineæ profunditatis suæ concauitatis sint ꝑpendiculares super superficiẽ horizontis, sitq́ꝫ linea q̃ motu suo describet uncus motæ nauiculæ æqualis semidiametro ꝓpositi circuli, quæ est e d, ita ꝙ punctũ e cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus est mouetur. Deinde assumatur alia regula lignea uel ænea similiter quadrangula ut prima, & planarũ superficierũ, & hæc similiter in sui supficie latiori cauetur subtiliter secundũ lineas rectas, & planenᷣ superficies cõcauitatis ita ut sine impedimento p illã concauitatẽ possit alia subtilis regula uel funiculus moueri, Sitq́ꝫ concauitatis illius regulæ dupla lineæ e d, hoc est ut sit æqualis diametro circuli q̃ est a c, & hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur, ut eius superficies nõ concauata æquedistet horizonti, & eius superficies cauata respiciet cauaturã regulæ prioris, & ordinetur orthogonaliter sup illã, ita ut angulus d e c sit rectus, & sit medius pũctus longitudinis suæ cõcauitatis correspondens pũcto e, qui est punctus unci ipsius nauiculæ, & sint omnia hæc in eadem supficie æquedistante superficiei horizontis. Fiatq́ꝫ tertia regula ænea longa quadrangulaꝶ superficieꝶ planarũ & rectarũ linearũ, q̃ sit e f g. Sitq́ꝫ eius pars e f æqualis semidiametro circuli q̃ est e c, sitq́ꝫ taliter disposita, ut p aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculæ secundũ punctũ e, & ut ipsa moueri possit per cõcauitatẽ lineæ a c, sitq́ꝫ in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concauitatis regulæ a c, fiat quoq́ꝫ reliqua pars lineæ e f g quæ est f g, lõgitudinis placitę cuiuscũq́ꝫ, & in pũcto g, adhibeatur clauus acutus in fine, qui sit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere possit pauimentum uel illam aliam superficiem substratam. His itaq́ꝫ omnibus sic dispositis imittatur regula e f g, secundum foramen puncti e, in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per cocleam uel modo alio ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu, & sequitur regula e f g, tractum nauiculæ, decurretq́ꝫ punctus f, in superficie regulæ a c, & semper mutabitur centrum circuli, cuius diameter est linea e f, cum itaq́ꝫ pũctus e, peruenit in punctũ d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineæ a c, quod est centrũ circuli p̃missi, omniumq́ꝫ punctoꝝ reflexionis lineis uel quarũcunq́ꝫ formarũ à quarta circuli quæ est c b, concursus radiorũ uel diffusæ uirtutis erit in centro circuli qđ est e, qm̃ omnia puncta combustionũ concurrentia in axe e b, reducta sunt ad punctũ e, quod est centrũ circuli, utpote omniũ radiorũ incidentiũ circulo speculi æquedistanter diametro a c. Similiter quoq́ꝫ si placet fiat in alia quarta circuli descẽdente plane ipsa nauicula reducendo punctũ f ad punctũ a, tũc em̃ punctũ g, lineæ f g, motu suo describet quandam lineam per clauum sibi affixum in pauimento figuralem, & hanc lineã dicimus lineam ecentralem, qm̃ est intersectio infinitorũ circulorũ, quilibet em̃ punctus illius lineæ exceptis punctis extremis correspondentibus pũctis a & c, ipsius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter distantibus à pũcto medio totius lineæ ecentralis diuerso correspondet centro, sicut & quælibet duo pũcta æqualiter distantia à pũcto sui medio respiciunt idem centrũ, & sunt pũcta unius circuli alterum circulũ secãtis, hæc ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundũ ipsam aliquam specularem superficiẽ cõcauantes, sicut p modũ demonstrationis & artificij inferius diceᷣ, patet ergo ꝓpositũ.

XXXVIII.

Ex interſectione plurium ſpeculorum pyramidalium cõcauorum ignem eſt poſſibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit, quo duobus harum rerum scientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noster cõquieuit, quia & si non

Ad unum punctum mathematicum, ad unum tamē punctū naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter aggregari, quæ nobis uero postea occurrerūt ualidiora sunt. Nihil tñ istorū duximus pтermittendū, ut posteriorꝫ animi altius excrescāt, pſenti itaqꝫ demonstrationi opus ipsum mœchanicū duximus aliqualiter immiscendū, nihil tamē de demonstrationis substantia obmittentes. Assumatur ergo quæcūqꝫ pyramis quæ sit a b c d, cuius uertex sit punctum a, sintqꝫ lineæ longitudinis illius pyramidis a b & a c, & sit axis ipsius linea a d, quæ sit exempli causa partes 18. secundum quod diametri circuli suæ basis quæ est f b e c, est partes 6. eritqꝫ per 89. primi huius, punctum d centrum circuli, qui est basis ipsius pyramidis, inscribaturqꝫ circulo basis linea æqualis semidiametro ipsius per primam quarti, quæ sit f e. Sitqꝫ aliqua diameter in circulo æquedistans iuscriptæ lineæ, quoniam diuisa linea f e per æqualia ex decimo primi, producatur à puncto diuisionis, quæ sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, hæc quoqꝫ transibit per centrum circuli per tertiā primi, producaturqꝫ linea illa ad utranqꝫ partem circunferentiæ & sit b c, extrahatur ergo perpendicularis à centro circuli basis quod est d, super diametrum b c, quæ sit d h, & producatur ad partē aliam circuli, fietqꝫ diameter quæ sit h k æquedistans lineæ e f, per 28. primi, producanturqꝫ à pūctis h & k, duæ lineæ longitudinis pyramidis ad uerticē quæ sint h a & k a, producatur quoqꝫ à puncto e, linea æquedistans lineæ h a, ex 31. primi, & concurrant productæ lineæ in puncto x, concurrent autem ideo, quia ipsarum æquædistantes quæ sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter duas ergo lineas e x & f x, cōtinuata plana superficies & terminata ad lineam f e, quæ sit trigonum f e x, palam quoniā intersecabit pyramidem. Eritqꝫ triangulus x f e, propter æquedistantiam laterum æquedistans triangulo magno in pyramide, quæ est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyramidem per æqualia, eo quod sit duabus lineis lōgitudinis & diametro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam pyramidis resecat portionem, abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit l f b e g, eruntqꝫ lineæ l f & l e, per 98. primi huius, partes æquales unius sectionis conicæ quæ est e l f, diuisa per æqualia in sui supremo pūcto quæ est l, ducantur ergo lineæ rectæ quæ sint l e & l f, & sint æq̄les, linea uero l b, quæ est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritqꝫ linea b g, linea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitudinis, & linea l g, latus portionis erectum æquedistans lineæ d a, quæ est axis pyramidis. Expedit ergo ut operi mœchanico consulentes noticiam harum linearum omnium perquiramus, supponentes ea quæ in cordis & arcubus sunt probata, palam autem ex præmissis quoniā linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60. secundū quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundū qd circulus est 360. ducātur quoqꝫ lineæ b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam f e, per æqualia & orthogonaliter, patet quoniam lineæ rectæ f b & b e æquales sunt, per 4. primi, ergo arcus f b & b e sunt æquales, per 27. tertij, arcus itaqꝫ f e, diuisus est p æqualia in puncto b, ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta, & 30. secunda, sed quoniam linea f g, est medietas lineæ f e, quæ sint 60. patet quod linea f g, est 30. quadrentur ergo ex 45. primi, linea f b, & similiter linea f g, & quia quadratum lineæ f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia

quadra-

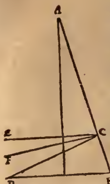
quadratū lineæ f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahaẽ ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quātitas lineæ b g, & secūdū q̄ est linea f g 8. & 30. ptes, & ipsa 8. ptes 2. minuta 29. secunda, secundum uero quod diameter b c est partes 6. & semidiameter f e, partes 3. & linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta, & 6. secunda, prout ex tribus notis quartum ignotū perquirens auxilio 20. ꝓpositionis 7. diligens inquisitor facile poterit inuenire, q̄m uero linea g l, erecta æquedistans est axi pyramidis quæ est d a, patet ex 29. primi, q̄m trianguli d a b & g l b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit ꝓportio lineæ d a ad lineam g l, sicut lineæ d b ad lineā g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineæ d a ad lineam d b, sicut lineæ l g ad lineā g b, sed linea d a, secupla est ad lineam d b, ex hypothesi, erit ergo linea l g, secupla lineæ b g, patet ergo, q̄m linea l g, erit duæ partes. 24, minuta. 36. secunda, secundum quod linea d a est partes. 18. secundū quod in triangulo l b g, angulus l b g est rectus, q̄a latus g l quẽadmodū linea d a, orthogonaliter erectum est super superficiẽ circuli basis pyramidis p 89. primi hui9, & p 8. undecimi, patet ergo q̄a quadratū lineæ l b, ualet quadrata ambarum lineaꝝ l g & b g, ex 46. primi huius, cōponantur ergo quadrata & aggregati radix quadrata extrahaẽ, & ipsa est quantitas lineæ l b, quæ secundū ꝓpositum numerū quo semidiameter basis est 3. partes, erit duæ partes, 26. minuta. 35. secunda, & quia linea l g, erecta est super superficiẽ basis pyramidis, palam ex diffinitione lineæ erectæ super supficiẽ, q̄m ipsam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiā cum omnibus lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineæ e l, rectæ quæ in triangulo recti lineæ, quæ est e g l, angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e. Coniunctis ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahaẽ radix, & patet q̄d linea recta quæ est l e, est duæ partes. 50. minuta. 19. secūda, & quia per eādẽ quadratū lineæ rectæ quæ est f l, ualet quadratum lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e, & quadratū lineæ l g, patet quia linea l f, est æqualis lineæ e l. Erit ergo linea f l duæ partes. 50. minuta. 19. secunda, habeẽ itaq; noticia omnium linearum portionis pyramidis assumptæ necessariæ operi præsenti. Cū autẽ difficile sit assumi pyramidẽ ꝓposito cōpetentẽ, q̄m oportet ut ipsa tota esset concaua solidi corporis densi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis difficilis fieret abscisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat ꝓcedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatæ pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b, sit secundum illam quantitatẽ. 24. minuta. 6. secunda, quæ est linea ꝓfunditatis acceptæ sectionis, & forte q̄n ꝓtrahitur assimilatur sagittæ, secundū quod illæ lineæ cordæ & arcui similantur, & erūt lineæ e b & f l rectæ æquales, & ipsaꝝ quælibet est duæ partes 50. minuta 19. secunda, & erit linea l b duæ partes. 26. minuta, 35. secunda, secundū dictam quantitatẽ, quæ oīa si bene mensurata fuerint, patet q̄d habeẽ portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes 6. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculū latius quam sit longū, & in breue spacium radios plurimos congregabit, q̄d si axem pyramidis imaginatus fueris 24. partes, secundum quod diameter est partes 6. tunc erit linea l g, 4. partes & longius radij ꝓtenduntur, eruntq; ex haꝝ lineaꝝ noticia, & ex notitia lineaꝝ e g & g f, quarum notitia supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliæ lineæ notæ componenti quadrato lineaꝝ notaꝝ, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minorū

talium eſt infinita, eo quod ſecundũ omnem numerum axem pyramidis accipi eſt poſſibile, diametro tñ circuli baſis nõ mutata ſecundũ numerum, & ſi mutetur ſecundũ quantitatẽ partium numerataꝝ, certitudo ergo numeroꝝ operationi indagatoris ſoliciti relinquať, ſinus eñ uerſus & medietas ſemidiametri circulo inſcripto ſemidiametro, ſecũdum quẽ fit baſis portionis abſciſio, nõ poterunt uariari, ex quoꝝ noticia ad aliarũ linearum noticiam poterit ꝓcedi. Quod ſi radios ad longam diſtanti aggregariã placuerit, ex quo tñ uirtutem ipſorum debilitari patulũ eſt, niſi quantitas aggregationis quantitatem uincat diſtantiæ, illud erit in exceſſu pyramidis lateris erecti ipſius. ſ. axis pyramidis reſpectu ſemidiametri baſis, & ſemidiametri baſis reſpectu ſinus uerſi, poteſt ergo ſi placet circulo baſis inſcribi medietas ſemidiametri, hoc aũt cũ ſit ptes 30. ſecundũ ꝙd tota diameter eſt partes 120. ſi ex notis notum extrahatur, inueniet̃ arcus ſibi corrñdens in circulo, 28. partium, 57. minutorũ, 21. ſecũdaꝝ, qui ex 29. tertij, ſi per æqualia diuidatur erit medietas ipſius 14. partes, 28. minuta, 40. ſecunda 30. tertiæ, ſecundum qđ circulus eſt 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. ſecunda, 20. tertia, ſecũdũ quod diameter eſt 120, ſemidiameter quoq; partes 60. ſed quod diameter eſt partes 3. erit 45. minuta, 21. ſecunda 40. tertia, ſitq; latus f b, ſed linea f e inſcripta circulo æqualis medietati ſemidiametri, per diametrũ orthogonaliter ſuperſtantem ei, ex 3. tertij, diuidit̃ per æqualia in puncto g, ergo linea f g eſt medietas lineæ f e, quæ eſt pars. & 30. minuta, linea ergo f g, eſt 45. minuta, quadratũ itaq; f g, auferatur ex quadrato f b & reſidui extrahat̃ radix quadrata, & erit linea b g, quæ eſt ſinus uerſus ipſius arcus f e, 5. minuta, 42. ſecunda 44. tertia, cuius immutabili hæc poſita quantitate numerati axe pyramidis quocũq; in numero & quantitate uariata diametro baſis 6. partiũ, cuiuſcũq; quantitatis exiſtentis, omnes lineæ abſciſæ ſectionis, ut prius operanti poſſunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; ſectione pyramidis ſi placet ex ferro competentis ſpiſſitudinis, menſurationeq; facta lineaꝝ præmiſſarum in illa ſecundum proportionem axis imaginatæ pyramidis, & ſecundũ diuerſitatẽ lineæ baſi inſcriptæ, quam fieri poſſe diximus ſecundũ quantitatẽ ſemidiametri uel medietatẽ ipſius, ut ſecundũ hæc quãtitas ſinus uerſi & tota ꝓportio uarietur, planetur ſpeculũ intrinſecus ne partes partibus multum præmineant quantũ eſt poſſibile. Quia uero & ſi hoc ſpeculum ſecundũ ultimũ poſſibilitatis poliretur, tñ quia eſt pars pyramidis, omnes radij ipſius uel plures ad unum punctũ aggregari eſſet impoſſibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionẽ completam aliam ſibi adhibere medelam. ſ. ut in eo fiant diuerſarũ interſectiones pyramidum quod per tale artificium poterit cõpleri, qm̃ eñ in aſſumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra ſectionẽ aſſumptis, eſt notorũ laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano deſcribatur, quæ ſit item l b g, qui ſi duplatus fuerit, ꝓtracto latere l g, quouſq; linea g m, ſit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod ſiue ſit orthogonius ſiue ampligonius, ſiue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus ſibi poteſt circumſcribi, circumſcribatur ergo, quod ut facilius fiat, aſſumatur prior diſpoſitio. ſ. ut linea b g, ſit 24 minutorum, 6. ſecundorum. & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. ſecundorũ, eritq; l g, ſecupla lineæ b g, ꝓducatur ergo linea b g, in continuũ & directum ad punctũ p, donec linea g p ſit ſecupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, ſicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. ſexti, illud ꝙd fit ex ductu lineæ g p in linea g b, erit æquale quadrato lineæ g l, ſed quadratum lineæ g l, æquale eſt ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, eſt æqualis lineæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g in lineam g b, eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo ſe interſecant ex conuerſa 24. tertij, ſed linea p b, ſecat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei ſuperſtat ex prius datis, tranſit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quæ diuidatur per doctrinam eiuſdem per æqualia, & erit in puncto diuiſionis centrum circuli circumſcriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ eſt linea b p, 14. partes. 51 minutum. 42. ſecunda, cuius medietas eſt 7. partes 25. minuta. 51. ſecundũ, & eſt punctus ille poſt completam fabricam locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum

dictam

dictam diſpoſitionis quantitatem, præter quam modicũ quod pditur in limando, quod ſi baſi eiuſdem pyramidis inſcribatur medietas ſemidiametri axe pyramidis exiſtente 18. erit linea b g. 5. minuta. 42. ſecunda. 44. tertia, cuius ſecuplum eſt latus l g, quod erit. 34. minuta. 16. ſecunda. 24. tertia, cuius item ſecuplum erit linea g p, & ipſa erit. 3. partes. 25, minuta. 38. ſecunda, 24. tertia, à ducta ergo linea b g, erit linea b p. 3. partes 31. minutũ. 21. ſecũdũ. 8. tertia, cuius medietas eſt pars una. 45. minuta. 40. ſecũda. 34. tertia, & eſt punctus ille locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum talem quantitatem diſpoſiti, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam eſt in reliquis formis ſpeculorum ſecundum quantitatẽ uarias acceptorum, & ſemper ſecundum proportionem axis pyramidis reſpectu diametri baſis, & ſemidiametri reſpectu ſinus uerſi, ſit diuerſitas elongationis puncti aggregationis radiorum à ſpeculo, qui ſecundum eundem modum eſt in omnibus perquirendus. Aſſumatur ergo pars circuli circumſcribentis triangulum l m b, & reſecetur ſecundum lineam b p, quæ eſt diameter, & deinde ducatur à centro illius circuli quæ ſit q, linea q l, & reſecetur circulus ſecundum illam, remaneatq; q l b ſector, in quo poſtea fiant interſectiones triangulorum diuerſarum pyramidum huiuſmodi, qm̃ enim angulus l b g, eſt angulus ſemicirculi, patet ex 15. tertij, qm̃ ipſe eſt maximus omnium angulorum acutorum, ergo eſt maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, reſecetur ergo ab ipſo angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum linea b q. quæ eſt ſemidiameter circuli, producaturq; à puncto b, linea ſecans arcum b l, prout uicinius poſſit puncto b, & ſit arcus reſectus b t. Verum adhuc à puncto b, ducantur latera aliorum triangulorum interſecantia arcum b l, & ſint loca interſectionum c d e f l, eruntq; lineæ productæ, qm̃ angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quæ ſit q s, ut patet per 14. primi huius, facientq; triangulos, includentes ſemper altiores ipſis triangulis incluſis ex 21. primi. ſintq; omnium illorum trigonorum ſuperiora puncta ſignata per notam 8. quorum triangulorum quilibet ſi moueatur latere erecto fixo manente, deſcribet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli reſecta cauſabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, ſicut pars trianguli ad totum triangulum, & ſicut partialis motus ad totum motum, qm̃ uero patet per ſecundam huius, quod in ſpeculo pyramidali concauo ſecũdum lineas longitudinis pyramidis ſit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis ſpeculi, eſt æqualis angulo reflexionis. ſ. ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis ſpeculi, ut ſit ſuper lineam longitudinis pyramidis alicuius ſpeculi quæ ſit a b, reflectatur radius e c, æquediſtanter ſemidiametro baſi incidens quæ ſit b d, patet quia angulus e c a, æqualis eſt angulo d c b, qm̃ eñ ut patet per 20. quinti huius, quoſcunq; angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto incidentiæ, eoſdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuerſaliter enim angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Reſumatur ergo q l b, ſector, & eius trianguli, quia quod demonſtratum eſt in pyramidalibus, uerum etiam eſt in triangulis cauſantibus pyramides. Incidit ergo ipſi ſectori in puncto t, radius æquediſtans lineæ q b, quæ ſit h c. Erit ergo angulus incidentiæ, quæ eſt h c s, æqualis angulo reflexionis, ſed angulus h c s, æqualis eſt angulo q b c, quia per 29. primi, eſt angulus h c s, æqualis angulo q b c, & angulus q b c, eſt per 5. primi, æqualis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c ſunt æqualia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c, ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b, per 6. primi ſecundum lineam ergo q t, ſit reflexio incidens, ergo radius in punctũ b, reflexus à puncto c, concurrit in puncto q. quia à puncto c, aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c duci eſt impoſſibile. Similiter etiam angulus incidentiæ qui eſt k d f, æqualis eſt angulo reflexionis, ſed & idem eſt æqualis angulo q b d, ſecũdũ premiſſum modũ deducendo ex 29. primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis

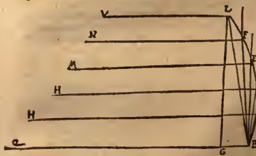
ſunt



sunt æquales, ergo secundũ lineam q d fit reflexio. Similiter autẽ est & in alijs demõstrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta sectionum factaę per latera triangulorũ productorum à puncto b, uersus axem q s, reflectuntur ad punctum unum, quod est centrũ accepti circuli, & quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in sectore ad unũ punctum mathematicũ, aggregationes autẽ radiorum fiunt quasi infinitæ, hæc ergo demonstratio patet, quod omnes radij incidentes puncti b e d, e f l, reflectuntur ad unũ punctum, qui est q, & si portiunculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabũt termini c d & e f, interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multũ distabit à puncto reflexionis quæ est q, Eritq́ʒ aggregatio omniũ radiorum totali lineæ b l incidentiũ ad unum punctum sensibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l, motu suo superficiem sectionis præassumptæ pyramidis superius limando & cauando, pducet, à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur, patet ergo propositum, faciunt enim isti trianguli motu suo pyramides se intersecantes.

XXXIX.

Si sectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad cõcursum cum cõtingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.



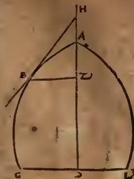
Sit sectio parabola, cuius nomen prius libro primo in cõmento propositionis 98. exposuimus, quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & diameter a d, contingatq́ʒ hanc sectionẽ in puncto b, linea recta, quæ sit h b k, cõcurratq́ʒ diameter, quæ sit d a, pducta extra sectionẽ cum linea contingente, quæ est h b k in pũcto h, & à puncto cõtingentiæ quod est b, ducatur per 12. primi, linea perpendicularis sup diametrum a d, secãs ipsam in puncto 3, & sit b 3, dico quod linea z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b 3, & periferiam sectionis quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametro cum linea contingente, quæ est h b k, & punctum a, quod est terminus diametri cadens inter ipsam periferiam sectionis, & hoc uniuersale est, etiam si linea recta sectionis contingat in punctog, hoc autẽ demonstratum est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemus ipso ut demonstrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis est æquale rectangulo contento sub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

Sit ut in præmissa sectio parabola quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & eius diameter

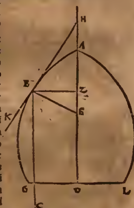
meter fit a d, & à pūcto aliquo sectiōis quod sit b, ducatur super diametrum sectionis, quæ est ad perpendicularis b z, dico quod quadratū lineæ ꝑpendicularis quæ b 3, est æquale ei rectangulo, qui fit ex ductu lineæ 37. quæ est pars diametri a d, interiacens ipsam perpendicularem b z, & periferiam sectionis in linea l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 16. sexti, proportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineam z a, hoc autē similiter demonstratū est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipso utemur ut demonstra to. Hæc uero duo theoremata cū alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cōnumerauimus, quia solum illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

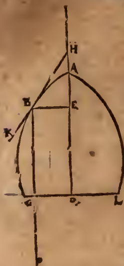


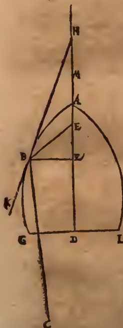
XLI.

Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ sectionis resecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, omnis linea æquedistanter diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscisionis diametri producta cum linea contingente sectionem super illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut superius sectio parabola quæ l a b g, cuius diameter sit a d, & eius latus rectū sit l g, ab extremitate quoq; diametri a d, ex parte periferiæ sectionis, hoc est à parte puncti a, resecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, q̄d est l g, incidatq; linea t b, puncto sectionis, quod est b, æquedistanter diametro a d, & cōtinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod separat a diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens sectionem, quæ sit h b k, dico q̄d duæ lineæ t b, & b e, cum linea sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita quòd angulus t b k, est æqualis angulo e b h, angulus enim b e h, non potest cadere unam trium conditionum, aut enim erit acutus, aut rectus, aut obtusus, sit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12. primi, super diametrum a d, perpendicularis b 3, cadatq; per 32. primi, punctum 3, inter duo puncta a & e, & producatur diameter a d, ultra punctū a, donec per 2. primi huius, concurrat cū linea cōtingente sectionem, quæ est k b h, sitq; cōcursus in puncto h, eritq; angulus a h b acutus, cadet ergo perpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, & itaq; lineæ a e, est diuisa in puncto 3, & ei est æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ est a h. Erit ergo per 8. secū di quadratum lineæ e h, æquale ei quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, sed linea e a, est quarta pars lineæ l g, ex hypothesi, ergo per 1. secundi, uel per 1. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quăter, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, semel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed per præmissam patet, quod illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineā l g, est æquale quadrato lineæ b 3, quoniam linea b 3 est perpēdicularis super diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, sunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b, sunt æqualia, ergo linea e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5 primi, in trigono e b h, angulus e h b, est æqualis angulo e b h, sed linea t b & d a, sunt æquedistantes, ergo per 29.







primi, angulus t b k extrinsecus, est æqualis d h b intrinseco, angulus ergo e b h, est æqualis angulo t b k. Eodē quoq; modo demonstrandū est, de qualibet linea æquedistante diametro a d & d e, linea copulata ad pūctū e, quoniā illa linea super punctū e cū diametro a d, angulū continet acutum, patet ergo propositū secūdū hunc modū. Quod si angulus b e h, fuerit rectus, ad hue patet propositū, q̄niā angulus e b k, est æqualis angulo e b h, q̄niā eñ angulus b e h, est rectus, patet quod linea b e est perpendicularis super diametrū a d, ergo linea e a per 39. huius, est æqualis lineæ a h, sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g, ergo per 4. secundi, quadratum lineæ e h, est quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fiet ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1 sexti, quoniam linea e a, est ex hypothesi 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h, sed id quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per præmissam, quoniā linea e b, est perpendicularis sup diametrum a d, quadratum ergo lineæ e h, est æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h, est æqualis lineæ b e, ergo ut prius per 5. primi, anguli e b h & e h b, sunt æquales, & q̄niā linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per 29. primi, q̄niā angulus t b k, est æqualis angulo e b h, & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus, & alius iterum, quod proponebatur. Si uero angulus b e h sit obtusus, dico quod adhuc angulus t b k, est æqualis angulo e b h, ducatur enim linea perpendicularis, quæ sit b z, à puncto b ipsius sectionis, cui incidit linea æquædistans diametro a d, quæ est t b, illa quoq; perpendicularis super diametrū a d, sit b z; cadetq; hæc perpendicularis b z, inter puncta diametri, quæ sunt d & e, aliàs enim duo anguli unius trigoni b e z fierēt maiores duobus rectis, q̄niā uno existēte recto, qui b z e, angulus b e z esset obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctum z, inter puncta e & d, linea ergo a z, est maior ꝗ linea a e, & q̄niā linea h b k cōtingit sectionem, & linea b z, est perpendicularis super diametrum a d, erit per 39. huius, linea a z, æqualis lineæ a h, ergo linea h a est maior ꝗ linea a e, fiat p 3. primi, linea a m, æqualis lineæ a e, remanet ergo linea h m, æqualis lineæ z e, linea ergo e m addita, utrobiq; erit linea z m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ z m, est æquale quadrato lineæ e h, quia itaq; linea z a, est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuidentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e, patet per 8. secundi, quod illud quod fit ex ductu lineæ z a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ z e, est æquale quadrato lineæ z m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales, sed illud quod fit ex ductu lineæ z a, in lineam a e quater, ut patet ex præmissa est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a z, in lineā l g, per 1. secūdi, uel per primā sexti, quoniā linea a e, est æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypothesi, illud ergo quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g, cum quadrato lineæ z e, est æquale quadrato lineæ e h, sed illud quod fit ex ductu lineæ z a, in lineam l g, est

æquale

æquale quadrato lineæ b 3. ꝑ præcedentē, qm̄ linea b 3, est ꝑpendicularis ſup diametrū a d, quadratū uero lineæ b e, per penultimā primi, est æquale quadratis ambabus linearū b 3 & e 3, patet ergo quod quadratū lineæ b e, est æquale quadrato lineæ e h, ergo lineā e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b ſunt æquales, ſed ut prius t b & d h ſunt æquædistantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, est æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & ſimiliter demōſtrandū in omni linea incidente ſectioni æquediſtāter diametro a d, cū angulus b e h est obtuſus, patet itaq; generaliter propoſitū, nam omnis linea incidens periferiæ ſectionis æquediſtanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abſcindens à diametro ex parte periferiæ ſectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, cum linea ſectionem in alio puncto contingentem continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

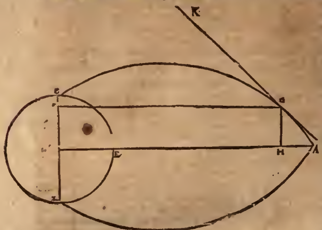
In omne ſuperficie concaua concauitatis ſectionis parabolæ, ſi ab extremitate axis contingentis ſectionem abſcidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipſius parabolæ, omnis linea æquediſtanter axi incidens illi ſuperficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum ſignatum in axe producta cum linea in illo puncto ſuperficiem contingente continent angulos æquales.

Sit ſuperficies cōcaua cōcauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctū a, & hæc est ſuperficies illa, quam motu ſuo circa axem fixū efficit ipſa parabola per 117. primi huius, & quoniam ut idē patuit, huius ſuperficiei baſis est circulus, quē circa punctū d, motu ſuo deſcribit linea g d, ſit ille circulus g e 3, & ſit huius ſuperficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter ſectionis parabolæ, & ab extremitate axis à puncto, ſcilicet a, abſcindatur ab axe linea a h æqualis 4. parti lateris recti ipſius ſectionis, q̄ ſit g z cuius quartæ parti æqualis ſit linea a h, & ducatur à pūcto ſuperficiei b, linea b t, æquediſtanter axi a d, per 31. primi, & ducatur linea b h, dico q̄d duæ lineæ t h & b h, cōtinent cū linea contingente ſuperficiē concauam propoſitā in pūcto b, duos angulos æquales, quoniā enim linea a d & b c ſunt æquediſtantes, patet q̄d ipſæ ſunt in eadē ſuperficie per 1. primi huius ſed linea b h, cader inter illas, ergo per 7. undecimi, ipſa est in eadem ſuperficie cum illis, lineæ ergo t b, & b h, & a d ſunt in una ſuperficie, ſit itaq; ut aliqua ſuperficies plana contingat ſuperficiem propoſitam ſuper punctum b, ſupeꝛficies itaq; b c d a, ſecabit ſuperficiem concauam, & erit per 19 primi huius, communis ſectio ipſarum parabola, quæ ſit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis ſectio ſuperficiei b c d a, & ſuperficiei planæ contingentis iſtam ſuperficiem concauam linea contingens ſectionem a b g in pūcto b, quæ ſit linea l b k, quia itaq; linea l b k, contingit ſectionem a b g, in puncto b, & linea a h, est quarta pars lateris recti, & linea t b, æquædiſtat lineæ a d, patet per præmiſſam, quoniam duæ lineæ t b & h b, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente ſectionem in puncto b, quoniam imaginata moueri ſuperficie b e d a, circa axem fixū quæ est a d, patet quod punctum b, motu ſuo efficit circulum in ſuperficie cōcaua, à cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte ſectionis parabolæ, quæ est a b g, cadat punctus b, ſiue angulus b h a, ſiat acutus, rectus, uel obtuſus, patet itaq; quod omnis linea æquediſtans axi a d, est incidens ſuperficiei concauæ propoſitæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta continet angulos æquales, & hoc est propoſitum.

XLIII.

Speculo cōcauo concauitatis ſectionis parabolæ ſoli oppoſito, ita ut axis ipſius ſit in directo corporis ſolaris, omnes radij incidentes ſpeculo æquediſtanter axi reflectuntur ad punctum unum axis diſtantem à ſuperficie ſpeculi ſecundum quartam lateris recti ipſius ſectionis parabolæ ſpeculi ſuperficiem cauſantis, ex quo patet quod à ſuperficie talium ſpeculorum ignem eſt poſsibile accendi.

Sit speculum concauum concauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum a, & basis ipsius sit circulus q e z, & eius axis a d, & distantia puncti axis quod sit h, à puncto uerticis speculi quod est a, sit æqualis quartæ parti lineæ q z, scilicet lateris recti sectionis parabolæ a b g, causantis motu suo super axem a d, superficiem ipsius speculi concaui quod soli opponatur secundum eius axem a d, sit enim corporis solaris centrum k, situeturq; speculum taliter, ut eius axis a d, sic producta, proueniat ad centrum solis in punctum k, dico quod omnes radij solares æquedistanter radio k a, superficiei speculi propositi incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ est axis speculi, quoniã enim omnes radij egredientes à quocunq; puncto corporis solaris sup aliquod punctum superficiei speculi, egrediuntur secundum lineas rectas, ut patet per primam secundi huius, tunc palam est quia linea k a, est linea recta. Sit itaq; super periferiam alicuius sectionis parabolæ ipsius speculi, quæ sit g a 3 q, punctum g, signatum utcunq; contingit, & à puncto speculi g, p 31. primi, ad aliqd punctum, corporis solaris quod sit t, ducatur linea g t, æquedistans radio a k, qui incidit superficiei speculi secundum axem a d. Est autem necessarium omnem lineam à quocunq; puncto speculi æquedistanter radio a k, productam ad superficiem corporis solis incidere, quoniam superficiei speculi ad superficiem solaris corporis aut nulla, aut modica est proportio, sit ergo punctum t, quod est terminus lineæ g t, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaq; lineæ quæ possunt duci à superficie ipsius speculi æquedistanter suæ axi a d, incidunt corpori solari, & secundum illas lineas fit incidentia superficiei speculi respectu radij qui incidit secundum axem omnium æquedistantium axi radiorum, hoc autem est omniũ radiorũ cuicunq; pũcto superficiei totius speculi incidentiũ, qm̃ p 31. primi, à qlibet pũcto, ppe uel remote dato, scimus cuilibet datæ lineæ ut in proposito ex axis a d, ducere lineã æqdistantẽ, dico itaq; q̃d oẽs illi radij reflectuntur à totali superficie speculi ad unũ punctũ axis speculi q est punctũ h, oẽs eñ illi radij cũ sint lineæ rectæ, patet p præmissam, quod cũ lineis ab omnibus pũctis suarũ incidentiarũ ad punctũ h, ductis cõtinẽt angulos æquales, ergo p 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectũtur secundũ illas lineas transeuntes punctũ h, & ex hoc patet, quod oẽs radij incidẽtes periferiæ sectionis æquedistanter radio incidenti secundũ lineã, q̃ est diameter ipsius sectiõis reflectũtur ad punctũ diametri, qui abscidit ex capite diametri à parte periferiæ sectiõis partẽ æqualẽ quartæ parti lateris recti ipsius sectionis a b g, qm̃ omnis reflexio à qlibet corporũ politorũ regulariũ fit secundũ æqualitatẽ angulorum, q̃s continẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto superficie speculi à qua fit reflexio cõtingente, & quoniam oẽs illæ duæ secant se in puncto h, patet quod in puncto h, est cõcursus omniũ illorũ radiorũ. In illo ergo pũcto aggregatur omnis uirtus oĩm radiorũ totali supficiei speculi incidẽtiũ, & qm̃ quilibet radiolus defert secum aliqd uirtutis actiuæ corporis solaris, patet quod in illo puncto tota uirtus est concurrens omnium

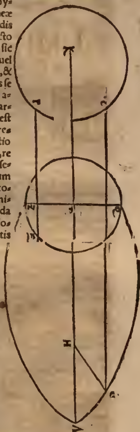


omnium scilicet radiorum superficiei speculi æquedistanter ipsi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi, & hæc est melior & fortior figura omnium figurarum radios solares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota superficie & à quolibet puncto ipsius radij solares in unū punctum aggregantur, patet ergo propositum.

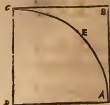
XLIIII.

Speculum secundum formam sectionis parabolæ uel lineæ ecentrales uel intersectionis pyramidalis uel cuiuscunque alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter constituere.

Lineam quā dicimus periferiam sectionis inueniat industria operantis, quæ & apud non multis conatibus artificialiter est inuenta, faciliter tamen est imaginabilis, quoniā ut in 98. primi huius, diximus, ipsa est linea quæ est communis sectio superficiei conicæ cuiuscunque pyramidis, maxime uero rectangulæ & superficiei pyramidem per diametrum basis secanti, æquedistanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidem secantem. Talis itaque sectio parabola sic artificialiter inuenta, sit a e g, & assumatur lamina ferri boni uel calybis, mensuræ & quantitatis cuius placuerit, quæ sit a b g d, & protrahatur in ipsa sectio parabola, quæ sit æqualis, & similis sectioni a e g, & abscindatur lamina secundum illam sectionem a e g, uel secundum aliquam partem ipsius, siue placeat à parte uerticis quæ est a, siue ex parte unius sui capitis, quod est g, siue ex parte alterius sui capitis, quod est in latere eius recto oppositum puncto g, fit enim magna diuersitas proiectionis radiorum secundum illam partium sectionis diuersitatem, resecta itaque lamina a d b g, secundum formam & figuram sectionis a e g, acuatur extremitas laminæ, quæ est secundum formam sectionis acuitione bona, scilicet, ut uidere ualeat totum illud super quod mouetur, & assumatur item alia lamina de calybe forti alicuius competentis spissitudinis, quæ incidatur iterum secundum formam præassumptæ partis illius sectionis, & illa superficies similis parabolæ secetur contiguæ multis sectionibus ad modum limæ, ita ut per ipsa possit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius superficiem secundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam speculi, siue illud fiat secundum formam partis sectionis adiacentem uertice sectionis parabolæ, siue capitis. In his enim est multa diuersitas & formæ uel figuræ speculi, quoniam forma figuræ speculi cōcauati secundum partes adiacentes uertici sectionis æqualiter hinc inde distantium à puncto uerticis est figuræ, quasi annularis, & forma speculi concauati secundum partes adiacentes capitibus sectionis est figuræ quasi oualis, hoc est, ad modum longitudinis oui. Limetur itaque speculum cuiuscunque figuræ fieri debuerit per limam sibi similem in figura, taliter ut superficies limæ, quæ est secta ad limandum occurrat toti superficiei ipsius speculi. Si ergo speculum limatum fuerit secundum figuram oualem, tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius concaua superficies, quantum ad lineam periferiæ suæ basis sit in periferia illius circuli basis, uel si fuerit figuræ annularis ad periferiam circuli



culi æquestantis basi,& in loco axis figatur lamina lineæ superficiei incidẽtis uel incidente planantis, moueaturq; ad concauandum speculum, & tornetur sicut tornantur alia instrumẽta, donec periferia acuta laminæ occurrat toti superficiei speculi,& euacuetur omnis asperitas ipsius, planetur quoq; quantum est posibile, eritq; tunc superficies illius speculi secundum totum habens figuram sectionis parabolæ,& fiet ab omnibus punctis suæ superficiei reflexio in punctum unum, similiterq; modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq;, ut in illis lineis quas per 37.& 38. huius, docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem est operandi modus, ut secundum fixam diametrum a c. in 37. huius, uel secundum fixum punctum q. in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi proportionales corporis superficiei superficies, prouenientq; figuræ similes illis lineis à quarum superficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaq; propositum.



LIBER DECIMVS
PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.



Vperius duos modos uisionis, scilicet cum q̃ fit directa per unum medium diafonum,& eũ qui fit per reflexionẽ à politis corporibus tractauimus, super est nunc, ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur. Quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt,& plus actionis formæ corporibus susceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphærico diafoni densioris aere, uel aqua, ut sub glacie, uel cristallo, uniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali, uel circa illud fit fortioris actionis, dispersio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales. Disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus sicut & in alijs modis uidendi, superius diximus, uisiua cognitio signum est non causa. Non enim quia uisus sic uidet, ideo sic accidit in formis rerum agentium, sed quia sic agunt formæ naturales, ideo ipsas sic agentes uidet uisus, nisi forte in quibusdam deceptionibus, quæ uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscunq; refractionis naturæ accidens uel uisui, fit semper propter diuersitatem diafoneitatis mediorũ corporum inter agens & passim, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diafona nobis assueta, sunt aer, qui est rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod est rarius aere, ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem in tota sequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus, quia licet inter hæc sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiæ, nõ tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarum refractione, quoniam ignis qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea, uel aquea, uel aerea & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorũ, ignis uero in sphæra sua est secundum sui formalem distinctionem aeri contiguus, & secundum naturam diafoneitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aere in qua sit posibile refractionem sensibilem fieri. Aer enim quanto propinquior est cœlo, tanto fit rarioris diafoneitatis, similiter & ignis, ita quod infimum ignis & supremũ aeris est diafonitas quasi una, in qua refractio sensibilis fieri non potest, & itaq; superficies concaua ignis non est diuersæ diafonitatis & sensibiliter determinatæ à superficie conuexa aeris, ideo non fit refractio inter illa, & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aeris implicamus. Est tamen aliqualis refractio

refractionũ diuersitas in aere densiori & rariori, quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis, sicut plurimum accidit in aere cōdensato propè terram, & maxime in crepusculis serotinis & matutinis temporibus. Diafonũ uero aliud diuersum ab istis est aqua cōtinēs etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius, quod est in illo suo genere, uno ramē nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ, & aquæ salsæ, ut maris, grossioris diafonitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis assueta sunt quædam lapides, ut cristallus, berillus, & similes, ut sunt uitra. Dicitur etiam de quibusdam corporibus animatis, quæ sunt diafona, ut de istis quæ colorantur coloribus corporum, quibus superstant, quorũ animatorũ corporum passiones, non prosequimur, quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli, quæ occurrit uisui, est sphærica concaua, quæ si secetur ab aliqua plana superficie, erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius conuexum est ex parte uisus, ut patet per 69. primi huius. & superficies aeris, quæ tangit illã, est sphærica cōuexa, quæ si secetur à plana superficie, communis sectio erit linea circularis, cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphærica cōuexa, quæ si secetur à plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ sunt rotundæ, aut planæ, aut irregularis, unde si secentur à planis superficiebus, fient in illis communes sectiones, aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum, quæ usibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ, dicitur linea secundum quam forma directè diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extensionis formæ. Refractio, dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ, per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum, non rectè prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis, est punctus superficiei corporis diafoni, in quo fit lineę incidentiæ, uel lineæ extensionis formæ refractio ad uisum. Linea refractionis, dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpēdicularis, hic nunc dicitur linea, quæ à pũcto refractionis erigitur super superficiem corporis, à qua fit refractio. Kathetus incidentiæ, dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis, in quo est res uisa, & à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis, dicitur superficies in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ, dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, à qua fit illa refractio. Angulus refractus, dicitur angulus minor quem continet linea refracta cum ducta perpendiculari. Angulus refractionis, dicitur angulus quem cōtinet linea refractionis cũ linea incidentiæ trans corpus diafonũ, in cuius superficie fit refractio in continuum protracta. Directe uideri dicitur sicut & superius diffinitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. Oblique dicitur uideri, cũ forma rei uisæ ad uisum peruenit refracte. Imago refracta, dicitur forma rei uisæ obliquè perueniēs ad uisum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta usibus occurrit. Supponimus autem hic, Lumen Solis aliqualiter in matutinis & serotinis crepusculis uideri, item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

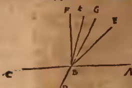
THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipsius uisus, & perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem, in qua fit refractio, ex quo patet, quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafono, in qua sit linea a b c, & sit punctum, cuius forma refrangitur punctum d, sitq; centrum uisus e, fiatq; refractio in puncto superficiei secundi diafoni quod est b, & à puncto b, super superficiem

a b c,

a b c, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b, & linea b f, sunt semper in eadem superficie refractionis, quoniam enim ut patet per diffinitionē præmissam in principijs libri huius, & per propositionem 46. secundi libri huius, linea radialis incidēs quæ est d b. & refracta quæ est b e, sunt in eadem superficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur, & punctum refractionis scilicet punctū in quo fit refractio, quod est b, & centrum uisus quod est e, sunt in eadem superficie per primam undecimi, sed & per secundam undecimi, linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem, est in eadem superficie cum linea b e, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie, similiter cum protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie, puncta itaq; d b e, & linea b f, sunt in eadem superficie per primam & secundam undecimi. Omnis enim refractio aut fit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa, & semper in eadem superficie in qua fiebāt incidētia formæ refrangendæ, quoniam enim omnis refractio fit ad omnem differentiam positionis, quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam. Determinatio ergo refractionis ad tertiam differentiam positionis fit tantum per uisum, quia in quacunq; superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractio, patet ergo propositum, & ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d e b, & linea b f, superficiem refractionis cōstituant, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum est superficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie simul concurrere est posibile, & non in pluribus, & hoc est quod proponebatur.



II.

Necesse est enim omnem superficiem refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, siue illa superficies sit plana, conuexa, uel concaua, erectam esse.

Hoc quod hic proponitur patet per præmissam, quoniam enim in omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refringitur, & punctum superficiei corporis, à quo fit refractio, & centrū uisus perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illius, in qua fit refractio, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis superficies refractionis est perpendicularis super superficiem corporis in qua fit refractio si enim illa superficies fuerit plana, tunc euidenter patet propositum per 18. undecimi, ut præmissum est. Si uero fuerit illa superficies conuexa uel concaua sphærica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis super ipsam superficiem corporis in qua fit refractio, semper transit centrum illius corporis, & est perpendicularis super illud corpus in puncto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem, ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoq; demonstrandum, siue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris, siue pyramidalis, siue alterius figuræ cuiuscunq;, semper enim superficies refractionis erit recta super superficiem corporis, in qua fit refractio, & si accidat, ut illa superficies corporis in qua fit refractio, fuerit æquedistantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, in qua fit refractio, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis, per 23. primi huius. ergo & per 18. undecimi, superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiem horizontis, sed & hoc patet per declarationem quæ fit in instrumento, quod in prima secundi huius præmisimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. secundi huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorum trium circulorum signatorum in interiori parte oræ instrumenti æquedistantis superficiei interioris laminæ instrumenti, sed illa superficies laminæ æquedistat superficiei dorsi instrumenti, cui

extrin

extrinſecus ſupponitur ſuperficies regulæ cubitalis tenentis inſtrumentum. Superficies itaq; medij circuli æque diſtat ſuperficiei regulæ longæ quadrangulæ ſuppoſitę dorſo laminæ per 24. primi huius, ſed illa ſuperficies perpendicularis eſt ſup ſuperficiem laterũ longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumẽti, ſuperficies itaq; medij circuli eſt per 14. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiem longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumenti, ſed illæ duæ ſuperficies regulæ ſunt æquediſtantes horizonti tempore experimentationis p inſtrumentũ poſitũ in uaſe ut cõſueuit. Superficies itaq; medij circuli eſt ppendicularis ſup ſuperficiem horizontis, & quia ſuperficies medij circuli eſt ſuperficies refractionis, patet propoſitũ. Idem quoq; poteſt oſtendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum ſit ſemidiameter mundi perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quæ eſt in uaſe. Eſt autem illa linea in ſuperficie medij circuli quæ eſt ſuperficies refractionis. Eſt ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aëre ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre, quæ eſt linea incidentiæ ſuæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli ſuper ſuperficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam ſemper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aëre ad aquam, refrangitur in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem aquæ, ergo & ſuper ſuperficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aëre ad uitrum ſit refractio, patet ergo ſiue ſuperficies corporis à qua ſit refractio ſit plana conuexa uel concaua, quod ſemper ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam, & hoc eſt propoſitum.

III.

Centro uiſus exiſtente ultra medium ſecundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes ſuperficiei ſecũdi diafoni reſpectu uiſus refracte uiſui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertranſit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cũ radius incidens eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis ſibi oppoſiti, aut oblique, ut cum radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminoſi ſecundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffuſio, ut patet p 20. ſecundi huius, & quia forma coloris ſemper diffundit ſe cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti, cuiuslibet corporis luminoſi colorati uel lucidæ exiſtentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerſo corpore diafono ſibi pximo, & peruenit ad ſuperficiẽ corporis diafoni ſibi oppoſiti, & ſi fuerit illud corpus diafonũ continens illud ſecundũ corpus diafonũ qđ ſit alterius diafonitatis ab illo, tũc forma diffuſa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, ſecundũ quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringũtur, præter ꝙ linea incidens perpendiculariter, ſola eñ illa extenditur ſecundum rectitudinẽ in corpore diafono proximo ſibi, & in corpore alio diafono proximũ corpus diafonũ contingente, dũ tamẽ perpendiculariter incidat utriq;, & ſi forte aliqua linearũ radialium perpendiculariter incidit pũcto ſuperficiei cõtinuæ cũ ſuperficie corporis diafoni corporis pximi, nec ſit illius ſuperficiei ſecundæ corpus diafonũ, uel ſi fuerit diafonum, non ſit tamen eius ſuperficies prioris ſupficiei diafoni æquediſtans, tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis ſup ſuperficiem ſecũdi corporis alia ppendicularis duci poteſt, ergo tunc illa forma quæ ſuperficiei prioris corporis ſecundũ ppendicularem incidebat, delebitur, quoniã ab uno puncto ad unã ſuperficiẽ duas lineas ppendiculares duci eſt impoſſibile p 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pũcti tranſeũtes in corpus diafonum contingens pximum illi puncto aliud corpus diafonũ, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminoſi uel colorati extenditur lumẽ & color penetrans totũ corpus diafonum obiectum, & refrangitur à ſuperficie alterius corporis diuerſæ diafonitatis illi ſuccedentis per 47. ſecundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cõiuncta, & refrangitur tota cõtinua & cõiuncta, ſuperficie corporis diafoni, exiſtente cõtinua, & cũ forma refracta fuerit cõtinua. Si ergo corpus denſioris diafonitatis quàm ſit primum diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

ss forma

forma cōtinua magis aggregata & unita perueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diafono rariore, tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quē extendi tur forma puncti, quod est in primo corpore luminoso uel colorato, transmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctū ipsius secūdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectam quæ potest extendi ab illo pūcto. Si itaq; aliqs fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pūcto aeris ad superficiē corporis diafonitatis alterius pertingentes, & si in superficie eius corporis secundi diafoni corporis lineæ obliq̄ incidentes refringi imaginentur perpendiculari linea, quæ est axis illius pyramidis imaginatæ, sine refractione transeuntes, tunc adhuc fit unum corpus continuū in refractiōe, sicut & una est forma corporis incidens superficiei illius secundi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis sistatur secundū ueritatē in aëre pyramis sensibilis, cuius corpus sit coloratū uel luminosum densum, miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo fit refractio, & fiet ipsorū multiplicatio per omnem lineam rectā quæ poterit extendi ab illo pūcto cui incidit, & forma puncti incidens alicui puncto densi extēdet per q̄libet linearū refractarū ad illud punctū corporis in quo fit refractio sibi correspondente, & si uisus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ perueniunt ad uisum, sed perpēdicularis quia nō refringitur, peruenit ꝑpendiculariter ad centrū uisus, & formæ per lineas obliquas incidentes refractæ & oblique perueniunt ad uisum, cum itaq; lineæ secundū quas forma refrangitur se in aëre per omne corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctū aëris, ideo quod ipsarum multa sit intersectio ꝓpter æqualitatem diffusionis formarum illarū ad omnem differentiā positionis, tunc si centrū uisus positū sit in illo pūcto, cōprehendet uisus illud uisum secundum refractionem excepto unico pūcto ꝑpendiculariter incidente, quoniā ille non refrangitur, ut in 47. secundi huius ostensum est, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractio à medio secundi diafoni densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem à qua fit refractio. Si uero fiat à diafono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumēti sensibiliter exprimetur. Accipiatur itaq; prædictū instrumentū quo in præcedentibus usi sumus, cuius diametrū quam ibi signauimus, per lineas f g, nunc dicimus b q g, ita ut punctū q, sit centrum laminæ basis instrumēti, hoc itaq; instrumentum positum in uase æquedistanter superficiei horizontis situatur, & infundatur aqua usq; ad centrum laminæ, quod est q. opilentur quoq; foramina instrumenti cū cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediū ipsorum quod in ambobus foraminibus sit æquale, & hoc potest in æquali colūna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentū donec diameter b q g, sit perpēdicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoq; stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctū z, quod est extremitas diametri circuli medij quæ sit k f z, ponaturq; unus uisuum super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc enim uidebitur extremitas stili secundū rectitudinem perpēdicularis exeuntis ab extremitate stili super superficiem aquæ, nam centrum uisus & extremitas stili tūc sunt in linea k f z, perpendiculari super superficiem aquæ secūdum quam fit uisio. Est enim linea k f z, perpendicularis super superficiem aquæ per 8. undecimi, ideo quod ipsa æque distat lineæ b q g, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super eandē superficiem aquæ. Deinde declinetur instrumentū donec linea b q g, obliquetur super superficiem aquæ, ponaturq; uisus super superius foramē, & nō uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; extremitas stili in circunferentia medij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideat illa extremitas, & figatur in illo pūcto circuli medij in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculū densum in superficie aquæ in centro medij circuli qđ est f,

est f,tūc non uidebitur illa extremitas stili,ablato uero illo corpusculo uidebitur illa extremitas stili,quod si consideretur in numero graduum medij circuli distātia extremitas stili à pūcto z,inuenietur distantia sensibilis. Potest aut punctus z,quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centrū duorum foraminum sic inueniri, scilicet ut regulæ subtilis latior extremitas ponatur super cētrum laminæ,& media linea ipsius protendatur secundum diametrum laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit super punctum z,ut præmissum est prius in propositionibus secūdi huius,quod si assumpto uitro quod sit pars alicuius sphæræ ut in illis ꝓpositionibus aliquibus assumptū est,cuius uitri superficies aliqua sit plana & aliqua conuexa sphærica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminū,namq; quæ est suarum superficierum planarum communis differentia sit super lineam o d,secantem b q,semidiametrum laminæ perpendicularis.Sic ergo erit diameter k f z,perpēdicularis super planam superficiem uitri & super conuexam.Deinde ponatur instrumentū in aqua,ponaturq; extremitas stili super punctum z,& centrum uisus super superius foramen,uidebiturq; extremitas stili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas stili quādo est in linea perpēdiculari super superficiem corporis,in qua sit refractio uitri,ut nūc est linea k f z,perpēdicularis super superficiem uitri, forma ipsius uidetur non per refractionem sed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur,quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum,& differentia cōmunis duarum superficierum planarum uitri ponatur super primum locum scilicet lineæ o d, quoniā & tunc linea k f z,est perpendicularis sup utrasq; superficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas stili in puncto z, quod si à superficie laminæ instrumēti euulso uitro à centro laminæ quod est q,in superficie laminæ ducatur semidiameter q r,continēs cū semidiametro b q,angulum obtusum. Deinde ducatur semidiameter q u.continens cum linea q r,angulum rectū,& ꝓtrahatur ad aliam oram instrumenti,erit ergo angulus b q u acutus,& erit semidiameter b q,obliqua sup lineā q u. Deinde linea quæ est communis differentia superficierum planarum uitri, ponatur super lineam q u, & sit plana uitri superficies ex parte foraminum,& sit medium differentiæ communis palnarum superficierū ipsius uitri super centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri super centrū medij circuli ut prçostensum est in alijs,& linea k f,transit per centrū uitri & est obliqua super superficiem ipsius planā, quoniam diameter b q æquedistans lineæ e i,,quæ est k f,oblique cadit sup lineā q u,& quoniam linea k f,transit per centrum uitri,palam quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uitri.Deinde à puncto r super lineam q r. ducatur perpendicularis in ora instrumenti usq; ad circumferentiam medij circuli que sit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearum q r & r e, ut melius per uisum ualeāt notari, & imagínetur duci linea e f,hæc itaq; per 73.primi huius,erit perpendicularis super conuexam superficiem uitri,quoniam transit per eius centrum,& est perpēdicularis super planam uitri superficiem,quoniam est æquedistans lineæ q r,perpendiculari super lineam q u,cui supposita est illa communis sectio planarum superficierum ipsius uitri,punctus itaq; e,est punctus medij circuli,in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri super planam superficiem ipsius, ponatur itaq; instrumentum sic dispositū, in uas,& ponatur extremitas stili albi ut prius in puncto z,& ponatur uisus super foramen ipsius in puncto k,tūc nō uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; stilus in circūferētia medij circuli ad partem contrariam puncto e,nec tunc uidebitur extremitas stili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas stili. Quod si tunc punctum f, quod est centrum medij circuli,cooperiatur aliquo corpusculo, nō uidebitur extremitas stili,sed

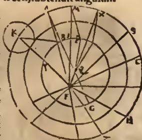
Illo corpusculo remoto iterum uidebitur illa extremitas stili. Ex hoc itaq; patet, quod formæ illius extremitatis stili comprehensio quæ sit a, est secundum refractionẽ factam à centro uitri, & quod forma refracta est in superficie circuli medij quæ est perpendicularis sup superficiẽ planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis stili quæ est a, inter punctum e & z, & quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media est inter lineas f z & f e, & sit a f, palam quia est perpendicularis super conuexam superficiem uitri, & peruenit eius forma ad uisum per lineam k f, per centra amborum foraminum transeuntem, quæ magis distat à linea perpendiculari super superficiem planam uitri, quæ est linea f e, æquedistans lineæ q r, quoniam linea per quam incidit ipsi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, inciderit uitro per lineam a f, & transiuerit per totũ corpus uitri perpendiculariter, quoniam ipsa linea q f, cum transeat centrum uitri est perpendicularis super superficiem uitri. Cum'q; pertransito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus est rarioris diafonitatis quàm sit corpus uitri, & peruenit ad centrum uisus, patet quod est refracta à suo primo progressu lineæ a f, & peruenit ad progressum lineæ z f k, & quoniã linea z f, est remotior à perpendiculari ducta à pũcto refractionis super planam superficiem uitri quæ est linea e f, quàm sit linea a f, quoniam punctum a, cadit in superficie medij circuli inter puncta e & z, patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis super superficiem aëris continentis planam superficiem uitri, nam linea f z, pertransiens centra amborum foraminum magis distat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri quæ est a f, producta in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter lineam f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palam quia fit refractio ad partem contrariam ipsius perpendicularis quæ est e f. & quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aërem, qui subtilior est uitro, patet quod simili modo fit refractio ab aqua ad aërem, quoniam enim aër est subtilior quàm aqua. Quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & cõmunis differentia suarum planarum superficierum ponatur super lineam q u, sit'q; medium punctum illius communis differentiæ super centrum laminæ quod est q, palam quia linea k f, erit obliqua super planam uitri superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam, erit'q; linea r q, perpendicularis super planam superficiem uitri, quoniam est perpendicularis super lineam u q, & erit linea e f, perpendicularis super conuexam superficiem uitri, per 72. primi huius, & super eius planam superficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquedistant, ponatur'q; extremitas stili albi quæ sit a, super punctum z, ut prius, statuatur'q; uisus super superius foramen instrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas stili quæ est a, moueatur itaq; stilus ad partem puncti e, per circunferentiam medij circuli, & tunc non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem cõtrariam pũcti e, & tunc uidebitur extremitas stili, cadet'q; linea f z intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitas stili à centro uitri ad uisum per lineam f k, transeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f, oblique incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineæ, scilicet f e, exeuntis à loco refractionis super planam superficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod est grossius aëre, formæ itaq; quæ refrangunĩ à grossiori corpore ad subtilius, declinant ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, & formæ reflexæ à corpore subtiliore ad grossius, declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta, & hoc est propositum.

Quantita-

V.

Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter declarare.

Differentia angulorum refractionis est secundũ quantitates angulorũ incidentiæ contentorum sub linea incidentiæ uel extensionis radij in primo corpore, & sub perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiẽ corporis secundi, anguli em̃ refractionum crescunt, & decrescunt secundũ dispositiones illorũ angulorum incidentiæ in corporibus & sitibus diuersis, & quia, ut patuit per p̃missam, tunc à corpore subtilioris diaphoni ad corpus grossius fit refractio ad perpendicularẽ productam à puncto refractionis super superficiẽ secundi corporis. & à corpore grossioris diaphoni ad subtilius fit refractio ad partem contrariam perpendicularis sic ductæ, ut patuit per p̃missam, tunc patet quia differunt etiam illi anguli secundũ diuersitatẽ diaphonitatis secundi corporis. Et ut hæc differentia angulorũ experimentaliter probetur, diuidatur à circulo medio qui est in periferia instrumenti ex parte centri foraminis, quod est in circũferentia instrumẽti circa punctũ k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli diuisa est in 360. partes, qui arcus sit k n, & à puncto n, ducatur in ora instrumenti linea perpendicularis super superficiẽ laminæ quæ sit n l, cadatq; punctus l, in superficie laminæ ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ instrumenti quod est q, linea l q, & à centro medij circuli quod est f, ducatur linea ad punctũ n, quod sit f n, sitq; diameter medij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, transiens per centra amborum foraminum, quæ sunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circũferentia medij circuli à puncto n, separetur arcus 90. partium sequens arcũ k n, qui sit arcus n s, & à centro medij circuli quod est f, ad punctũ a, ducat̃ linea quæ sit f s, quæ erit perpendicularis super lineam f n, per ultimã sexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartã partẽ circuli, remanebitq; arcus residuus ex medio circulo qui est a 3, partes 80. Deinde ponatur instrumentum in uase, & situetur uas æquedistãter horizonti, & infundatur aqua clara usq; ad punctũ q, centrum laminæ, & in ortu solis in mane moueat̃ instrumẽtum donec linea l q, cõtingat superficiẽ aquæ. In hoc ergo situ diameter medij circuli, qui est æquedistans lineæ l q, signatæ in superficie laminæ similiter continget superficiẽ aquæ, locus em̃ istarum duarum linearũ non differunt in respectu superficiei aquæ, quo ad sensum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectũ, ut supra patuit, est ergo linea f s, perpendicularis super superficiem aquæ, & semidiameter f 3, continet cũ linea f s, angulum, cuius quantitas per ultimam sexti, est 80. partium. q̃m illi angulo subtenditur arcus partiũ 80. qui est arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, subtendit angulum declinationis puncti k à puncto n, & à superficie ipsius aquæ.



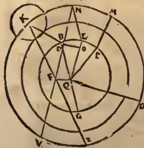
Deinde mutetur instrumentum in p̃misso modo dispositũ cũ toto uase, donec eleuato sole sup horizonta secundum altitudinem arcus k n, lux transeat p duo foramina, & signet̃ centrum lucis in ora instrumenti quæ est intra aquam, fiatq; supra centrum lucis signum aliquod per aliquã puncturã, eritq; signum illud quod sit h, in circũferentia medij circuli, auferat̃ itaq; instrumentũ, & respiciatur punctũ h, cadatq; ipsum inter punctũ 3, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centra duorum foraminũ, & inter punctum s, quod est extremitas perpendicularis exeuntis à centro medij circuli erecte super superficiẽ aquæ, ut patet per p̃missam, patet ergo tunc quod angulus refractionis est ille quẽ subtendit arcus 3 h, interiacens punctũ h, & punctũ 3, & ex numero partiũ huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis, & proportio anguli refractionis ad 80. partes, quæ sunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde signetur in circũferentia medij circuli arcus k m, pertransiens punctum n, qui sit partium 20. & ducatur linea m p, in ora instrumenti perpendiculariter super sup̃ficiẽ laminæ & ducatur linea p q, in superficie

aminæ ad centrũ q, & ab arcu m 3, resecetur arcus m c, partiũ 90. & ducatur linea c f, à puncto t, ad centrum circuli medij quod est f, relinquetur ergo arcus t 3, partiũ 70. Deinde ponatur instrumẽtũ in uas, & reuoluatur quousq; linea p q, tãgat superficiẽ aquæ, erit ergo linea t q, perpendicularis sup superficiem aquæ, & linea k f 3, transiens per centra amborum foraminũ continet cum linea c f, angulum 70. partiũ. Deinde consideretur altitudo solis, & moueatur instrumẽtũ quousq; lux transeat per ambo foramina, & signetur sup centrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde consideretur arcus u 3, & quia ipse subtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cõputationẽ ptiũ arcus, eritq; nota ꝓportio anguli 3 f u, ad angulũ incidentiæ qui est 3 f t, quẽ continet diameter transiens per centra amborum foraminum, cũ perpendiculari f c, qui angulus incidentiæ est partes 70. Similiterq; ꝓcedatur signando arcum k x, quæ sit partium 30. & est eadẽ expimẽtatio. Deinde sumatur arcus partiũ 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70 deinde 80. & semper p cõputationẽ partiũ p arcus circuli medij interiacentis punctũ 3. & centrum lucis, erunt anguli refractions noti, & ipsorum ꝓportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminũ semp erit nota, nõ solũ autẽ per 10. sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos p̄missa arcuum diuisione potest ꝓcedere, quia semp est idem modus declarandi, & ut summarie horum angulorum quantitates & ꝓportiones perstringamus, qñcunq; alicuius radij transeuntis per corpus aëris suæ debitæ dispositionis exprobatũ fuerit in superficie aquæ facta refractio, fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphonitate cõpetenti formæ aquæ, si angulus incidentiæ contentus in centro f, sub semiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, sub semidiametro f 3, & sub linea radiali refracta quasi duarum partium, & 5. minutorum, & sic cõsequenter secundum formam tabulæ quã inferius subiungemus, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & econuerso experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa, sitq; arcus k n, 10. partium, & ducatur linea n l, ꝑpendicularis sup superficiẽ laminæ, copuletur quoq; linea l q, & supponatur uitrum formatũ cubice superficiei ipsius tabulæ, ita ut communis sectio duarũ superficierum planarum, quæ est linea recta, ut patet per 3. undecimi, supponatur lineæ l q, taliter ut secundũ sui punctũ medium supponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ ꝑpendiculari sup lineam l q, quæ est æquedistans lineæ s f, ductæ in supficie medij circuli, sitq; medium punctũ illius lineæ uitri super punctũ q, centrum laminæ, ponaturq; superficies uitri plana ex parte foraminũ, & applicetur bene uitrum laminæ, & instrumentũ positum in uase moueatur, donec lux transeat p ambo foramina, signeturq; sup centrũ lucis signum, & considerentur quantitates angulorum refractionis ex aëre ad uitrum per quantitates arcuũ, ut in præcedente. Quod si aliqs perscrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquã, accipiat uitrũ qđ est pars sphæræ, ut ipsi superius usi sumus in propositionibus secundi libri huius scientiæ, & in 4. secundi huius, & ponatur conuexũ uitri ex parte centrorum 2. foraminũ, ponaturq; medium lineæ quę est differentia cõmunis superficierum planarum sup centrum laminæ, ita quod illa cõmunis differentia sit super lineam l q, tunc ergo lux quæ transit centra 2. foraminũ, peruenit recte ad centrũ uitri, & reflectitur apud illud de uitro ad aerem, diuidanturq; postmodũ arcus successiue, ut in præmissa, & mutetur uitri positio, ita ut illa cõis planarum supficierum ipsius uitri sectio sit sup lineam p q, sitq; iterũ medius punctus illius lineæ uitri sup punctum q, centrũ laminæ, & sic factis ulterioribus diuisionibus circuli medij, ductisq; lineis ut prius, & mutato



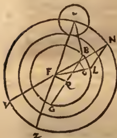
& mutato uitro ſecundum illas, habebunt anguli refractionū particulares, & ipſoꝝ pro-
portio ad angulum incidentiæ quē continet diameter pertranſiens centrū foraminū cū
ꝑpendiculari ꝑducta à loco refractionis ſuꝑ ſuperficiē planam ipſam ſuperficiem uitri
conuexam contingentem. In his em̄ diſpoſitionibus uitri reſpectu laminæ inſtrumenti,
ſemp erit centrum uitreæ ſphæræ in puncto f, eritq; ꝑ 72. primi huius, linea s f, ſimilis il-
li perpendicularis ſuꝑ ſuperficiē conuexam uitri, & ſuꝑ ſuperficiē planam ipſius, à cuius
punctoꝝ aliquo fit refractio, qm̄ quælibet illaꝝ linearum eſt perpendicularis ſuꝑ lineas
æquediſtātes lineis l q & p q, & ſimilib. illis quibuſcūq;. Scieturq; ut prius reiterata ope
ratione cum extremitate ſtipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à ui-
tro ad centrū uiſus exiſtens in puncto k, centro foraminis ſuperioris, & in his duobus ſi-
tibus cum refractio fit ab aēre ad uitrum, uel à uitro ad aerē, ſemp inuenientur quantita
tes anguloꝝ refractionis de aere ad uitrū, & de uitro ad aerē æquales, qn̄ angulus cōten
tus à linea, per quem extenditur lux ad locū refractionis, & à linea perpendiculari ducta
à puncto refractionis, cum fit refractio ad aere ad uitrū, æqualis fuerit angulo contento
à linea per quā extendit̄ lux, & à ꝑpendiculari ducta à loco refractionis cū refringitur de
uitro ad aerē, ut patet inſtrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliqs experiri quanti-
tates anguloꝝ refractionis à conuexo uitri ad aerē, diuidat ut prius de circūferentia me-
dij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod eſt in ora inſtrumenti arcū 10. par-
tium, quæ ſit k n, & ducant̄ ut prius linea n l, & linea l q, & a linea l q, quæ eſt ſemidiame
ter laminæ ex parte centri q, abſcindat̄ linea æqualis ſemidiametro ſphæræ ipſius uitri,
quæ ſit q o, & à puncto o ducat̄ perpendicularis ſuper diamerrū laminæ b q g, quæ pro-
tracta ultra diametrum ſit o d, ſecans diametrū b q g in puncto d. Deinde ſupponatur
communis ſectio planaꝝ ſuperficieꝝ uitri huic ꝑpendiculari o d, ita quod punctum me-
dium illius ſectionis ſit ſuꝑ punctū o, erit itaq; centrū uitri in ſuperficie medij circuli &
eiuſdem circuli diameter quæ eſt k f 3, erit perpendicularis ſuꝑ ſuperficiē uitri planam
per 8. undecimi, qm̄ eſt æquediſtans diametro laminæ b q g, quæ eſt perpendicularis ſu
per illam ſuperficiē, & ſuꝑ illam differentiā cōmunem illaꝝ duaꝝ planaꝝ ſuperficierum
uitri, erit quoq; centrū circuli medij in ſuperficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, exi-
ens à centro medij circuli quod eſt f, ad centrū laminæ quod eſt q, eſt æqualis lineæ pro-
ductæ à centro uitri ad medium lineæ quæ eſt differentia cōmunis ſuꝑficieꝝ planaꝝ ui-
tri, ut patet ex his quæ præmiſſa ſunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45. ſecūdi hu-
ius, & utraq; iſtaꝝ lineaꝝ eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiē laminæ, ergo per 25. primi hu
ius, illæ duæ lineæ ſunt æquales & æquediſtantes, ergo per 33. primi, linea copulans cen
trum uitri quod eſt in aliquo puncto planæ ſuperficiei ipſius uitri cū cenrro medij circu
li eſt æqualis lineæ q o, copulanti centrū laminæ quod eſt q, cū medio puncto differen-
tiæ cōmunis duaꝝ planaꝝ ſuꝑficieꝝ ipſius uitri quod eſt punctum o, ſed linea q o, poſi-
ta eſt æqualis ſemidiametro uitri, ergo & linea æquediſtans ei eſt æqualis ſemidiame-
tro uitri. Centrū ergo medij circuli eſt in conuexo uitri, linea ergo k f, quæ eſt ſemidia-
meter medij circuli cū nō tranſeat centrū ſphæræ uitreæ, patet quia eſt oblique incidēs
ſuꝑ eius conuexam ſuperficiē, ergo per 47. ſecundi huius, cū eadē diameter oblique in-
cidat ſuꝑficiei aeris cōtinētis refrangit̄ ipſa à ꝑpendiculari ducta à puncto refractionis
ſuper ipſam ſuperficiē aeris, imaginetur itaq; ſemidiameter uitri ꝑduci ex utraq; parte
ad circūferentiam circuli medij, quæ fiat linea n f u, ſecans diametrū circuli medij quæ
eſt k f 3 in puncto f. Erit itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit
per 25. tertij arcus u 3, æqualis arcui k n, qui eſt poſitus eſſe 10. partium. Eſt ergo arcus
u z 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 eſt notus. Intueatur itaq; aliqs centrum lu-
cis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3. quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis ꝑ
centrū duoꝝ foraminū ꝙ ſit punctum u, quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis per cen-
trum uitri ab eodē puncto 3, quæ eſt extremitas diametri circuli medij, hæc ergo refle-
xio facta eſt ad partē contrariam diametri ꝑductæ à loco refractionis quæ tranſit cen-
trum uitri, & arcus medij circuli interiacens punctum 3, & centrū lucis ſignatū eſt quan
titas anguli refractionis, angulus em̄ refractionis eſt apud centrū circuli medij, qm̄ ut
patuit

patuit per 44. secundi huius, lux extendiť super lineam transeuntē per centrū duorum foraminum recte, donec perueniat ad conuexū uitri, & cum est angulus incidentiæ 10. partium, fit angulus refractus quasi 13. partium, & angulus refractionis quasi partium trium, factisq; ut in præcedentibus diuisionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuersitas angulorum refractionis per instrumentum, & si infundatur aqua uasi, tunc erit aqua loco aëris, & præmisso mō inuenietur diuersitas angulorum refractionis à uitro ad aquā, & differentia secundū quod illi refractioni est propria, & quantitas angulorum refractorum & angulorum refractionis, respectu eorum quæ sunt in aëre, q̄d si à puncto 3. ducere placuerit extremitatem stili, ut prius, tunc secundum illud facta dispositione situs uitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propositum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauū uel econuerso experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundū æquedistantiū superficierum omnium, cuius longitudo sit maior in uno grano hordei, q̄ diameter uitri sphærici conuexi, quo superius usi sumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, sitq; spissitudo eius dupla diametro foraminis, quod est in ora instrumenti, & fiat una suorum laterū quadratorum concauitas rotunda semicolumnaris, ita quod semidiameter basis columnæ concauæ sit in quantitate semidiametri uitri sphærici, & sint cōmunes sectiones planarum superficierum huius uitri lineæ rectissimæ. Potest autē hæc forma uitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex aëre uel lapide, & uitrū liquefactū fundať sup ipsum, & poliať, diuidatur itaq; à centro foraminis oræ instrumenti, qđ est k, in circūferentia medij circuli arcus, cuius quantitas sit illa secundū quā quis uult experiri quātitates angulorum, q sit arcus k n, & à puncto n, ducať in ora instrumēti linea n l, perpendicularis super superficiē laminæ, & ducatur linea l q, in superficie laminæ ad centrū eius quod est q, & à semidiametro l q, resecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 12. primi, perpēdicularis super diametrum laminæ b q, & protrahatur in utramq; partē, & sit o e, secans diametrū b q g in puncto e, & superponatur uitrum laminæ, ita quod dorsum concauitatis, hoc est superficies plana concauitati suppo sita sit ex parte duorum foraminū, & quod ex concauitate respiciente foramina duæ superfluitates rectilineæ quæ superfluūt super diametrū columnæ sint directæ & fixæ suppositæ isti lineæ perpendiculari o e, & præseruetur hoc, ut distantiæ duarum extremitatū diametri basis cōcauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendiculares. Erit ergo tunc centrū basis cōcauitatis columnaris super punctū o, à quo exiuit linea o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distātia à centro laminæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris, secundū hanc ergo dispositionē applicetur uitrum firmiter superficiei laminæ, & erit superficies medij circuli secans concauitatē columnarē & æquedistans basi eius, q̄m basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ instrūmenti. Superficies ergo medij circuli per 100. primi huius, secat supficiem columnarē concauā secundū circulū, cuius semidiameter æquedistat semidiametro basis concauitatis ipsius columnæ, & linea continuans centra istorum duorum semicirculorum, s. basis, & alterius sibi æquedistantis, erit perpendicularis sup superficiem laminæ incidens ad punctum o, q̄m ipsa per 25. primi huius, est æqualis lineæ ppendiculari f q, exeunti à centro medij circuli, quod est f, super centrū laminæ, qđ est q, sed & linea e q, est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi, ergo per 33. primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod est f, ad centrū semicirculi, qui fit in superfice columnæ concauæ æquedistans basi, est æqualis semidiametro basis concauitatis concauæ columnæ, centrū itaq; medij circuli, quod est f, est in circūferentia semicir-



culi

culi in columna uitrea facti. Est ergo centrum f, in concaua superficie columnæ, & quia terminus planus uitri superponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, super b q, diametrũ laminæ, palam quia diameter laminæ quæ est q b, est perpendicularis super planã uitri superficiẽ, q a etiã planæ superficies sunt sup se inuicẽ perpendiculariter erectæ, erit ergo linea k f 3, pertransiens centra amborũ foraminũ perpẽdicularis sup superficiem planam, quæ est in parte cõuexa uitri per 8. undecimi, quia illa linea k f 3 est æque distans semidiametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illã superficiem ut patet ex præmissis, & hæc superficies plana uitri est ex parte foraminũ. In hoc ergo situ lux quæ extenditur per lineã transeuntẽ centra duorũ foraminũ, extẽditur in corpore uitri recte, donec perueniat ad concauũ uitri, & tũc reflectitur apud concauã superficiẽ uitri, cũ enim nõ transit p centrũ circuli, q est in cõcaua superficiei uitri, patet per 72. primi huius, qm̃ ipsa nõ est perpẽdicularis super cõcauam superficiẽ uitri, refrangitur ergo in concaua superficie uitri, & cõmunis sectio illius lineæ & concauitatis uitri, est centrũ circuli medij, & in hoc pũcto fit refractio ex aere ad uitrũ, arcus itaq; cadens inter cẽtrũ lucis & punctũ 3, q est terminus diametri trãseuntis per centrũ amborũ foraminũ subtẽditur angulo refractiõis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorũ arcuũ refractiõe à pũcto k, & potest ostendi quantitas omniũ angulorũ refractiõis à cõcaua uitri sup̃ficie. Quod si uitrũ sic disponatur ut cõmuni sectiõe suæ planarũ superficierũ posita sup lineã o e, cõuexitas uitri respiciat cẽtra foraminũ, tũc q a linea k f 3, pertransiẽs uitrũ puenit ad cõcauũ uitri irrefracta, cũ sit perpẽdicularis sup planã sup̃ficiẽ ipsius, obliqua uero sup cõcauam eius sup̃ficiẽ, ergo et sup cõuexã sup̃ficiẽ aeris cõtingẽtis uitrũ, refringetur ergo à concaua uitri sup̃ficie, & hæc refractio est à cõcauo uitri ad aerẽ, & anguli q fiũt ex aere ad uitrũ in cõcauo uitri sunt idẽ istis, qm̃ semp anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrũ sunt idẽ, cũ angulus quẽ cõtinet linea per quã primo extenditur lux, est perpẽdicularis exiens à loco reflexionis, sit idẽ angulus, & eodem modo possunt sciri anguli refractionis de aqua ad uitrũ, & de uitro ad aquã in superficie uitri cõcaua, uel in superficie alia quacunq; quod si extremitas stili ducatur à puncto 3, in periferia medij circuli, ut prius, tunc facta dispositione situs uitri secundum exigentiam illius refractionis, occurret notitia angulorum huius refractionis ad uisum sicut prius, patet ergo propositum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis instrumẽtaliter prout potuimus propinquius angulis omniũ refractionũ à quibuscũq; diafonis notis adinuicẽ, ut ab aere ad aquã & uitrũ, & ab aqua ad uitrũ, & econuerso ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquã, inuenimus quod semper idẽ sunt anguli refractionũ à quocũq; raro diafono ad diafonũ densius illo, & ab eodem denso ad idem rarũ, secundũ hoc fecimus has tabulas, quarũ hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angulos subiungimus secundũ modos suorũ circulorum quos præmittimus in capitibus suarũ linearũ. Potest itaq; secundũ has tabulas experimentaliter inuentas per instrumentũ præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionũ à medijs diuersæ diafonitatis quibuscunq;. & patet ex eis, quoniã anguli incidentiæ formæ eiusdẽ puncti propinquiores radio à puncto rei uisæ superficiei corporis diafoni, à qua fit refractio perpendiculariter incidenti sunt minores, & remotiores ab illo sunt maiores, ut patet hoc in subscripta figura per 31. primi, ablato enim angulo maiore à suo recto qui relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in codẽ diafono densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidẽtiæ minori, excessus quoq; anguli refractionis maioris super angulũ refractionis minorẽ erit minor excessu angulorũ incidẽtiæ maioris super maiorẽ, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiori ad illũ angulũ maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, scilicet ille quem addit angulus incidentiæ maior super angulũ suæ refractionis, est maior angulo refracto quẽ addit angulus incidentiæ minor super angulũ suæ refractionis, semper itaq; in medio secũdi diafoni densiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & pportio istorum

 angu-

angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum, cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quàm in aqua, & sic secundum diuersitatem diafonitatis anguli uariantur. Si uero medium secundi diafoni fuerit rarius, tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritq; istorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerse se habens angulis præmissis, ac si promissæ tabulæ modo reuerso ordinentur, & istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diafonitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur, quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere sunt maiores angulis qui fiunt in aqua, & secundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaq; sunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusione sui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam secundum se quàm in respectu ad uisus. Patet itaq; quod quærebatur.

Tabula q̃ntitatũ angulorũ ĩncidẽtiæ oib. seq̃ntib. cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrũ.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab a q̃ ad uitrum.		Anguli refractionis eiusdem	
	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	7	45	2	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30	4	10	12	30	6	10	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	40	30	19	30	14	30	25	30	49	30	10	30
70	45	50	24	30	28	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

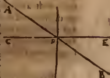
	Anguli refracti ab aqua ad aerem		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti à uitro ad aerẽ.		Anguli refractionis eiusdem		Anguli refracti à uitro ad aquã.		Anguli refract eiusdẽ.	
	par	minut.	pt	minut.	par	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	0	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	30	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	30	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	0	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

IX.

Centro uisus & pũcto rei per refractionem uisæ in diuersis diafonis loca propria permutantibus, eædem lineę incidentiæ & refractionis nomina permutant.

Satis iam patuit ex præmissis huius 10. tractatibus, quod formæ uisæ per refractionẽ extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diafoni in quo est uisus. Deinde refringuntur ab illo alio corpore diafono p aliam lineam

lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uisus a & punctum rei uisæ b. Sitq; superficies corporis in quo est punctũ b, ad uisum existentẽ in puncto b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uisum existentẽ in puncto a, à superficie corporis c d e, puncto d, sitq; linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis, quæ d a, dico quod si centrũ uisus & punctũ rei uisæ permutẽt loca, ita ut centrũ uisus positũ sit in puncto b, & punctũ rei uisæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractio ab eodẽ pũcto corporis quæ est d, & linea a d, erit linea incidentiæ, & linea d b, erit linea refractionis, & sic tantũ linearũ nomina permutantur manentibus eisdẽ lineis & eodẽ angulo, hoc autẽ patet per experientiã, cũ enim aliquis existens in aere inspexerit aliud corpus contentum sub alio corpore quod est diafonũ, differens in sui diafonitate ab aeris diafonitate, tunc uisus cõprehendet omnia quæ sunt ultra illud corpus, quæcunq; opponuntur uisui, & si cooperuerit alterũ uisuũ, & aspexerit cũ reliquo, uidebit illa eadẽ quæ prius, siue illud medium sit aer, uel aqua, uel uitrũ, uel cristallus. Quod si uisus ponatur intra aquã, aut sub uitro uel cristallo, uidebit omnia corpora uisibilia, quæ sunt ultra illud aliud corpus diafonum in ipso aere, siue ergo uisus fuerit in aere, uel in uitro, semper cõprehendet omnia eadem quæ prius, patuit autẽ per 4. huius, quod uisus per mediũ diafoni diuersi nõ cõprehendit res quæ nõ sunt in perpẽdiculari ducta à cẽtro uisus super superficiẽ diafoni corporis, nisi per refractionem, omne ergo punctũ cõprehensum à uisu, præter illud punctum quod est in prædicta perpendiculari, cõprehenditur per refractionẽ, & quoniã formæ omniũ punctorũ, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra corpus diafonũ, refrangũtur in eodẽ tempore ad centrũ unius uisus, patet quod si alicuius rei uisæ, pũctum esset in puncto, in quo tunc est centrũ uisus, refrangitur forma illius puncti ad omnia pũcta, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diafonũ oppositũ uisui in illo tempore, fieretq; illa refractio eodẽ modo, & similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto, in quo est centrũ uisus, quoniam si centro uisus in eodẽ puncto remanente moueatur oculus ad omnẽ differẽtiam positionis, cõprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuscunq; rei uisæ cũ fuerit ultra aliquod corpus diafonũ, extenditur ad superficiẽ corporis diafoni ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius quod opponitur ei. ex corpore aeris, uel alterius diafoni, & illa forma erit apud quodlibet punctũ illius secundi corporis diafoni, & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctũ aeris uel alterius corporis diafoni: forma enim cuiuslibet punctorũ rei uisæ diffundit semper lineam rectam ad unũquodq; punctũ corporis diafoni, unde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris, quilibet illorũ uisuũ uidebit totalẽ formam rei uisibilis, quæ est sub altero diafono, nam semper forma rei uisæ, tunc erit apud punctũ apud quẽ erit & centrũ uisus, unde etiam uisus motus de loco ad locũ super idẽ diafonũ, semper eandẽ uidet formam quamdiu forma illa secundũ lineas rectas potest pertingere ad uisum, & similiter plures aspicientes cõprehendũt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodẽ tempore, forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extẽditur ad quodlibet punctũ corporis diafoni in quo est res uisa, & formæ omniũ punctorũ rei uisæ congregantur apud quodlibet punctũ cuiuslibet corporis diafoni, in quo existit, & apud quodlibet punctũ corporis diafoni diuersi ab illo corpore diafono, in quo existit res uisa, inter quodlibet enim punctũ aeris, & quamlibet rem uisibilẽ existentẽ in aliquo corpore diafono diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris & basis in superficie rei uisæ, fiuntq; tot pyramides quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diafoni in quo fit diffusio formarum, quia itaq; totum medium est plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam sunt idem cum angulis refractionũ, quæ fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis. Idem uero anguli semper per easdem lineas continentur, patet ergo quia locus cẽtri uisus & punctũ rei uisæ de uno diafono ad alterũ permutatis, semper quidẽ fit formæ uniuersalis diffusio, nõ tamen percipitur quælibet forma, à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uisum, patet itaq; quia illæ lineæ manent eædem secundum substantiam nominibus tantum hinc inde per-



mutatis,ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extenſionis ipſius formæ, poſtea fiat linea refractionis,& econuerſo,patet ergo propoſitum.

X.

Omnis refractio formãm lucis & coloris quæ ſunt in re uiſa, debilius uiſui repræſentat.

Hoc patet per experientiã,cũ enim aliud uiſum eſt in medio ſecundi diafoni, utpote per aerẽ in aqua,& uiſus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntis à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ aquæ,& deinde uiſus moueatur donec fiat poſitus in perpẽdiculari aliqua exeũte à re uiſa ſuper ſuperficiẽ aquæ,tũc lux & color rei uiſæ fiũt manifeſtiora ꝙ eſſent cũ aſpiciebãtur oblique,tũc enim figura exiẽs ad uiſum ſecundũ lineas obliquas eſt refracta,& multũ obliqua,in perpendiculari,uero forma tota exit recte, & quedam partes eius oblique aut ferè recte ſecundũ quod plus uel minus diſtant à perpendiculari,patet ergo ex hoc,quoniã reflexio debilitat in formis reflexis luces et colores,quas formæ rerũ uiſarũ ꝑ quodcunq; corpus diafonũ ſecũ deferunt ad uiſum,nec enim eſt aliqua alia differẽtia illarũ formarũ in eſſe ſuo,ergo nec quo ad uiſum,niſi ſola obliquitas nducens refractionẽ, & perpendicularitas adiuuans directionẽ uiſionis,& ſecundũ illa uiſus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uiſis ꝑ mediũ ſecundi diafoni propter refractionẽ fallacia,quæ non accideret in illis, ſi uiderentur recte,quia etiam ut patet per 33. quarti huius. Omnis linea uel ſuperficies rei uiſæ directe uiſibus oppoſita perfectius uidetur quàm obliquata,& ſecundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uiſionis,patet ergo propoſitum.

XI.

Imago refracta rei uiſibilis nunquàm occurrit uiſui in loco rei uiſæ, ſed ſemper extra ſuum locum.

Quod autem hic proponitur,patet ratione & experientia,ratio autẽ eſt hæc,nam forma comprehenſa à uiſo in corpore diafono alio ab aere non eſt ipſa res uiſa, quoniam uiſus non comprehendit rem tunc in ſua forma uel in figura, ſed in alijs diſpoſitionibus & alio modo;comprehendit enim imaginem refractam in ſua oppoſitione, cum tamen res non ſit directe uiſui oppoſita,& quia comprehendit rem refracte, ideo quia uiſus eſt decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis diafoni,comprehendit ergo ipſum ut extra ſuum locum non in ſuo loco. Per experientiã quoq; idem patet. Aſſumatur uas habẽs oras erectas ſuper baſem eius,& in medio fundi uaſis ponatur denarius argenteus,& elonget ſe experimẽtans quouſq; uideat illum denarium in fundo uaſis. Deinde elonget ſe paulatim ulterius,quouſq; non uideat ipſum,& in principio occultationis ſtet in ſuo loco uiſu immoto,& præcipiat infundi aquam in uas,ita ut denarius non mutet locum,& tunc uidebit denarium in eius oppoſitione ipſo non exiſtente in eius oppoſitione,ex quo patet quod forma quam experimentans uidet in aqua,non eſt in loco rei uiſæ,nam ſi forma eſſet in loco rei uiſæ,tunc etiam res uiſa comprehendi poſſet ſine infuſione aquæ in uas quod non accidit in tanta diſtantia, ut patuit,imago itaq; rei uiſæ per refractionem non uidetur in loco ipſius rei,quod eſt propoſitum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uiſi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uiſum.

Sit enim punctus per refractionẽ uiſus,qui eſt a,cuius forma refringatur ad uiſum ab aliquo puncto ſuperficiei corporis alterius diafoni, qui ſit b,& ſit centrũ uiſus d,dico quod forma puncti a comprehenditur à uiſu ſecundum rectitudinem lineæ d b,hoc autẽ inſtrumentaliter declarandum,accipiatur itaq; inſtrumentum primum,& ponatur in uaſe impleto aqua ut prius,ut ſignetur aliquod uidendum per refractionem in ora inſtrumenti in oppoſitione uiſus, & intueatur experimentans per ambo foramina ita ut uideat illud per refractionem. Deinde

claudetur

claudetur secundum foramen instrumenti, & tunc non cōprehendetur res uisa, & si claudatur primū foramen, similiter nihil uidebitur, qm̄ abscisa est linea recta imaginabiliter exiēs uisus ad locū refractiōis, forma enim pūcti uisi per refractionē extēditur in corpore diafono in quo est res uisa, & refrangitur in corpore diafono q̄d est inter ipsum & centrū uisus, peruenitq; ad uisum per lineā rectam exeuntē à centro uisus ad punctū refractionis, & uisus nō comprehendit aliquid nisi in rectitudine linearum radialium p quas forma uisibiliū mouetur ad uisum, & si fiat operatio p interpositionē alicuius uitri uisui & rei uisæ, ut supra eodē modo penitus operando, patebit idē, & hoc est propositū. Visus enim nihil cōprehendit nisi in rectitudine linearū radialiū, non enim patitur in progressione istarū linearū à punctis rerum uisibilium ad uisum, quoniam non uidet, nisi res sibi oppositas, quarum formæ secundum lineas rectas multiplicant se ad uisum, ut patuit per 2. tertij huius, & per multas similes, patet ergo quod proponebatur.

XIII.

Omnis forma uisa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio.

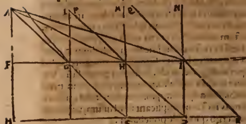
Quod hic proponitur, patet ideo, quia lux extenditur in corpore diafono transitu uelocissimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius exposito, & iam patuit in his, quæ dicta sunt in 47. secundi huius, quia transitus lucis in corpore diafono super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super lineam perpēdicularem exeuntem à puncto, à quo extenditur lux super superficiē illius corporis diafoni, & ex motu super lineam ductam in superficie corporis diafoni aut lineæ æquedistantis ei, quæ est perpendicularis super hanc lineam perpendicularem ductam à pūcto corporis luminosi. forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uisæ ad ipsum punctum refractionis quæ est forma lucis existentis in puncto rei uisæ mixta cum forma coloris. semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diafoni, hæc ergo forma extenditur ad locum suæ refractionis motu composito ex motu super perpēdicularem exeuntem à puncto ipso uiso super superficiem corporis diafoni, & ex motu super lineam quæ est perpendicularis super hanc perpendicularem. Est ergo motus formæ quæ mouetur ad uisum aut super perpendicularem ductam ab ipso puncto cuius ipsa est forma super superficiem corporis diafoni, quamuis postmodum translata sit ab hac perpendiculari alio modo, aut motus eius est super perpendicularem ductam super illam priorem perpendicularem, & translata est post motum eius super primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ super superficiem corporis diafoni, fitq; hæc translatio propter compositionem ex prædictis duobus motibus, forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni. Deinde multiplicat se ad uisum, palam est quod proponitur per hoc, quia si punctum superficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uisæ contingat abscondi à uisu, utpote propter interpositionem alicuius corporis opaci, non fiet uisio illius puncti rei uisæ, forma ergo rei uisæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propositum, quod est manifestius postmodum instrumentaliter studebimus declarare.

XIIII.

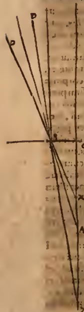
Omnium formarum punctorum rei uisæ plus distantium à linea perpendiculari, ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, maior est refractio quàm punctorum minus distantium ab illa.

Esto centrum uisus a. & linea uisa per refractionem sit b c d e, sitq; communis sectio superficiei refractionis & corporis, à cuius superficie fit refractio lineæ f g h i, sitq; perpendicularis ducta à centro uisus super superficiem illius corporis linea a f, quæ incidat in punctum b, rei uisæ, & sit a f b. Disterq; à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quàm punctum c, & plus punctum e quàm punctum d, dico quod maior erit refra

ctio puncti e quàm puncti d, & maior puncti d quàm puncti e, forma enim puncti a, cum



sit in ipsa linea perpendiculari, patet per 3. huius, quia non refrangitur: formæ uero aliorum punctorũ quæ sunt c d e, patet quod refranguntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuet figurã; patet quod de necessitate diuersitas formarum punctorum rei uisæ refrangitur à diuersis punctis superficierum ipsius rei uisæ, ita quod forma puncti remotioris à uisu refrangitur à puncto superficiei remotiori à centro uisus, aliás enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refrangatur à puncto g, & forma puncti d à puncto h, & forma puncti e à puncto i, & educantur à puncto g, linea g l, & à puncto h, linea h m, & à puncto i, linea i n perpendicularis super superficiem corporis diafoni per 12. undecimi, & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra superficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q, & copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uisum quæ sunt g a, h a, i a, quia itaque in trigono a f z, ductæ sunt lineæ a g & a h, patet per 21. primi, quoniam angulus a g f est maior angulo a h f, quia ergo anguli l g f & m h f, sunt recti & æquales, relinquitur angulus a g l, minor angulo a h m, sed angulus o g l & p h m sunt æquales, quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b c d e ab inuicem & à superficie diafoni à qua fit refractio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angulo p h a. Est autem eadem dispositio medii in quo fit refractio formarum punctorum c & d, à punctis g & h patet ergo, quod maior fit refractio à puncto h, remotiore ad uisum a, quàm à puncto g, propinquiore uisui illo puncto h. Similiter quoque patet per eundem modum de puncto i, respectu puncti h, fit enim secundum præmissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior refractio puncti i, quàm puncti h, ergo est maior quàm puncti g, patet ergo uniuersaliter quod proponebatur. In omnibus enim pũctis & superficiebus à quibus fit refractio, est eadem demonstratio.



XV.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uisum, & katheti incidentiæ exeuntis ab illo pũcto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ puncti rei uisæ existentis in medio secundi diafoni densioris primo approximat uisui, in rariore uero elongatur.

Verbi gratia, sit punctus rei uisæ per medium secundi diafoni a, & superficies secundi diafoni sit in qua est linea b c, & sit b punctus refractionis, & centrum uisus sit d, perueniat que forma puncti a ad uisum d. secundum lineam refractionis quæ sit b d. Ducatur itaque à puncto a, perpendicularis super superficiẽ b c, quæ sit a e, dico quod in puncto quæ est communis sectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, est locus imaginis refractæ: hoc autem patet, quoniam per 11. huius, forma refracta occurrit uisui in linea d b, & per 12. huius, occurrit in linea perpẽdiculari quæ est a e, occurrit ergo in communi ipsorum sectione quæ sit punctum z, hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandum. Accipiatur

piatur columna rotunda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur superficies basium eius, & in uno basium suarum inuento per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quæcunque placuerint, & sint duo, quæ g h & i k, oblique se secantes, quæ profundentur ferro ut appareant uisui, & impleantur profunditates ipsarū cerusa distemperata cū lacte uel cū alio albo liq̃re aut albo alio colore quocunque, pūctū uero centri quod est e, sit nigrū. Deinde accipiatur uas magnū profundum habens oras erectas, & ponatur in loco luminoso. Infundaturque in uas aqua tanta, quod cum immissa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius superficies planæ perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua excedit punctum e, centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos, expecteturque donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaque columna donec g h, diameter basis fit perpendicularis super superficiem aquæ, declinetur quoque uisus extra ora uasis, quousque appropinquet æquedistantiæ superficiei aquæ in tantum, ut possit uideri punctum e, centrum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrum circuli e, in rectitudine illius diametri, deinde intueatur uisus diametrum i k, decliuem super superficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquæ. Eritque pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g h extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta sine refractione, uel continentiæ anguli, ex quo patet quod forma puncti centralis quod est e, quam uisus comprehendit, non est apud centrum circuli basis, quia tunc esset etiam in rectitudine diametri decliuis quæ est i k, quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehendit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ est i k, & angulus quem continent partes diametri decliuis i k, sequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, est eleuatus à centro basis columnæ, & quia uisus hoc punctum comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, est eleuata à uero loco centri secundum rectitudinem diametri perpendiculariter quæ est g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud superficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis suæ intra aquam, quod omne punctum partis diametri i k, quod est intra aquā est eleuatum à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis columnæ quousque diameter i k, fiat perpendicularis super superficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter decliuis super superficiem aquæ, & tunc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinem diametri g h, quoniam illa uidebitur frangi & incuruari super superficiem aquæ, & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrum i k, perpendicularem super aquæ superficiem. Idem quoque accidet si plures sint diametri signati in superficie basis columnæ, semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquæ & continet angulū obtusum cū parte sui quæ est intra aquā, quæ pars intra aquā semper uidebitur cōtinua & recta. Ex hoc itaque patet quod forma cuiuslibet puncti a, uisi in corpore diafonitatis grossioris, quàm sit aeris diafonitas, uidetur extra locum suum eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pūcto superficiei corporis diafoni, cum linea d b, continuans d, centrum uisus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diafoni, & quia sicut instrumentaliter & per rationem ostensum est per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositione & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uisum, puncta ergo quæ uisus cōprehendit per refractionē, quia sunt in oppositione uisus secundū lineam rectam in communi sectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, necessario uidentur. Est ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ secant se locus imaginis refractæ, q̃d si fiat refractio formæ puncti uisi à corpore diafono subtiliori ad grossius, adhuc illud accidit quod in præmissis, quoniā adhuc locus imaginis refractæ erit in cōmuni sectione lineæ refractionis per quā forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis ductæ à puncto rei uisæ super superficiē corporis à qua fit refractio. Assumatur enim uitrū superficierum planarum & æquedistantiū, cuius longitudo sit octo digitorum, latitudo

& spissitu

& spissitudo sit æqualis cuilibet quatuor digitorum. Deinde basi columnæ ligneæ prædictæ prius inscribatur linea decem digitorum per 1. quarti, quæ sit l m. Eritq; medietas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq; in duo æqualia in puncto n. & à centro basis quod est f, ducatur linea f n, & producatur illa linea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3 tertij, linea f n, perpendicularis super lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaq; duæ diametri o p & l q, profundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio, Deinde ponatur uitrum super basem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis superponatur medietati lineæ quæ est n l, & quia uitrũ est in lõgitudine octo digitorum, & linea l n quinq; digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatẽ lineæ l n, in tribus digitis, & distinguantur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ. & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem super lineam l m, sitq; corpus uitri ex parte centri f, scilicet inter lineam l m, & centrum f, & sic applicetur uitrũ tabulæ per glutinum, erit itaq; perpendicularis p o, erecta super extremitates uitri quæ sunt superficies duæ æquedistãtes, & diameter l q erit obliqua super illas duas superficies. Ponatur itaq; periferia circuli cui supereminet extremitas uitri ex parte uisus experimentantis, & ponatur alter uisuum in dicta communi circumferentiæ basis & extremitatis uitri, hoc est in pũcto l, quod est extremitas diametri decliuis, quæ est l q, & applicetur taliter uitro, ita quod nihil uideatur cum illo oculo, nisi solus punctus l, reliquus uero uisus sit in parte, in qua est uitrũ & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno linteo, uel bombacæ, applicata taliter superficiei columnæ, ut non uideatur nisi sola diameter decliuis l q, & per unum uisum contingentem uitrum, diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento, centrum circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ est erecta super superficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ est l q, incuruata in superficie uitri, quæ est ex parte centri, eadẽq; angulus incuruationis ex parte circumferentiæ, sed uisus comprehendit partem diametri l q, quæ est sub uitro in rectitudine, & quoniam uisus tangit superficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ est p o, aliqua pars est sub uitro, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri, ut est eius pars quæ o n, pars illa quæ est sub uitro comprehenditur à uisu existente extra uitrum secundum refractionem, & pars o n, quæ est ex parte extremitatis diametri comprehenditur à uisu extra uitrum existente recte & sine refractione, pars autem quæ est ex parte centri comprehenditur ab utroq; uisu per refractionem. nam lineæ exeuntes à centro uisus contingentis uitrum & extensæ in corpore uitri peruenientes ad superficiem uitri, quæ est ex parte centri, omnes fiunt decliues super superficiem uitri, pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ est ex parte centri comprehenditur à uisu contingente uitrum per refractionem, lineæ uero exeuntes à reliquo uisu ad superiorem uitri superficiem erunt decliues super superiorem uitri superficiem, cum ergo extenduntur ad superficiem uitri, reliquam quæ est ex parte centri f, erunt etiam decliues super illam, ut patet per 13. primi huius, illæ enim superficies uitri sunt æquedistantes ex hypothesi, uisus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ est uersus centrum f, duabus refractionibus, partem uero quæ est sub uitro una sola refractione, partem uero superiorem quæ est p o, comprehendet absq; refractione, uterq; tamen uisuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & si experimentator cooperto altero uisu aspiciat solum per uisum qui positus est super uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & si eleuauerit uisum à superficie uitri, & intueatur diametrum p o ultra uitrum, comprehendet tamen ipsam lineam rectam, quamuis comprehendat ipsam secundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & si non comprehendatur à uisu in suo loco, cõprehẽditur tamẽ in rectitudine perpendicularis q̃ exit à puncto

puncto illo super superficiem uitri, hæc autem est sola ipsa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto super unamquanque superficiem unam tantum perpendicularẽ duci est possibile. Hæc autem linea quæ est p o, à quolibet sui puncto procedit perpendiculariter super superficiem uitri. Omnis ergo refractio suorum punctorum fit super ipsam eandem, forma itaque centri f, quando uisus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, super superficiem uitri, & diametri decliuis l q, pars extra uitrum existens uersus centrum f, comprehenditur non in suo loco, ideo quia punctus centri f, non conprehenditur à uisu, nisi præter suum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ, tunc forma centri f, uidetur sub centro basis columnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensi à uisu in secundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis productæ ab illo puncto super superficiem corporis diafoni, quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diafoni quàm ipsum punctum, cuius uidetur forma, & quoniam omne punctum comprehensum à uisu per undecimam huius, est in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuscunque diafonis taliter situatis comprehenditur in puncto, qui est communis sectio lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum, & patet ex præmissis correlarium, locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem quando fit illa refractio in medio secundi diafoni densiore primo, tunc locus imaginis approximant ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cum ipsum uidetur sub aqua, cum uero fit refractio à superficie alterius diafoni rarioris primo diafono contingente uisum, tunc locus imaginis elongatur à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro f, uiso sub uitro approximato uisibus, cuius forma per medium rarius uitro quod est aer diffunditur ad uitri superficiem, & per uitrum refringitur ad uisum, ut enim exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis, punctum x, propinquius est uisui existenti in puncto d, quàm punctum z, patet itaque propositum.

XVI.

Formæ puncti rei uisæ per refractionẽ existentis in medio secundi diafoni, locus imaginis quãdoque est in ipso secũdo corpore diafono, quãdoque in eius superficie, ut in ipso puncto refractionis, quandoque est inter uisum & illud corpus diafonum, quandoque retro uisum, quandoque in ipsa superficie uisus.

Quia enim ostensum est per præmissam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ, est in communi sectione lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis, cum illæ lineæ necessario concurrant, aut æquedistant. Si concurrunt, patet quod ubicunque illæ lineæ se intersecauerint, siue hoc sit intra corpus diafonum, in quo est punctus rei uisæ, siue fuerit extra illud corpus, inter uisum & superficiem illius corporis, siue hoc fuerit in centro uisus, siue retro uisum, ibi semper erit locus imaginis formæ puncti rei uisæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uisum fuerit æquedistans illi perpendiculari, tunc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis nisi solum ipsum punctum refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, sicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipso puncto refractionis se intersecant, nec indigent hæc alia demonstratione nisi illa quam in 12. octaui huius, in speculis sphæricis concauis posuimus, hæc enim refractio, ut patet per 7. huius, quandoque fit à superficie concaua corporis diafoni, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diafoni quod est ex parte rei uisæ, unde est omnimoda demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propositum, diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum, à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à superficiebus corporum alterius diafonitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.

Quoniam enim secundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uisum semper fit refractio in superficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in secundo diafono forma peruenit ad uisum, sola uero perpendicularis ducta à puncto uiso super superficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus est in communi sectione lineæ secūdæ per quam forma refracta extenditur ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis per 14. huius, hæc autem sectio semper est extra locum uerum puncti uisi, quoniam sola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem uisi ab alio loco & situ ꝗ̃ sit ipsa res uisa, erit itaq; positio formæ comprehensæ à uisu alia à puncto rei uisæ, & similiter est de remotione, hæc autem sunt quædam situs, punctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono densiore ad subtilius se eleuat approximando uisui, & in refractione ex diafono rariori ad densius se deprimit, remouendo se à cētro uisus, ut patuit per corrolarium 14. huius, patet itaq; quod locus imaginis semper se uariat, & secundum hoc decipitur uisus secundum situm imaginis alium locum rei uisæ, & situationem aliam accipiens secundum illud, patet ergo propositum.

XVIII.

Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehenditur ac si res illius formæ sit in loco imaginis constituta.

Sicut enim in 12. huius, dictum est, forma existens in puncto refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ quæ mouetur super lineam perpēdicularem super superficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uisæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularem per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, forma itaq; quæ est super lineam perpendiculariter incidentem superficiei corporis diafoni, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uisum, est forma quæ extenditur à puncto uiso in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipso superficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum sectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uisum, forma itaq; quam uisus comprehendit refracta ultra corpus diafonum est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis, comprehendit autem uisus hanc formam in loco imaginis, sicut alia quæ in suo loco comprehēdit sine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaq; res distans tantum à centro uisus, quantum punctus imaginis distat ab eodem centro uisus, quoniam situs loci imaginis in respectu uisus, & situs formæ quæ est in loco imaginis unde propter refractionem forma rei uisæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propositum.

XIX.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio existente linea recta, punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni qualiscunque à nullo puncto illius superficiei fiet refractio, & una tantum imago uisui concurret.

Esto centrum uisus a, & punctus rei uisæ b, sitq; g, aliquod punctum superficiei corporis in quo fit refractio, quod sit grossioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod est contingens uisum, ducaturq; à puncto a, centro uisus linea a g c, quæ sit perpendicu-

ris super superficiem corporis secundi diafoni per 11. undecimi, sitq; punctus rei uisæ, qui est b, in linea g c, palam ergo per 3. huius, quoniam uisus a comprehendet formam puncti b, recte sine omni refractione, quia forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g, ad superficiem corporis diafoni quod est cõtingens uisum in puncto a, & quia linea l g est perpendicularis super superficiem corporis diafoni contingentis uisum, cõprehendet ergo uisus a punctum b in suo loco secundum rectitudinem lineæ a g b, non est itaq; possibile ut punctum b, extra lineam b g a refrangatur ad uisum a. Si autem detur hoc esse possibile, sit superficiei illius diafoni in qua est punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui sit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uisus à puncto p, imaginemur itaq; superficiem refractionis in qua sit linea perpendicularis quæ a g b, transire per punctum p, & sit communis sectio huius superficiei, & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio linea recta, quæ est g p d, per 3. undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis super lineam g d, per 11. primi, quæ sit k p l. & sit linea k p l, producta secãs ipsum corpus diafonum, in cuius superficie fit refractio formæ puncti b ad uisum a. Est ergo linea k l p, perpendicularis super superficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diafonum usq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pũcto refractionis quod est p, super superficiem corporis diefoni, quia itaq; corpus diafonũ, quod est ex parte uisus a, est subtilius illo quod est ex parte ipsius b, puncti rei uisæ, tunc enim forma pũncti b, peruenerit ad p. pũctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod est centrum uisus, sed datum est ipsum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impossibile cõtra hypothesim, & quocunq; alio puncto dato idem accidit impossibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uisum a, ex aliquo puncto superficiei illius corporis diafoni dato extra lineam a g b, sed solum forma illa puncti b, secundum rectitudinem peruenit ad uisum a, quod si corpus diafonum contingẽs superficiem uisus sit densius diafono illo corpore quod est continens punctum rei uisæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter densitatem diafoni secundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquedistante ipsi p k, per sextam undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, sunt erectæ super superficiem corporis diafoni in qua est linea g p d, qualecunq; ergo fuerit diafonum secundum, scilicet rarius uel densius primo diafono, semper puncto rei uisæ sic disposito à nullo puncto illius superficiei diafoni fiet refractio ad uisum, sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta à centro uisus ad punctum rei uisæ secante superficiem corporis secundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius puncti non comprehenditur, nisi ex uno tantum puncto superficiei illius corporis diafoni, habet ergo tantum unicam imaginem non refractam, quod est propositum.

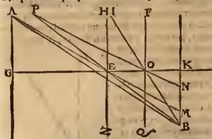
XXI.

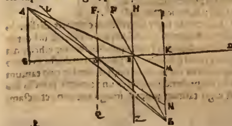
Communi sectione superficiei refractionis, & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio existente linea recta, punctóq; uiso existente extra

uu · a perpen

perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni densioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & uidebitur unica imago.

Remaneat dispositio, quæ est in proxima præcedente, & sit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiem secundi diafoni, quæ est a g c, educatur quoque superficies plana per lineam a g c; & per punctum b, hæc itaque erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni per decimamoctauam undecimi, & secabit superficiem corporis diafoni secundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ sit g d, non ergo refrangetur per secundam huius, forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei in qua est linea g d, non enim trãsit per duo puncta a & b, superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni, nisi solum superficies transiens perpendicularem a c sed perpendicularem a c, & per punctũ b, non transit aliqua superficies plana, nisi una sola, tantum forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrũ uisus ab aliquo puncto lineæ g d, quæ sit e, ducanturque duæ lineæ b e & e a, & extrahatur à puncto e, linea perpendicularis super superficiem g e d, per duodecimam undecimi, quæ sit h e z, quæ per primam huius, erit in illa superficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies, producatur itaque linea b e, in continuum & directum, & sit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonum quod est ex parte a, centri uisus, est subtilius corpore diafono quod est ex parte b, ergo per eandẽ quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ est z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaque à puncto uiso b, linea perpendicularis super lineam g d, per duodecimam primi, quæ sit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, quod est ex parte b, quia ducta est perpendiculariter in superficie a b g, erecta super illam, educatur itaque linea a e, in continuum, hæc itaque resecabit ab angulo b e k, angulum æqualem angulo p e a, per decimam quintam primi. Secabit ergo per uigesimam nonam primi huius, et lineam b k, illi angulo subtensam Secet ipsa itaque lineam b k in puncto m, palam itaque per decimamquartam huius, quoniam punctus m, est locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, est angulus refractionis. Dico itaque quod punctus b, non habebit aliam imaginem, præter quam illam quæ est in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uisum in punctum a, ab alio puncto superficiei corporis diafoni, quàm à puncto e, nec enim potest forma puncti b comprehendi à uisu, nisi secundum perpendicularem





dicularem b k, per 12. huius. Si itaq; punctus b, aliam habuerit imaginē q̃ in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k, per 14. huius, quia corpus qđ est ex parte b pũcti uisi est grossioris diafonitatis illo corpore q̃d est ex parte uisus a. Sit itaq; si possibile est illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k qđ sit n, erit itaq; punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducatur quoq; linea a n à centro uisus ad punctum n, hæc itaq; secabit lineam g d, per 1. undecimi, sunt enim puncta a b k, in eadē superficie cũ linea g d, ut patet ex præmissis. Secet ergo linea a n, lineā g d in puncto o, ducaturq; linea b o, quæ producta ultra punctũ o, signetur ad punctũ b, erit itaq; punctũ o, punctũ refractionis formæ puncti b, ad uisum in punctũ a, quia b o l est linea per quā extenditur forma, & est angulus l o a, angulus refractionis, ducatur itaq; à puncto o linea perpēdicularis super lineam g d, per 11. primi, quæ sit linea f o q, erit itaq; linea f o q, perpendicularis super superficiē corporis diaphoni per 27. primi, & per 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, cōtēto à perpēdiculari f q, & à linea b o, per quā extēditur forma ad locũ refractiōis per 29. primi, quoniā ut patet per 6. undecimi, lineæ b k & f o q sunt æquedistātes, si itaq; punctus n, fuerit inter duo pũcta m & k, tũc pũctus o erit inter duo puncta e & k, secans lineā e k, per 32. primi huius, erit itaq; angulus e b k, maior angulo o b k, per 29. primi huius, q̃a omne totũ est maius sua parte, & quia angulus p e h, est æqualis angulo e b k, per 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, per eandē 29. primi, quoniā lineæ h ʒ & f q, & b k, sunt inter se æquedistantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est p e h, & angulus l o a, est angulus refractiōis ex angulo incidētiæ, qui est l o f, angulus ergo p e a, est maior angulo l o a, per 8. huius, ostēsum est enim in corollario qđ præcedit tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex præcedēti experimētatione, quoniā anguli refractionũ in medio secundi diaphoni grossioris quibus differũt anguli incidētiæ ab angulis refractis cōtentis sub linea perpēdiculari ducta à puncto refractionis super superficiē diaphoni, & à lineis refractis ad uisum in maioribus angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores, ergo angulus a e h est minor angulo a o f qđ est impossibile, quoniā enim p 21. primi, angulus a e g est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales p 29. primi, & quia sunt recti, patet ergo angulus a o f, est maior angulo a e h, cum ergo sequatur impossibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; sequitur ex illis datis, ut angulus e b, sit maior angulo a o b quod est impossibile, & cōtra 21. primi, producta linea à b, quæ ambobus illis angulis subtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producũtur. Si enim angulus p e a, sit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b est maior angulo a o b. Est enim uterq; illorũ super angulũ suæ refractionis residuũ duorũ punctorũ, quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, linea b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, per 32. primi huius, quod potest ostendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h minor angulo l o f, & erit angulus p e a, qui est angulus refractiōis minor angulo l o a, qui est etiam angulus refractionis, angulus ergo a e b est maior angulo a o b, qđ est impossibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impossibile est ergo quod punctus n, sit locus imaginis formæ puncti b, ergo neq; aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaq; b, existens in proposito situ non habebit alium locum imaginis respectu uisus a, nisi solum pũctum m, nec refrangitur ab alio puncto superficiei corporis diaphoni ad uisum a, nisi à solo puncto e, quod est propositum.

XXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente linea recta, punctoq; uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus per superficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio ut in praecedentibus, nisi quod corpus diafonum in cuius superficie est linea g d, & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grosioris diafonitatis illo corpore, quod est ex parte b, puncti rei uisae, & illud quod est ex parte puncti b, sit rarius, & sit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, fiatq; refractio formae puncti b, ad uisum a, ex puncto superficiei illius corporis quod sit e, & ducãtur lineae b e & e a protrahaturq; linea l e, usq; ad punctum p, ultra superficiem corporis in qua est linea g f, & à puncto refractionis quod est e, ducatur linea h e, perpendiculariter super lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas a p & e b, nam prima linea per quam extenditur forma ad locum refractionis est linea b e p, sit autem refractio ad partem perpendicularis e h, per quartam huius, nam corpus quod est ex parte uisus a, est grosioris diafonitatis corpore quod est ad partem rei uisae b, ut patet ex hypothesi, protrahatur itaq; linea a e, ultra punctum e, quousq; concurrat cum linea k b, concurret autem cum illa per secundam primi huius, secat enim eius aequedistantẽ lineam h e 3. Secet ergo lineã k b in puncto m. Est itaq; per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formae puncti b, & profundabitur sub puncto b, ultra situm rei, cuius ipsum habet formam, nam corpus quod est ex parte b, est subtilius illo corpore q̃d est ex parte uisus a, dico itaq; quod forma puncti b non refrangitur ad uisum a, nisi à solo puncto e, & quod non habet imaginem, nisi in solo pũcto m, si enim hoc sit possibile, ut plures habeat imagines q̃ illa quae est in puncto m, sit ut habeat imaginem in puncto alio q̃d sit n, erit itaq; punctus n, in linea perpendiculari b k, p 12. huius & infra punctũ b p 14. huius, propter corporũ diafonorũ mediorũ propositam diuersitatẽ, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut sub puncto m, sit primo inter duo puncta b & m, ducaturq; linea a n, quae secabit lineam e k, per 32. primi huius, quia ipsa producta à pũcto lateris m e, secat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, qd' est latus k m, & etiam ideo quia puncta a & b, sunt in eadẽ superficie, & linea e d est iacẽs inter illa puncta. Secet ergo ipsum in puncto o, est itaq; o punctus refractionis, & ducatur linea b o, quae transeat usq; ad punctũ l, & ex pũcto o extrahatur linea f o q, perpendiculariter super lineã g o d p 11. primi, linea itaq; b o est illa linea p q̃ linea pũcti b, extẽditur ad pũctũ refractiõis q̃d est o, linea q̃q; o a, erit inter duas lineas o l & o f, q̃m in tali dispositiõe mediorũ diafonorũ semper fit refractio ad p̃pẽdicularẽ p 4. huius. Si itaq; pũctus n, fuerit inter duo pũcta m & b, erit p 32. primi huius, pũctũ o, inter duo pũcta e & k, ergo ut in p̃missa p 29. primi huius, angulus o b k, erit minor angulo e b k, q̃m pars est minor suo toto, sed per 29. primi, angulus l o f, est aequalis angulo o b k, & angulus p e h, est aequalis angulo e b k, ideo quod lineae h e & f o, & k b sunt aequedistantes, est ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaque l o a, qui est locus refractionis per corollarium 8. huius, est minor angulo p e a, qui est etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f, super angulum refractionis qui est l o a, est maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e b sup angulũ refractionis qui est p e a, p eandẽ 8. huius, sed angulus a o f, est aequalis angulo

gulo a n k, per 29. primi, & angulus a e h, est æqualis angulo a m k, per eandem 29. primi angulus itaq; a n k, est minor angulo a m k, quod est impossibile, & contra 16. primi. Si autẽ punctus n, fuerit infra punctum m, tunc ut prius in proxima huius, deductiõe facta punctus e, cadet intra punctum o & k, & erit angulus o b k, maior angulo e b k. per 29. primi huius, & quia totũ est maius parte, angulus ergo l o f, erit maior angulo p e h, per 29. primi, ergo angulus l o a, est maior angulo p e a, & angulus a o f est maior angulo a e h, per 8. huius, ut prius, ergo angulus a n k, per 29. primi, est maior angulo a m k, quod est impossibile, & contra 16 primi, non est ergo imago formæ puncti b, in puncto n, nec in aliquo alio puncto lineæ m k b, præter quàm in puncto m, quoniam idem impossibile accidit in omnibus datis punctis, ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractio, & unica uisui occurrit imago, patet ergo propositum.

XXII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo, punctoq; uiso existente in perpendiculari ducta à centro uisus super conuexam superficiem corporis diafoni, formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractio, & una tantum uidebitur imago.

Sit centrũ uisus punctũ a, sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diafonũ grossius illo corpore diafono, quod est circa uisum, & sit superficies illius corporis diaphoni, q; est ex parte b, superficies conuexa illa quæ est ex parte uisus a, sitq; cõmunis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis diafoni per 69. primi huius, circulus c d e, cuius cẽtrum sit pũctus 3. & ducatur linea a c 3 d, qui necessario erit perpẽdicularis super superficiem corporis diafoni per 72. primi huius, quoniã transit p punctũ 3. centrũ eius, sitq; b pũctus rei uisæ in ppẽdiculari linea quæ est a d, tũc itaq; uisus a cõprehẽdet formã pũcti b, sine aliqua refractiõe, nã forma quæ extẽditur secũdũ lineã d a, extẽditur recte in corpore diafono quod est ex parte uisus a, p 3. huius, ideo q̃d linea d a est perpendicularis super superficiẽ corporis diafoni quod est ex parte uisus comprehẽdet itaq; uisus a, forma puncti b, in suo loco & recte, sed & in hac dispositiõe forma puncti b, nunq; refringitur ad a uisum. Aut enim pũctus rei uisæ qui est b, erit in centro corporis diafoni quod est 3, aut extra illud, si fuerit in centro 3, tunc nulla linea per q̃ extenditur forma pũcti b, ad circumferentiam circuli c d e, refrangitur ad uisum a, quoniam omnes illæ sunt semidiametri perpendiculares super superficiem conuexam corporis diafoni, & quia sola linea 3 a, exit à cẽtro circuli c d e ad uisum, patet quod forma puncti b, non refrangitur ad uisum a, cũ punctus b, fuerit in centro 3, quod si punctus b, fuerit in linea c d extra centrum 3, aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, si fit in linea 3 c, adhuc nulla sui fiet refractio ad uisum a. Quod si fuerit possibile, esto quod refrangatur ex puncto e, & ducatur linea b e, & protrahatur extra circulum ad punctum h, & protrahatur linea 3 e, extra circulum ad pũctũ p erit itaq; linea 3 p. perpendicularis super superficiem corporis diafoni quod est ex parte uisus. Cum itaq; corpus diafonum quod est circa uisum, fuerit rarius corpore diafono, quod est circa rem uisam, & circa punctum b, patet per 4. huius, quod forma puncti b, quando extẽditur per lineam b e, refrangitur in puncto e, ad partẽ cõtrariã illi parti in qua est perpendicularis 3 p, non ergo refrangitur tunc forma puncti b, ad uisum a, qđ si punctum b, sit in linea d 3 adhuc non refrangitur forma puncti b, ad uisum a. Si enim hoc est possibile sicut refrangatur ex puncto e, & producatur linea b e ad pũctũ k, & ptrahatur linea 3 e, ad pũctũ p, sitq; ut forma pũcti b refrãgatur ad uisum a, ex pũcto e, per lineam e a, palam itaq; quoniã angulus r e a, est angulus refractionis, & angulus k e p est contentus à linea b e r, per quam extenditur forma puncti b, & à perpendiculari exeunte a b e, pũcto refractiõis sup superficiẽ corporis diafoni à qua fit refractio, ergo per correlarium 8. huius angulus

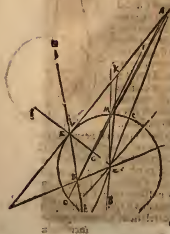
incidentiæ

incidentiæ qui est r e a, est minor angulo refracto qui est r e p, & linea b e 3, aut est minor ꝙ linea 3 e, aut æqualis ei, quia punctus b, aut est inter duo puncta d & 3, aut in pũcto d, Est itaq; per 19. & per 5. primi, angulus e b 3, aut maior angulo b e 3, aut æqualis ei, sed angulus a e r, per 16. primi, maior est angulo e b 3, ergo & angulus b e 3, & angulus r e p per 15. primi, est æqualis angulo b e 3. Erit ergo angulus a e r, maior angulo r e p quod est cõtra præostensa & impossibile, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uisum a, ex puncto e, sed nec ex alio puncto circuli c d e, nec ex alia circumferentia alicuius circulorum in superficie corporis diafoni, in quo est punctũ b existentiũ, ut patet p 1. huius, palã ergo qm̃ existente pũcto b, in linea g d, nõ cõprehenditur forma eius à uisu a, per refractionẽ ex aliquo pũcto superficiei corporis densioris, & non cõprehenditur, nisi solũ unum punctũ, qm̃ linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni densioris nõ secat illius corporis superficiẽ nisi in uno tantũ puncto, unica ergo tantũ uidetur imago. Similiter quoq; demonstrandũ si corpus diafonum quod est circa centrum uisus pũctum a, fuerit densius corpore diafono, quod est circa pũctũ rei uisæ, quod est b, tũc em̃ semper fiat refractio ad perpendicularẽ ductã à dato pũcto refractionis, & nunq̃ fiet ad centrũ uisus punctũ a, siue punctũ rei uisæ fuerit in linea e 3, uel in linea 3 b, & sequuntur maiora impossibilia ꝙ prius, & si fuerit in centro 3, patet quod non refrangitur, sed uidetur directe forma eius, & unica est eius imago, patet itaq; propositũ secundũ omnes eius modos.

XXIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diafoni grossioris corpore diafono uisum contingente ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuersificato secundũ diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto dispositio quæ in proxima p̃missa, nisi quod punctus rei uisæ qui est b, sit extra lineam a c d, tamẽ intra circulũ c d e, & quia forma puncti b, nõ refrangitur ad uisum a, nisi in circũferentia circuli c d e, quæ est in superficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypothesi, fitq; illa refractio à concauitate corporis diafoni, q̃d est ex parte uisus contingens conuexũ corporis diafoni ex parte rei uisæ, sit ut refrangatur ad uisum a, ex pũcto e, circuli c d e, dico quod non potest ex alio puncto superficiei corporis illius refrangi ad uisum. Sit em̃, si possibile, ut refrangatur ex puncto alio circuli c d e, ꝙ ex puncto e, qui sit punctus m, & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, 3 e, 3 m, sit quoq; ut lineæ 3 e, & b m, cum sint in superficie circuli c d e, secent se in puncto, q̃d sit g, & producatur linea b e, extra circulum usq; ad punctum h, & linea b m usq; ad pũctum n, & linea 3 e, usq; ad punctum n, & linea 3 e usq; ad pũctũ p, & linea 3 m usq; ad punctũ l, erit itaq; angulus h e p, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, qm̃ uterq; illorum est contentus sub linea e b, per quã extenditur forma, & sub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis quæ est e, super superficiem corporis, à quo fit refractio, eritq; angulus h e a, angulus refractionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ contentus sub linea n m, per quam extenditur forma, & sub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis quæ est 3 m, & angulus n m a, est angulus refractionis, erit itaque angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut minor, si sit æqualis, tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refractiõis æqualis angulo n m a, qui est similiter angulus refractionis, & quoniã uterq; ipsorũ cũ suo cõpari ualet duos rectos



ctos per 13 primi, erit tunc angulus a m b, æqualis angulo a e b, quod pducta linea a b, patet esse impossibile, & contra 21. primi. Si aũt angulus h e p, sit minor angulo l m n, erit angulus h e a, minor angulo n m a, per 8. huius, erit ergo per 13. primi, angulus a m b minor angulo a e b, quod iterum est contra 21. primi, & impossibile. Si uero angulus h e p, sit maior angulo l m n, extrahatur linea e b, in partem pũcti b, ad punctũ circũferentiæ qui sit f, & extrahatur linea m b, ultra pũctũ b, ad punctũ circumferentiæ qui sit o, angulus itaq; e b m, erit per 54. primi huius, æqualis angulo qui est apud circũferentiam cadẽs in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o, & cũ angulus h e p, ex hypothesi, sit maior angulo n m l. erit angulus 3 e b. per 15. primi, maior angulo n m l, ergo & angulus b m 3 per eundem 15. cũ ergo angulus 3 e b, sit maior angulo b m 3, erit excessus anguli m 3 e, super angulum e b m, æqualis excessui anguli 3 e b, super angulum b m 3, per 21. primi, cũ enim in trigonis e b g & m g 3, anguli intersectiõis ad punctũ g, sint æquales, ut patet per 15. primi, & qlibet reliquorũ duorũ cũ suo tertio ualeant duos rectos, patet q duo anguli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quãto ergo angulus 3 e b, est maior angulo b m 3, in tanto angulus m 3 e, est maior angulo e b m, arcus uero respiciens angulum m e 3, cum fuerit apud circumferẽtiam, erit duplus ad arcum m e. per 19. tertij, & per ultimam sexti. Si ergo angulus m 3 e, fuerit maior angulo m b e, tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o, & erit excessus arcus a x, duplicati super duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e, super arcum f o, qñiam arcus m e, utriq; est cõmunis, q ablato remanet idẽ excessus, & si uarietur proportio Geometrica, nõ tamẽ uariatur pportio Arithmetica, excessus ergo anguli m 3 e, super angulum e b m, est ille qui respicit apud circũferentiam excessus arcus m e, super arcum f o, sed excessus arcus m e, super arcum f o, est minor duobus arcubus m e & f o, quoniã est pars arcus m e. ergo excessus anguli a m e, super angulũ m b e, est minor angulo m b e, per ultimam sexti, & ut patet ex præmissis, excessus itaq; anguli 3 e b, sup angulũ 3 m b, est minor angulo m b e, ergo ut supra patet p 15. primi, excessus anguli h e p, super angulũ n m l, est minor angulo m b e, ergo excessus anguli refractionis h e a, sup angulũ refractionis, quæ est n m a, est multo minor angulo m b e, per 8. huius, sed excessus anguli h e a, super angulũ n m a, est excessus anguli a m b, sup angulũ a e b, per 13, primi, excessus itaq; anguli a m b, super angulũ a e b, est minor angulo m b e, excessus uero anguli a m b, super angulũ a e b, & duo anguli m a e & m b e, quod patet per 33. primi huius, pducta linea a b, duo itaq; anguli m a e & m b e, sunt minores angulo m b e, totũ sua parte, quod est impossibile, forma itaq; puncti b nõ refrangitur ad uisum a, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex pũcto e, unica ergo habebit imaginẽ, & hoc est propositum primũ. Sed & locus imaginis diuersatur secundũ diuersitatẽ loci in quo est punctũ uisum qd est b, producatur enim linea b 3, ultra puncta b & 3, ad utramq; partẽ trans circuli c d e, quæ autẽ concurret cũ linea e a, aut erit æquedistans ei. Si cõcurrat, tunc concursus aut erit ad partẽ diametri ad quam est b, propinquior periferiæ ut in puncto k, aut cõcurrẽt in puncto aliquo alio ad partem uisus, ut in puncto r, si itaq; concursus fuerit in puncto k tunc per 14. huius, erit imago ante uisum, & erit forma manifeste cõprehensa à uisu, quoniam est in perpendiculari 3 k, producta à cẽtro corporis diafoni super superficiẽ corporis diafoni, qd si concursus fuerit in puncto r, erit imago pũcti r, & tunc forma cõprehenditur à uisu in eius oppositione, sed non manifeste, quia comprehenditur à uisu extra suũ locũ, scilicet extra superficiem corporis diafoni inter uisum & illam superficiẽ. Si uero linea b 3, fuerit æquedistans lineæ e a, tũc erit linea b 3, media inter duas lineas h b 3 & b 3 r, per 14. primi huius, & tunc imago uidetur indeterminata, & forma comprehenditur in loco refractionis, ut patet per 15. libri huius, & hoc est propositũ. Ex his itaq; patet, quod re cuius forma cõprehenditur à uisu existente ultra corpus diafonũ grossius corpore diafono quod est ex parte uisus, non fit refractio nisi ab uno tantum superficiei illius corporis puncto, & res illa non habet nisi imaginem unicam, neq; comprehenditur nisi unum tantum. Hæc enim refractio est à concauitate totius diafoni, quod est ex parte uisus, cõtingentis conuexum corporis diafoni, quod est ex parte rei uisæ, patet etiam quod secun

dum diuersitatem situationis puncti a, qui est centrum uisus, sit diuersitas locorum imaginum formæ puncti b, non transmutati secundum situm, quoniam eadem est huius cum præmisso modo alio declaratio, nisi quod tunc puncta refractionum diuersificantur.

XXIIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo, punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni rarioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quod punctum b, nunc ponimus esse centrum uisus, & punctum a, punctũ rei uisæ, refrangatur itaq; forma puncti a, ad uisum b, à puncto e, & erit linea refractionis a e b, forma itaq; extentensa per lineam a e, refrangitur per lineam e b, sicut in præcedenti propositione forma extensa per lineã e b, refrangitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uisum b, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uisum a, ex eodẽ puncto, ut ostensum est in 9. huius, sed tam in præcedẽti declaratũ est hoc esse impossibile, forma enim extẽsa per lineã b e, & refracta per lineam e a, per præcedentẽ proximã, non potest refrangi ad uisum existentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio pũcto superficiei corporis diafoni, quoniã in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uisum existentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli c d e, nisi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuersitate quoq; locorum imaginum est idem, sicut in præmissa declarandum, patet ergo propositum.

XXV.

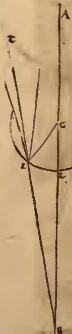
Cum superficies sphærica conuexa corporis diafoni densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulorum communis sectiõis superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris, possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis ipsius punctus directe & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis suæ sit in centro uisus.

Esto cõmunis sectio superficiei refractionis & corporis sphærici conuexi desioris diafoni q̃ est aer, circulus g e d, cuius centrum sit 3, ducaturq; semidiameter 3 e, super cuius terminũ e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem cõtinet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonũ in aere, uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e, super superficiẽ illius corporis, in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpora diafona quæcunq; data, ut inter aquam & aerem, uel econuerso, hoc autem est possibile, quoniã omnes isti anguli per 8. huius, sunt noti, & à puncto 3, centro corporis grossioris ducatur linea æquedistans lineæ e t, per 31. primi, quæ ꝑducta ex utraq; ad circumferentiam sit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti 3, protrahatur extra corpus illud usq; ad h punctum, cum itaq; ut patet ex præmissis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, sit maxima ꝓportio, quã angulus incidentiæ quẽ continet linea per quã extẽditur forma puncti rei uisæ ad superficiẽ corporis, à qua refrangitur, cũ linea ꝑpẽdiculari à pũcto refractionis sup superficiẽ illius corporis educta possit habere ad angulum refractionis, quẽ exigit ille angulus incidẽtiæ quo ad sensum, anguli eñ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuersæ diafonitatis à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorum diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit, tunc sensus non comprehen

comprehendet quantitatem refractionis, comprehendet enim directe centrum lucis transeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quam extenditur, & hoc plenius experiri potest per instrumentum, quod superius usi sumus, & quoniam, ut patet ex præmissis, angulus e 3 d, est maior angulo k e t, ponatur ergo angulus d 3 t, æqualis angulo k e t, per 27. primi huius, quia itaq; linea e k, concurrit cum linea e t, patet per secundam primi huius, quia concurrit cum linea a d, eius æquedistante. Sic ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea 3 t, concurret cum linea e t, sit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & 3 e, sunt inter duas lineas æquedistantes, & in eadem superficie, patet quod ipsæ se intersecant, sit punctus sectionis k, eritq; per 32. primi, angulus 3 k e, æqualis duobus angulis k 3 b & k b 3, sed angulus k b 3, est per 29. primi, æqualis angulo k e t, angulus ergo 3 k e, est æqualis duplo anguli k e t, ergo per septimā quintæ, erit proportio anguli 3 e k, ad angulum 3 k e, maxima proportio, quæ est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ, quem continet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquedistans lineæ t 3, quæ per secundam primi huius, concurret cum linea 3 g, uersus punctum g, sit itaq; punctus concursus a, & extrahatur linea b e, extra circulum g e d, usq; ad punctum b, erit ergo angulus l e a, æqualis angulo 3 k e, per 29. primi, & angulus l e h, æqualis est angulo 3 e k, p 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmissis, angulus l e a, angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h, quoniam per 15. primi, angulus l e h, est æqualis angulo 3 e k, qui acceptus est talis, ut proponitur Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diafonum densius aere, cuius conuexum est ex parte uisus a, fuerit continuatum usq; ad punctum b, & non fuerit distinctū apud circulum g d e, ex parte b, ita ut diuersitas alterius diafoni non impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b, extenditur per lineam b e, & refrangitur per lineam e a & comprehenditur à uisu in puncto a, per lineam e a, & quoniam angulus refractionis, qui est a e h, potest diuidi pluribus portionibus earum quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continent ductæ perpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporibus diafonis à quarum superficie refranguntur. In linea itaq; d b, erunt plura puncta quorum formæ extenduntur ad arcum g e, & refranguntur ab illo ad uisum a, & forma totius lineæ d b, in qua sunt omnia illa puncta, refranguntur ad uisum a, ex arcu g e. S itaq; figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b, in circuitu lineæ a b fixæ, & pars superficiei corporis diafoni, quæ est ex parte rei uisæ fuerit sphærica, tunc punctum e, quod est punctum refractionis signabit motu suo in superficie corporis sphærica conuexa circulum ex parte uisus a, à quo tota refrangetur forma puncti b, ad uisum a, sed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, quoniam ut patet per 14. huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo concurrit linea extensionis formæ quæ est e a, & perpendicularis b 3 a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, secundum quod præmissum est, & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus, & sic tota imago illius rei uisæ est una, comprehen-

ditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis,& unicus eius punctus superior,tunc punctum d,uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono,& res uisa fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris,quæ est ex parte uisus fuerit sphærica conuexa,fueritq; uisus extra circulũ, cuius conuexum est ex parte uisus,fueritq; ille circulus remotior à uisu,quam punctum remotius formæ,cuius fit refractio,ut est in proposito punctum b, distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam,& cum corpus diafonum densius,quod est à parte rei uisæ fuerit totum continuum usq; ad locum, in quo est res uisa,nec fuerit in aliquo puncto medium intercisum,tunc uisus comprehendet formam illius rei uisæ, & uere & refractæ,& locus imaginis illius rei erit in centro uisus, ut debitur autem in superficie uisus,quod est propositum. Si uero sic accidat, ut perpendicularis ducta à re uisa super superficiem corporis,à qua fit refractio,æquedistet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum,& alicui non,possibile erit,ut forma rei uideatur partim in superficie corporis à quo fit refractio,& partim in superficie uisus & hoc erit ut monstruosum,huiusmodi quoq; infinita accidunt secundum diuersitatem lineæ perpendicularis respectu lineæ extensionis ipsius formæ, eodem quoq; modo demonstrandum est,si punctus rei uisæ fuerit in diafono rariori,& centrum uisus in diafono densiori,dispofita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.



Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni,in quo fit refractio existente circulo punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super concauam superficiem corporis diafoni oppositam uisui forma rei uisæ recte occurret uisui, & à nullo puncto fiet refractio,una quoq; tantum uidebitur imago.

Sit a centrum uisus,& sit b punctus rei uisæ ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa,grossius illo in quo est centrum uisus a,sitq; corpus grossioris superficies quæ est ex parte uisus sphærica concaua,cuius sit centrum g,dico quod punctus a & b,existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concaui,tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem,& unam tantum formam apud centrum uisus a,ducatur enim linea a g & extrahatur recte usq; ad punctum z. Erit ergo per 72.primi huius, linea a z,perpendicularis super superficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a z,uisus itaq; a,comprehendet formam puncti b,in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concauam superficiem illius corporis, quod est diafonum grossius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile. Esto ut forma puncti b,refrangatur ad a,uisum à puncto corporis e,& ducantur lineæ b e & g e,eritq; linea g e perpendicularis super superficiem corporis à qua fit refractio,& extrahatur linea b e,usq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, est angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis, à qua fit refractio,& quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo quod est ex parte rei uisæ in qua est punctum b,palam per quartam huius,quoniam erit refractio ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis quæ e g,& linea e t,non concurrit cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b,non refrangitur ad uisum a,non ergo comprehendet uisus ipsam refracte sed solum re

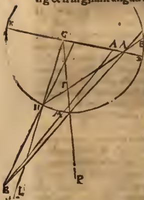
ſte, non ergo habebit apud uiſum a, punctum b, niſi unam ſolam formam, & unam imaginem. Si uero corpus in quo eſt res uiſa, fuerit rarius corpore in quo eſt centrũ uiſus, ad huc eadem eſt demonſtratio, nec enim ad huc peruenit refractio ad cẽtrum uiſus, patet ergo propoſitum.

XXVII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq́ uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem concauam oppoſitam uiſui groſsioris corporis diafono contingente uiſum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi.

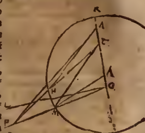
Eſto diſpoſitio quæ in præcedenti, & ſit punctus b, extra lineam a z, & quoniã ut patet per ſecundam huius, omnis ſuperficies refractionis perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio, ſit per 69. primi huius, communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei concauæ corporis diafoni à quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum ſit g, & ſit punctus refractionis formæ puncti b, ad uiſum a, punctum h, dico quod non fiet refractio formæ puncti b, ad uiſum a, ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc ſit poſsibile, ſit idem aliud punctum refractionis m, & ducantur lineæ a h. b h, g h, a m, b m, g m, ſeceta linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquũ ad pũctum c, & linea b m, ad punctum n, & linea g h, ad punctum l, & linea g m ad punctũ p, ſecet linea a g, protracta ultra punctũ g, circumferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrũ uiſus a, erit in linea k d, quæ eſt diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uiſus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g. aut in altera duarũ linearum g k uel g d, ſi ergo fuerit a centrum uiſus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uiſum a, per præmiſſam proximam propoſitionem, lineæ enim continuantes corpus diafonũ ſphæricũ cum centro g. per 72. primi huius, ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis quod eſt ex parte uiſus, non fiat autem aliqua reflexio formarũ incidentium ſecundum lineas perpendiculares, ut ibi oſtenſum eſt, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uiſum a, in centro corporis diafoni exiſtente. Quod ſi uiſus a, fuerit in linea g d, tũc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g. & ſimiliter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypotheſi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ ſunt h g & m g, corpus enim diafonum quod eſt ex parte uiſus a, eſt ſubtilius illo corpore diafono quod eſt ex parte rei uiſæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrum uiſus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, ſcilicet reſpiciens punctum d, & ſimiliter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uerſus pũctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus c h g angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h, & ſimiliter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & ſimiliter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor, ſi æquales, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, per 8. huius, & angulus b m a, erit æqualis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem impoſsibile, & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g, ſit maior angulo c h g, erit quoq; per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & ſic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod eſt iterũ impoſsibile, ut prius, quod ſi angulus n m g, ſit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a. & ſic totus angulus refractus, qui eſt a m g, erit minor toto angulo refracto, qui eſt a b g, & erit diminutio anguli refractionis, qui eſt n m a, ab angulo refractionis qui eſt c b a, minor quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo ſunt angu-

li refracti, in maiori enim quantitate, & si quādoq; in eadē proportione excedit angulus refractus maior minorem, ꝙ illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per 8. huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g est æqualis diminutioni anguli h g m, ab angulo h a m, ideo quia duo anguli compositi, qui sunt ad punctū f, punctum scilicet sectionis linearū k a & m g sunt æquales, per 15. primi, & reliqui duo anguli trigonorum g f h & a f m, cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos, per 31. primi. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a ab angulo refractionis a h c est minor quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaq; duæ lineæ h a & m a, ad circumferentiam circuli, & incidat linea a h puncto e, & linea m a puncto o, erit ergo angulus h a m, ille angulus quem respiciunt in circumferentia circuli h d k, duo arcus h m & o e, per 54. primi huius, & angulum h g m, respicit in circumferentia arcus h m, duplicatus per 19, tertij, & quoniam angulus h m g est minor angulo h a m, ideo quia ut patet ex præmissis, angulus a h g est maior angulo a m g, patet per ultimam sexti, quia arcus duplicatus h m est minor duobus arcubus h m & e o, & erit diminutio arcus duplicati h m, à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniam arcus h m, utrobiq; est cōmunis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quē respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, sed angulus quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m, ut patet ex præmissis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo h a m ergo per 13. primi, excessus anguli b m a super angulum b h a, est minor angulo h a m, sed excessus anguli b m a super angulum b h a, per 33. primi huius, sunt duo anguli h a m & h b m, ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totum sua parte, quod est impossibile. Quod si centrum uisus a, fuerit in linea g k, tunc sicut prius ostensum est, linea h c, erit inter duas lineas h g & h a, & linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit ergo angulus b h a, ex parte puncti k, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti k, & erit punctum rei uisæ quod est b, infra lineam g m p, ex parte d, & item ut prius anguli c h g & n m g, sunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma & à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli c h a, & c a h, & n a m, sunt anguli refractionis. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauā huius, angulus c h a æqualis angulo n m a, & sic item per 13 primi, angulus b h a, erit æqualis angulo b m a, quod est impossibile, & contra 21. primi, ducta linea b a, ut supra. Si uero angulus c h g, est maior angulo n m g, tunc per octauam huius, angulus c h a, erit maior angulo n m a, & sic iterum, angulus b h a, erit minor angulo b m a, quod est impossibile, ut supra, quod si angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tunc angulus c h a, est maior angulo n m a, & sic totus angulus g h a, erit minor totali angulo g m a, eritq; tunc modo præostenso angulus h g m minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m, erit minor quàm angulus g m a, & diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est minor quàm diminutio anguli g h a, ab angulo g m a, est ergo minor quàm diminutio anguli h g m, ab angulo h a m, ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n m a, est minor ꝙ angulus g m a, sed diminutio auguli c h a ab angulo n m a, est excessus anguli b h a super angulū b m a, excessus uero anguli b h a super angulum b m a, sunt duo anguli h a m & h b m, per 33. primi huius, ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m, totū sua parte quod est possibile. Si uero centrū uisus a, fuerit extra diametrum k d, hoc erit ad partem k, quæ respicit partem concauam superficiei sphæræ diafonæ, quoniam ad partem z, est conuexitas sphæræ corporis diafoni, à cuius superficie fit refractio. Sit itaq; tunc corpus diafonū in quo est centrum uisus a, fuerit continuū ad uisum a, ducantur duæ lineæ a h & a m, & quoniam illæ lineæ non sunt contingentes



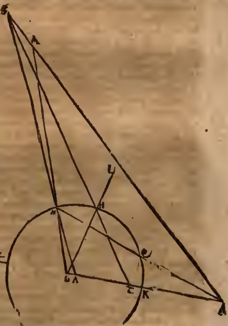
circulum

circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum secabunt, secetq; ipsum linea a h in puncto q, & linea a m in puncto r, & producantur aliæ lineæ ut prius. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc angulus b h a est æqualis angulo b m a, quod est impossibile, ut prius, & si angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, q̃d item est impossibile, ut supra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m, erit angulus c h a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m, sed angulus h g m, est ille quem apud circumferentiam respicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, est ille angulus quem respicit in circumferentia excessus arcus h m super arcũ r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus est minor excessu arcus h m super arcum r q, quod est impossibile, quoniam sic sequitur totum esse minus sua parte, ubicunq; ergo secundum hypothesim præmissam sit punctum rei uisibilis, quod est b, extra perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiem corporis diafoni suppositi uisui, patet quia imago formæ puncti b, non refrangitur ad uisum a, nisi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuersificabitur quoq; locus imaginis semper secundum diuersitatem concursus perpendicularis ductæ à puncto b, rei uisæ super superficiem corporis diafoni, à quo fit refractio, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uisus a, eritq; locus imaginis quandoq; retro uisum, quandoq; ante uisum, quãdoq; in centro uisus, & si illas lineas contingat fieri æquedistantes, ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, scilicet in superficie corporis à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata sunt per 15. huius, patet ergo propositum.



XXVIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo punctoq; rei uisæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super concauam superficiem oppositam uisui corporis rarioris diafono continente uisum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago.



Remaneat omnis dispositio proximæ præcedentis, nisi quod punctum b, sit centrum uisus, & a sit punctum rei uisæ, refrangatur itaq; forma puncti a, à puncto superficiei corporis diafoni quod est h, & erit linea refracta quæ a h b, forma itaq; extensa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, sicut in præcedenti figuratione forma extensa per lineam b h, refrangitur per lineam h a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uisum b, ex alio puncto circuli

circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uisum existentem in pũcto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in præcedenti declaratũ est, hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam bh, & refracta per lineam h a, non potest refrangi ad uisum in punctum h, ab alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h, neq; ex aliquo alio puncto superficiei corporis diafoni, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uisum existentẽ in puncto b, ex alio puncto circũli h d k, nisi ex puncto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc est propositum.

XXIX.

Concaua superficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directe, & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione superficie illius corporis & locus imaginis suæ sit in centro uisus.

Esto per modũ 23. huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphærici concaui densioris aere, ut uitri uel cristalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum sit punctum z, ducaturq; semidiameter z e, super cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonum in aere, uel in alio diaphono rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e, super superficiem illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter illa corpora diafona quæcũq; data, ut exempli causa inter uitrũ concauũ & aerem, hoc autẽ est possibile, quoniam isti anguli per octauam huius, sunt noti, & à puncto z, centri corporis concaui uitri uel cristallini, ducatur linea æquedistans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta ex utraq; parte ad circumferẽtiam sit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad punctũ h, & sit cõpleta totali figuratione & demonstratiõe 23. huius, patet quod concaua superficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus uideatur directe, & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangitur ab una portione superficiei illius corporis concaui uitri uel cristallini terminata ad circulũ non magnum illius sphæræ, & quoniam punctus d, uideatur secundum perpendicularem a d sine refractione, omniũ uero aliorũ punctorũ lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares q; omnium illorum punctorũ sunt in linea b a, cõcurrentes cum lineis per quas ueniũt formæ ad uisum in ipso centro uisus puncto a, patet itaq; propositum per 14. huius. Ex præmissis itaq; octo theorematibus patent passiones occurrentes uisui propter medium secundi diafoni in quo res est uisa, cuius figura est sphærica, siue sit conuexa, siue concaua, & quandoq; corpore secundi diafoni existente figuræ columnaris uel pyramidalis communis sectio superficiei refractionis est linea recta, tũc omnino uniformis passio accidit uisui per illa, & sicut accidit per corpora alia diafona planarum superficierum, quarum communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, est eodem modo demonstrandum. Quando uero illa communis sectio est circulus, tunc accidunt ea in corporibus diafonis columnaribus quæ accidunt in corporibus sphæricis cõcauis uel conuexis, præter hæc quod à circumferentia unius circuli superficiei corporis secundi diafoni non potest in talibus corporibus fieri refractio ad uisum, sicut ostendimus in 23. huius, à corporibus sphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei unius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficiebus reflexionum, per 27. & per 9. huius, & quoniam etiam omnes superficies refractionum erectæ sunt super superficies corporum, à quibus fit refractio, ut patet per secũdam huius, unde istæ passiones non pertinẽt ad illa, quod si cõmunis sectio superficiei corporis diafoni, & superficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit sectio oxigonia, ab uno

tantum

tantum puncto fiet refractio, ſicut nunc oſtendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formæ rei uiſæ quandoq; uidebitur intra corpus diafonum, quandoq; inter uiſum & corpus diafonū, quandoq; in ſuperficie corporis diafoni, quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus, ſicut accidit lineam perpendicularem ductam à pūcto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni concurrere uel æquediſtare lineæ extenſionis ipſius formæ ꝑ quam forma peruenit ad uiſum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

Superficiebus corporum diafonorum oppoſitorum uiſui diuerſarum figurarum uel ipſis corporibus diuerſæ diafonitatis exiſtentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uiſarum diuerſantur, & occurrunt uiſui formæ monſtruoſæ & imagines numeratæ.

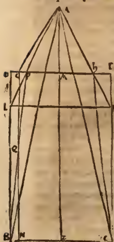
Ex præmiſsis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ ſunt unius figuræ & ſubſtantiæ, una tantum occurrit uiſui imago omnium corporum, quorum formæ trans illa corpora diafona ſe multiplicant ad uiſum. Si uero corpus diafonum per quod fit uiſio fuerit ſuperficiei compoſitæ ex diuerſis figuris, ut forte ex plana & ſphærica, & ex ſphærica & columnari, tunc cum ſuperficies oppoſita uiſui fuerit diuerſa ex diuerſis figuris cōpoſita, & natura perpendicularium & linearum extenſionis formarum ſecundum diuerſitatem figurarum ipſarum diuerſificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uiſarum diuerſantur, & fortaſſè diuerſa erunt puncta refractionum formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ad eundem uiſum, & diuerſæ lineæ extenſionis formarum, & diuerſæ perpendiculares, propter quod plures uidebuntur imagines eiuſdem rei uiſæ refractæ à ſuperficiebus talium corporum, unde ſi quis aſpexerit aliquod uiſibile exiſtens ultra corpus diafonum, cuius ſuperficies oppoſite uiſui ſit figuræ compoſitæ ex ſuperficie ſphæræ magnæ & paruæ, ut ſæpe accidit in criſtallis uel alijs lapidibus diafonis & uitrijs, patet quod centrum illarum ſphærarum ſunt diuerſa per 81. primi huius, illæ enim ſphæræ ſe interſecant. Erunt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem illius corporis magnam habentes diuerſitatem, & ſi figura ſuperficiei illorum corporū fuerit cōpoſita ex ſuperficie ſphærica & columnari, patet ꝙd maior eſt diuerſitas pūctorū refractionis & ꝑpendiculariū ductarū. Difformabitur ergo diſpoſitio imaginū trans hęc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur mōſtruoſa propter cōfluxū diuerſarū imaginū ad conſtitutionē unius formæ, cū puncta refractionū fuerint ad inuicem propinqua, & interſectiones perpendiculariū & linearū extenſionis formarū fuerint ad inuicē propinquæ. Si uero pūcta refractionū uel prædictarū ſectionū fuerint ad inuicem ſenſibiliter diſtantia, tunc uidentur plures imagines eiuſdē rei uiſæ, quoniā illarū refractio nō eſt una neq; unitur, ſed remanet diuerſa, forma enim rei uiſæ extenditur ab ipſa re ad ſuperficies ſphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipſius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita fit comprehenſio formarum eiuſdem rei ex diuerſis refractionibus, unde imagines diuerſæ fuerint numeratæ numero punctorū refractionis. Idem quoq; accidit ſi corpus diafonum uniforme in ſuperficie fuerit diuerſæ diafonitatis, ſcilicet in una ſui parte denſius, & in alia parte rarius, tunc ſecundum unam ſui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia ſui parte ad partem contrariam, & ſic iterum aut formæ fiunt monſtruoſæ, aut forte aliter diuerſæ & numero differentes, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis à quo fit refractio exiſtente linea recta, uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uiſæ ſuper planam ſuperficiem corporis diafoni à qua forma illius lineæ refrangitur ad uiſum, ſi linea uiſa æquediſtans fuerit ſuperficiei corporis diafoni cuiuſcunq; ſiue denſioris ſiue rarioris primo, imago refracta rei uiſæ comprehenditur maior re uiſa.

 Eſto

Esto punctus a centrum uisus,& sit linea uisa in medio secundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus sit z,sitq; communis sectio superficiei refractionis & planæ superficiei corporis diafoni linea d e,ducaturq; à puncto z,quod est medius punctus lineæ b c,linea perpendicularis super lineã d e,per 11.primi,qui sit z m,quæ producatur ultra punctum m, & erit itaq; linea z m perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam,in qua est linea d e, quoniam superficies refractionis in qua producitur linea z m,& in qua est linea c d,erecta super illam superficiem corporis diafoni per secundã huius,sitq; linea b c æquedistans lineæ d e,existente itaq; centro uisus a, in linea z m, dico quod linea b c,uidetur maior quàm sit secundum ueritatem,nec enim transit per centrũ uisus quod est a,& per aliquod punctũ lineæ b c,præter punctum z,superficies quæ sit erecta super superficiem corporis diafoni,nisi sola superficies refractiõis in qua sunt lineæ a z & b c,nõ enim transit per a,superficies erecta super superficiem corporis diafoni, nisi illa quæ transit per lineam a z,quæ est linea perpẽdicularis super superficiem corporis diafoni,nec exit à puncto a,perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi linea a z,per 17.primi huius,non ergo transit per punctũ a, aliqua superficies perdendicularis super superficiem corporis diafoni,nisi solum illa,quæ transit per lineam a z, & non transit aliqua superficies per aliquod punctũ lineæ b c,aliud à puncto z,& per lineam a z,nisi solum superficies in qua sunt duæ lineæ a z & b c, non transit ergo per uisum a,& per aliquod punctũ lineæ b c,præter punctũ z,super ficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa in qua sunt lineæ a z & b c, non ergo refringitur forma alicuius punctorum quæ sunt in linea b c,nisi ex aliquo punctorum lineæ d e.Ducantur itaq; per 11.primi, ex prædictis punctis b & c, duæ perpendiculares super lineam d e,quæ ut patet ex præmissis necessario cadunt in illam,& sint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c & d e,sunt æquedistantes ex hypothesi,& lineæ b d & c e, sunt æquedistantes per 28.primi,patet quia quælibet illarũ linearũ quæ sunt b d & c e æquedistant lineæ a z, per eandem 28. primi.& patet quod nõ refrangetur forma puncti b ad uisum a,ex puncto d, per 3 huius, neq; forma puncti b à puncto e, quoniam lineæ c e & d b sunt perpendiculares super superficiem corporis diafoni, nulla autẽ perpendicularis refrangitur in aliquo corpore medio,sit itaq; ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto p,& forma puncti c,ex puncto h,& ducantur lineæ b p, p a, c h, h a, & protrahatur linea a p ultra punctum p,ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrit cum linea z a, patet per 2.primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet linea b d, sit ergo concursus in puncto l,& eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in puncto k,eritq; per decimamquartam huius,hoc punctum l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c,quia uero linea a z, est perpendicularis super lineam b c, erit per quartam primi,linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo distant puncta b & c, à puncto a,puncta itaq; refractionis quæ sunt p & h,æqualiter distabũt à puncto a quoniam medium per quod fit illorum punctorũ formarum diffusio est uniforma, & linea e d æquedistat lineæ b c,linea itaq; a p est æqualis lineæ a h,ergo per quintam primi, angulus a p h est æqualis angulo a h p,ergo per decimãquintã primi,erit angulus d p l æqualis angulo e h k,sed duo anguli p d l & h e k sunt recti, ergo angulus p l d,per 32.primi, est æqualis angulo h k e,ergo per 4.sexti, latera istorum trigonorũ sunt proportionalia quæ æquos angulos respiciunt.sed linea p d est æqualis lineæ e h,quia linea p m est æqualis lineæ h m,per 4.sexti,trigonorum enim a m p & a m h,anguli a d m sunt recti & anguli a h p & a p h sunt æquales,& latus a m,commune æquale sibijpsi. Est ergo linea p m æqualis lineæ m h,hoc etiam patet per 31.primi huius,ysocheles enim est trigonus h a p, & perpendicularis, est linea a m, trigona ergo partialia, sunt æquiangula. Est ergo lineæ



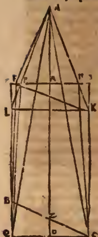
lineæ e h æqualis lineæ p d, patet ergo quoniã linea d l est æqualis lineæ e k, ducatur itaq; linea l k, erit ergo p 33. primi, linea k l æqualis & æquedistãs lineæ l c, angulus itaq; k a l, est maior angulo b a c, p 34. primi huius, & linea k l est diameter imaginis lineæ b c, nã omne pũctũ lineæ b c, refrãgitur ad uisum a, ab aliquo pũcto lineæ p h, sicut enim forma pũcti b, refrãgitur à pũcto p, & punctũ z, ꝑpendiculariter sine refractiõe transiẽs punctũ m, peruenit ad uisum a, sic punctum q̃d est inter b & z, refrangitur ab aliquo pũcto lineę p m, qđ est inter pũcta p & m, & sicut forma pũcti c refrangitur ad uisum a, à pũcto lineę e m, qđ est h, sic omne pũctũ lineæ c z, refrãgitur ab aliquo pũcto lineæ h m, & omne pũctũ lineæ b z, ab aliquo pũcto lineæ p m, ut si super lineã b z sit punctũ n. Si itaq; dicatur q̃d forma pũcti n, refrangatur ab aliquo pũcto lineæ m d, extra linea m p, ex parte d, ut à pũcto g, ducatur linea n g, palã itaq; quoniã linea n g secabit lineã b p, & si, pũctus sectionis q, forma itaq; pũcti q, perueniat ad uisum a ex duobus pũctis refractiõis, scilicet p & g quod est cõtra 18. huius, & impossibile, forma itaq; pũcti n, nõ refrangitur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p m q̃d est inter pũcta p & m, idẽ quoq; est de omni puncto lineæ z c, qđ est inter pũcta z & c, nullũ enim illorũ refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo pũcto lineæ h m, qđ est inter pũcta h & m, & q͞a in linea l k, oẽs perpẽdiculares ductæ à punctis lineę b & c, cũ lineis refractiõis protractis se intersecãt, patet q͞a linea k l est diameter imaginis lineæ b c, forma itaq; lineæ b c, uidetur in linea k l, maior q̃ secũdũ ueritatẽ sit linea b c, p 20. quarti huius. Sub maiori enim angulo uidetur, q͞a angulus k a l est maior angulo b a c, p 34. primi huius, qđ est ꝓpositũ, & huiusmodi deceptio accidit uisui ꝓpter debilitatem formæ reflexæ, ut patet p 10. huius, propter qđ assimilat ipsam uisus formæ rei, q̃ uidetur à maiori remotiõe, maior enim distantia debilitat formã, cõprehendit itaq; uisus formã lineæ b c, refractiue ex cõpositiõe anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantiam maiorẽ q̃ sit distantia lineæ b c, & ad positionẽ æqualẽ puncti b c, sic itaq; quantitas lineæ b c, cõprehẽditur refractæ maior propter magnitudinẽ anguli qđ facit propinquitas ad uisum, & propter formæ debilitatẽ quæ causatur propter refractionẽ, & sic uniuersaliter causa quare linea b c, apparet maior, est refractio formæ suæ in medio secundi diafoni ad uisum, & est semp demõstratio eadẽ, siue fiat refractio in sup̃ficie secundi diafoni dẽsioris siue rarioris primo, in quo est linea b c, nec enim est aliqua differẽtia q̃ ad illud, si tamẽ fuerit possibile inueniri corpora diafona taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore rariore cõtingente ipsum uisum, sicut accidit cum uitrum planum contingit uisum, ita quod centrum foraminis uueæ in uitri plani superficie collocatur.

XXXII.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diafoni à qua forma eius refrangitur ad uisum, si linea uisa non fuerit æquedistans superficiei corporis diafoni, imago eius comprehenditur maior ipsa, & maior quàm si esset superficiei corporis diafoni æquedistans.

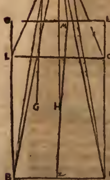
Sit dispositio eadem quæ in præcedente, nisi quod linea b c, non sit æquedistans lineæ d e, sed sit punctus c, remotior à puncto a q̃ sit punctus b, & à puncto c, ducatur linea æquedistans & æqualis lineæ d e, per 31. primi, quæ sit linea c q, cuius medius punctus sit o, & à puncto o, per 11. undecimi, protrahatur linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni secans lineam d e, in puncto m, & lineam b c in puncto z, & sit centrum uisus quod est a, in illa perpendiculari, quæ est o m, eritq; punctus z, in medio puncto lineę quæ est c b, quia enim linea b q est æquedistans lineæ z o, eritq; per 2. sexti, proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c, sed linea q o, ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ o c. Erit ergo linea b z æqualis lineæ z c, est ergo punctum z in medio lineæ c b, punctus itaq; lineæ d e, à quo forma puncti q, refrangitur ad uisum a, sit p, & punctus à quo refrangitur forma puncti c, sit h, ducanturq; lineæ a h & a p, & protrahatur linea a p ad l, punctum lineæ d b, & linea a h ad k, punctum lineæ e c, concurrent autem illæ lineæ per 2. primi huius,

ius, ut ostendimus in præmissa. Eritq; punctum k, locus imaginis formæ puncti c, & punctum l, formæ puncti q, ducaturq; linea l k, quæ erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l, maior angulo c a q, uisus ergo comprehēdet imaginē lineæ q c, maiorem q̄ sit linea q c, ut patet per præcedentē, & quia linea q p, secat lineam b c, sit punctus sectionis r, palam itaq; cū punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refrangetur ad uisum a, ex puncto p. forma itaq; pūcti b. refrangetur ad uisum a, ex aliquo pūcto lineæ p d, quod sit inter puncta p & d, nā si daretur refrangi ex aliquo pūcto inter p & m, sequeretur propter intersectionē lineæ incidētiæ formæ pūcti b, & lineæ r p, unius puncti formam refrangi ad uisum à duobus pūctis lineæ d e, q̄d est cōtra 18. huius, & impossibile, refrangatur itaq; forma pūcti b ad uisum a ex f, puncto lineæ p d, & ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e, secabit illam per 14. primi huius, secet ergo in puncto i. Eritq; p 14. huius punctus l, locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k, quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; situs lineæ i k, respectu situs a, similis situi lineæ b c, quia linea i k, aut erit æquedistans lineæ b c, aut non, erit inter ipsarū distantiam diuersitas sensibilis mutans situm ipsarum respectu uisus a, quia uero est inter distantiam lineæ b c, à uisu grandis diuersitas, declinatio enim lineæ i k, à linea æquedistante lineæ b c, quæ exit à puncto k, erit ualde parua, angulus itaq; i a k, est maior angulo l a k, per 29. primi huius, & similiter angulus i a k est maior angulo b a c. per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c, & situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c, & linea i k, comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ, quia itaq; linea i k est imago formæ lineæ b c, palā quod in hoc situ linea b e, uidetur maior quàm sit secundum ueritatē & uidetur linea c q, minor quàm linea b c, quia ut præostensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineæ q c, & hoc est propositum, nec est diuersitas situs diuersorum diafonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ, sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa.



Sit ut supra punctus a, centrum uisus, & linea b c res uisa, & super superficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e, & continuetur linea d e, in superficie ipsius corporis diafoni, per quod fit uisio refracta, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, & sit a centrum uisus extra superficiem, in qua sunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z, & ducatur linea z m, perpendiculariter super illam b c, seceta; lineam d e in puncto m. & à centro uisus a, ducatur perpendicularis super superficiem b c d e, per 11. undecimi, quæ sit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z, producaturq; linea a z, quæ per 22. primi huius, & ex præmissis erit perpendicularis super lineam b c. Situatio itaq; puncti b uersus a, centrum uisus, est similis situationi puncti c, respectu a, & distantia puncti d ad uisum a, est æqualis distantiæ puncti b, ad a, refringatur itaq; forma puncti b ad uisum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto k. Sintq; pūcta p & k, extra lineam d e æquedistantia lineæ l e, in superficie corporis diafoni, situatio itaq; & distantia puncti p a uisum, est sicut situatio & distantia puncti h ad a uisum, ducantur

itaq; lineæ b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies in qua sunt duæ lineæ a p & b d perpendicularis super superficiē corporis diafoni per 2. huius, cū sit superficies refractionis, ergo & linea b d, quæ est perpendicularis sup̃ sup̃ficiem corporis diafoni ducta à pũcto b, erit in hac superficie, & similiter sup̃ficies in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis sup̃ superficiē corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea t e, quæ est perpendicularis sup̃ eandem superficiē corporis ducta à puncto c, ꝓtrahatur itaq; linea a p, ultra p pũctum, est palā per iam dicta, & per 2. primi huius, quoniam ipsa secabit lineam b d, quia ut patet per 28. primi, lineæ a 3 & b d, æquedistant, q̃a ergo linea a p, secat lineam b d, secet ipsam in puncto l, secetq; per eandem linea k d, ꝓtracta ultra puncta k, lineam t e in puncto o. Est ergo per 14. huius, punctũ l locus imaginis formæ puncti b, & punctũ o locus imaginis formæ puncti c, erit quoq; situatio lineæ a l, sicut lineæ a o, & lineæ b l sicut lineæ t o, ducatur etiam linea l o, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineæ a b & a c, utraq; ergo superficies a l b & a o c est erecta similiter super superficiē corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; sup̃ficies sunt erectę sup̃ sup̃ficiem corporis diafoni, q̃ sunt a l b, a o t, a m 3, & hæ superficies necessario secāt se super lineā perpendicularē, q̃ est a h, exeunte à pũcto a, super superficiem corporis diafoni per 19. undecimi, q̃niam cōmunis sectio illarũ necessario est perpendicularis sup̃ superficiem, cui sup̃stat, & ab uno pũcto una tm̃ p̃pendicularis sup̃ superficiē planam duci potest p̃ 20. primi huius. Erit itaq; angulus b p l, p̃ 15. primi, æqualis angulo refractionis, & linea b l d, est perpēdicularis sup̃ superficiem corporis à qua fit refractio, ergo linea a l, est obliqua sup̃ ipsam per 13. undecimi, linea ergo a p, cōtinet cũ perpendiculari super eandem superficiem exeũte à pũcto p, q̃ sit p g, angulũ acutũ, qui est l p g, & erit perpendicularis p g, æquedistans lineæ d l, per 6. undecimi, q̃niam ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ super unam superficiem, ergo per 29. primi, angulus p l d, est acutus, ergo per 13. primi, angulus a l b est obtusus, ergo per 19 primi, linea a b, est longior q̃ linea a l, & similiter patere potest, quod linea a o, minor est quàm linea a t, sed lineæ a l & a o, sunt æquales, & lineæ a l & a t sunt æquales, & linea l o est æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, est maior angulo b a t, & situs lineæ l o, est similis situi lineæ b c, quia linea exiens à puncto a, ad medium lineæ l o, est perpendicularis super lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o sit æquedistans lineæ b c, & etiam quia linea b c, est perpēdicularis super superficiē, in qua sunt lineæ a 3 & m 3, super quam similiter per 8. undecimi, perpendicularis est linea o l, ergo linea o l, est perpendicularis super superficiem continuantem centrum uisus quod est punctum a, cum medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o, respectu uisus a, est sicut lineæ b c, respectu eiusdem uisus a. Sed & linea l o, comprehenditur remotius propter debilitatem formæ, linea itaq; l o, uidetur maior quàm linea b c, sed linea l o, est imago lineæ b c, palàm itaq;, quia linea b c, uidetur maior quàm sit eius uera quantitas, & hoc est propositum, nec ad istud aliquid coadiuuat indiuersitatem ipsa diuersa situatio mediorum plus uel minus diafonorum.

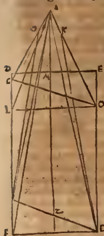
XXXIIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habēte superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis non æquedistante, imago rei comprehenditur maior re uisa, maior quoq; quàm si esset superficiei corpori æquedistans.

Remaneat dispositio q̃ in præcedente, nisi q̃d linea b c, nō sit æquedistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diafoni, & educatur à pũcto e, linea c f, æquedistans lineæ d e, & cōtinuetur linea f l, ꝓtrahendo lineā d b, perpendiculariter super lineam c f, sitq; prout in præmissa ostensum est p. punctũ refractionis formæ puncti f, ad uisum a, & punctũ refractionis formæ puncti b, ad uisum a, sit punctum q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineam d b, concurret aũt cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo punctus concursus g, qui est altior q̃ punctus l, nam punctus b, est ultra lineam a f, linea itaq; a g,

 neces

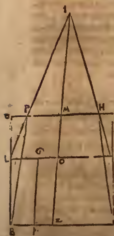
necessario erit ultra lineā a l. punctus ergo g, est altior puncto l, & ducatur linea q o. Erit ergo secūdū præmissa linea g o, diameter imaginis lineæ b c, eritq; linea g o maior q̄ linea l o, per 19. primi, qm̄ angulus g l o est rectus, & linea a g, minor q̄ linea a l. per eādē 19. primi, q̄niā angulus a g l est obtusus, ut supra patuit, & duæ lineæ a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet a g b & a o c, & differentia cōmunis istarū duarū superficierum transit per a centrū uisus per 1. huius, quia ambę illæ superficies sunt superficies refractionis, & centrum uisus semper oportet quod sit in superficie refractiōis, & quoniā ut patet per 2. huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super superficiē corpis diafoni, à quo fit refractio, patet p 19. undecimi, quoniā linea recta, q̄ est cōmunis ipsarū differentia, est erecta super illam superficiē, ergo duæ lineæ exeuntes à puncto a, nō perpēdiculariter sup illam corporis diafoni superficiē sunt extra hanc cōmunem differētiam in his duabus superficiebus, q̄ lineæ sunt a b & a t, suntq; altiores duabus lineis a g & a o, cadunt enim ultra illas lineas, angulus itaq; g a o, est maior angulo b a c, p 34. primi huius, diuersitas enim situū linearū, g o & b c, à uisu a, non est magna, quia linea g o, aut est æquedistans lineæ a c, aut nō, est in hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o, respectu uisus a, sicut linea b c, respectu eiusdem uisus a, uidebitur itaq; per 20. quarti huius, linea g o, maior q̄ linea b c, sed linea g o, est imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidetur maior q̄ ipsa sit secundū ueritatē & quia sicut in præmissis patuit, angulus o a g, est maior angulo a l, uidebitur imago o g, maior imagine o l, quæ est imago lineæ c f, æquedistantis lineæ e d, quæ est in superficie corporis, à qua fit refractio, & hoc proponebatur.



XXXV.

In omnibus refractionibus factis à planis superficiebus corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quæ prius in 29. huius, & sit linea a m 3, secans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaq; linea l o, medietas lineæ l k, & forma puncti 3. uidebitur in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoq; linea b c, uidebitur in linea l k, & linea b 3. est medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidetur maior q̄ linea b c, ergo & linea l o, uidebit maior q̄ linea b 3, & erit utriusq; istorū causa refractio, & quia centrū uisus a, est in perpēdiculari a 3, exeunte à puncto 3, qui est extremitas lineæ b 3. super superficiem corporis diafoni, aut super superficiē transeuntē per extremitatē medietatis perpendicularis super superficiē corporis diafoni æquedistanter superficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uisus itaq; cōprehēdit medietates uisibiliū maiores q̄ sint, nā pūctus o qui est medium imaginis k l, est in perpendiculari exeunte à puncto rei uisæ, siue res uisa sit æquedistans superficiei corporis diafoni, siue non, sit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & à puncto n educatur linea n g, perpendiculariter super lineam b 3. Seceturq; lineam l o, in pūncto g, erit ergo secūdū præmissa linea l g, imago lineæ b n. Sit itaq; punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut prope, quocūq; uero istorū existente erit linea l g, æqualis lineæ b n. aut fere, & quia formarū plus distantium à perpendiculari a 3, maior est refractio q̄ minus distantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uisum a, maior quàm refractio lineæ 3 n, ad



ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totã l o, imaginẽ lineæ b z, apparere uisui maiorẽ ꝙ sit linea b z, ergo maior refractio faciet lineam l g, imaginẽ lineæ b n, uideri maiorẽ ꝙ sit ipsa linea b n, cũ maiorẽ efficatiã habeat refractio maior respectu minoris. linea ergo l g, quæ est imago lineæ b n, cõprehẽditur maior ꝙ sit ipsa linea b n, & si uisus nõ cõprehendet lineã l g, imaginẽ lineæ b n maiorẽ, ipsa linea b n, nõ cõprehẽdet imagines partiũ lineæ b n, quæ sunt ꝓpinquiores ad punctũ z, maiores ipsis partibus, qa formæ illarũ partiũ sunt minores refractiõis per 13. huius, ꝙ remotiores à puncto z, sed refractio est causa magnitudinis imaginis, uisus ergo a, si nõ cõprehẽdet imaginẽ lineæ l g, maiorẽ ꝙ sit linea b n, nec cõprehẽdet imaginẽ lineæ l o, maiorẽ ipsa linea b z, nec totã lineã l k, maiorem tota linea b c, qđ est impossibile, & cõtra 29. huius, uisus ergo cõprehẽdet lineã l g, quæ est imago lineæ b n, maiorẽ ipsa linea b n, & ita cõprehẽdit lineam b n, maiorem ꝙ sit secundũ ueritatẽ. Eodẽ quoq; modo potest idem in alijs refractionibus declarari, ut cum per modũ 31. huius, fuerit centrum uisus extra superficiẽ perpendiculariũ illarũ productarũ, quoniã idẽ accidit in omnibus illis modis, qbus imago rei uidetur maior ꝙ ipsa re uisa, semper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ, sibi correspõdente, q̃d est ꝓpositũ, & quia cõmunis sectio superficiei refractiõis & superficiei corporis diafoni, ut plurimũ, est ꝑ se in linea recta, quãdo illud corpus diafonũ fuerit grossius aere, per accidens uero accidit quãdoq; cõtrarium ꝓpter uoluntariam situationem corporis densioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cõmenti 29. huius, patet euidenter q̃d 5. proxime præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficie corporis diafoni grossioris aere fit refractio ad uisum in aere existentem, & per accidens econuerso.

XXXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente circulo centroq; uisus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quod extrema rei uisæ æqualiter distent à centro corporis, imago uidebitur maior re uisa.

Sit superficies sphærica corporis diafoni grossioris aere, cuius conuexum sit ex parte uisus, cuius centrũ sit a, sitq; res uisa b c, sitq; centrũ corporis sphærici punctum d, qđ sit ultra lineam b c, respectu uisus a, sitq; punctus z, medius punctus lineæ b c, & ducantur lineæ d b, d z, d c, & ꝓtrahantur quousq; cõcurrãt cũ superficie corporis diafoni sphærici linea d b, in puncto e, & linea a z, in puncto m, & linea d c in puncto n, & sit uisus a, in linea z m, quæ est perpendicularis super superficiem illius diafoni corporis per 72. primi huius. Erit itaq; a m z linea recta, & quoniam linea b z, est æqualis lineæ z c, & qa puncta b & c, quæ sunt extrema rei uisæ æqualiter distant à cẽtro d, ex hypothesi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d z & c d z æquilatera, qm̃ linea z d, est cõmunis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui sunt anguli z d b & z d c, & similiter erunt anguli ad punctum z æquales, sunt ergo recti. Est ergo per diffinitionem ꝑpendicularis lineã a z, perpendicularis super lineam b c, ducantur quoq; lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a z b & a z c æqualia, linea ergo a c, est æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter distant à centro uisus a, habebunt itaq; b & c, æqualem respectum ad uisum a, extrahatur quoq; superficies plana in qua sunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaq; superficies secabit superficiẽ corporis sphærici secundũ circulum magnum per 69. primi huius, cuius arcus oppositus uisui sit n m e, eritq; in illa superficie centrũ uisus a, & linea uisa quæ est b c, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficiei refractio

fractionis, quæ est perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæricã, nec fit refractio formæ li-
neæ b c, ad uiſum a extra illam ſuperficiẽ, & linea a 3, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ
ſphæricam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac diſpoſitione uidebitur ma-
ior ipſa linea b c, quia enim, ut patet ex præmiſsis, forma cuiuſcunq; partis lineæ b c, nõ
refrangitur ad uiſum a, niſi ex aliquo puncto arcus e m n, ſit ergo ut forma puncti b, re-
frangatur ad uiſum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; pun
cta b & c æqualiter diſtant à puncto a, centro uiſus, patet quod ipſorũ erit uniformis re-
fractio ad uiſum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter diſtabũt à puncto m, arcus
aũt e m & m n, ſunt æquales per 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n ſunt ęquales, q̃d
patet ex pręmiſsis, tamẽ ergo diſtabit punctus refractionis, qui eſt h, à puncto e, quantũ
punctus g, à puncto n, & erit punctorũ iſtorũ ſitus & reſpectus æqualis, ducãtur itaq; li-
neę b h, a h, t h, a g, & ꝓducatur linea a h, ad lineã d e, ſitq; punctus ſectionis k, & ſimiliter
ꝓducatur linea a g, ad lineam d n, in punctũ l, ducaturq; linea k l, quia itaq; in trigonis d
a k, & d a l, anguli a d k & a d l ſunt æquales, ut patet ſupra, anguli q̃q; l a d & k a d ſunt
æquales, q̃d patet ductis lineis d h & d g, tunc enim cũ arcus m g & m h ſunt æquales ex
præmiſsis, erũt per 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æquales, ergo per 4. primi, anguli
l a d & k a d ſunt æquales, ergo per 32. primi, trigona d a k & d a l ſunt æquiangula, ergo
per 4. ſexti, cum linea a d, ſit æqualis ſibiipſi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k æ-
qualis lineæ a l, eritq; linea l k, æquediſtans lineę b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, ma
ior q̃ ſit linea b c, quoniã angulus k a l, ſecũdũ quẽ uidetur linea l k, eſt maior angulo b
a c, & quia poſitio & ſitus lineæ k l, eſt cõſimilis poſitiõi, & ſitui b c lineæ, q̃d patet ex hoc
quod cum linea d l, ſit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqua
lis lineæ k b, ergo per 7. quinti, & 2. ſexti, lineæ b c & l k ſunt æquediſtantes, ipſarũ ergo ſi
tus reſpectu uiſus a, eſt conſimilis, & ſimiliter poſitio inter lineas k l & b c, non eſt diffe-
rentia in diſtantia quæ ſit ſenſibilis, palàm ergo quia linea k l, uidebitur maior q̃ ſit, quia
imago eius eſt maior ipſa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta eſt debilior
quàm uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propoſitum.

XXXVII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni
denſioris aere à quo fit refractio exiſtente, circulo uiſuq; exiſtente in eadem ſu
perficie extra circulum in linea perpendiculari ſuper illi-
us corporis ſuperficiem, & re uiſa inter centrum corpo-
ris & uiſus exiſtẽtibus ita quòd extrema rei uiſæ inæqua
liter diſtent à centro, imago uidetur maior re uiſa.



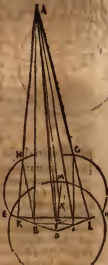
Remaneat diſpoſitio præcedẽtis, niſi q̃d extremum lineæ b c,
punctum c, ſit propinquius pũcto d, cẽtro corporis diafoni, & pũ
ctum b, remotius ab illo, dico q̃d adhuc imago lineæ b c, uidebi-
tur maior ipſa linea b c, ducatᷓ enim à puncto c, linea c q, cuius ex
trema æqualiter diſtant à puncto d, q̃d poteſt fieri ſi à linea d e, ab
ſcindatur per 3. primi, linea æqualis lineæ d e, quæ ſit d q, palã q͞a
ꝑ ea quæ in demonſtratione p̄cedentis oſtenſa ſunt, q̃m imago li
neæ c q, uidetur maior ipſa linea c q, ſit itaq; linea illa imago li-
nea l p, & palã per 12. huius, q̃d pũctũ b, illius imaginis quod eſt
imago puncti q, neceſſario cadet in linea perpendiculari ducta à
puncto q, ſuper ſuperficiem corporis diafoni, q̄ eſt linea d c, inter
puncta d & e, quia punctũ l, q̃d eſt imago pũcti c, erit in linea per
pendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiem corporis diafoni
q̄ eſt d n, & q͞a forma puncti c refrãgitur ad uiſum a, ex pũcto cir
culi g, ſit ut forma pũcti q, refrãgatur ad eũdẽ uiſum ex pũcto h,
patet ꝑ hypotheſim, & ꝑ p̄cedẽtẽ, q̃m pũcta g & h, ęqualiter diſta
bũt à puncto m, & quia punctũ b, eſt remotius à centro corporis
d, q̃

d,quàm punctum q,erit per ea quæ ostendimus in 13.huius,punctum suæ refractionis re motius à puncto m, quàm punctum h,sit itaque punctum illud f,& ducatur linea a,quæ cadet extra lineã a h.& hæc producta ad perpendicularem d e,secet ipsam in pũcto k,cadetque punctum k in linea p e, inter puncta p & e. Si enim caderet in punctum e, esset linea a k,contingens circulum in puncto e,& secans in puncto f,quod est impossibile, & si caderet in punctum p,uel circa illum,tunc linea a k secaret lineam a p.& punctus p, uel alter punctus illius sectionis refrangetur ad uisum a,ex duobus pũctis h & f,quod est impossibile per 21.huius,cadet itaque punctum k inter duo puncta p & e. Eritque per 14.huius,pũctum k,imago formæ puncti b,ducatur itaque linea l k,quæ erit diameter imaginis formæ lineæ b c. quia itaque linea l k,uidetur sub angulo l a k,& linea b c,sub angulo b a c. Est autem angulus l a k maior angulo b a c,ut manifestum est,quia totum est maius sua parte, patet ergo per 20.quarti huius,quia linea l k,uidetur maior quàm linea b c, quod enim sub maiori angulo uidetur,maius uidetur,& etiam quia situs & positio lineæ l k,respectu uisus a,est cõsimilis situi & positioni lineæ b c,respectu eiusdem uisus a, patet quia lineæ b c & k l,aut sunt æquedistantes simpliciter,aut inter illarum æquedistantiam non est diuersitas sensibilis,ergo per 29.primi,& per 4.sexti,linea k l,est maior quàm linea b c,& quia illarum linearum l k & b c,ab ipso uisu non est distantia sensibilis diuersitatis in remotione, uidetur ergo linea l k maior quàm linea b c,quia est maior,sed linea k l, est imago formæ lineæ b c,patet ergo propositum,comprehenditur etiam linea l k, quasi maior à uisu quàm linea b c,propter debilitatem formæ refractæ,quoniam ut patet per 10.huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uisus existente extra superficiẽ linearũ perpendiculariũ à pũctis rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius cõuexã superficiẽ oppositam uisui productarũ,lineaque uisa secundũ sui extrema cẽtro corporis æquedistante,imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisa.

Esto centrum uisus punctũ a,& linea uisa per refractionem sit b c,sitque pũctus d, centrum corporis diafoni densioris aere,sitque ita ut linea b c,sit intra illud corpus secundum sui extrema b & c,æqualiter distans à centro d, à medio quoque puncto lineæ b c,quod sit 3,à duobus extremis eius pũctis ducantur in eadem superficie lineæ perpẽdiculares super superficiem corporis,quæ productæ ad periferiam circuli sint b e, 3 m,& c a,hæ itaque omnes per 72.primi huius,secabunt se in centro d. Erit ergo arcus n m e,in superficie illius corporis diafoni respiciens centrũ d, nõ sit autẽ centrum uisus in aliqua istarum linearũ,sed sit extra superficiẽ in qua sunt illæ lineæ. dico quod imago lineæ b c,uidebitur maior quàm ipsa linea b c, ducatur enim linea a 3,& à centro uisus puncto a,ducatur perpendicularis linea super superficiẽ circuli n m e, per 11.undecimi,quæ sit a x,& quia ut patet ex præmissis,& per 22.primi huius,est linea a 3,perpẽdicularis sup lineã b c, situatio itaque puncti b,uersus uisum a,est p 4.primi,& ex præmissis consimilis situationi puncti c,uersus eundẽ uisum a, & illorũ punctorũ à uisu a,distãtia est æqualis,sit itaque ut forma pũcti b,refrãgatur ad uisum a,à puncto corporis diafoni quod sit h,& forma puncti c,à pũcto g,suntque pũcta g & h,extra superficiẽ circuli n m e,eritque illorũ pũctorũ h & g,à uisu a,distantia æqualis,ducãtur itaque lineæ b h,a h, c g,a g. Eritque supficies in qua sunt duæ lineæ a h & b h,erecta sup supficiẽ corporis diafoni p 2.huius, quia ipsa est superficies refractionis, ergo & linea b e, quæ est perpendicularis super superficẽ corporis diafoni,



ducta à puncto b, erit in illa superficie p 1. huius. Similiter quoq; superficies in qua sunt lineæ c g & a g, cum sit superficies refractionis, patet per 2. huius, quoniã ipsa est erecta super superficiẽ corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea c n, quæ est perpẽdicularis super eandẽ corporis superficiẽ ducta à puncto c, protrahatur itaq; linea a h, ultra punctũ h, & palã per præmissa & per 14. primi huius, q̃d ipsa secabit lineã b e, sit ergo ut secet in pũcto k. Similiter quoq; linea a g, producta ultra punctũ g, secet lineã d n in pũcto l, eritq; situatio lineæ a k, respectu uisus a, sicut lineæ a l, unde linea a k & a l, erunt æquales, & similiter erit linea d k, æqualis lineæ d l, quæ omnia ostendi secũdũ modũ quo processimus in præmissa 34. huius, copuletur ergo linea l k, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & linea d k, æqualis lineæ d l, erit linea k b, æqualis lineæ l t, ergo p 7. quinti, & p 2. sexti, lineæ l k & b c, æquedistant, ergo per 29. primi, & per 4. sexti, linea l k, est maior q̃ linea b c, & q̃a sub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc est propositũ.

XXXIX.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum lineæq; uisæ extremis centro corporis inæqualiter approximatis, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisa.

Remaneat omnis dispositio proximæ præmissæ, nisi quod extrema lineæ b c, inæqualiter distent à centro corporis diafoni, quod est d, sitq; linea d b, maior q̃ linea d c, secetur ergo ex linea d b, per 3. primi, linea d q, æqualis lineæ d c. & copuletur linea c q, cuius extrema æqualiter distabũt à centro d. Eritq; per præmissam imago lineæ c q, quæ sit l p, maior quàm linea c q, & quia puncta q & b sunt in eadem linea perpendiculari super superficiem corporis diafoni, quæ est d e, patet quod ipsa ambo sunt in eadẽ superficie refractionis quæ est a d e, & refranguntur ad uisum a, ex eodem arcu circuli, qui est cõmunis sectio illius superficiei, & superficiei corporis diafoni. Sit itaq; ut forma pũcti q refrangatur à pũcto illius arcus qui est h, conformiter se habente ad uisum a, cum puncto g, à quo refrangitur forma puncti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refrangitur forma pũcti b, quod sit f, erit bassius puncto h, producta quoq; linea a f, intra corpus diafonum ad diametrum d c, in punctum k, patet quoq; ut in 36. huius, quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copulata quoq; linea l k, erit ipsa quasi æquedistans lineæ b c, & in eadem superficie cum illa. Erit ergo maior per 4. sexti, & etiam quia sub maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propositum.

XL.

Lineæ refractæ uisæ transeuntis per centrum corporis diafoni sphærici densioris aere non existentis in perpendiculari ducta à centro uisus super illius corporis superficiem, imago semper uidetur maior ipsa linea.

Sit a centrum uisus extra corpus diafonum grossius aere, cuius centrum sit d, sitq; linea uisa b c, pertransiens centrum d, ita tamẽ q̃d centrum uisus non sit in illa linea b c, utcunq; protracta, dico quod eius imago semper uidetur maior ipsa linea, quoniam enim perpendicularis super superficiem corporis à quibuscunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c, uisu quoq; in aere existente sit refractio semper ad contrariam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem corporis ut patet per 4. huius, ergo secundum præmissas demonstrationes patet quod lineæ extensionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ sunt b & c, productæ intra

corpus

corpus diafonum, à cuius superficie fit refractio, intersecabunt perpendiculares punctorũ b & c, maior ergo semper uidebitur imago lineæ b c, quàm ipsa linea, quæ tũc fit pars suę propriæ imaginis secundum ueritatem, patet ergo propositum. Posset quoq; ampliari modus iste demonstrandi ad alios situs lineæ uisæ, qui possent esse ultra centrum corporis diafoni densioris aere uisu existente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis respiciente uisum, uidetur enim & tunc imago quandoq; maior re uisa præmisso modo, scilicet in alijs sitibus ante centrum, ut cum linea uisa fuerit propinqua centro corporis diafoni, & si linea uisa b c fuerit perpendicularis super lineam a d 3, à centro uisus per centrum corporis productam, & lineæ extensionis formarum extremorum punctorum lineæ b c, secent corporis sphærici diafoni superficiem, & secent lineas perpendiculares ductas à punctis b & c, super superficiē corporis diafoni intra corpus, tunc imago uidebitur minor re uisa. Si uero lineæ extensionis formarum punctorum b & c, fuerint contingentes circulum corporis diafoni in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b, super superficiē corporis, uel secantes circulũ in eisdem terminis, tunc semper imago erit æqualis rei uisæ per 15. primi, & per 25. & 28. tertij, & uidebitur imago lineæ b c, sicut quædam chorda arcus illius circuli, & si lineas extensionis formarum accideret contingere circulum corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus, ut si uisus sit ualde propinquius superficiei corporis diafoni, tunc illæ lineæ cõcurrent cum perpendicularibus extra corporis superficiem, uidebiturq; imago lineæ b c, maior ipsa linea, & extra superficiem corporis secundum sui extrema extensa, quod si linea uisa b c, sit extra corpus diafonum, contingens ipsum, uel distans ab ipso, non existens tamen pars lineæ a d, tunc imago eius uidebitur minor re uisa, quãdo cõcurrit inter ipsum corpus diafonũ, uel ultra illud inter rem uisam & superficiē corporis. Sed in assuetis uisibilibus nõ est aliquid tale, nisi forte fuerit aliquod corpus diafonum uitreum, aut lapideum, & fuerit totum corpus solidum, & res uisa fuerit inter ipsum, uel si res uisa fuerit extra sphæram cristallinam aut uitream. Horum autem situum diuersitatem ex præhabitis principijs demonstrandum relinquimus ingenio perquirentis.

XLI.

In omnibus refractionibus factis à superficiebus sphæricis corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore re uisa, pars imaginis uidebitur maior parti rei uisæ sibi proportionali.

Fiat dispositio quæ in 34. huius, & sicut linea d m, secet lineam k l, quæ est diameter imaginis in pũcto o. Erit ergo linea k o imago lineæ b 3, quoniam punctum 3, uidetur secundum perpendicularem a 3, per 3. huius, & erit angulus k a o, maior angulo b a 3 & situs lineæ k o, respectu uisus a, est similis positioni lineæ b 3, respectu eiusdem uisus, & ambæ illæ lineæ æqualiter distant à cẽtro uisus, uel si in hoc sit aliqua differentia, illa non erit sensibilis respectu uisus, imago itaq; k o, uidetur maior quàm linea b 3, & earum puncta 3 & o, cadunt in linea 3 a, quæ est ducta à centro uisus, & cuius pars est linea 3 m, exiens ab extremitate lineæ b 3. perpendiculariter super superficiem corporis diafoni, cadens in punctum m, quod si assumatur alia pars lineæ b 3, quę sit b f, & sit locus imaginis formæ puncti f, in puncto r, lineæ k o, tunc erit linea k r, imago lineæ b f, & sicut supra ostensum est, patet quod linea k r uidebitur maior quàm linea b f, quoniam plus refractionis accidit li-

neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13 huius, maior ergo ei debetur excessus imaginis quàm lineę f 3. Si uero punctum a, centrum uisus fit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendiculares exeuntes à punctis lineæ b c, super superficiem corporis diafoni, à qua fit refractio, nam linea a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter super medium punctum lineæ b c, quod est 3, non propter hoc est perpendicularis super superficiem corporis, in qua est linea b c, & quoniam linea b c & k l sunt erectæ super lineam a 3 d, & linea k o est imago lineæ b 3, & linea l o, est imago lineæ 3 c, & angulus quem respicit linea k o, apud centrum uisus a, qui est angulus k a 3, est maior angulo b a 3, quàm quẽ respicit linea b 3, apud cẽtrum uisus a, linea ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior quàm linea b 3, & similiter linea k r, uidebitur maior quàm linea b f, & omnia hæc patẽt ex illis quæ præmissa sunt in 33. huius, siue ergo superficies corporum diafonorum oppositæ uisui fuerint planæ siue sphæricæ conuexæ, accidit imaginem rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa, in hoc tamen est differẽtia, quia in corporibus diafonis planarũ superficierum excessus magnitudinis imaginis super rem uisam est solum in apparentia uisus propter excessum angulorum secundum quos uidetur & imago & res ipsa uisa, aliæ enim imagines secundum ueritatẽ sunt æquales ipsis rebus uisis, sed in refractione facta à corporibus conuexis sphæricis imago est secundum ueritatem maior ipsa re uisa, & etiam secundum apparentiam in uisu propter angulorum excessum uidetur maior, quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud centrum uisus quàm respiciat ipsa res uisa, & sunt utroq; modo partes imaginum maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium, patet ergo propositum.

XLII.

Omne corpus uisum in aqua cõprehenditur maius q̃ sit secundũ ueritatem.

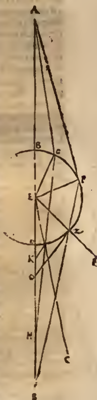
Quod hic proponitur, patet satis ex præmissis, sed & idem placuit experimentaliter declarare, & uniuersalem causam particulariter exemplare, assumatur itaq; corpus columnare longitudinis unius cubiti, & aliquantæ grossiciei, & sit album, ut manifestius in aqua possit distingui. Sintq; superficies eius basis planæ, ita quod per se super illas possit stare æqualiter super superficiem horizõtis, uel terræ, uel uasis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus super mediam basem uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, quia profunditas aquæ est minor corporis longitudine, cum itaq; quieuerit aqua, uidebitur pars corporis intra aquam grossior quàm illa quæ est extra aquam, patet ergo propositum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum superficiei aquæ, est figuræ sphæricæ, & opponitur uisui, & centrũ superficiei aquæ, quod est centrum uniuersi, ut alias ostendimus, semper est ultra omnia illa uisibilia quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere, siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à centro aquæ, siue inæqualiter, & siue uisus fuerit in aliqua linearum perpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uisæ super superficiem aquæ, siue omnes extra illas perpendiculres semper est necessarium, ut patet ex præmissis 6. propositionibus proximis, formam rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa existente extra corpus aquæ. Sed forte si aqua fuerit clara ualde & pauca, quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduam & Vincentiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quasi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere uideretur, quia tunc non est differentia in quantitate istorum quo ad sensum, quoniam densitas aquæ modicum addit super aeris densitatem, & ideo sensus tunc non distinguet quantitatis additioni, semper tamen secundum ueritatem imago fit maior ipsa re uisa, licet illud quandoq; lateat sensum, patet ergo propositum, magis enim est hoc euidens in aquis grossioribus, uel sulphureis calidis, in quorum intuitu & mirabili transmutatione formarum primum nos amor huius studij allexit.

Reui-

XLIII.

Re uisa ultra corpus diafonum sphæricum grosius aere existente, ita quod centrum uisus & res uisa & centrum corporis sphærici sint in eadem superficie linea recta, comprehenditur imago rei uisæ figuræ armillaris multo maior re uisa.

Sit centrum uisus a, & corpus sphæricum diafonum sit b d z g, cuius centrum sit e, & ducatur linea a e, quæ protracta secet superficiem sphæræ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoq; ultra punctum d usq; ad punctum h, transeatq; per lineam a b d h, superficies plana secans sphæram, & sit communis sectio illius superficie planæ, & superficiei sphæræ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g. Iam autem ostensum est in 23. huius, quod in linea d h, sunt plura puncta, quorum formæ refranguntur ad uisum a, ex circumferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uisum a, si arcus b g z d, fuerit continuus unius scilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & si forma puncti h refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis p, manifestum est quod forma totius lineæ refrangetur ad uisum a, ex arcu g p, & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a, seceto; linea g h, circumferentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z, forma itaq; puncti h, extẽditur per lineã h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extenditur ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c, & linea e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc si corpus diafonum fuerit continuum & unum usq; ad punctum b. Si uero corpus sphæricum fuerit signatum & terminatum apud circunferentiam sphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem perpendicularis e h, & cum forma peruenerit ad pũctum m, refrangetur secũdo in partem contrariam perpendicularis quæ est e m c, & concurret cũ perpendiculari e l, refrangatur ergo in punctũ k, perpendicularis e l, & similiter forma extẽditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cum peruenerit ad punctũ z, refrangetur secundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari h e, sit punctum cõcursus o, sic ergo refractio formæ quæ est à puncto p, peruenit ad punctũ z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineã z o, forma itaq; puncti k per nonam huius extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde secundo refrangitur à puncto g, per lineã g a ad uisum a & similiter forma pũcti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrangitur per lineam z p, & in pũctum p. Deinde refrangitur ab illo pũcto p per lineam p a ad uisum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uisum a, ex arcu g p, & si linea a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, describet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali superficie refrangetur forma linea k o, ad uisum a, & erũt centra uisus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota superficie circulari, quæ est locus refractionis, & est armillaris in superficie sphæræ, forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior seipsa, & erit figura formæ diuersa à figura k o, hoc aũt potest sic experimento declarari. Accipiatur sphæra cristallina aut uitrea perfectæ rotunditatis, & accipiatur corpusculum paruum, ut cæra nigra sphærica, quæ ponatur in capite acus, ponaturq; sphæra cristallina in oppositiõe alterius uisuũ, & claudatur reliquus, Eleuetur acus



ultra sphæram,& aspiciatur medium sphæræ,& sit cæra opposita medio sphæræ in linea recta,uidebitur q in superficie sphæræ nigredo rotunda in figura armillæ,quod si non uideatur talis figura,moueatur cæra ante & retro,donec uideatur talis rotunditas, & tunc auferatur cæra,& recedet nigredo,quod si cæram reduxerit quis ad locum & situm priorem,reuertetur statim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa est diuersitas quã relinquimus studio perquirentis.

XLIIII.

Reuisa trans corpus diafonum columnare densius aere,itaq centrum uisus,& centrum alicuius circuli corporis æquedistantis basibus columnæ, & res uisa sint in eadem linea recta,imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari grossioris diafonitatis q sit aer circulus b g d z,& sit centrũ uisus a,& cætera ut prius in præcedente,dico quod forma lineæ k o,uidebitur duplicata quoniam ipsa uidebitur apud arcum g p,& apud arcum sibi æqualem, & sibi correspondentem ex arcu b d,in alia parte semichilindri,sed hæc forma non erit circularis, quia figura a h p g,cum fuerit circumuoluta circa a k lineam immotam fixam,nõ transibit per illam lineam arcus g p,per totam superficiem columnarem,sed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ,erit continua in una parte,& similiter in alia,nam superficies in qua sunt puncta l k,transiens per axem columnæ facit in superficie columnæ, quæ est ex parte uisus a,lineam rectam transeuntem per punctum b,& extensam in longitudine columnæ,& non refrangetur formæ lineæ k o,ex illa linea recta,nam linea k b,erit perpendicularis super illam lineam rectam.Non ergo erit forma rotunda corpore diafono existente columnari,sed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur super alteram uidebitur ergo linea k o,habens imagines duas,quarum utraq est maior quàm linea k o, & erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a,quod est centrum uisus, quoniam in illo puncto a,est locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 14. huius , patet ergo propositum,non potest autem fieri huiusmodi refractio à superficie corporum pyramidalium,quoniam linea k a,non est perpendiculariter erecta super superficiem conicam talium corporum,uidelicet potest esse,ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundum circulum,quemadmodum etiam de superficiebus reflexionum,& de speculis pyramidalibus conuexis uel concauis,ostensum est in præmissis libris.

XLV.

Centro uisus existente in diametro corporis diafoni sphærici cõcaui densioris aere,& re uisa respiciẽte conuexum illius corporis,imago uidebitur quandoq minor re uisa,quandoq maior ut cum sit figuræ armillaris.

Sit centrum uisus a,lineaq uisa sit b c,& sit corpus sphæricũ concauum densioris diafonitatis quàm sit aer, cuius centrum sit d, & diameter e d f, sitq linea b c , extra conuexum illius corporis,& centrum uisus a, sit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod semper imago rei uisæ lineæ b c,erit minor ipsa re uisa. Si enim centrum uisus a , fuerit in centro corporis puncti d , palam per 72. primi huius, quoniam omnes lineæ extensionis formarum punctorum lineæ b c ad uisum a, erunt perpendiculares super superficiem corporis, quoniam transeunt centrum eius , locus ergo imaginis per 15. huius , erit ipse arcus refractionis,uidebiturq imago curua minor re uisa. Quod si à centrum uisus fuerit in aliquo punctorum semidiametri e d , propinquioris rei uisæ, uel in aliquo punctorum semidiametri d f remotioris , adhuc semper lineæ extensionis formarum ad uisum secabunt perpendiculares ductas à punctis rei uisæ super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, in ipsis punctis refractionum , hoc est in punctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonũ uel extra illud

uide bi-

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta, quandoq; irregularis, sed semper minor re uisa, quoniam ut patet chorda uel alia diameter imaginis est minor re uisa, & omnis linea cadens inter centrum uisus punctum a, & inter lineam b c, est minor quàm linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut hæc patere possunt per 29. primi, uel per 4. sexti. Est itaq; in tali dispositione semper imago minor ipsa re uisa, eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum sit figuræ armillaris. Si enim linea b c, situetur in diametro f d e tunc formarum punctorum b & c, fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c, fiet refractio à punctis medijs illius arcus, & si linea a b c, remanente fixa imaginetur illa figura circumuolui quousq; redeat ad locum, unde motus accepit principium, describetur per arcum refractionis quædam superficies armillaris in tota sphætica superficie corporis, à qua totali fiet refractio ad uisum. Eritq; locus imaginis in centro uisus, qui applicans formam uisam ipsi superficiei refractionis, rē iudicat figuræ armillaris, ut hæc amplius omnia declarauimus in 41. huius, patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehenditur à uisu ultra corpus diafonum sphæricum densius aere, cuius concauitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel cristallo uel glacie aut aliquo illis simile, refractio tamen quæ fit ad uisum à superficie concaua cœli similis est isti nisi quod secundum illam non fit refractio nisi formarum sphæticarum, quarum naturam & modum inferius duximus persequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uisæ figuratur diuersimode secundum figurā superficiei corporis à qua fit refractio ad uisum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ est semper in cōmuni sectione katheti incidentiæ, qui est perpendicularis à puncto rei uisæ productus super superficiem corporis diafoni, in quo est res uisa, & lineæ per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uisæ exeat kathetus incidentiæ qui est perpendicularis super superficiem corporis in quo est res uisa, tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à superficie totius uisi corporis ad superficiem corporis diafoni, & hæc figura secat pyramidem radialem secundum quam fit uisio refracta, cuius uertex est in centro uisus per 8. quarti huius, & istarū duarum figurarum corporalium, columnaris scilicet & pyramidalis communis sectio est locus imaginis formæ rei uisæ. Si itaq; superficies corporis à qua fit refractio formæ rei uisæ fuerit plana, tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit similiter planæ superficiei, quare illa imago erit æqualis, uel modico maior q̄ sit forma rei uisæ, uidebitur tamen semper multo maior re uisa. Quod si corpus à quo fit refractio fuerit sphæricum, & conuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisa in centro ipsius corporis diafoni, uel inter illud centrum & uisum, tunc imago rei uisæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares quæ sunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72. primi huius, & hæc imago quanto magis extenditur uersus superficiem conuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphæricam, semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam, tunc imago erit strictior re uisa. Si uero res uisa fuerit ultra superficiem sphæticam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tūc cum omnes katheti incidentiæ secent se in centro corporis, citra corpus imaginatū, duæ pyramides oppositæ, quarum uertices coniunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc possunt esse diuersa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uisa, quandoq; æqualem, & quandoq; minorem, quod si corpus diafoni sphærici concauitas fuerit à parte uisus, & conuexitas ex parte rei uisæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uersus centrum corporis diafoni, tanto magis constringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis

dilatatur & amplificatur superficies, unde secundum hoc locis imaginum diuersificatis, diuersificatur & quãtitas imaginum formarum, quia si locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipsa res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni cõcaui quàm ipsa res uisa, erit imago minor ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis remotior à centro corporis quàm res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis sphæricis conuexis & concauis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concauis potest intelligi, uniuersaliter autem quando locus imaginis est superficies corporis diafoni à qua fit refractio, tunc semper imago induit figuram superficiei, à qua fit refractio, unde in conuexis superficiebus fit conuexa, in concauis concaua, in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuersificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono secundum diuersum situm eiusdem rei uisæ respectu uisus, unde forma eiusdem rei, ut pedis uel manus, quandoque uidetur stricta & curta, quandoque arta & longa, secundum quod perpendiculares à punctis illius rei ad superficiem corporis diafoni productæ illi superficiei incidunt diuersimode, sic enim uarie à lineis extensionis formarum intersecantur, & uariatur multiformiter imago, ut patet per 14. & 15. huius, horum quoque omnium causa sufficienter patet ex præmissis, palam ergo est id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiusdem uidentis uisibus ambobus.

Quoniam enim forma eiusdem rei uisæ refracta ab aliqua superficie corporis diafoni, in quo est illa res, se offert ambobus uisibus eiusdem uidentis, tunc in ipsius uisione nõ fit quantum ad actum uidendi, differentia à simplici uisione, quàm pertractauimus in tertio & quarto libro huius scientiæ, ubi diximus quod res secundum pyramidem uidetur, cuius uertex est in centro uisus, & basis in superficie rei uisæ, & ostendimus quod tũc ab ambobus uisibus uidetur una forma, unde idem hoc supponimus in formis refractis, ut in formis directe uisis. Si enim homo comprehendit aliquid uisibile in cœlo, aut in aqua, aut sub uitro, uel cristallo ambobus uisibus, & claudat unum uisum, nihilominus comprehẽdet illud uisibile, ambobus ergo uisibus, & uno tantum uisu comprehenditur eadem forma, & hoc est propositũ, nõ enim uidimus in talibus aliquid ulterioris moræ dignum.

XLVIII.

Cristallo sphærica soli opposita ignem possibile est accendi in re combustibili quæ post illam.

Sit centrum solis punctum a, sitque cristallus sibi opposita, cuius centrum b, sitque ut superficies plana centra amborũ quæ sunt a & b. pertransiens, secet ipsam cristallum sphæricam secundum circulum per 69. primi huius, quæ sit c d e f g, dico quod si aliquod combustibile ponatur post hanc cristallum, ita quod cristallus sis media inter solem & rem cõbustibilem, ut stupam, uel aliquid consimile, possibile est ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro solis a, usque ad centrum cristalli, quod est b, diffundi radius qui sit a b, cum itaque radius iste sit perpendicularis super corpus solis & super corpus cristalli, per 72. primi huius, quoniam transit per amborum centra, palam per 47. secundi huius, quia non refrangitur, sed transit corpus cristalli refractionis. Omnesque radij solis superficiei sphæricæ cristalli æquedistanter medio a b incidentes, palam quoniam incidunt oblique, ergo per eandem 42. secundi huius, patet quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis super superficiem cristalli, quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro sphæræ cristalli, fit autem ad illas perpendiculares refractio, ideo quod corpus cristalli densius est corpore aeris per quod transeunt radij inter corpus solis & corpus cristalli incidentes, & quoniam in distantia æquali à radio a b, alij radij à corpore solis præcedentes corpori cristalli incidunt secundum angulos æquales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam secũdum æquales angulos refrangũtur, imaginetur itaque radius a b, produci ultra corpus cristalli, & pa-

tet

tet quoniam à quolibet circulo corporis criſtalli totius ſuperficiei ſolis oppoſitæ refrangũtur radij ad unum punctum perpendicularis a b, ſicut & omnes perpendiculares concurrunt in centro b, in aliquo itaq; illorum punctorum perpendicularis a b, retro corpus criſtalli poſito cõbuſtibili ignis accenditur in illo, ſi moram duexerit, omnes enim anguli refractionis ex aere ad ſuperficiem ſuperiorem criſtalli unius circuli, cuius polus pũctus eſt ſecundum quem linea a b, ſecat ſuperficiem criſtalli, ſunt æquales, & eorum radiorum anguli refractiõis à ſuperficie criſtalli ad aerem ſunt æquales, & quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto ſuæ refractionis ſuper ſuperficiem criſtalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt in uno puncto lineæ a b, productæ ultra ſuperficiem criſtalli, & quia illa pũcta naturalia latitudinem habent, patet quod ipſis radij plurimi concurrũt, poſſunt ergo rem combuſtilem ibi poſitam inflammare, quod eſt propoſitum, fore tamen portio ſphæræ criſtallinæ minor hemiſphærio fortius inflammaret in loco centri ſui poſita re inflammabili, quoniam omnes radij totali illi ſuperficiei ſphæricæ perpendiculariter incidentes concurrent in centro per 72 primi huius. Sed in horum experimentatione eſt in maxima latitudo quã relinquimus ad talia curioſis.

XLIX.

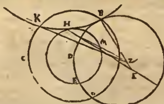
Stellas cœli & lunam ſecundum refractionem à uiſibus comprehendi inſtrumentaliter declaratur.

Inſtrumentum armillarũ ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quæ eſt in loco circuli meridiei ſit poſita in ſuperficie circuli meridiei, & polus eius ſit exaltatus à ſuperficie terræ ſecundum eleuationem poli mundi ſuper illius habitabilis horizonta, & in nocte obſeruetur aliqua ſtellarum fixarum magnarum, quæ tamen peruenit ad circulum meridianum ſic tranſiens per centrum capitis experimentatis aut prope, & conſideretur illa in ortu ſuo dum eleuatur ſuper ſuperficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui eſt plus æquinoctialis, donec fiat æquediſtãs circulo magno cœli tranſeunte per polos æquinoctionalis, & per centrum corporis illius ſtellæ, & certificetur locus ſtellæ ex armilla, ita ut habeatur diſtantia ſtellæ à polo mundi. Deinde obſeruetur ſtella donec ueniat ad circulũ meridiei, moueaturq; armilla mobilis donec fiat æquediſtans circulo ſtellæ, ut prius, & ſit in ſuperficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur diſtantia ſtellæ à polo mundi cum ſtella fuerit in zenith capitis aut prope, inuenieturq; diſtantia ſtellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis ſtellæ minor ipſius diſtãtia ab eodem polo tempore quo eſt in zenith capitis uel prope, patet itaq; ex iſtis quia uiſus comprehendit formas ſtellarum orientium reflexæ & non recte, quoniam quælibet ſtellarum fixarum ſemper mouetur per eundem circulum, ex circulis æquediſtantibus æquinoctiali, niſi forte ſecundũ motum latitudinis uarietur parum in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uiſus comprehenderet ſtellas recte non refracte, tunc uiſus comprehenderet quamlibet ſtellarum in ſuo loco, & eſſet omni hora noctis eiuſdem ſtellæ à polo mundi eadem diſtantia in uiſu, cuius contrarium accidit uiſui per inſtrumentum. Similiter quoq; accidit in luna, ſi enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi notam, & item æquet ipſam pro tempore mediæ noctis, & ſciat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tempore ortus ſui non accidet diuerſitas inter computationem per tabulas & experimentationem per inſtrumentum, inuento uero loco lunæ per armillas dum eſt in meridiano circulo, erit diſtantia linea zenith capitis inuenta per inſtrumentum, cum latitudo lunæ eſt meridiana maior, & cum eſt ſeptentrionalis minor uera diſtantia eius ad zenit capitis inuenta per computationem tabularum, patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uiſum recte, ſed refrangitur in aliquo medio corpore ſecundi diafoni, quia niſi refrangeretur eadẽ eius eſſet diſtantia à zenith capitis per inſtrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum eſſet in horizõte nũc aũt differt, palã eſt ergo propoſitũ, quia omnes ſtellæ uidẽtur per refractionẽ.

L.

Diafonitas corporis cœlestis rarior est aeris & ignis diafonitate.

Disposito enim instrumento armillaris ut supra, inuenienda est distantia alicuius stellarum à zenith capitis, & in loco experimentationis sit circulus meridiei a b g, & sit zenit capitis punctum b, & polus mundi sit punctum d, centrum quoque mundi sit punctus e, & ducatur semidiameter meridiani circuli quę sit e b, pertransiens centrū uisus experimentantis, quæ sit punctus z, sitque circulus h c, æquedistans circulo æquinoctiali, & polo ipsius qui est d. Eritque polus illius circuli h c, pūctus d, per 68. primi huius, propter distantiam illorum circulorum. Sitque circuli h c distantia à puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur stella in hora certificationis distantiæ primæ, quæ est in ipso pūcto sui ortus, & sit locus stellæ in illa hora punctus h, sitque circulus alter qui k b g, æquedistans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius distantia à polo mundi, quæ est d, sit illa, in qua inuenitur stella in secunda hora cōsiderationis, quæ sit stella existente iuxta zenith capitis in circulo meridiano quæ est a b g. Eritque circulus k b g æquedistans polo mundi, qui est d, & ualde propinquus ipsi zenith capitis, aut transiens per punctum b, quod est zenith capitis. Ille ergo circulus k b g, est in quo cessat obliquitas refractionis, nam cum stella fuerit in zenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uisus comprehendet eius formam recte, nam linea e z b à centro mundi e, per centrum uisus z, ad zenith capitis b pertingens, est perpendicularis super concauum sphæræ cœlestis, & super conuexū sphæræ aeris per 72. primi huius, quoniam transit per centrum utriusque illarum sphærarum, uisus itaque propter perpendicularitatem lineæ z b, super sphæras aeris & cœli, comprehendet stellam existentem super hanc lineam recte, siue corpus cœli & aeris sint eiusdem diafonitatis siue diuersæ, quoniam ut supra ostensum est per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio secundi diafoni, forma itaque stellæ apparentis in puncto b, sine omni refractione peruenit ad uisum per medium corpus cœleste & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio est uniformis, quoniam ignis plus difonus est aere, & ex lucibus cœlestibus nihil ad nos peruenit, uel ad nostros uisus, nisi per medias sphæras ignis & aeris, quæ quantum ad illud sunt sphæra, quasi una, stellam itaque existētem in zenith capitis aut prope illud, comprehendet uisus in suo uere circulo æquedistante circulo æquinoctiali super quem mouebatur ab initio noctis quousque peruenit ad circulum meridianum. Cum in circulo itaque k b g, fuerit stella in prima experimentatione, si autem circulus altitudinis transitus per stellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Seceteque iste circulus circulum k b g, in ambobus punctis, scilicet in puncto k, qui est in parte orientis, & in puncto g, illi directe oppositæ, seceteque circulum h c, scilicet in puncto h, in quo corpus stellæ uidetur esse in tempore primæ considerationis, & quia distantia stellæ secundum uisum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quàm in secunda, patet quod circulus h c, est propinquior polo d, quàm circulus k b g, punctus itaque h, circuli altitudinis qui est b h k, propinquior est ipsi zenith capitis b, quàm pūctus k. Ducantur itaque duæ lineæ h z & k z, ad centrum uisus z, quia ergo stella comprehenditur à uisu in prima hora experimentationis in puncto h, circuli b h k, & tunc erit in superficie circuli b h k, & cum stella erit in illa hora secundum ueritatem in circumferentia circuli k b g, oportet necessario ut stella in illa hora fuerit secundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui sunt k b g & b h g, qui est punctus k, super terram comprehenditur autem à uisu in puncto h, per lineam z h, quia forma stellæ peruenit ad uisum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ est inter stellam & uisum secundum ueritatem, est linea k z, palam ergo quod uisus non comprehendet stellam quæ est in pūcto k recte, comprehendet ergo ipsam refracte, & quia in corpore cœlesti propter homogeneita-

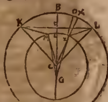


mogeneitatem suæ diafonitatis non potest fieri refrctio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaq; locus refractionis factæ in medio secundi diafoni, quod est aer uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à pũcto m, linea recta usq; punctum z, centrum uisus, quia ergo forma stellæ extenditur à stella per lineam k m, & refrangitur ad uisum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur, nisi occurrerit corpus diuersæ diafonitatis, ut ostendimus in secundo libro huius, & in præmissis huius libri propositionibus, ergo corpus cœleste in quo est stella, & differentis diafonitatis ab ignis diafonitate, & quia locus refractionis est apud superficiem transeuntem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaq; m, est in concauitate cœli, & si producatur linea e m, hoc secundum ueritatem erit semidiameter sphæræ cœli, cuius concauum atringit conuexum ipsius ignis, est ergo perpendicularis super superficiem cœsi concauam contingẽtem aerem uel ignem, & super superficiem aeris, uel ignis conuexam, & quia forma stellæ extensa in corpore cœlesti per lineam k m, refrangitur in aere ad uisum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultra punctum m, secaret lineam z m, elongans se à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit concauæ superficiei ipsius cœli, palam quia illa refractio est ad partem in qua est perpẽdicularis e m, transiens per punctum refractionis perpendiculariter super conuexam superficiem aeris, & quoniam neq; in cœlo, neq; in terra, neq; in aere est aliquod corpus densum politum, à quo posšit fieri reflectio, ut à speculo, patet quia illa diuersitas accidit propter refractionem formæ in medio secundi diafoni. corpus itaq; aeris est grossius corpore cœli, ut patet per 4. huius, & hoc est propositum.

LI.

Diametri omnium stellarum & lineæ determinantes distantias quarumlibet duarum stellarum in zenith capitis, uel circa existentium, minores comprehenduntur per refractionem quàm si directe uiderentur.

Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k, & cõmunis sectio superficiei huius circuli, & superficiei cõuexitatis sphæræ cœli infimi per 69. primi huius, sit circulus m e z, erũt ergo isti duo circuli in eadẽ superficiei & cõcentrici. Sit ergo centrum ipsorũ quod est centrũ mundi punctũ g, sitq; centrũ uisus punctũ c, & ducatur à centro mundi g, ad cẽtrũ uisus c, linea g c, & extrahatur linea g c in partes, donec occurret circulo meridiei in puncto b, seceteq; circulũ qui est in superficie cœli cõcaua in pũcto e, erit itaq; pũctus b, zenith capitis quo ad uisum, sic itaq; k l, arcus cuius chorda k l, sit diameter alicuius stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas, & linea c b, transeat per mediũ arcũ k l punctũ b, & secet chordã l k in pũcto p, arcus itaq; k b est æqualis arcui b l, & ducãtur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidã angulus secundũ quẽ uisus c, cõprehẽdit arcũ x l, quã dũ ipsum recte cõprehendit. Sit itaq; ut forma puncti k, refrangatur ad uisum c, à pũcto m, circuli m e z, qui est signatus in cõcaua superficie ipsius cœli infimi, ut præassumptum est, & forma pũcti l, refrangatur ad uisum c, ex pũcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mũdi ad loca refractionũ, ducãtur quoq; lineæ k m, l z, z c, forma itaq; pũcti k, extenditur per lineã k m refrangitur ad uisum c, per lineã m c, & quoniã linea g m, exit à cẽtro ad circũferentiã, palam qer 72. primi huius, quod ipsa est perpendicularis sup superficiẽ sphæræ cœli incidẽs pũcto m, quod est pũctũ refractionis, & quia per pręmissam corpus cœli q̃d est z m, est rarioris diafonitatis q̃ corpus aesis, in quo est uisus c, palam per 4 huius, quia refractio quæ fit secundũ lineã m c, erit ad partẽ perpendicularis lineæ quæ est m g. Erit itaq; punctu m, inter duas lineas c b & c k, quia si pũctus m esset ultra lineam c k, tunc perpendicularis exiens à pũcto g ad qunctũ m, esset etiam ultra punctũ k, & ita cũ forma pũcti k refrangitur ad partẽ perpendicularis m g. & nõ perueniret ad perpendicularẽ g e, ergo nõ perueniret ad uisum c, palam itaq;, quoniam punctus m, est inter duas lineas c k & c b, & eodẽ modo declarari potest, quia punctum z, est inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaq; linea c m ad q, punctũ circuli meri-

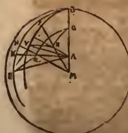


diani,& linea c z ad punctũ r,eiuſdẽ circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r,& angulus q c r erit minor angulo k c l,qm eſt ps eius. Sed angulus q c r eſt angulus p quẽ uiſus c,cõprehendit arcũ c k l refracte,& angulus k c l per quẽ uiſus c,cõprehendet arcũ k l recte,ſi ipſum recte poſſet cõprehendere,ſed remotio arcus k l,à uiſu eſt maxima qua propter quãtitas eius uera certificatur,uiſus itaq; per exiſtimationẽ nõ per certitudinẽ accipit remotionẽ arcus k l,ſed exiſtimatio uiſus quãdo cõprehendit refracte, nõ differt ab exiſtimatione eius quãdo cõprehendit recte,niſi in hoc ſolũ,quod putat ſe recte cõprehendere quãdo cõprehendit refracte,uiſus itaq; c,cõprehendit arcũ k l,refracte ex angulo minori,q̃ ille angulus quo ipſum cõprehendit recte,& ſecundũ cõparationẽ ad illam eandẽ remotionẽ,ad quã cõparat ſi ipſam recte cõprehenderet. Sed uiſus c comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli reſpectu remotionis puncti c, quod eſt centrum uiſus a,à ſuperficie rei uiſæ per 20.quarti huius,ergo comprehendit quantitatẽ arcus k l,refracte minorẽ q̃ ſi comprehẽderet illam recte,& ſi figura in qua ſunt puncta k l r b imaginetur circũuolui linea c b,exiſtente immobili,deſcribetur circulus ſecans meridianũ circulũ in duobus punctis,cuius circuli polus erit punctũ b,zenith capitis, & erũt omnes anguli qui ſunt apud uiſum c,contẽti duabus lineis ſimilibus lineis c k & c l inter ſe quælibet ſuæ compari æqualis,uiſus ergo c cõprehendit formam arcus k l, refracte in omni ſitu in reſpectu circuli meridiei,cũ fuerit in uertice capitis minorẽ,q̃ comprehẽderet ipſam recte,& ſi linea c b,ſecuerit arcũ k l in duo æqualia , tunc duo puncta q & r, erunt inter duo puncta k & l. Eritq; angulus q c r minor angulo k c l,& erit omnis angulus æqualis angulo q c r,exiens à pũcto c,ſecans ſtellam,& linea exiens à centro uiſus c, in ſuperficie illius circuli ſecabit circulũ minorẽ ipſius ſtellæ,& comprehẽditur quantitas eius minor q̃ ſit,& ſic tota ſtella uidebitur maior q̃ ſit,omnis ergo ſtella uidetur minor cũ eſt in zenith capitis q̃ ſi uideretur directe,& ſimiliter eſt de omni diſtãtia inter quaslibet duas ſtellas,cũ zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius diſtãtia,cõprehẽdetur eam in omnibus ſuis poſitionibus minor, q̃ ſi directe comprehẽderetur ſine refractiõe. Omnis itaq; ſtella in uertice capitis aſpiciẽtis exiſtens uidetur minor q̃ in alio loco cœli, & quanto magis remouetur à uertice capitis,tanto ſemper apparet maior,itaq; in horizõte apparet maior q̃ in alio loco,& hoc eſt cõmune omnibus ſtellis,planetis ſcilicet & fixis, quod in zenith capitis uel prope illud ſemper ſunt minores,& hoc ſimiliter apparet in lineis determinantibus ſtellarum diſtantias,hoc eſt in ipſis ſtellarũ diſtantijs, ut ſpaciorum cœli quæ ſunt inter ſtellas magis q̃ in quantitatibus ſtellarum,nam quantitas ſtellæ quo ad uiſum eſt res parua,& exceſſus ſuæ quantitatis res parua,ſed magis comprehenditur diuerſitas & exceſſus diſtantiarum,patet ergo propoſitum.

LII.

Diametri ſtellarũ uel lineæ ſtellarũ diſtantiam determinantes, exiſtentes in horizõte aut inter horizõta & circulũ meridiei,taliter ut æquediſtent horizonti, uidebũtur propter refractionẽ minores q̃ ſi directe uiderentur.

Sit item circulus meridianus qui p b,cuius centrũ quod eſt centrũ mũdi ſit punctus m,& ſit cẽtrum uiſus a,& zenith capitis punctũ b, & ducatur linea a b,& ſit diameter ſtellę aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas linea d e,æquediſtans horizõti,& ſit circulus altitudinis trãſiẽs p unã extremitatẽ diametri ſtellæ, aut diſtantiæ inter duas ſtellas circulus b d,& alius circulus altitudinis tranſiens per alteram extremitatẽ diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b d, & alius circulus altitudinis tranſiens extremitatẽ diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b e,cõmunes quoq; ſectiones ſuperficierum iſtorum duorũ circulorum & ſuperficiei concauæ cœli infimi ſint duo circuli g h & g z,forma itaq; pũcti z, refrangitur ad uiſum a,in ſuperficie circuli g h,eſto ut hoc fiat in pũcto h,& forma puncti e,refrangitur ad uiſum a,in ſuperficie circuli g z, ſic item in puncto z,ducantur lineæ a d,a e,a h,a z,m z, m b, & produ-



producatur linea m ȝ, ad arcum b e, in punctum n, & linea m h, producatur ad arcum b d in punctū f, & quoniam linea d e, æquediſtat horizonti, cū ſit quædam pars circuli æquediſtantis circulo horizontis, ut alicuius illorū circulorū qui Arabice dicatur Almucantara, palam per 68. primi huius, quoniam zenith capitis quod eſt pūctus b, eſt polus circuli d e, quoniam ipſe eſt polus horizontis, arcus itaq; b d, eſt æqualis arcui b e, per 27. tertij, chordæ enim illorū arcuū ſunt æquales per 65. primi, linea itaq; m h, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni cœleſtis per 72. primi huius, quoniam exit à centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur à puncto h, ad uiſum a, & erit eius refractio ad partē diametri h m p 4. huius, aer eñ eſt dēſior corpore cœleſti, ut patet per 48. huius, refringetur ergo ad partē cōtrariā illi, in qua eſt pars reliq̃ ꝑpēdicularis quæ h f, ergo h pūctū refractiōis eſt altius ꝙ̃ linea a d, & ſimiliter declarabitur q̃d ȝ punctus refractiōis eſt altior ꝙ̃ linea a e, duo ergo puncta f & n, quæ ſunt termini duarū linearū perpendicularium m f & m n, ſunt inter duo puncta d & e, & zenith capitū quod eſt b, ita quod punctum f, eſt inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui eſt apud punctū h, eſt æqualis angulo refractionis qui eſt apud punctū ȝ, per 13. huius, quoniā ſitus duorū punctorū d & e, reſpectu uiſus a, eſt cōſimilis ex hypotheſi, tantū ergo diſtat punctus f, à pūcto d, quantum punctus n, à puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctū t, & lineam a ȝ ad pūctū k, diſtabit itaq; punctus t, à puncto d tantū, quantum punctus k à puncto e. & ducatur linea t k, qui neceſſario erit æquediſtans lineæ d e, per 88. primi huius, quoniam arcus e k, eſt æqualis arcui d t, ergo linea t k, minor ꝙ̃ linea d e, per eandē 88. primi huius, & lineæ a t, a k, a d, a e, ſunt æquales, quia punctum a, centrū uiſus eſt quaſi centrū mundi, & omnium arcuum ſignatorum ut b d & b e, duæ lineæ a t & a k ſunt æquales duabus lineis a d & a e, & baſis t k, trigoni a t k eſt minor ꝙ̃ baſis d e, trigoni a d e, ergo per 25. primi erit angulus t a k, minor angulo d a e, ſed angulus t a k, eſt angulus ſecundū quem linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, eſt angulus ſecundū quem linea d e, comprehēditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, ſiue linea d e, ſit diameter alicuius ſtellarum, ſiue ipſa ſit linea determinans diſtantiam inter ſtellas.

LIII.

Diametri ſtellarum aut lineæ determinantes diſtantiam ſtellarum in aliquo circulo altitudinis ſuper horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm ſi directe uiderentur.

Remaneat diſpoſitio quæ ſupra, & ſit diameter alicuius ſtellarū uel diſtantia aliquarū duarū ſtellarū linea d e, quæ ſit erecta in aliq̃ circulo altitudinis tranſeūte per zenith capitis, q̃d eſt punctū b, q circulus altitudinis ſit b d e, ſitq; cōmunis ſectio ſuꝑficiei circuli b d e, & ſuperficiei cōcauitatis ſphæræ infimæ cœleſtis, circulus a h ȝ, per 69. primi huius, & ducantur lineæ a d & a e, & refrangatur forma puncti d, ad uiſum a, ex pūcto h, & forma puncti e, ex puncto ȝ, copulētur quoq; lineæ d h, quæ producatur ultra punctū h, in punctū n, & e ȝ, q̃ producatur ultra punctū ȝ, in punctū o, patet ergo ut in præcedēte proxima, q̃d punctū h, eſt altius ꝙ̃ linea a d, & q̃d punctū ȝ, eſt altius ꝙ̃ linea a e, ducātur itaq; lineæ a h, h d, a ȝ, ȝ e, m h, m ȝ, & protrahatur linea m h, ultra punctū h, ad circulū altitudinis in punctū t, & linea m ȝ, ultra punctū ȝ, in puncto k, erit ergo angulus refractiōis qui fit ex refractione formæ puncti e, ad uiſum a, qui eſt angulus a ȝ m, ualde paruus, quoniā linea a m, qui eſt ſemidiameter terræ reſpectu tantæ diſtantiæ, non eſt alicuius ſenſibilis quantitatis, ut aliàs declarauimus in ſcientia motuū cœleſtium, & angulus refractionis eius erit paruus ſequēs modū illius anguli a ȝ m, quoniā cū aer ſit denſior corpore cœleſti, ut patet ꝑ 48. huius, palā ꝑ 4. huius, q̃m fit refractio ad ꝑpendicularē quæ eſt ȝ m Erit ergo p 8. huius, angulus e ȝ m, & ſimiliter angulus b h t, acutus, ergo angulorū a h d & a e ȝ, uterq; erit obtuſus per 13. primi. Pūctū itaq; ȝ, aut erit in ſuperficie horizontis, aut altius, ſi erit in ſuperficie horizontis, erit ergo in extremitate perpēdicularis exeuntis à centro uiſus, quod eſt a, ſuper lineam b a, perpendiculariter ſuperficiei horizontis inſiſtentem, quæ perpendicularis imaginatur eſſe ducta in ſuperficie horizontis, aut ſi fuerit

altius horizonte, erit altius illa linea perpẽdiculari, & punctũ h, erit semper altius pũcto 3, angplus ergo a h m, est minor angulo a 3 m, q̃d patet si super punctũ m terminũ lineæ a m, fiat per 23 primi, angulus æqualis angulo a m 3, qui sit a m p, ducta linea m p, ad perifrriam circuli g h 3, facto quoq; angulo q a g, æquali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, linea a q sit æqualis lineæ a h, copuletur linea h p, in trigono erao h m p, duo anguli m h p & m p h sunt æquales per 5. primi, sed in trigono h a p, latus a p, est maius latere a h, quod est maius latere a q. per 7. tertij, est ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a Relingtur ergo angulus a p m, maior angulo a h m, est autẽ per 4. primi, angulus a p m, æqualis angulo a 3 m, est ergo angulus a h m, minor angulo a 3 m, ergo per 8. huius, angulus formæ incidẽtiæ pũcti d, qui est angulus b h t, est minor angulo incidentiæ formæ pũcti e, q est angulus e 3 k, ergo angulus a h d, est maior angulo a 3 e, per 13. primi, quia per 8. huius, minores anguli incidẽtię minores habẽt angulgs refractionũ, & ita angulus n h a, ek minor angulo o 3 a, relinquitur rrgo angulus a h d, maior angulo a 3 e, & duæ lineæ m t & m k sunt semidiametri circuli b d e, & duæ lineæ m h & m 3 sunt semidiametri circuli g h 3, linea itaq; m t, est æqualis lineæ m k, & linea m h, est æqualis lineæ m 3, per diffinitionem circuli, linea itaq; h t, est æqualis lineæ 3 k quoniã sunt remanẽtiæ linearũ æqualiũ ablatis æqualibus, & angulus d h t, est minor angulo e 3 k, ergo linea h d, est minor q̃ linea o 3, q̃niã linea continẽs cũ linea t h, angulũ æqualẽ angulo k 3 e, qui est maior angulo d h t, erit maior q̃ linea d h per 7. tertij, linea ergo d h, est minor q̃ linea e 3, & duæ lineæ a d & a o sunt æquales, similiter duæ lineæ a h & a 3 sunt æquales, quia punctũ a centrũ uisus, est centrũ circulorũ b d e & g h 3, triangulus ergo a h d, est minor triangulo a 3 e q̃m illorũ duorũ trigonorũ duobus lateribus existentibus æqualibus tertiũ est inæquale, ergo circulus cõtinens trigonũ a h d, est maior circulo continẽte trigonũ a 3 e, quia angulus a h d est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor q̃ linea 3 e, linea itaq; h d distinguit de circulo minore cõtinẽte triangulũ a h d, arcũ minorẽ arcui simili illi arcui quẽ resecar linea 3 e, ex circulo minore cõtinẽte triangulũ a e 3, angulus ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, cõmunis illis ambobus angulus, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e angulus uero h a 3, est angulus secundũ quẽ uisus a, cõprehendit lineã d e, per refractionẽ, & angulus d a e, est angulus secundum quem comprehenderetur forma lineæ d e, recte si hoc posset fieri, uisus itaq; a, cõprehendit lineam d e, reflexe minorem quàm recte per 20. qarti huius, quoniam sub maiori angulo comprehendit ipsum reflexe quàm recte, patet ergo propositum.

LIIII.

Omnes stellæ uidẽtur rotundæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli, nisi quandoq; contrariũ accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis.

Omnes stellæ cõprehẽdũtur rotundæ, q̃m uterq; diametrorũ suarũ, scilicet lõgitudinis & latitudinis cõprehẽditur æqualiter minor q̃ si cõprehẽderetur recte, quilibet ergo suarũ diametrorũ decliuiũ cõprehenditur æqualiter minor per refractionẽ q̃ si cõprehẽderetur recte, stella ergo cõprehẽditur rotunda in omni suo situ, omnes quoq; stellæ cõprehẽdũtur minores per refractionẽ, q̃ si directe uiderẽtur, q̃m ipsarũ diametri cõprehẽdũtur minores, ut patet ex ꝓpositionibus præmissis, & hoc uerũ est, quantũ à parte refractionis, quæ fit in medio secũdi diafoni q̃d est aer, q est densius cœlo per 48. huius, in cœlesti itaq; concaua superficie fit refractio ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super illam superficiem, hoc est ad lineam, quæ est semidiameter mundi per 4. huius. Diuersitas uero refractionis quæ fit secundũ distantiã stellarũ à polo mundi inuenitur

uenitur parua, q̄m illi anguli refractiõis sunt parui, unde secũdũ ipsos non diuersificatur sensibiliter quãtitas stellarũ, sed magnitudo stellarũ & quãtitas distãtiæ ipsarũ ab inuicem multũ differũt, cũ sunt in horizõte, & cũ sunt iuxta zenith capitũ, uel in medio cœli propter sensibilẽ diuersitatẽ suæ refractiõis, & hic est error ꝑpetuus, q̄a causa eius est ꝑpetua scilicet uictoria raritatis corꝑis cœlestis sup aeris raritatẽ, accidit tamẽ quandoq; uideri stellas maiores una uice q̃ alia, ut si uapor grossus sit inter uisum & stellas, tũc enim propter refractionẽ linearũ extẽsionis formarũ stellarũ in illo uapore ad perpendicularẽ, & ꝓpter refractionẽ à suꝑficie illius uaporis factã iterũ ad aerẽ, in quo est uisus, q̄ refractio fit ab illa ꝑpendiculari, dispersior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uidẽtur formæ stellarũ, sicut etiã accidit de denario sub aqua uiso, q uidetur maior q̃ si in aere uideretur, huius autẽ quantitas uisiõis stellarũ maxime accidit cũ stellæ sunt in horizõte, aut ꝓpe illũ, & sic duæ refractiões subsequẽtes primã, q fit in cõcaua suꝑficie ipsius cœli & fit semꝑ in omni stellarũ uisione, faciũt nouas immutatiões circa stellarũ uisionẽ, uapor em̃ ille grossus cũ fuerit in horizõte, aut ꝓpe, & nõ fuerit cõtinuus usq; ad mediũ cœli, erit ꝓportio cuiusdam sphæræ cõcentricæ mũdo, & erit suꝑficies eius quæ est ex parte uisus plana, ꝓpter q̃d formæ aut distantiæ stellarũ, quæ sunt ultra illũ uaporẽ uidebũtur maiores q̃ si sine illo uapore uiderẽtur, in illo em̃ loco cõcauitatis cœli ex quo refrangitur forma stellæ ad uisum, est forma stellæ, & ex ipso extẽditur ad uisum si nõ interuenerit uapor grossus, q̃d si uapor grossus uisibus & stellis interuenerit, tunc extẽditur forma stellæ ad superficiẽ uaporis supremã, & refrangitur in illa ad perpẽdicularẽ. Deinde extẽditur ad suꝑficiẽ infimã uaporis, & refrangitur ab illa ad aerẽ purum cõtinentẽ uisum, & fit illa refractio ad partẽ cõtrariam ꝑpendicularis exeuntis à puncto refractionis suꝑ planam suꝑficiẽ uaporis, sic ergo forma stellæ & earũ distantia uidetur maior q̃ si uideretur post refractionẽ factam in concauo cœli à supremo corporis elementaris, nulla facta refractione in suꝑficie uaporis ad aerẽ, q est sub uapore & sub densiore corpore rarior existens, & continẽs ipsum uisum. Causa uero propter quam omni uapore medio excluso uidentur stellæ & stellarũ distantiæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli aut prope, coadiuuatur plurimũ per existimationẽ uidẽtis, quoniã existimat stellas plus distare à uisu in horizõte q̃ in medio cœli, existimans ipsum partẽ cœli, quæ est iuxta zenit capitis propinquiorem sibi q̃ eam quæ est inter horizõtẽ, ut ostendimus per 14. huius, cõprehendit ergo uisus quantitatẽ stellæ, & quantitatem distantiæ, quæ est inter stellas cum fuerit in horizõte aute prope, ex cõpositione anguli sub quo fit uisio ad distantiã remotam, & cũ fuerit in medio cœli aut prope illud cõprehendit ipsarũ quantitatẽ ex cõpositione anguli æqualis primo aut ferè ad distantiam propinquam, inter quam & distantiam horizontis uidetur diuersitas maxima, & sic iudicat stellarũ quantitatẽ secundũ modũ q̃ diiudicat quantitatẽ uisibiliũ consuetorũ, quæ enim à remotiori sub eodẽ angulo uidentur quo alia propinquiora, illa remotiora iudicantur à uidẽtibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4. libro Hæc em̃ causa uisionis stellarũ est perpetua & immutabilis omnibus uidentibus cõmunis, & eodẽ modo accidit uidentibus in cõprehensione distãtiarũ ipsarũ stellarũ, nam formæ harum distãtiarum nõ diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt semper eodem modo se habentes, & uisus assimilat ipsas distantijs rerum assuetarum, quæ maxime distant à uisu super superficiem terræ ipsius, patet ergo propositum.

LV.

Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuaricationem formæ in loco imaginis ex motu subiecti corporis accedentem.

Quoniã enim ut patet ex p̃missis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet stellarũ erit in conuexo aeris uel ignis sub concauo cœli infimi ignem continentis. Horũ aũt elementorũ quodlibet mobile est se per motu recto, utpote sursum ꝓpter leuitatem, quæ est in illis, mouetur aũt ꝑ accidens motu circulari unà cũ motu diurno cœli, ꝓpter formã stellarũ ipsis incidentẽ necesse est diuaricari & distrahi, sicut ipsa forma uidetur aliqualiter locũ mutare ꝓpter motũ corꝑis in q̃ uidetur, nec est diuersitas in isto siue lumen stellarũ per se ipsum diffundatur, siue fiat hoc propter reflexionem luminis solaris à

stellis

stellis. Semper enim tam lumē per diffusum à corpore luminoso, quàm lumen ab alijs corporibus diffusum, quādo per refractionē uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuersis motibus, aut uno motu forti necesse est formam illam debilitatā diuaricatā & distinctā uideri propter motū corporis subiecti in quo uidetur, unde in his talis refractio luminis nō est causa, & huius simile est in aqua uelociter currēte, à cuius superficie formæ stellarū reflexæ uidētur plus scintillare quàm in ipso loco suæ imaginis refractæ per aerē uideātur, quiā propter motū aquæ distrahitur forma reflexa, & mutatur locus imaginis reflexæ, propter quod & stellarū formæ plus moueri uidētur & ideo apparēt amplius scintillantes. Similiter quoque formæ stellarū in loco suæ imaginis tempore uētorū propter maiorē motū corporis medij plus scintillant. In planetis uero nō semper accidit scintillatio, quoniā licet plus scintillant, & in eis fit idē locus imaginis, & ipsorum formæ propter refractionē debilitētur, tamē propter propinquitatē ad nos uidētes non accidit eis multa debilitas, quia minor fit in eis refractio per 13. huius, perueniūt ergo formæ ipsorū fortes ad uisum, unde & locū imaginis suæ, quamuis corpus subiectū moueatur, penetrēt immote & sine omni diuaricatione, nisi forte aliquod corpus grossius aere uisibus & planetarū formis interponatur, utpote uapor aquaticus grossus, tunc etenim propter incertitudinē motus illius uaporis, præsertim cū à uentis agitatur, formæ planetarū quasi scintillantes perueniunt ad uisum, & ex hac causa aliquando & ipsam solē uidemus scintillantem in mane cum fuerit in ortu suo uisibilis secūdū spirituū uisibiliū resolutionē, propter quorū resolutionē & motū, sol semper aliqādiu aspectus uidetur scintillare & moueri forma eius, quoniā recipitur in spiritibus motis, qui propter uictoriā luminis cū fuerint in fine suæ corruptionis ab actu uisionis mutati, rarificātur sup suæ naturæ cōsistentiam, unde mouetur motu sibi improportio nato & insolito, fiuntque causa motus formæ uisæ, & tūc uidetur forma rei uisæ scintillare, sicut etiā accidit cū à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uisum, tūc enim propter improportionē illius luminis ad spiritus uisibiles fit motus illorū spirituū, & uidentur formæ illorū corporū scintillantes & motæ, quia recipiūtur in corpore cōmoto. Sic itaque scintillatio semper accidit omnibus stellis fixis, quoniam causa illius est perpetua, scilicet diuaricatio formæ suæ in loco imaginis accidens ex motu subiecti corporis. In planetis uero scintillatio accidit ut raro, quia causa eius est eueniēs ut raro. In alijs uero corporū formis, quarū excellentia corrumpit sensum, non est proprie scintillatio, siue illa corruptio fiat per simplicē luminis immissionē, uel per reflexionē à corporibus politis, quia illa scintillatio nō accidit sensui ut est suæ propriæ dispositiōis, sed ut est infimæ suæ corruptiōis, etenim si habētibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouētibus, omnia moueri uideantur propter motū spirituū, sine regimine animæ discurrentiū non propter hoc differunt formæ rerum omnium scintillare, patet ergo propositū Et quia secundum præmissos refractionum modos pasiōes uisibilium infimorum & supremorum transcurrimus, restat ut refractiones, quæ in medijs accidunt corporibus aliqualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus quàm in medio lumine sensibilius fieri est impossibile.

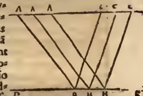
Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquam partē medij, uniformis erit extensio radij secundum lineam rectam per 1. huius secūdi, unde si nō aggregentur radij in corpore aliquo occurrente ipsis radijs luminis, non erit plus sensibile lumen in illo corpore quàm fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur secundū extensionē ad motū linearum rectarum, lumine enim inæqualiter lato per unū corpus, & aliud, nisi fiat aliqua diuersitas ipsius luminis, nō magis in uno quàm in alio corpore sentietur, alijs circumstantijs in uisu & remotione existētibus æqualibus, quod si fiat diuersitas luminis in radijs respectu diuersorū corporū, ut patet per 4. huius, tūc in eo corpore in quo magis radij disgregantur minus luminis apparet. Si ergo in aliquo corpore plus luminis apparebit, necesse est in illo corpore radios plus aggregari, patet ergo quod nō aggregatis radijs corporis luminosi in corpore

pore non luminoso plus quàm in medio lumen sensibilius fieri in aliquo corpore quàm sit in medio unius diafoni impossibile est. Ex quo patet, quod si radij in aliquo corpore plus aggregentur quàm in medio, quod in illo corpore lumen sensibilius q̃ in medio apparebit, & secundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminosi per reflexionem uel refractionem aggregari palam est.

Istud patet per hoc, quoniam cũ radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore, tunc quia per 20. quinti huius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus sunt in eadem superficie, ut patet per 25. quinti huius. In superficie ergo eadem radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniuntur sic ut fiant unum, aggregantur ergo, quia duo obtinent unum locũ, imò minus unum. Verbi gratia, sit ut in superficie una reflexionis quæ sit a b c, incidant duo radij à diuersis partibus diametri corporis luminosi, scilicet a & c, ad unum punctum corporis in quo fit reflexio, quod sit b, & sint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b. linea in dicta superficie ad utramq; partem, scilicet ea quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei corporis à quo fit reflexio, quæ sit d b e, erit angulus incidentiæ qui est a b d, æqualis angulo reflexionis, qui est c b e, per 20. quinti huius, sed & secundum angulum incidentiæ qui est c b e. fit reflexio radij c b, ergo radius b a reflexus, radius c b incidens, efficiuntur unus radius, & radius b c reflexus, radius quoq; a b, incidens efficiuntur unus. Sic autem est de alijs omnibus qui incidunt secundum pyramidem, cuius conus est in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & basis in corpore luminoso, patet ergo quod ad minus omnes illi radij in se duplicãtur, unde cum ipsi sint infiniti, quoniã solum sunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides sunt tot, quot sunt puncta in corpore, à quo fit reflexio, patet quod ipsi per reflexionẽ aggregantur. Sed & per refractionem in medio secũdi diafoni lumen aggregari per experientiam sensibiliter adhibitam patere potest. Cum enim ostensum sit quod in medio secundi diafoni densiori aere à parte opposita superficie incidentiæ semper fit radiorum aggregatio, imò concursus in punctum unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, patet per 46. huius. Refractio itaq; lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in superficie à quo fit refractio in profundum corporis densioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio unius diafoni producti, essent linea una, angulum refractionis constituunt. Suntq; per 46. secundi huius, in una superficie quæ dicitur superficies refractionis, est semper orthogonalis super superficiem corporis in quo fit refractio per 2. huius, unde tales radij omnes sic sibijpsis incidentibus quando sunt refracti uicinantur & aggregantur secundum diafoni secundi dispositionem angulo refractionis ad angulum incidentiæ suæ uariato. In grossiori enim uel densiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refrangitur & in uiciniorem punctum axis cadit, angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ suæ respectu eius, si secundũ idem punctum radius subtilioris diafoni incidisset, & ob hoc, q̃niã angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quæ est communis sectio superficiei refractionis, & superficiei corporis in quo fit refractio, est minor in corporibus densioris diafoni quàm minus densi, patet quod in corporibus densioribus & radij plus aggregantur quàm in minus densis, per 8. huius, fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem, ut in 9 libro huius scientiæ per specula cõburentia ostendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris, ubi de talibus sermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq; per refractionem, quoniam radij secundum æquales angulos incidentes per 8. huius, secundum æquales angulos refranguntur, & quandoq; cõcurrunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, semper aũt in talibus & radij reflexi & refra



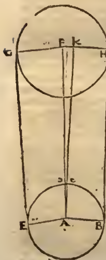
cti quodammodo in eadem parte medij se duplicant, unde faciunt maius lumen, aggregatis autē per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc uisu existente in loco aggregationis lumen generatur, & quandoq; in corporibus diafonis superficiē leuem habētibus densioribus aere propter leuitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafoni fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis ad inuicem radijs uicinatis fortificatur sensibilitas luminis, quando ergo superficies talium corporum sunt leues ut politæ per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractio, ab eorum tamen superficie fit etiam reflexio radiorum, licet debiliter, & propter hoc duabus his causis concurrentibus in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quāuis magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum quàm reflexio & refractio, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

LVIII.

Sine oppositione corporis densioris quàm sit medium proximum radijs corporis luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothesim, qm̄ radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur fit uniforme, nunq; reflectuntur uel refrangentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1. secundi huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffusione luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio nec refractio in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumem uel sensibilitas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione corporis densioris q̄ sit primum medium per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, quoniam omnis reflexio uel refractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quē illuminatur à sole possibile est declarari.

Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos, & nos quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27. secundi huius, qm̄ sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiei ipsius terræ. Sit itaq; circulus secundum quem terra illuminatur à Sole, qui b c d e, cuius centrum sit a, & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducantur'q; lineæ contingentes utramq; horum circulorum qui sint b h & e g, proportio itaq; b c d e, terræ, est illuminata à sole, qui est maior hemisphærio, ducantur itaq; lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, quoniam utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utrosq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior q̄ linea b a, ut patet ex suppositis, resecetur à linea f h, æqualis lineæ a b, per 3. primi, sitq; h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33. primi, linea a k æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes, & medietas partis ferè secundum quod linea a b est para una, ut demonstratum est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes, & media. Per eandem quoque uiam Astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem qua semidiameter terræ est

pars

pars una, linea a f, est partes 1210. cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem quã linea a f est 1210. partes, linea f k est 4. partes, & medietas partis, erit secundum quantitatem qua linea a f est 120. partes, linea f k, 29. minuta, 12. secunda, & secũdum quantitatem qua linea a f est 60. partes, linea f k est 14. minuta, & 36. secũda, circumscripto ergo circulo in trigono orthogonio, qui est f k a, per 5. quarti, erit arcus quem subtendit chorda f k, quasi 13. minuta. & 56. secunda, ergo per ultimam sexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. secunda, secundum quòd angulus rectus est 90. partes, arcus ergo c d 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod arcus b c est partes 90. per ultimam sexti, quoniam angulus b a c est rectus per 34. primi, angulus etiam k h b, est rectus, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. secunda. Sed arcus d e est æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, est 180. partes, 27. minuta, & 52. secunda, quod quærebamus.

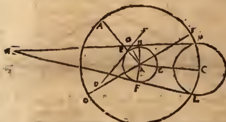
LX.

Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertingere, possibile est inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum, utemur consuetis in scientia astrorum ut in præcedenti. Sit itaque per 69. primi huius, circulus secundum quem superficies plana transiens centrum solis & terræ, secat terram circulus a b c, & sit locus uisus a, & sit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentiæ est indiuisibilis, quia est minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e, sed tantum super illam, & quoniam, ut patet per 27. secundi huius, umbra terræ est pyramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepusculum matutinum, quando primò uidetur aer albescere in mane, e f e g, cuius uertex sit f, aer itaque cadens intra hanc pyramidem nõ illuminatur à Sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam illũ non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur uisui illuminatum hoc quod est extra hanc pyramidem, quoniam ut patet per 54 & per 56. huius non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea contingente, & per uisum transeunte, uel si cadent intra superficiem conicam pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum. Sit quoque ut linea e a d, contingens terram in puncto a, centro uisus, secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis, non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis, nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ, quoniam est extra illam, sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ suæ, quia non habet mixtionem uaporis densioris aer à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri solem usque ad principium crepusculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27. secundi huius, & ex causa eclypsium lunarium patet quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k, cuius uertex sit h, quæ intersecet lineam e d, quæ est diameter horizontis in pũcto m, In hoc itaque puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi primo uidebitur reflexum lumen solis, ut fiat sensibile, hoc autem necesse est accidere ex den-

 sitate

ſitate aeris inſpiſſati per naturam uaporum, quia ab aere ſimplici non fit reflexio, ut patet ex præmiſsis huius libri propoſitionibus, & per 1. ſecundi huius, punctum ergo m, eſt punctum altiſsimum in quo conſiſtit eleuatio uaporum aerem inſpiſſantium. Deſcribatur quoq; conſequenter circulus altitudinis pertranſiens centrum ſolis in hora diei crepuſculi, qui ſit a b c d, qui per 69. primi huius, ſecabit ſphæram terræ ſecundum circulum, qui ſit e f g h, cuius centrum ſit k. Sitq; linea à centro terræ ad zenich capitum ducta quæ ſit a e k, ſitq; linea b k d, perpendicularis ſuper lineam a k, ſemidiametrum circuli altitudinis. Eritq; linea b k d, diameter cuiuſdam circuli, cuius ſuperficies per 18. undecimi, erit erecta ſuper ſuperficiem altitudinis ſecans ſphæram terræ in duo hemiſphæria, nec eſt differentia ſenſibilis ſuperficiei huius circuli à ſuperficie circuli horizontis. Sit itaq; corporis ſolis centrum in puncto c, eritq; per attentionem Aſtronomicam, ſcilicet inſtrumentalem armillarum, uel Aſtrolabij, uel Tabularum, totalis arcus b c, quo diſtat centrum ſolis ab ipſa ſuperficie horizontis ferè 19. partes, ſecundum quod circulus altitudinis eſt 360. & quoniam diameter ſolis eſt quintuplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, ſecundum diametrum quintuplam & medietatem continentem lineæ c k, quæ eſt ſemidiameter terræ. Erit quoq; ut patet ex præmiſsis circulis l m, maximus circulorum corporis ſolaris, producaturq; linea c k, à centro ſolis ad centrum terræ ſecans ſuperficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius à corpore ſolis exiens, & ad terram pertingens quaſi linea contingens eſt per 16. ſecundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, ſolis ſcilicet & terræ, qui ſunt l f n & m h n, ſecundum quas lineas per 27. ſecundi huius, continetur illuminatio ſolis & umbra terræ, producatur quoq; linea contingens circulum terræ in puncto e, quæ ſit p o, ſecetq; linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritq; punctum q, locus luminoſus in tempore crepuſculi, & quoniam punctus n, qui eſt uertex pyramidis umbræ, quia ſemper eſt in nadair ſolis, ſecundum motum ſolis declinat, & partibus ſuæ baſis uicinus uelocius mouetur, patet quod primum in quod radius ſolis cadit extra pyramidem, eſt ſummitas uapor eleuatorum à terra & aqua, producatur ergo linea k r q, à centro terræ ad ſummitatem uaporum, ſigneturq; punctus r, in ſuperficie terræ, & ducatur linea k f.



Eritq; arcus f g h, pars terræ illuminata, cuius quantitas, ut patet per præmiſſam, eſt 180. partium, 27. minutorum, & 52. ſecundorũ, ſecundũ quod totus circulus e f g h, eſt 360. ptes, erit medietas ipſius quæ eſt f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. ſecunda, hæc eſt ergo quantitas anguli f k g, ſecũdum quod 4. recti ſunt 360. partes, ſed angulus b k c. ex præmiſsis, & per ultimam ſexti, eſt 19. partes, quoniam eſt angulus crepuſcularis. Remanet ergo angulus e k h, 18. partes, 46. minuta, 4. ſecunda. & quoniam linea q c, eſt æqualis lineæ q l, per 58. primi huius, quoniã ab uno pũcto ducãtur eundẽ circulũ cõtingentes, erit per 8. primi, angulus q k e, æqualis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. partes, 23 minuta & 2. ſecũda, & qm̃ angulus k q e eſt rectus per 17. tertij, erit angulus k q e, per 32. primi, cõplementũ unius recti, hoc eſt 80. partes, 36. minuta, & 58. ſecũda, put 4. recti ualet 360 partes, & ſecũdũ q̃d duo recti ualẽt 360. partes. Erit ergo angulus k q e, 161. partes, 13. minuta, & 56. ſecũda, circũſcripto ergo circulo ipſi trigono q e k, erit arcus quẽ ſubtẽdit linea k e, 161 partes, 13. minuta & 56. ſecũda, chorda ergo eius quæ eſt linea k e, erit 118. partes, 23. minuta, & 20. ſecũda, 18. tertia, ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k, erit 120. partes, & ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k eſt 60. erit chorda k e, 59. partes, 11. minuta, 40. ſecũda, 9. tertia, ergo ſecũdũ quãtitatẽ qua linea k e, eſt 60. erit linea k q, 60. partes & 48. minuta, & quinquaginta ſecũda, ablata itaq; à linea k q. partibus ſexaginta, quæ eſt quantitas lineæ q r, ſemidiameter terræ, remanet linea k q, quæ eſt ſumma uaporum ele-

uatio

gradu 48. minuta, 50. secunda, secundum illam quantitatem qua diameter terræ est 120. partes, & quoniam secundum Cosmographos maximus circulus terræ secundum milia ria est notus, ergo secundum illum quantitas diametri est nota, ergo & linea r q est nota & hoc est propositum. Est autem secundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circumferentia est 24000. miliaria, linea r q. 51. miliarium, 47. minuta, & 34. secunda, & 31. tertium sunt ferè. Summa ergo ad quod eleuantur uapores secundum ipsorum consistentiam minus quam 52. milia passuum, ut patere potest perquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminosi fieri manifestum est.

Istud in politis corporibus, & ut in speculis & similibus sensus comperit, nosque in pluribus præmissis huius scientiæ libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti. In aqua uero soli exposita patet, quia radius in parte soli opposita uidetur, & maxime si locus oppositus sit obscurus. hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter den siori idem euenit, ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem, tunc enim ab ipso fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam attestatur quod tempore pluuiali radij solis sæpe in aere dispergunt, & uix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & grossiciem aeris contrapositi ipsi soli, hoc etiam patet, quoniam in aere modicæ densitatis in hyeme maxime flante austro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflectio secūdum formam circularem, & maxime uisibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexi & formarum, cum uirtus uisiua propter debilitatem organi debilitatur, sic quod non potest densitatem modicam aeris penetrare, sed ad uisum forma rei uisæ refrangitur ab aere modicæ densitatis, sicut ad uisus fortes re frangitur solum ab aliquo solido peruietatem non habente, unde etiam in uisu alicuius debilitatus, & non acute uidens propter ophtalmiam, uel propter aliud, uidet quandoque imaginem suam in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantem cum ipso quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum, & sic quidam notus meus post plurium noctium uigilias cum compulsus nocte sequenti equitaret, formam suam, hoc est uirum alium secum equitantem uidit, cum transiret quandam aquam, circa quā grossus fuit aer, & cū staret stetit, & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat, cū autē ad aerē serenum uenit ille notus meus, tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et sic uisui debili error accidit, nec mirum, quia & quandoque sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longe distante, sicut etiam auxilio speculorum, ut in ultima septimi huius, ostendimus, posset fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam nō in speculo, sed extra speculū uideret in aere in loco imaginis, qui per industriam posset ad locum certum uariari. In uapore etiam rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus dissolui in guttas, quia quælibet suarum partium fit quasi speculum, & ob hoc lumen reflectitur ab ipso, & istud apparet in aqua guttatim sparsa, quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppositam reflectitur, & sic post reflexionem coloretur, patet ergo propositum.

LXII.

A superficie aquæ & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionem fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius sed etiam experimentis cōprobatur, & hoc est uniuersale, quando forma rei uel radius per mediū rarius ad densius dia fonum procedit, tunc enim semper in medio secundi diafoni fit refractio ad perpendicularem, uerbi gratia, exposita aqua in uase soli in fundo uasis uidebuntur radij aggregati, lucescente etiam sole super aerem densum uisui & soli interpositi, quandoque lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum, unde post talem improportionatum tempori calorem & lumen insolitū sæpius pluuia descen

dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum resoluta refractio fit radiorum in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem. patet ergo quod in aqua & in aere denso & uapore rorido, quandoq; forma uel lumen est in rariori diafono & incidit illis diafonis densioribus: diafonum quoq; in quo est uisus non multū differt à diafono in quo fit refractio, tunc fiet refractio sensibilis ad perpendicularem, quod si forma uel lumen sit in densiori diafono, uel ultra densius diafonum uideatur, tunc fiet refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod summitates rerum in mari uisarum refractæ uidentur, eo quod forma ipsarum dispergitur à perpendiculari in secūdo diafono subtiliori scilicet in aere, & uidētur formæ illorum in concursu lineæ refractæ cum perpendiculari ducta à re uisa ad superficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uidetur positus in uase sub aqua in ea distantia, in qua uisus propter altitudinem periferiæ uasis sine aqua ipsum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiam maior, quoniam sub maiori angulo uidetur. In aere etiam denso, utpote quando Euri flant, & aer humidus fit, & ingrossatur, omnium rerum uidentur magnitudines maiores, Sol quoq; & omnia astra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora quàm in medio cœli existentia, ut patet 52. huius, & hæc est causa temporalis, alia uero est perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiam peruenit quod si in loco imaginis, uel inter imaginem & uisum ponatur uitrū clarū uel cristallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tunc enim imago maior uidebitur, & secundum quod media diafona multiplicata à densiori in rarius fuerint, forma se uisibus ita uicinante, quod ultimo ipsa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematibus huius libri. In istis enim corporibus medijs omnibus sic dispositis fit refractio à perpendiculari ducta à centro rei uisæ ad superficiem corporis diafoni tē ipsam uel formā refractam continentis. His ergo modis fit in propositis corporibus uel similibus sibi ad uisum refractio, inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autem fit in uapore rorido incipiente aquam fieri quàm fiat ab aere, nec mirum, quia uapor roridus qui fit tempore transmutationis nubium ex uapore continuo in guttarum spersam aquam est grossior aere, unde in ipsa facta refractio plus sentitur, non potest autem tunc figura rei uisæ cuius forma refrangitur distincte ad uisum peruenire propter refractionum multitudinē, sed peruenit uisui tantum aliqua forma rei, sicut patet etiam quod in speculis paruarum partium uel superficierum refractarum alterius super alteram eleuatarum, & si modicæ præeminentiæ sint, ita tamen quod superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, sed apparet recte color ipsius rei uisæ, cuius forma reflectitur ab ipsis, per quod manifeste patet quod forma corporis luminosi, quæ ab aqua uel aere grosso integre, scilicet quo ad figuram & lucem & colorem reflectitur ad uisum à uapore rorido, sine figura & quantitate certa, sed tantum cum suo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantū formæ luminis reflexi, patet ergo propositum.

LXIII.

Omnis corporis sphærici luminosi irradiationem in corpore cuius superficies æquedistat superficiei contingenti corpus radiosum sphæricum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis sphærici super superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis sphærici, posibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uero in centro corporis luminosi, ex quo patet omnem huiusmodi irradiationem fieri secundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radiosum sphæricum, in quo sit circulus magnus qui b c d, & eius centrum

fit

sit punctum a, contingatq; ipsum superficies plana, quæ sit f p, in puncto c, & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphærico superficies g, quæ sit ex hypothesi æquedistans superficiei a p, & sit linea a c g, ducta à centro corporis sphærici perpendicularis super ducti corporis superficiem, dico quod irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uero in puncto a, centro corporis luminosi. Si enim perpendicularis a g, in centro uel in media superficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipsius superficiem g, breuius extremum linea a f, super cuius terminum in puncto a, constituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ sit g a h, producaturq; linea a h ad superficiem g, & producantur in superficie, g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f, & a g h, q sunt ad basem, sunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ super superficiem, & anguli g a f & g a h sunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale lateri a h & f h æquale g h, similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui sit g a k, productisq; lineis a k & g k, erit sicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a ij, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex puncto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem superficie, patet ex 9. tertij, lineam f h k secundũ quantitatem lineæ g f à puncto g. productam esse circularem, quia itaq; irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundũ alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, quoniam fit irradiatio secundum pyramidem rotundam, fit enim secundum figuram quæ describi possit per triangulum d g f, orthogoniũ, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locũ unde inceperant moueri, & ex præmissis patet, quoniam huius irradiatio semper fit secundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propositum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem, hoc est uerum, sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20. secundi huius, tunc fiet ad omnem partem superficiei g, secundum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensam, unde si pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit, non fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatem, qui si magna fuerit cum ipsa ad æquales angulos, multi radij conueniant, tunc irradiatio sensibilis erit propter multorum radiorum concursum & æqualitatem angulorum, & sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secundum lineam circularem quæ sit terminus basis pyramidis uel parti basis. Eodem autem modo demonstrandum, si superficies g æquedistet superficiei g p, contingenti corpus luminosum in b d, punctis, uel in alijs punctis signatis. Vniuersaliter autem corporum quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiunt, oportet quod sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit, scilicet æquedistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radiosi ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi, & huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquam nisi in parte soli opposita illuminatur, & semper medietas illius, ea scilicet quæ solem respicit est illuminata necessario propter naturam præmissi aspectus, aliam uero partem irradiatio solis nisi forte per refractionẽ nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una base alteri inscripta applicantur, ideo tota superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniã oportet

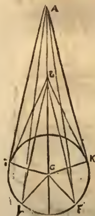


oportet ut tale corpus ſit denſius medio per quod lumẽ uenit ad ipſum, oportet enim q̃d tale corpus habeat aliquid denſitatis, unde ſi lumẽ nihil haberet reſiſtentiæ tranſiret nec corpus pertranſitũ irradiaret, aut etiam in ipſo nõ fieret reflexio uel refractio per 56. huius, & quoniam per reflexionẽ radij aggregantur, & ſimiliter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radijs non aggregatis plus ſenſibilis non fieret irradiatio ꝗ in medio, nunc autem irradiatio in theoremate ſupponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatũ eſſe denſius ꝗ ſit corpus propinquũ corpori luminoſo. & exemplariter uero hic declarari poteſt per hoc q̃d in 37. ſecũdi huius, oſtendimus, quia ſi per foramẽ rotũdũ penetret radius ſolis, ſtatim in corpore oppoſito ad baſem applicatur, & in formã pyramidis lumẽ figuratur. Signũ ergo eſt quod in quolibet radio corporis luminoſi idẽ fiat, qui cũ ſint naturæ homogeneæ, eadem eſt natura in toto & in parte, & ad minus ſi illud nõ ſit neceſſarium ſemper fieri, eſt tamẽ poſsibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

LXIIII.

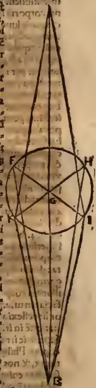
Si ad idem centrum uiſus ab aliqua ſuperficie fiat luminis refractio uel reflexio, neceſſe eſt extremum illius luminis ſuperficiei uiſus circulariter ſecũdum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uiſus centrumq́ circuli baſis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea conſiſtere oportere.

Suppoſito quod aliquod corpus irradiatum ſit inter uiſum & inter corpus luminoſum irradians. & ſit illud medium corpus diafonum. ita quod radij refracti in centro uiſus ualeant aggregari, aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoq; centrum corporis irradiantis a, ſuperficiesq́ corporis irradiati ſit f h i k, perpendicularis ducta à centro corporis luminoſi ſuper illam ſuperficiem ſit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & ſit centrum uiſus b, ducãturq; lineæ b f, b h, b z, b k, b g, quoniam itaq; ut patet ex hypotheſi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, ſed tranſit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto, ut in centro oculi cõcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi ſuperficiei ex hypotheſi, qua autẽ ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uiſus, eadem ratione omnes radij incidentes ſuperficiei corporis f h i k, ſecundum circulum, cuius centrum eſt punctum g, refracte perueniunt ad centrum uiſus, ut patet in 46. huius, ſunt enim illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmiſſam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8. huius, in centro ergo unius uiſus nulli radij extremi cõcurrunt, niſi qui refranguntur ſecundum angulos æquales, ſic ergo ut ſit illa refractio ſecundum aliquos angulos extremos qui ſint b f g & b h g, & b k g, & b i g. erunt ergo illi anguli æquales, ſed & anguli ad punctũ ſub linea b g, & ſub lineis f g, h g, i g, k g, ſunt æquales, q̃a ſunt recti, ſunt ergo trigona b g k. b g h, b g k, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. ſexti, ipſorum latera ſunt proportionalia, ſed latus b g eſt æquale ſibijpſi, cum omnibus ſit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, ſunt æqualia inter ſe, & latera g f, g h, g k, g i ſunt inter ſe æqualia, ergo per nonam tertij linea h f i k, eſt periferia circuli cuius centrum eſt punctum g, & ſic deſcribitur in oculi ſuperficie, fit ergo pyramis refracta cuius uertex eſt in puncto b, à centro uiſus, & eius baſis eſt in illuminata ſuperficie, eſtq́ alia pyramis illuminationis, cuius uertex eſt in puncto a, centro uiſus, & eius baſis eſt etiam circulus f h i k, patet ergo quod iſtarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i g k, ſunt in eadem ſuperficie ut prius, quoniam ab eiſdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una eſt ergo ſuperficies communis terminans iſtas duas pyramides quæ eſt circulus f h i k, & eſt baſis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ



ſecundum

secundum unũ punctũ qui est g, cũ linea b a, angulos rectos faciunt, angulus enim f g b est æqualis angulo f g a, quoniã uterq; ipsorũ est rectus, ex eo quod suppositũ est angulum a g f, esse rectũ, eritq; superficies in qua sunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter super superficies omnis refractionis, patet ergo unũ propositorum. Quod si centrũ uisus fuerit inter corpus irradiatũ, & corpus irradians constitutũ, tunc eadẽ dispositione manente, nisi solo puncto b, inter a & g, puncta constituto, patet propositũ, ex eo quod tunc corpus irradiatũ non uidetur, nisi per reflexionẽ luminis recepti à corpore luminoso, & semper angulus incidẽtiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20. quinti huius, quia angulus extrinsecus angulo a g f, in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g, qui fit ad basem trianguli b f g, pyramidis reflexionis, nec erit possibilis uisio irradiationis, nisi in puncto axis pyramidis illuminationis, ubi secundũ æquales angulos reflexi radij à tota superficie illuminati corporis cõcurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorũ pyramidis reflexionis, qui sunt ad basem æquales inter se per 20. quinti huius, quoniam anguli extrinseci pyramidis irradiationis, qui sunt anguli incidentiæ, omnes sunt æquales inter se, omnes itaq; radij ad uisum reflexi qui sunt in eadẽ superficie per 6. primi, erunt æquales, & quoniã lineæ f g, h g, i g, k g, sunt æquales, patet per 9. tertij, lineam f h i k, esse periferiã circuli quod est secundũ propositũ, & quoniam linea b g, quæ est perpendicularis super illam superficiẽ, omnibus illis trigonis est cõmunis, & angulus cuiuslibet triangulorũ qui sunt ad basem æqualis est, alterius sibi correspondenti per 106. primi huius, cũ lineæ f g, h g, i g, k g, sunt adinuicẽ æquales, ut declaratũ est prius, & ab ipsis fiet reflexio ad uisum, quia erit per radios ad ipsis reflexos pyramis inscripta pyramidi ad eandẽ basem, sed diuersæ altitudinis, quoniã punctũ b, qui est centrũ uisus, positus est esse inter corpus irradians & corpus irradiatũ, & erit illa basis cõmunis duabus pyramidibus, scilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis super omnes superficies reflexionis, patet ergo quod correlarie proponebatur per 107. primi huius. Visum est etiam quibusdã ad propositam uisorũ circulationẽ coadunare circulationẽ foraminis ueæ, ac si ad periferiã foraminis solũ radij incidant, & sic in superficie uisus rotundentur, quod & si sit aliquando possibile, nõ tamen est uniuersaliter necessariũ, quia etiã cuicũq; parti superficiei uisus radij incidant secundũ angulos æquales, semper accidit necessario figuram uideri circularẽ, per 73. quarti huius. Ex istis itaq; manifeste patet, quia & si tota superficies alicuius corporis irregularis uel regularis rectilinea uel circularis sit irradiata, non tamen uidebitur nisi circularis pars irradiata, quando per reflexionẽ uel refractionẽ uidetur, quia oportet ad hoc quod uisus ipsum iudicet irradiatũ, radios plures in centro oculi aggregari: non autẽ concurrũt nisi illi qui incidentes ad superficiẽ corporis irradiati & reflexi ad centrũ oculi omnes æquales angulos constituunt, tales autẽ incidunt secundum circulũ, faciunt enim pyramidẽ, ut patet ex præmissa, & reflectũtur uel refranguntur necessario secundũ circulũ eundem, ergo superficies illius corporis semper uidebitur circulariter irradiata, nec uidebit uisus illam irradiationem, nisi fuerit in puncto concursus linearũ taliter reflexarum constitutus, & propter hoc in eadem superficie irradiati corporis diuersis uisibus diuersi apparebunt circuli, quia eædem lineæ in diuersis punctis non concurrunt, sed in uno tantũ, & remotioribus maiores apparebunt circuli, scilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refranguntur, & sunt exteriores in periferia basis. Sic ergo pyramis interior, scilicet reflexionis uel refractionis inscribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, centrumq; uisus propinquius superficiei irradiatæ minorem uidebit circulũ quã uisus remotior, quoniam radij in minori circulo secundũ angulos minores incidunt, & secundũ angulos minores reflectuntur per 20. quinti huius, uel secundũ minores angulos refranguntur per 8. huius, patet autem per 106. primi huius, quia secundũ quod angulus refra-



ctionis uel reflexionis plus minuitur, ſecundum hoc angulus in uiſu contentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis ſemper eſt acutus rectilineus diuiſibilis, propter hoc angulus ad axem ſemper fit rectus per 89. primi huius. Ex præmiſsis quoq; patet corporum perpulchrum auxilium 12. huius; quoniam enim in pyramide orthogonia centrum circuli baſis, & conus ſemper ſunt in eadem linea, ut in axe in propoſito erũt a & g, in axe a g, ſed eadem ratione erunt b & g in eadem linea, linea uero l g & g a, coniunctæ ſunt in linea una, eo quod f g, à termino ipſarum exiens cum ambabus facit angulos rectos, quomodocunq; ergo ſe habeat uiſus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipſum fiat reflexio uel refractio, patet propoſitum, quoniam ſemper centrum corporis irradiantis & centrum oculi, & centrum circuli baſis utriuſq; pyramidis irradiationis, ſcilicet & uiſionis ſunt in eadem linea, ſcilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter eſt poſsibile uideri irradiationem.

LXV.

Iridẽ ex reflexiõe & refractiõe radiorũ corporis luminoſi uideri neceſſe eſt.

Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus, quæ interſecans horizontem ad diuerſas partes mundi protenditur, quamuis etiam de alijs quæ illi iridi ſimilia uidentur intentionem non principaliter facturi ſimus. Quoniam uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminoſi in uiſu recepti, hoc patet ſenſui: quod autem non aggregatis radijs corporis luminoſi lumen ſenſibilius poſsit fieri in corpore non luminoſo quàm in medio per quod prius lumen ferebatur, oſtenſum eſt per 54. huius impoſsibile eſſe, unde patet ex hoc quod lumen uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminoſi, ut ſenſibilius fiat in aliquo corpore quàm in medio, quia uero aggregatio radiorum corporis luminoſi fiat per reflexionem uel per refractionem quæ fit in corpore denſioris diafoni quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum eſt per 55. huius, patet itaq; generaliter quod luminis maior ſenſibilitas per reflexionem uel per refractiõem in omnibus uiſibilibus cauſatur. Quod uero iris ſpecialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen eius ſenſibile peruenit ad uiſum ut ſuppoſitum eſt in principio libri huius, oſtenſum eſt quoq; per 20. quinti huius, quod omne quod uidetur per reflexionem, ſic uidetur, quod angulus ſecundum quem forma ſpeculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo ſecundum quem illa forma reflectitur ad uiſum, quod etiam patet per 26. quinti huius, ducta perpendiculari à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem corporis politi ad quam reflexionis anguli referuntur, continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales, ſi itaq; forma iridis fiat in uiſu, patet iridem per reflexionem radiorum corporis luminoſi ad uiſum cauſari. Quod uero iris per refractionem etiam radiorum corporis luminoſi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris, niſi in aliqua diafona materia exiſtente in medio, & prohibente tranſitum luminis. Iam quoq; dictum eſt in 4. huius, quod in corporibus diafonis denſioribus primo diafono, & ſi ab ipſorum ſuperficie fiat reflexio ſemper tamen fit refractio ad perpendicularem, & ſic lumen taliũ corporum ſuperficiebus oblique incidens quaſi ſecundũ unã lineã ad duas partes oppoſitas diuiſum protenditur, fit itaq; per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio quæ uiſui offertur, ſicut & quodlibet aliud uiſibile, & ſicut nubes alba, & lumen ab illorum corporũ ſuperficie ad uiſum reflexum coadiuuat, ut actum minoris ſenſibilitatis faciat in uiſum, ſicut uidemus quod à corporibus albis quæ plus habent luminis ſenſibilior fit reflexio quàm à corporibus medio colore coloratis, hoc etiã patet per luminis profundationẽ in iridis generatione, cũ enim ea quæ ſolũ reflexionem luminis habent tantũ in ſuperficie irradietur. Materia iridis ſenſibiliter inuenitur in profundo irradiata, & ob hoc cõperit Philippus ſodalis Platonis, & ut quottidie quoq; circa iridẽ deambulãtibus contingit, & nos ipſi experimento hoc didicimus, iris mutatur ſecundũ mutationẽ uidentis, ſequitur enim fugientẽ ab ea, & illũ qui progreditur ad eam fugiens antecedit, & ſi quis ad dextrũ uel ſiniſtrũ latus progreſſus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, ſed ſecundum reflexionẽ ſolũ uiſa fugiunt fugientẽ & occurrunt accedenti, uidentur enim talia ſemp in cõcurſu lineæ reflexionis ad uiſum progredientis, cũ perpendiculari ducta à pũcto rei uiſæ ſup ſuperficiẽ corporis à qua fit reflexio formæ uiſæ, ut patet per 37. quinti

huius

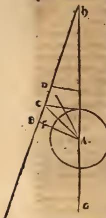
huius, iris ergo non solũ uidetur p reflexionẽ, sed etiã p refractionẽ luminis intra corpus à q̃ reflectitur, quãuis accedenti ad iridẽ uel ab ipso elongato ab alijs & alijs supficiebus corporũ lumini obuiãtiũ fiat reflexio luminis ad uisum, qm̃ fuga iridis pgrediẽti ad eã & sequutio fugiẽtis ab ea, accedit ppter diuersas reflexiões, quę fiũt ad uisum à diuersis partibus materiæ iridis, scilicet secundũ q̃d uisus mutat pũcta, in qbus ab angulis basis unius pyramidis oẽs radij in cẽtro ipsius occuli cõcurrũt, & qa tales bases sunt infinitæ, & puncta in qbus eorũ radij reflexi in axe colligũtur sunt infinita, patet etiã quod p reflexionẽ multifariã uidẽtur irides infinitæ secundũ infinitatẽ punctorũ in axe pyramidis occurrentis accedẽti uel recedẽti secũdũ lineã eiusdẽ axi, uel etiã à latere exeũti secundũ mutationẽ axis à centro corporis luminosi per aliũ punctũ suæ superficiei exeũtis, q̃ per illũ quo primus axis exiebat, fit enim uisus ad latera sic mutãti noua pyramis & noua basis, aliudq́ꝫ est punctũ superficiei corporis luminosi, per quod uenit radius perpẽdicularis ad superficiem materiæ iridis, qui in ipsum cadẽte centro oculi fit axis pyramidis utriusq́ꝫ, uidẽtur itaq́ꝫ hoc modo irides infinitæ ad quamcunq́ꝫ differentiã positiõis quis uidentiũ motus fuerit, dũ modo cõtra corpus luminosum nõ moueatur, quod etiam si uerũ sit per reflexionis naturã posse fieri, refractio tamen radiorũ corporis luminosi semper augmẽtat lumẽ, ut uideri ualeat sensibilius à uisu, patet enim quod refractio radiorũ corporis luminosi aggregat lumẽ, ut fiat magis uisibile, qm̃ propter refractionẽ radiorũ circa eandẽ partẽ medij radius duplicatur. Similiterq́ꝫ ipsorũ radiorũ reflexio lumẽ aggregat & ad uisum sensibiliter reducit, iris uero non fit nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, nisi occurrat uisui, ergo ad generationem iridis refractio radiorũ corporis luminosi & reflexo eorundẽ necessario existunt, & hoc est quod in præsenti theoremate perquirere uolebamus.

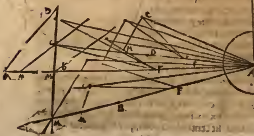
LXVI.

In uapore rorido iridem generari necessarium est.

Quod hic proponitur patet, qa cũ iris nõ fiat sine lumine, immo luminis multitudine, lumẽ aũt nõ aggregatur nisi ex reflexiõe aut refractiõe radiorũ corporis luminosi, ut patet per 5. qnti huius, hæc aũt nõ fiant, nisi tantũ fiat obiectio corporis densioris aere puro p 65. huius, ergo in loco generatiõis iridũ nõ erit ipsius generatio sine corpore irradiali, à cuius supficie possit fieri reflexio & refractio luminis incidẽtis, aliq̃d uero solidorũ planorũ ibi esse est impossibile, sed neq́ꝫ aquã, qm̃ hæc curreret subito ad inferiorẽ locorũ sibi possibilẽ, iris uero aliquo tpe manet, nec tamẽ posset in aqua cõtinua figura iridis generari, qm̃ lumẽ integrũ reflecteretur à supficie aquæ ppter cõtinuitatẽ ipsius aquæ. Iris quæ fit in aqua diffusa p remos, fit ppter aquæ dispersionẽ, qa tũc remone p manu utitur nauta aquã rorans, & ob hoc cũ aqua sic fuerit fusa in ipsa colores iridis apparẽt, nõ etiã potest esse q̃ sit aer grossus in q̃ iris generatur, qm̃ impressio luminis in aere nõ efficeret colores iridis, sed faceret quandã albedinẽ, ut apparet in crepusculis matutinis in ipsarũ principijs & etiã terminis crepusculorũ serotinorũ & uniuersaliter in similibus qbuscũq́ꝫ. Non etiã potest esse uapor cõtinuus, siue sit eleuatus ad generationẽ nubis, siue sit in nubẽ cõdẽsatus. Esto em̃ q̃d sit possibile à uapore cõtinuo nubẽ generari, ponatur ergo corpus radiosum, cuius centrũ sit a, in circulo horizõtis, seceturq́ꝫ ipsum supficies orthogonaliter erecta sup supficiẽ horizõtis p cẽtrũ ipsius corporis, & ducatur in illa supficie secante p centrum corporis luminosi linea h g. Huic itaq́ꝫ supficiei secanti aut æq̃distat uapor cõtinuus irradialis aut nõ. Si æq̃distat, sit linea eius supficiei b c d æq̃distans lineæ h g. Incidãtq́ꝫ sibi radij a b, a c, a d & sit linea a b ppendicularis sup supficiẽ uaporis quæ in se reflectetur per 21. quinti huius, & reflectẽtur etiam lineæ a c, a d, qa non sunt ppendiculares qm̃ aũt angulus a c b est acutus p 32. primi, cũ angulus a b c sit rectus, patet p 13. primi, q̃d angulus d c a est obtusus, ppẽdicularis ergo extracta à pũcto c, nõ cõcurret cũ axe a b ergo nec radius reflexus, cũ ergo centrũ uisus ex 62. huius, necessario sit situ in linea a b, quæ est in superficie horizõtis, & centrũ uisus sit centrũ horizõtis, quæ sit punctus f, patet

quod lumen fit reflexū centrū uisus nullatenus attinget, nisi forte radius ille reflexus superficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum, ergo uapore taliter dispositó iris nō uidebitur, q̄d si uaporis continui superficies superficiei secantis corpus luminosum nō æquedistet, sed cū ipsa cōcurrat, si illæ superficies sub horizonte cōcurrant, idē accidit impossibile, & eodē modo deducendū, quia & si hoc modo radios aliquos de sub horizōte ad uisum reflecti sit possibile, nō tamē uisus illorū passionē aliquā iudicabit, nō em̄ uidetur ea quæ sub horizōte, cū horizon sit circulus, q est terminator uisus, & cū superficies horizōtis sit obliqua super superficiē uaporis, patet q̄d radius à cētro corporis luminosi perpēdiculariter incidens superficiei uaporis cadit sub horizōte, oēsq; radij nō perpēdiculariter superficiei uaporis ultra superficiē horizōtis incidentes reflectūtur ad partē cōtrariam cētro uisus in centro horizōtis cōstituti, nō ergo uidebitur iris cētro uisus & superficiei illius uaporis taliter adinuicē dispositis, q̄d si non sub horizōte, sed super horizontē cōcurrant illæ duæ superficies, una uaporis, & alia secans luminosum corpus, tūc iterū lumen ad uisum reflecti nō est possibile, ex causis prius dictis. Semper enim angulus a c d, cū sit extrinsecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto per 16. primi. ergo reflexio nunq̄ fiet ad uisum qui est in centro horizōtis. Sed etiā dato q̄d in aliqua præmissarū dispositionē fiat reflexio ad uisum, q̄d tamē est impossibile, nō propter hoc iris uidebitur, q̄m propter cōtinuitatē fiet luminis multa in superficie uaporis generatio, & erit lumen cōtinuū quo ad uisum reflexū ipsum debilitabit, nec in profundū uaporis ipsum per mittet inspicere, & dicit uulgus q̄d tale lumen est Sol aqueus, nec habet distinctionē aliquā colorū, & etiam si dictæ superficies sup horizontē cōcurrēt, tūc iris reflexa uideretur ad zenith capitis sensibilis secundū gibbū circuli quo uidetur, q̄d totū sensui est cōtrariū, nec apparet uisui. In tali ergo uapore non est conueniens iridem causari. Sed inter uaporē aqueū continuū, & inter aquā depluentē à nubibus est quoddā mediū q̄d dicitur uapor roridus, & fit quādo frigus cōdensare incipit uaporē aqueū in formā propriā, scilicet aquæ reducere, tūc enim cōdensantur raræ partes uaporis, & fit paruū uaporis distantia quæ rotundari incipiūt, nō dū tamē propter debilitatē agentis reducūtur ad formā propriam quæ sibi det motū ad inferius, & tūc illæ uaporis particulæ sunt quasi quædā parua specula in quibus solū apparet color corporis radiosi sine quantitate & figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipientia rotūdari propter æqualē ex omni parte uirtutis cōdensantis actionē quousq; materiā condenset, incidat lumē corporis luminosi, refrangitur ad posterius ipsius quilibet radiorū sibi incidētium ad lineā perpēdicularē à pūcto incidētiæ sup superficiē illius corporis productam per 4. huius, & q̄m per 72. primi huius, illa perpēdicularis transit centrū illius corporis sphærici, patet quod radius refractus oblique cadet sup superficiē illius corporis oppositā corpori luminoso, & aggregabitur lumē in profundo totius consistētis istorū corpusculorū propter refractionē factam in quolibet ipsorū, sicut uidemus in cristallo rotūdo, q̄m ultra superficiē illius posteriorū fit aggregatio radiorū in aere ad punctū unum, ut patet per 46. huius, in quolibet autē istorū corpusculorū siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodū uia condensationis generatis, ut quādoq; possibile est fieri siue per modū aggregationis ex pluribus corpusculis fiat gutta. In hoc enim quo ad iridis generationem nō est diuersitas, quoniā in quolibet





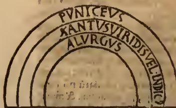
quolibet corpuſculorũ taliũ ſemper incidunt radij infiniti, quoniam etiam reflectuntur à ſuperficie ipſorũ corpuſculorũ ſecundũ angulos incidentiæ ſuæ, quos faciunt cũ lineis maiorũ circulorũ dictorum corpuſculorũ in puncto ſuæ incidentiæ contingentibus, qui anguli diuerſi ſunt, etiam ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuerſi, ut patet per totũ ſextum librũ huius ſcientiæ, & radij incidentes facientes angulos cũ lineis contingentibus corpuſcula prædicta cũ lineis ſignatis in ſuperficie corpus luminoſum ſecante concurrentibus ſuperius horizonte, & interſecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctũ b, remotus à corpore luminoſo, ut in puncto m, quia anguli tales inter pyramidem obtuſi ſunt, ideo per 33. quinti huius, illi radij ſic incidentes ad uiſum reflectuntur, & in pũcto ubi talium radiorum plurimorum fit concurſus in axe inter corpus luminoſum & uaporem uiſu poſito uidetur lumen, & quoniam iſtorũ corpuſculorũ quædam ſunt in quo ſecundum æquales angulos, ut dictum eſt, radij incidunt à centro corporis luminoſi, tales autem radij ex omni parte nubis diſperſi ſunt infiniti, cũ enim tota conſiſtentia uaporis ſit plena talibus corpuſculis, infiniti ſunt tales radij in ſuperficie nubis uel uaporis roridi concurrente, uel etiam æquediſtante ſuperficiei ſecanti corpus luminoſum ſecundum ꝗd reſpicit uaporis cõſiſtentiam, & in illorũ irradiatione pyramis figuratur, cuius uertex eſt in centro corporis luminoſi, baſis uero in conſiſtentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuerſas partes diuerſorum corpuſculorũ, qui cũ ſecundũ ſimiles angulos ſuæ incidentiæ reflectuntur ad uiſum aliam faciunt pyramidẽ, cuius uertex eſt in centro uiſus, baſis uero eadem cũ baſe pyramidis prioris, & eſt circulus ut oſtenſum eſt uniuerſaliter in 63. huius, uidetur autẽ illud lumen reflexũ continuũ propter uicinitatẽ partiũ uaporis, & eorũ diſtantiæ inſenſibilitatẽ à uiſu, qui protenſus ab illis fallitur propter ſui debilitatem, & ob hoc uiſus aggregatum ab omnibus illis corpuſculis reflexum lumen ſine cognitione uel perceptione diſtantiæ partium recipit, & iudicat tanquam unum, patet itaq; ex præmiſsis, quod licet tota conſiſtentia uaporis ſit radioſa, & forte tota irradiata ſuperficies ſit multilatera, tamen ſemper uidetur circularis, cuius ratio eſt, quia non uidetur niſi quod de ipſo ſecundũ æquales agulos ad unum punctũ axis pyramidis radialis eſt reflexum, quando uero anguli ad baſem ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt æqualia per 6. primi, ergo per 56. primi huius, centrum uiſus eſt polus, & ſuperficies ad quam illæ æquales lineæ terminantur eſt circulus, & ita uidetur iris circularis. Poteſt etiam exempli cauſa idem aliter declarari, ut ſi ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter ſuper lineam ipſi totali conſiſtentiæ uaporis à centro luminoſi corporis perpendiculariter incidentem, illæ enim erũt in eadem ſuperficie ex 5. undecimi, eruntq; æquales ex 32. & ex 26. primi, ergo in pũcto concurſus earum in axe, eſt centrum circuli ex 9. tertij, & quia totius radij partes non ad æquales angulos reflectuntur, non uidetur totus circulus radioſus, quamuis in tota nubis conſiſtentia ubiq; lumen exiſtat, radij enim qui ad maiores angulos reflectuntur ꝙ ſint anguli radiorum ad uiſum reflexorum ultra punctum uiſus ad aliũ locum axis reflectuntur, radij autem qui ad minores angulos eis qui ad uiſum perueniunt reflectuntur, ad locum alium axis intra centrum uiſus concurrunt, & ſic neutri uidentur, niſi forte ab alijs uiſibus in locis ſuorum concurſuum exiſtentiũ, & propter hoc accidit moto homine in ante uel retro, aliam & aliã iridem uideri, qm̃ ſemper uiſus ꝓgredientis uel recedentis incidit in pũcta aggregationis diuerſorũ radiorũ, ſicut etiã accidit in hominibus diuerſis magis uel minus à centro ſolis ſecundũ diuerſam zenith capitis elongationem diſpoſitionis, ſub eodẽ tamẽ exiſtẽtibus circulo meridiano, uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; ꝓpter has cauſas uidetur circularis concaua, quia nec exteriores nec interiores radij incidentes ſuperficiei totius conſiſtentiæ roridæ in eodem puncto concurrunt ad uiſum, unde uiſus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & ſignum huius eſt, q᷑ accidit in ſuperficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto eſt forma ſolis uel lunæ, uel ſtellarũ nõ tamẽ uidetur niſi in puncto uel loco uno, à quo eſt poſsibilis reuerberatio ad uiſum, & mutato uidente ulterius alia iterum forma corporis luminoſi uidetur à loco alio, à quo eſt ad uiſum poſsibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo diſtincto in cultello nouo uel ferreo polito, uel alio, quia ſemper re immobili exiſtẽte mutatur forma uiſa,

uisu mutato secundū motū quo possibile est ad oculū reflecti, & in puncto alio nō uideatur, aliud etiā signū huius est, quia scilicet si aliquo existēte radio solis per aliū qui est extra radiū transuersaliter spergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiū, ipsius eius qui est in radio forte nō uidebit nisi colorē albū, cū tamē spargēs cui opponitur uapor directus uideat lumen & colores iridis sed cōfusos, nisi dispositio corpusculorū radiorum sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radij existentē. Patet ita q̧ ex præmissis, q̄m iris in uapore rorido generatur. Signū aūt illius est, quia modicū stat iris, eo q̄d uapor talis cū sit ex materia graui, iam ad formā grauis accedente stare nō potest sup̄ superficiē horizōtis, nisi moueatur ad centrū grauiū, quod est centrū mūdi secundū quod ei est possibile, & ob hoc etiam post apparitionē iridis quando operatione agentis cōdensatur materia, & reducitur ad formā potentē mouere, sicut pluuia, & ex corpusculorū quolibet in uapore prius separatorū fit per condensationē materiæ gutta aquea descendēs. Signū etiam eius est quod dictū est prius, q̄m aqua uaporose sperla ore manu uel remo, ut apud nautas, in radio solari apparet iris, & iridis colores, & diuersi aspicientes uident illud, quia radij incidentes guttulis diuersimode reflectūtur, patet ergo propositum, quod est iridem in uapore rorido generari. Si autē dicatur, quia partes corpusculorum in materia iridis non sunt omnes omnino sphæricæ, non est uim faciens instantia, quia idem accidit omnino in non sphæricis, quod nunc dictū est de sphæricis, nunq̄ enim fiet iris nisi multi congregati radij ad uisum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor est omnis iris.

Dubitatū propter sui difficultatē ab antiquis hoc theorema proponitur, multis enim Mathematicorū patuit figura & quantitas iridis, & sunt hæc ab ipsis naturalis philosophiæ inquisitoribus supposita, color tamē quē uidimus nondū cōuenienter ab aliquo est pertractatus, nisi per distinctionē materiæ iridis secundū adusti, indigesti & opaci naturam, quod si hoc motū & possibilitatē rerum naturaliū seruet & seruare ualeat intellectū eorū qui scripserunt talia duximus relinquendū. Colores aūt iridis secundū uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experientias obtulit, sic possunt declarari, quia enim totus uapor roridus, qui est materia iridis in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa profunditas, patet quia ipse in aspectū uisui ad solem serenius & immixtius habet lumen mixtū, tamē cū colore uaporis qui niger est, ut in aquosis uaporibus euidēs est, sunt enim omnes nigri, natura aūt lucis est immiscere se coloribus rerum ad quas reflectitur. Est enim in principio secūdi huius suppositū, lucē res coloratas transeuntē illarū coloribus colorari, hoc em̄ patet sensui, unde etiā lumen reflexū secū defert colorē rei à qua reflectitur ad uisum, sicut patet in radio transeunte per uitrū coloratū, cū itaq̧ lumē de natura sua fulgidū sit, ut patet, & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo, necesse est ipsum per 15. quarti huius, uisui colorē præsentare puniceū, & iridē in parte illa secundū uisum colorē habere puniceū propter fortitudinē uisus & plurimā ad ipsum in loco uicino reflexionē fortiorū radiorū propter uicinitatē corporis luminosi à quo fit impressio lucis reflexæ secūdū lineā breuiorē, & quoniam tota nubes est luminosa, & lumē semper secundū æquales angulos reflexū à diuersis superficiebus in profundo nubis æquedistantibus basi pyramidis primo illuminationis ad eundē reflectitur uisum per superficiē prioris pyramidis uicinioris uisui, quoniā ut patet per 68. primi huius, circuli æquedistantes in eadē axe suos habēt polos, & idē punctus est polus diuersorū circulorū patet, quia etiam lumen quod est in profundo nubis uidetur, quoniā uero illud lumē, est lumē refractum debile multo colori nubis qui niger est admixtū, & q̄m uidetur qer pyramidē uisualē inscriptam ab eodē uertice, utpote à centro oculi ipsi primæ pyramidi uisuali secūdū quā uiciniores radij, qui puniceí



apparent

apparent ad uisum reflectuntur, quæ ad minorem basem inscribitur, patet per 106. primi huius, quoniam anguli qui ad basem inscriptæ pyramidis fiunt, maiores erunt anguli qui fiunt ad basem primæ pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radijs sub maiori angulo ad uisum reflectitur, unde radij minus lumini uniti sunt, & debilius uisui offeruntur, anguli etiam quos in centro uisus faciunt, sunt minores, ut patet per eandem 106. primi huius, quoniam anguli qui fiunt per radios primæ pyramidis in centro uisus, sub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quàm in superficie, quod autem sub minori angulo uidetur minus uidetur, ut patet per uigesimam quarti huius, hoc autẽ patet experimentanti in lumine stellæ uel candelæ, quòd enim prius uisum est aperto oculo fulgidum, claudendo plane oculis amittit fulgorem, & incipit nigrescere. Item quoniam à remotiori uidetur tale lumen, ideo debilius uidetur, remotio enim siue protensio uisibilis à uisu est causa debilitatis uisus, ut patet per 15. 8. quarti huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoso grossior est & nigrior, & magis àqueus, unde nigredo uaporis lumini incorporatum plus denigrat, & magis ipsum uisui obfuscatum præsentat, & hoc quidem in coloribus iridis aliquam causalitatem habent, totalis uero causa omnibus huius coloribus uniuersalis immixto umbrarũ ipsi fulgori luminis, quoniã eñ ut patet per præmissam, uapor roridus est materia iridis, à cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum per undecimam secũdi huius, omnia corpora dẽsa in parte luminoso corpori aduersam umbram proijciunt, patet quod radij reflexi à remotiorum corpusculorum superficiebus, umbrarum anteriorum corpusculorum nigredini se immiscent, & sic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uisum, & secundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiscentur, secundum hoc diuersificant actum suæ luminositatis, in uarios colores, & huius rei signum est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisu ipsa manu uel alio umbroso, de sub manu in fenestrarum periferijs uidentur. Signum quoq; huius est magnitudo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumen se profundat, cum ex turbulentis aquis marium, quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedit, & obductis palpebris uisui respectu luminis ex umbris pilorum ipsarum palpebrarum colores iridis uidẽtur. Singula quoq; particularia in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarum causam, ut ad quoddam uniuocum reducuntur, ut patet in collis anatum & pauonum, quæ secundum diuersam dispositionem diuersimode colorantur, crispitudo enim suarum pennarum alias hinc & inde proijcit umbras, quæ permixte lumini diuersos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec enim alias præmissorum causas nostro potuimus indagare ingenio, existentibus enim tantum 22. uisibilibus, nullum aliorum uisibilium præter umbram, & lumen horum colorum apparentium uisui uidetur esse causa, unde & hunc colorum iridis æstimauimus proximam esse causam, nullum tamen uidimus quem intellectus suus in hoc modicum intelligibile direxerit. Sed huius rei facilis omnes alij difficiles uisi sunt dare causas. Nos tamen hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quæ præmisimus ponentes, ut quædã adminiculãtia huic causæ. Istis itaq; præmissis causis uel omnibus, uel pluribus, uel aliqd sensibiliter concurrentibus intersectione pyramidum reflexionis basium æquedistantiũ tunc deficit iudiciũ uisus, & lumẽ magis mixtũ uaporis nigredini minusq; refractũ, sub maiori quoq; angulo reflexũ & sub angulo maiori uisum, & in minori distãtia à seipso positũ, & in materia grossiori radiatũ, & umbris pluribus pmixtũ uisus iudicat magis ab albo recedere q̃ puniceũ, uideturq; illud lumen reflexũ sibi iride seu prasium, & secundũ colorem prasium plurimũ pyramidũ facta reflexiõe cũ dictæ sensibiliter à prius entibus conditionibus uariantur, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uisui color Alurgus siue lasurus, qui uaporis magnitudine umbrisq; pluribus magis permixtus est q̃ prasius, & demum cum secũdum hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uisis circũferentis basiũ sensibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cũ lumẽ amplius ad uisum sit dispositũ nõ reflectitur, fit nigrũ, quod amplius permixtũ lumen non uidetur.

Signum,

Signum uero prædictarũ est,quia cũ aliquis postq̃ solem uel aliqd corpus fulgidũ aspexerit,claudit oculos subito & fortiter,primo quiden obducto oculo pelle,quod prius uidit fulgidũ,uidebit puniceũ,deinde prasiũ,deinde purpureũ,post in nigrũ colorẽ forma lucis decidens exterminatur,& sic facto motu in uisu de albo ipso paulatim exterminato semper in proquius nigro fit resolutio.Patet itaq; ex præmissis,qm̃ iris fit tricolor, quorum colorũ supremus est puniceus,& color uiridis sub puniceo cõtinetur,qm̃ color circũferentiarũ basium uiridiũ sub colore basiũ circumferentiarũ puniceaũ fertur ad uisum,& similiter color alurgus sub uiridi continetur eadẽ ratióne,& sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu cõtinuo colorato.Color uero xantus qui inter colorẽ uiridem & colorem puniceũ uidetur,in iride nõ est color distinctus ab alijs,sed ex cõmixtione uiridis & rubei uisibus occurrit.Puniceus enim color iuxta prasinũ uisus albus uidetur, q̃a & purpureus color iuxta nigrũ albus uidetur,uiride em̃ per mixtũ est albo,& ob hoc color xanticus,quia propinquior est nigro q̃ puniceus,inter puniceũ & uiridẽ uidetur, unde etiã facta iride in nube nigerrima,color superior nõ est puniceus,sed xanticus uidetur.propter multã nigredinis uaporis cũ lumine pmixtionẽ,& resoluta nube q̃d prius uidebatur puniceũ,demũ albũ uidetur,prasiũ quoq; uidetur tendere ad xantũ colorẽ,& alurgũ ad uiridẽ,& iam uidit quidã uir experiẽtiæ iridẽ totam albã,q̃d accidit propter materiæ raritatẽ,& luminis claritatẽ,& uisus optimã dispositionẽ in se, & in distantia pportionata ad rẽ uisam,uel forte ppter uaporis plurimã grossiciẽ & densitatẽ,in quo non potuit lumen penetrare in profundũ,sed fiebat à supficie uaporis reflexio,& ppter hoc lumẽ non recepat colorẽ à colore corpis sibi cõmixto,nec miscebatur nigredini umbraꝝ,unde reflexio faciẽs iridẽ in forma luminis reflectebatur sine admixtiõe nigredinis & umbrarũ.Signũ uero diuersæ apparitionis colorũ est q̃d uidet̃ in texturis purpurarũ,in q̃bus colores iuxta alios positi plurimã faciũt differentiã & mixtionẽ in uisu,nõ em̃ idẽ uidetur purpureũ iuxta positũ albo & nigro,aut alicui alteri colori,& ex hoc ppter claritatẽ aliqualem quẽ color accipit à uicino sibi colore aliquæ fantasiæ colorũ in uisibus oriũtur. Sicut etiã accidit operãtibus ad lucernã decipi in coloribus ppter admixtionem impuri luminis,& accidit eos peccare,& alios colores pro alijs accipere,colorũ alietate ex immixtiõe ipsius luminis generata,& sic nõ inconueniẽter dici possit,q̃d medij colores iridis,à medijs pyramidibus secundũ dictas circũstantias & diuersarũ umbrarũ permixtionem cũ lumine generẽtur.Numerũ aũt colorũ iridis secũdũ antiq̃s in ternario decreuimus,extendũt em̃ in tantum colorum nomina,aut color medius illius extrem coloris non habeat cum quo niger participat in natura,& sic iridẽ tantũ tricolorẽ esse necessario cõprobatur,nec possunt pictores tales colores plenarie simulare. De coloribus q̃ apparẽt in iride generata ex uapore aqueo sparso ore uel subtili artificio manu uel remo,tota causa dicta est cũ em̃ lumẽ ad talia corpuscula incidit,& ab eis reflectitur ad uisum in radio positũ,uel in fenestra per q̃ incidit radius uerso occipite directe ad cẽtrũ solis,tũc lumẽ ppinquius reflexũ tanti est luminis,qd remotius reflexũ lumẽ ppter admixtionẽ umbrarũ superiorũ corpusculorũ ppinquiorũ uisibus & corpori luminoso magis & magis obtenebratur secũdum modos prius dictos,uidebiturq; sic cõstituto uisu iris ex causis prius dictis rotũdata, taliter aũt uisu disposito ad radiũ uidebũtur ppter inordinatã reflexionẽ ad uisum colores iridis inordinati,qm̃ illa reflexio cũ nõ fiat secundũ angulos æquales ad figuram iridis rotundam nõ ptingit,& secundũ qd lumẽ corpuscula rorida cõtingit,sic secundũ aliquam reflexionẽ perceptam lumẽ colores uarios uisui inducit,sed quanto remotiores sunt radij à principio sub aggregatiõis in fenestra,tanto colores magis efficiũt opacos ppter plurimam umbrarũ immixtionem ipsi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æstiuis circa horam uespertinã,uel modicũ ante circa. Viterbiũ in quodam præcipitio apud balneum,quod dicitur Scopuli,aquam uehementer præcipitari,descendentesq; ad uidendum quid in ipso posset accidere soli sibi opposito,uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi debitum existente , & multas ex proprietatibus iridis notauimus,unde quia ea quæ prius scripta de iride fuerant,nobis non per omnia sufficere uidebantur, excepto eo quod inuolute scripserat Aristotelis,illud nobis principium cogitationis fuit, ut præsenti negocio studium applicaremus,patet itaq; propositum.

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis Solis uel Lunæ uel stellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum.

Impreſsio, quæ græcè dicitur halo, & Arabicè Alileti, Latine dicitur corona, fit autem hæc impreſsio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua consistẽtia uaporis. Cum enim ut patet per 54. huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus ꝙ in medio lumen sensibilius fieri sit impoſsibile, patet quod ad generationem halo necessarium est aliquẽ uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus communis interponitur uisibus, & corpori luminoso non potente illum uaporem cito dissoluere uel disgregare, tunc fit ad uisum refractio luminis secundum circulum per 62. huius, lumen enim secundum æquales angulos illi uapori per ignẽ & aerem incidens secundum æquales angulos refrangitur ad uisum per 8. huius, uidetur itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uisum, quoniam propter refractionem luminis, ut patet per 14. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales frangantur ad angulos, tunc lumen uisui quasi duplicatur, & peruenit uehementius ad uisum, & si forte uapor ille sit roridus distinctus per corpuscula, tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen, & quoniam idem radius incidens superficiei uaporis, in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto suæ incidentiæ super superficiem corporis, à quo refrangitur productam, & secundum extensionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11. secundi huius, & quoniam radius incidens & refractus non sunt linea una, sed angulum continent. Ideo patet quia radius refractus refrangit umbram proiectam à corpore cui incidebat, quæ tamen est modica, quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro leuiter condensato, ueruntamen quia retro uaporis illius consistentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uisum, qui fit à perpendiculari per 4. huius, patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uisus non est umbrarum nigredine permixtum, sed liberum ab illis, & propter hoc semper uidetur album uel forte modico, & indistincto colore aliqualiter rubeo secundum se rotum coloratum, iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium. ideo illi radij sub actu coloris perueniunt ad uisum, fitq; distinctio colorum secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; solaris, sed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis, uaporem quæ est materia coronæ subito dissoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ uel stellarum primæ magnitudinis, quorum lumen illam consistentiam uaporum dissoluere nõ potest, à minoribus uero stellis non accidit halo propter sui luminis debilitatem, quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere grosso, ut plurimum flante Euro, & tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium superiorum super infimas accidit uisibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præsentari, patet itaq; propositum. b

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à septentrionalibus uisibus non est poſsibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus purè Mathematicis sibi ad inuicem inscriptis, idem patet per 62. huius, de pyramidibus reflexis iridem causantibus, quæ naturam Mathematicorum pyramidum consequuntur, semper enim oportet ut centrũ uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis, ad hoc ut illa impreſsio uideatur, quam proprie iridem nominamus, licet aliæ impreſsiones colores iridis simulantes quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autem iris meridiana à uisibus septentrionalibus uideri non ualeat, satis patet ex alijs, quæ diximus in generatione colorum iridis, qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionẽ per se causantur, potest etiam occasionaliter id patere per hoc quod materia iri-

dis in approximatione corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel subtiliatur in aerem lucidum, à cuius superficiei non possunt fieri reflexiones, quæ etsi fierent tamẽ tenderent in partem in qua est sol, nec ad uisum peruenirent, & etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non possunt in tali loco causari, quia circa corpus luminosum cum semper magis sit luminis, radij reflexi non debilitantur, sed magis uisibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uisum per uaporem uel aerem densum aliquod lumen aggregatum uideri potest in uapore uel aere condensato, ut diximus de generatione in præmissa coronæ, quæ fit ex refractione luminis solis quandoq;, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & stellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui est materia iridis, per 64. huius, non sit lumen aliud irradians, unde etiam corona grossa apparente uisui, scilicet in grossa materia & ipissa siue densa à forti lumine causata est possibile, ut in ipso aliqui colores iridis appareant uisu posito inter corpus luminosum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & causæ colorum iridis in loco tali cõcurrẽt, & materia subest, iris ergo sic poterit apparere, fortè accidit quod materia in qua plus meridionalis à uapore rorido iris uidetur reflexa, tunc hominibus plus septentrionalibus ab eodem uapore, ita quod uapor idem eodem tempore utrisq; habitatoribus appareat, & secundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus constitutis. Ex quolibet his quæ dicta sunt patere potest, quia quandoq; ex fortibus solis radijs reflexis à nube aquosa integra ad locum in quo est uapor roridus à latere solis aliquo possunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus incompletis, ut quando corporis solis nubes solida aquosa diametraliter componitur, & in ipsam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obsistit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uisum, tunc enim colores iridis apparent siue recti, ut cum uapor recte opponitur uisui, & tales colores sunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quasi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum solis reflexio ad oppositum uaporem, & uapor roridus ad quem & à quo ad uisum fit luminis reflexio, & uisus ad quem fit reflexio in eadem recta linea consistant, & quod superficies nubis à qua fit reflexio & superficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio productis super horizontem quasi in superiori hemisphærio concurrant, aliter enim uix fieret sensibilis reflexio ad uisum post ulteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpusculis paruis, de quibus sermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concursum superficierum intelligimus concursum linearum contingentium corpuscula uaporis roridi in ipso pũcto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina sit circa solem, ubi radij solares fortes existunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, sed 4. simul uidimus Paduæ sole iam ad uesperam declinantem, & non erant irides in distantia 1 o. graduum à sole, & omnes circulorum completorum & in superficiebus diuersis, & erant quædam quasi se extrinsecus contingentes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminosi non ab alia nube reflexis ad uaporem, sed ab ipsa uapore ad uisum reflexum, nõ est possibile fieri, nisi in oppositione corporis luminosi ad uaporem uisu in medio existente, unde in nostro habitabili non potest uideri iris ad meridiem, quia nõ interponitur ibi uisui uapor & corpori luminoso, cursus enim stellarum erraticarum terminantur secundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in nostra habitabili septentrionalis fieri non potest, & hoc est quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs solaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij secundum mundi diametri

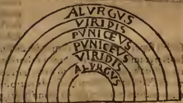
coll

sensibiliter extenduntur, solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium luminosorum corporum & purissimæ substantiæ, lunæ uero, quia ipsa terræ est uicinior, unde eius radij uisui sensibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis sensibilitate excusat uisum paruitas ipsorum corporum respectu solis, & magna à nobis distantia respectu lunæ. A sole autem iridem fieri cognitum est sensui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri est possibile, & hoc est sæpe uisum maxime apud plus septentrionales, quibus sæpe offertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uideretur secundum quod se offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert se totiens materia, & si agens semper sit dispositum ad diffusionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis nisi bis in 50. annis, fiunt autẽ irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa magna existente posita circa orientem super horizonta sic, ne radij solis uideantur, fiunt etiam in nocte, semper tamen in oppposito lunæ, habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris solis, similiter & colorum distinctiones, qui tamẽ sunt albiores coloribus iridis solis, cuius causa est, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, scilicet noctis & nubis, album quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum est debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & similiter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albior uidetur. & sic tota iris lunæ albior uidetur quàm iris solis, umbræ enim radijs lunæ accidentes non sunt tam nigræ ut umbræ solis, & huius causæ sunt diuersæ, ut dictum est, lumen enim lunę est pallidius lumine solis, unde colores ex commixtione sui informati efficiuntur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ, sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs solis & lunæ tantum, non autem ex aliarum stellarum radijs quarumcunq;, quod est propositum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus situ colorum differentibus possibile est uideri.

Verbi gratia, cum non sint plures nisi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non est possibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scilicet punicei & alurgi localem transpositionem, quia semper medius manet in causalitate media inter istos, & ob hoc patet quòd plures quàm duæ irides situ colorum differentes fieri non possunt, quia color medius non potest habere causam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quod autem quãdoq; plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur una sub alia, ut primo rubeum, deinde uiride, & deinde alurgum, & idem rubeũ, & idem uiride, & demum alurgum, hoc accidit propter diuersitatem materiæ, in diuersis superficiebus, quarum una est ante aliam, & quos accidit sub uno angulo uideri, unde uidentur quasi sint habitæ uel contiguæ, quod si in angulo sit diuersitas, ut quia exiens à uisu, transiens per gibbum iridis unius scilicet inferioris, nõ transit per gibbum superioris, tunc uidebuntur concurrentes, & inter alurgum superioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, scilicet alba, quoniã ab illa parte nubis propinquioris uel remotioris ipsi uisui quàm uidetur reflexionis ad uisum illum conueniat, non fit reflexio luminis ad uisum, quod non accideret quando sub eodem an



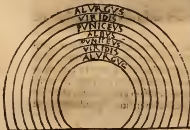
 gulo

gulo uidentur. Sunt tamen huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis causantur, & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quod est centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquedistantes in uisu ipsorum periferiæ, & possibile est licet non sæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliā uisui offerantur, & istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scilicet sub reliquo, tunc enim iris sub iride poterit uideri, sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusq;, neuter tamen alterius iridem uidebit, sed cuicunq; sua in eodem tempore uisui occurrit. Impossibile autem est quod hic fiat in eandem superficie, scilicet quod plures irides eiusddm situs in coloribus appareant, quoniam ab illa sola parte superficiei fit reflexio, ubi secundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiusdem superficiei superioribus uel inferioribus periferia prędicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent, quoniam fiunt à radijs magis distantibus à perpendiculari & remotioribus à uisu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur respectu eius, quod ex interioribus radijs causatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapositi & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapositos dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus qui est in exteriori circumferentia ipsius, sicut exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori periferia ipsius iridis, mediusq; utriusq; iridis color est prasinus. Interiorq; color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoq; causa aliqua esse posset si illi colores omnes in una nubis superficie uiderētur, quia tunc colores exterioris iridis per magnā distantiam uisui apparerent, sicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendū pónamus exempli causa solem super horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrum basis pyramidis irradiationis & centrum uisus, & centrum corporis radiosi, quod est sol sunt semper in eadem linea. Centrumq; basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unum punctum centro solis diametraliter oppositum, unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis, motuq; suo similem circulum describit, circulo motus solis scilicet ei paralello quem sol motu suo diurno describit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit, quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ à centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt æquales per 89. primi huius, palam quod superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta intersecat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurret sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli ut per centrum uisus. qui est polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterū illius circuli non transit, quælibet ergo pars superficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ est super circulum iridis in parte altiori plus à uisu elongatur



tur, & si ab ipsa reflecti accidat radios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radiorum, qui à partibus eiusdem superficiei in superioribus illis ad uisum reflectuntur, ut patet per penultimã & ultimam quarti huius, & fit superioris iridis inferioris periferiæ, quæ uicinior est uisui colores puniceos, mediæ uero prasinos, supremæ uero Alurgos necesse est uideri, & uincit quantitas distantiæ in magnitudine excessus elongationis quantitatem angulorum reflexionis, & quantitatem angulorum uisionis, & ob hoc colores iridis superioris contrapositi quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua superior periferia semper uidetur punicea, quoniam quando ad uisum ab illa parte superficiei fit reflexio improportionata reflexionibus distantia, tunc radij inferiores eiusdem superficiei in eadem distantia ad uisum reflecti non possunt, eo quod in proximitate debitam distantiam excedunt, sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores quod ergo uisui de proximo uapore irradiatum apparere potest, puniceum apparet propter unitatem & alias causas in 65. huius, prius dictas, uisui uero profundato ulterius in uapore secundum modum distantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiscentur, & uariantur colores secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibbositas quo ad uisum, & ob hoc forte dictum est à quibusdam, nubem fore concauam, in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat ad scribi, quia uapor quo ad consistentiam sui totius est integer plenus corpusculis distinctis, sicut uidentur athomi torum solis radium implere, & est talis uapor à parte posteriori à sole grossior quàm à parte anteriori solem aspiciente. Quod si centrum solis in periferia horizontis positum fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistens, adhuc radij exteriores ad uisum reflexum, sunt longiores respectu eorum, qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quod corpore solis ubicunque posito exterioris iridis colores respectu colorum iridis interioris possibe est contrapositos apparere. Omnes autem colores secundæ iridis sunt debiliores necessario coloribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis distantibus à perpendiculari, & secundum maiores angulos ad uisum reflexis, propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo quod nunc præmisimus utimur pro principio ad propositum declarandum disponenre, & si ipsum non sit circa causam, manifestum est enim quod illi radij cũ sint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uisum cum lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponatur, & nisi lumen eorum innatum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipsis ad uisum reflexorum producatur, & huius signum est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiam superiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum non reflexum, cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibilium qui ad uisum in aliquo uno loco dispositũ reflecti possunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectuntur, nullus superior radiorum reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & si plurimi radij præter eos qui ad illum uisum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant, lumen tamen ad illum uisum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non potest, quoniã cadunt illi radij in superficiebus uaporis aqua, sicut à superficie improportionata adhuc uisui non est cõueniens distantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incidunt ipsi nubi, alij uero radij posteriores his radijs in punicea periferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidũt quo ad uisum, cũ sint in profundiore superficie à uisu ad illam superficiẽ uaporis

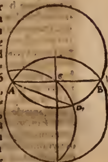
poris in qua est inferior superioris iridis periferia punicea reuertuntur, & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole illam partem superficiei ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt; radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibiliter nō poterant reflecti, & quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi, siue uapor ad quem fit reflexio in eadem superficie cū prima iride siue in alia superficie sit consistens cū radijs ab eadem periferia ad uisum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum est in 64. huius, angulos constituunt, fiunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uero sunt lineæ interiacentes puniceam periferiam inferioris iridis, & puniceam superioris, & quod ab illis basibus nulla fit ut sui sensibilis reflexio, tota ipsarum superficies uidetur alba, nisi reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoq; modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē supremam, & quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis causantium sunt maiores, ut supra patuit per 106. primi huius, ideo per 20. quinti huius, & anguli refractionum sunt maiores, altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores, quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpusculorum colorem participant, qui ad corpus oppositū mixtum cum lumine transmutatur per 2. quinti huius, & sicut ostensum est per 55. quinti huius, quoniam propter reflexionem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, sic etiam accidit in ipsa reflexione coloris istarum iridum contrapositos uiridi, colores quoq; secundæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis, scilicet inferioris, quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidētes sunt debiles, & uisui propter distantiam magnam insensibiles, ut patet per penultimam quarti huius, & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles, ut patet per 3. quinti huius, & per 10. huius. Sic ergo necessario secundæ iridis colores sunt debiles nigri, quia nigredine umbrarum permiscentur, necessario ergo respectu primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent, nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis propter illorum radiorum debilitatem, & forte ob hoc dixit Aristoteles, quod plures duabus iridibus non possunt uideri, quoniam tantum duæ sunt quæ situ colorum formaliter distinguuntur, quamuis plures quandoq; uideantur, ut in præmissa declaratur, patet ergo propositum.

LXXIIII.

Omnem arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo æqualia diuidi est necesse, unde manifestum est quemlibet uidentem propriam iridem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet, quod quando superficies horizontis intersecet superficiem circuli iridis, tunc eorum communis sectio ex 37. undecimi, est linea recta, sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per zenith capitis, quoniam ut patet per 62. huius, & declaratum est in præhabitis centrū uisus est polus iridis, illius uero circuli altitudinis centrum, est centrum mundi & horizontis, ergo ipse transit per polos horizontis, zenith enim capitis est polus ipsius horizontis, linea uero à polo ad centrum horizontis deducta est erecta super superficiem horizontis ex principio primi huius, ergo per 18. undecimi, circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis, & ipse transit eius cētrum, quoniam cum ipsi ambo sint circuli magnæ sphæræ mūdi, patet quoniam ipsorum est idem centrum quod est centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cum per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis hæc enim sunt in eadem linea per 62. huius, transit ergo per polos circuli iridis, & secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulū iridis altitudinis per æqualia secat & orthogonaliter, ergo illorum sectionē per æqualia secabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quæ productū circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturq; sursum in superficie circuli altitudinis in puncto c, linea c d, quæ sit communis sectio superficierum illius circuli & iridis, & hæc linea c d, erit perpendicularis super lineam a b, per

decimamnonam undecimi, eo quod circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusq; duorum illorum circulorum, quorum est communis sectio linea a b, sitq; communis sectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d, angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b, subtendātur ergo illis angulis lineæ a d & b d, & patet ex 4. primi, & ex præmissis quod ipsæ sunt æquales, ergo p 27. tertij, arcus iridis qui est a d est æqualis ipsius arcui b d, pars ergo periferiæ iridis quæ est super horizontem, quoniam illa sola est sensibilis quæ per circulum altitudinis per æqualia est diuisa, quod est propositum. Vnde manifestum est correlarium perpulchrum, scilicet quemlibet uidētem iridem propriam uidere, ex eo enim quod aliquo moto uidente secundum locum super zenith capitis uariatur, patet enim quod diuersorum diuersa sunt zenit, & diuersi horizontes, nec est possibile aliquos duos eadem habere horizonta, quoniam semper oculos uidentis est cētrum horizontis, si ergo aliquorum diuersitas sit secūdum distantiam latitudinis uniuersi tantum, tunc ab eorundem oculos diuersimode radij reflexi à corpore nubis secundum diuersa puncta aggregationis concurrent, & remotior ipsorum à uapore rorido maiorem iridem uidebit, propinquior minorem, si in eadem superficie appareant irides, quæ si appareant in superficiebus diuersis æquedistantibus, tunc secundum æquales circulus iridis uideri poterit, & sequetur iris fugientem & fugiet sequentem, ut diximus in 63. huius, est tamen eis idem circulus altitudinis, sed non eodem modo se habens, quod si diuersitas aliquorum sit secundum longitudinem uniuersi tantum, tunc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorum diuidit per præmissa arcum iridis qui est super horizonta, in duo æqualia, ergo ipsa diuisa sicut & ipsa diuidētia sunt diuersa, quilibet ergo propriam iridem uidebit, quod si latitudo & longitudo uidentium differant, tunc per præmissa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt, patet ergo quod intendebamus, & signum huius est, quod si aliquis stans in radio solis auersa soli facie aquam ore spargat uidebit cum ambobus oculis ante frōtem suam colores iridis, & arcum æqualiter ab utroq; oculo distantem, quod si aquam secundo sparserit, & oculum dextrum clauserit uel manu cooperiat, uidebit arcum æqualiter distantem à centro sinistri oculi, arcum quoq; iridis dextrum oculum secantem, & econuerso erit, si oculum sinistrum clauserit, tūc enim iterum uidebit arcum æquedistantem à centro dextri oculi, sinistrumq; oculum secantem, ex quo manifeste patere potest. quod color iridis est passio uisus, & quod mutatur iris secundum uidentium mutationem, & quod materia sua est uapor roridus, & quod distinctio colorum nō est ex qualitate materiæ, sed ex reflexione luminis ad uisum cui color essentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum.

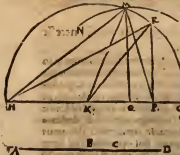


LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantum semicirculum ab eo causatæ iridis uideri.

Quoniam enim non est possibile solis uel lunæ, quorum solummodo corporum ut in 63. huius diximus, radij iridem faciunt, centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente in nostra terra, scilicet Poloniæ, habitabili, quæ est circa latitudinem 50. graduum, & quamuis in regionibus maximæ latitudinis, sole existente in capite capricorni, ut in his quæ sunt 66. graduum & 9. minutorum sol in meridiano existens circulo uideatur in periferia horizontis, & in alijs regionibus diuersificatā latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoq; sol uideatur in horizonte. Ponamus itaq; solem in oriente cuius centrum sit a, fiatq; iris in parte sibi opposita uisui intermedio existente, & erit illa iris ad occidētem per 67. huius, & sit centrum iridis punctū b, ducaturq; diameter circuli iridis trans superficiem horizōtis per centrum b, quod centrum tunc necessario erit in superficie horizontis, q̃m per 62. huius, ostensum est, quod centrum solis & centrum uisus, & centrum iridis necesse est in eadem linea esse, Eiusdem

uero. lineæ partem in eadem superficie, partem in sublimi esse est impossibile per primã undecimi. In superficie uero horizontis est ex hypothesi centrum solis & centrum uisus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in superficie horizontis, & sit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c b & a d b; & quoniam in his triangulis latus a c est æquale lateri a d, per 89. primi huius, quoniam sunt lineæ longitudinis unius & eiusdem pyramidis, & latus c b æquale est lateri d b, quia sunt semidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune est ambobus illis triangulis, patet ergo per octauã primi, & angulus c b a est æqualis angulo d b a, uterq; itaq; est rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit superficies horizontis erecta super superficiem circuli iridis, transit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim sectio illorũ circulorum non potest esse nisi diameter circuli iridis quæ semper suum circulum diuidit p æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autẽ de circulo iridis est super horizonta hoc uidetur. Sic ergo posito centro solis uel lunæ in puncto horizontis, semicirculus iridis uidetur, nisi forte tanto minus quantum est differentiæ, propter hoc, quod centrum uisus non est uerum centrum uniuersi. In hoc autem non est sensibilis differentia, & si sit, non est in generatione iridis, sed in uisione ipsius, & hoc est quod hic proponitur demonstrandum. Potest & idem aliter demonstrari. Sit ergo secundum dispositionem priorem centrum solis in aliquo puncto horizontis quod sit punctum h, & sit k centrum uisus, quod est centrum horizontis, & sit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo semicirculus unius altitudinis super horizontem orthogonaliter ex centro k, quæ sit h m g, hunc quoque semicirculum altitudinis arcus iridis generatæ in oppositæ solis interpositione centro uisus, secet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniã lineæ h k, k m, & k g, omnes sunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales, & omnes notæ, quoniam mũdi semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60. partiũ, producatur itaq; linea h m, & si notus est angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem potest angulus h k m. per hoc ut sciatur arcus m g, qui est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentũ ut per armilla uel per astrolabium, uel quadrantem, quo scito scitur angulus m k m, quæ si auferatur de duobus rectis, scitur angulus h k m, & sic scitur linea h m. respectu semidiametri k m, operatione illa qua utimur in scientia astrorum, linea uero h m, cũ sit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis sint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ. circumducatur itaq; circulus iridis super superficiem horizontis eam intersecans, quæ ut patet ex præmissis transeat punctum m, circuli altitudinis, sit quoq; ut ipse circulus iridis secet horizontẽ in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in puncto m, in circulo altitudinis datum est. & lineæ h m & k m sunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k m nota, & quoniam quæ est proportio alicuius lineæ primæ ad aliquam secundam, eadem est cuiuslibet tertiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi huius, esto ut sit proportio lineæ rectæ a b ad rectam b c, sicut lineæ h m, ad lineam k m, & quoniam linea h m, est maior quàm linea k m, per decimamnonam primi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h m k, patet ergo quod linea a b est maior quàm linea b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantũ ut sit proportio lineæ b d ad lineam a b, sicut lineæ, a b ad lineam b c, & quia quæ est proportio lineæ h m ad lineam k m, eadem est linea a b, a d, b c, erit ergo per undecimã quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k, sicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m, ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per septimã quinti, ex præmissis est nota, proportio ergo lineæ a b ad lineam



b c. erit

b c, erit nota, ergo ipsarum utraq; est nota secundum aliquam quantitatem suppositam in altera ipsarum, sed & proportio lineæ b d ad lineam a b est nota, ergo & linea a b est nota, linea b d est nota, sed linea b c fuit nota, ergo relinquitur ut linea c d sit nota, sed linea h k est nota, quia cum ipsa sit diameter horizontis, erit ipsa partium 60. ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit lineæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota est proportio a b ad b c, sicut b d ad a b, & a b est maior quàm b c, ut patet ex præmissis, erit ergo b d maior q̃ a b, relinquetur'q; c d maior q̃ b c, hoc autem patet in numeris taliter dispositis quibuscunq;. Linea ergo proportionalis lineæ h k est linea c d, illa erit minor quàm linea h k, uel quàm linea k g, abscindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & sit linea k p. Erit'q; linea k p, secundum præmissa nota, copuletur itaq; à puncto p, ad punctum m, linea in superficie circuli altitudinis quæ sit p m, erit'q; necessario, ut quæ est proportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem sit proportio lineæ a b ad lineam p m. quod si dicatur hoc non est possibile, quæ est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineam m p, quæ sit p r, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p eadem est lineæ a b ad lineam p r, quæ aũt est proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem est lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimamsextam quinti, quæ est proportio lineæ b c ad a b, eadẽ est lineæ k p ad p a, & sic lineæ c d, b c, a b, proportionales erũt lineis h k, k p, p r, sed quæ est proportio lineæ a b ad b c, eadem est lineæ b d ad a b, ergo & in ipsarũ proportionibus sic erit, q̃d sicut se habet linea r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineam p r, ducãtur ergo lineæ h r & k r, fient'q; duo trianguli, quæ h r p & k r p, quarũ cõmunis est angulus r p h, & latera dictũ angulũ cõtinentia respectu diuersorũ trigonorum sunt proportionalia, quæ enim est proportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineã p k, latus minoris trianguli, eadẽ proportio lineæ h p, lateris maioris trigoni ad lineã p r, latus trigoni p r k minoris, ergo p 6. sexti, illi trianguli sunt æquianguli, ergo p 4. sexti, latera ipsorũ æquos angulos respiciẽtia sunt ꝓportionalia. Est ergo proportio lineæ h p ad lineã p r, & lineæ p r ad lineã p k, sicut lineæ h r ad lineã k r, secũdũ q̃ ꝓportionẽ habet linea h p ad lineã p r, hãc habet linea b d ad lineã a b, & q̃ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c, & q̃ a b ad b c, hanc habet linea h m ad k m ex hypothesi, per 11. ergo quinti patet, q̃ q̃ proportionẽ habet linea h r ad lineã k r, hãc habet linea h m ad lineã k m, hoc aũt est impossibile & cõtra 56. primi huius, q̃niã in semicirculo q̃cunq; duabus lineis ductis ad q̃dcunq; punctũ periferiæ, s. una à termino diametri, & alia à cẽtro, ut sunt in proposito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eisdẽ punctis ad aliũ punctũ circumferentiæ q̃dcunq; duabus prioribus ꝓportionales ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineã a b ad aliã minorẽ lineam q̃ linea p m, eandẽ habere ꝓportionẽ q̃ linea b d ad lineam h p, uel q̃ linea c d ad h k, uel q̃ linea b c ad k p, sed neq; potest linea a b, habere illam ꝓportionẽ ad aliquã lineã maiorẽ linea p m, q̃niã eadẽ est ratio, & eodẽ modo deducitˀ ad impossibile, ergo q̃ est ꝓportio c d ad lineam h k, uel lineæ b c ad k p, eadẽ erit lineę a b ad p m, & seqtur repetita priori demõstratiõe, q̃ ducebat ad impossibile. s. q̃ est ꝓportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadẽ sit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrũ k, sub horizõte, ꝓportionales lineæ p̃dictis lineis h m & k m, ducanˀ secundũ modũ 65. primi huius. Si ergo linea m p, sic ꝑpendiculariter insistens diametro h g, tũc posito cẽtro p, secundũ semidiametrũ p m, describaˀ circulus, q̃d si linea p m, nõ sit ꝑpendicularis sup̃ diametrũ h g, polo itaq; existẽte pũcto p, p 65. primi huius, q̃niam ille punctus distabit æqualiter ab omnibus in illis semicirculis signatis punctis similibus puncto m, ducatur circulus secũdum distantiã lineæ p m, qui attinget omnia dicta pũcta semicirculorũ altitudinis in quæ cadũt prædictæ proportionales lineæ siue anguli reflexionũ iridem causantes. Si enĩ dicatur q̃d nõ attingat, accidet secundũ p̃missam cõtrariũ 65. primi huius, quod est impossibile, potest etiã sic fieri, ut semicirculus h m g, sit medietas horizontis, & facta diuisione in pũcto m, intelligatur circũduci idem semicirculus, nihil enim refert semicirculos diuersos describere uel unum circumducere,

punctusq; m, circumductus describet circulum iridis, qui est n m, circa centrũ uel polum p, secundum distantiam lineæ p m. Eruntq; anguli à termino diametri, scilicet puncto h, & à cẽtro k, ductarum ad circulum n m, omnes æquales in qualibet superficie reflexionis, quia triangulus h m k, in tota circumductione similes sibi triangulos causat in qualibet superficie reflexionis, & similiter triangulus h m p, motu suo describet similes triangulos, & triangulus h m p similiter similes triangulos describet. Si itaq; linea m p, nõ sit perpendicularis super diametrum h g, ducatur ergo perpendicularis à puncto m, per duodecimam primi Euclidis, super diametrum h g, cadetq; illa perpendicularis per 29. primi huius, inter puncta k & p, uel inter puncta p & g, quoniam linea m p, cum diametro h g, ex aliqua sui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmissis, & similiter linea m k, quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis, ut prius patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum o. Similiterq; ad idem punctum diametri necessario cadent ab omnibus aliorum semicirculorum angulis lineæ perpendiculares, uel angulus k o m, motu suo in omnibus superficiebus reflexionum æquales angulos causabit, punctũ ergo o, est centrum circuli reflexionis factæ ad uisum, cum ergo centrum iridis sit in horizontis diametro, medietas eius erit super horizõtem, quæ est n m, & medietas sub horizontẽ quam tunc communis sectio superficierum horizontis & iridis, est diameter iridis. Idemq; accideret si linea m p esset perpendicularis super diametrũ, & hic est modus quo Aristoteles propositum conclusit. Sed tamen non est nobis uisa fore necessaria notitia linearum, quia sine illa idem & eodem modo declarari potest.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis super horizontem existente centro corporis luminosi secundum eius eleuationem, centrum circuli iridis sub horizonte deprimitur, & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secundum dispositionem proximæ, scilicet ut sit horizon circulus h m g, cuius diameter sit linea m h, & centrum k, sitq; circulus altitudinis transiens per zenith capitis & per centrum corporis luminosi, qui est l m n h. & sit centrum solis eleuatum super horizontem in circulo altitudinis in puncto n, & quoniam per 62. huius, centrum corporis luminosi, & cẽtrum oculi, & centrum basis pyramidis irradiationis semper sunt in eadẽ linea, cum centrum uisus sit centrum circuli altitudinis, si ducatur linea à centro luminosi corporis per centrum uisus, illa necessario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea à puncto n, producta per centrum k, necessario cadens in aliquo punctum circuli altitudinis, qui sit l, & erit semicirculus altitudinis eleuatus super circulum horizontis, qui est h n m æqualis semicirculo n m l, & quoniam sunt medietates eiusdem circuli, ablato ergo communi arcu, qui est n m, erit arcus, qui est h n, æqualis arcui m l, sed pũctum l est locus centri circuli irradiationis, & punctum n, est locus centri solis, patet ergo quod quantum centrum solis eleuatur super horizonta, tantum centrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimetur super horizonta, & hoc est primum propositum. Cum autem erit centrorum utrunq; in circulo horizõtis, medietas circuli iridis uidetur, ut in præcedenti theoremate est ostensum, ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimetur, minus semicirculo uidebitur, & hoc est quod secundo proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est, si sit in horizontis parte occidentali, uel in quacunq; parte sit horizontis, ut est his quorum latitudo est 66. graduum, & 9 minutorum, his enim est sol in meridie in puncto tropici hyemalis in horizõte, & sic secundũ regiones diuersas uniuersale semper est propositũ theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniã enim si sol est in horizõte, semicirculus tãtũ uidetur, ut patet ex 72. huius, & si sit super horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet ꝑ præmissam, qđ quantũ centrum solis uel lunæ eleuatur super horizonta, tantũ centrum iridis deprimitur sub horizonte, unde tũc super horizontẽ semper pars iridis minor semicirculo uidet̃, sicut patet in aliis paralle-

paralellis in sphæra, per quorum centrũ non transit horizon. Hi enim in portiones inæquales sub horizonte & super horizõtem secantur, patet ergo cum corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit, aut in horizõte, aut super horizonta, quod nunquam completus circulus iridis poterit uideri, nisi forte fiat ex reuerberatione luminis solis à nube forti ad terram, uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporem & nubem à qua fit reuerberatio, uel in eadem linea, sic quod ad ipsum possit fieri reflexio, tunc enim impossibile est integras irides uideri, sed de talibus sermo propositus non intendit, diximus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propositum.

LXXVII.

Datæ iridis semidiametrum inuenire.

Ad quantum enim summorum uaporum cõsistentia eleuari possit, iam ostendimus in 58. huius, sed non secundum totam eleuationem illorum, possibile est iridem eleuari, quoniam materia iridis est uapor roridus per 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor siccus. Si ergo datę iridis semidiametrum uolumus inuenire, data iris sit semicircularis, faciliter habetur propositum: Accipiatur enim altitudo sua per instrumentum, circuliq; altitudinis suæ portio, siue arcus interiacẽs horizonta & gibbum iridis duplicetur, & cũ arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione Almagesti positarum, & extrahatur chorda arte consueta, eritq; chorda inuenta diameter totius iridis, & ea diuisa per æqualia medietas ipsius erit semidiameter iridis, & ita summus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quæ sub hoc situ in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa semidiameter non est iridis secundum cuiusdam alterius circuli æquedistantis iridi, sed maioris iride, hoc non obstat, quod illi duo circuli in eundem angulum solidum cadunt apud centrum mundi, quod tunc est centrũ uisus, unde quod de uno dicitur de reliquo potest intelligi, quo ad quãtitatẽ, & quia per taliũ diametrorũ ꝓportiones habetur completa proportio iridis ad iridem, ideò talem diametrum, iridis diametrum appellamus. Si uero iris sit proportio minor semicirculo, accipiatur ipsius altitudo, & quia ut patet per 73. huius, tunc sol est super horizonta in eodem circulo, accipiatur altitudo solis, quia ergo, ut in illa declaratum est, distantia cẽtri iridis sub horizonte est æqualis eleuationi solis super horizontem, coniungantur isti duo arcus altitudinis, iridis, scilicet, & solis, perueniet q; arcus interiacens punctum circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta à centro corporis solis per centrum uisus & per centrum iridis ad ipsum circulum altitudinis, & hoc est nadair solis, & punctum superiorem circuli altitudinis iridis, duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur chorda ut prius, diuidaturq; per æqualia, & habetur intentum, patet ergo propositum.

LXXVIII.

Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris, portio uero minor semicirculo uisa est portio circuli maioris.

Huius propositæ rei causa patet secundum præmissa huius libri, quoniam enim ut patet per 63. huius, patet centrum solis & uisus & iridis semper in eadem linea consistunt, quæ est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi, propter quod patet in omni reflexione ex qua apparet iris, semper centrum uisus est polus circuli iridis, palàm ergo quod nullam facit diuersitatem in uisu erectio uel obliquatio superficie iridis super superficiẽ horizõtis, quoniã semper linea pertransiens centrũ solis & uisus est erecta super superficiẽ iridis, & sic periferia iridis semꝑ se habet uniformiter ad uisum quãtum est de se, ut patet per 65. primi huius. Quod tamẽ hic proponitur, causam habet nõ ex reflexiõe, sed ex refractione, quia ut in 8. huius, declarauimus, diuersitas angulorũ refractionis causatur ex diuersitate diametris corporum diafonorum eiusdem speciei, maior enim fit refractio ad punctum perpendicularem in aqua grossiori, quàm in aqua subtiliori, quia itaq; sole existente in periferia horizontis, aer est grossior seipso, postmodum per luminis solaris præsentiam subtiliato, palàm quod in grossiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari, radij itaq; tunc refracti magis approximant perpendiculari quàm postmodum aere subtiliato, ad propinquiorem ergo locum superficiei iridis fit aggregatio radiorum

incidentium superficiebus uisuũ ibi existentiũ, q̃ fiat in aere rariori existente, subtiliato uero aere fit ad eosdẽ uisus à partibus remotioribus ipsius uaporis reflexio, non enim fit à partibus propinquioribus, quoniam ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa reflexio à partibus uaporis, à quibus fiebat prius, qm̃ medio immutato est ipsa refractio immuta ta, p 8. huius, fit ergo necessario reflexio à partibus uaporis remotioribus q̃ prius. Radij ergo reflexi sunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramidis ergo illuminationis est maior, ergo & basis eius, quæ, ut patet ex præhabitis, est periferia iridis, erit maior. Existente uero sole in periferia horizontis, tunc tantum causatæ iridis semicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero sole super horizonta, tunc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifestum est ergo propositum. Est autem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42. quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit, quandoq; minor quandoq; maior, secundum mediorum diafonorum & suarum reflexionum diuersitatem, ut præostensum est, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuersarum iridum semidiametri sunt æquales, posset tamen esse modica differentia, quæ forte per instrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non posit aliqualiter perpendi, & etiam eorum experientia est in proportionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quod tales uerso instrumento, uel mutato uisu fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia, quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit, cum tamẽ de præsenti theoremate magnam fecerit mẽtionem, quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uiderimus, super hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione, semper enim centrum solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt, & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis solis altitudini in omnibus climatibus est ęqualis, nec in hoc aliqs differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibusdam regionibus sole existente in meridie iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendum propositum ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in zenith capitis, & palam ex præmissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquedistans horizonti, & quoniam tunc altitudo solis erit partium 90 sole descendente, siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ est directe sub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quamdiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquisitor poterit inuenire, quantum aũt sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æstiualibus ab æquinoctio uernali aut autumnale in consuetis nobis regionibus quæ sunt ultra clima quartum usq; ad finem notorum septem climatum, in meridie iris non apparet, & si in alia parte anni appareat quãdoq;, totum autem hoc diximus propter regiones quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit cõmitti. In omnibus autem regionibus sole existente super horizontem in qualibet hora diei iris poterit apparere, prçter quàm in meridie. In illis tamẽ horis in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro, & hęc sufficiãt pro iridis intento, quia irim de cœlo misit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit secundum dispositionem materiæ, & luminis incorporationem.

Quoniam enim nubium consistẽtia ex duobus fit uaporibus, sicco scilicet & humido, ut

ut declaratum est in philosophia naturali, tunc quando sol agendo ex sicco penitus extrahit humidum, a duritur siccum terrestre, ita quod lumen in ipsum penetrare non potest, ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris, propter quam in ipsum penetrare non potest radius solaris, uel stellarum, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunq; disgregato subtili recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba, unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in se humidum fumosum ammixtum, aliquantulum terrestre adusto, tunc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in sero, & hæc significant pluuiam futuram, & si quidem sit in oriente in mane, defertur pluuia super homines illius habitabilis. Si uero sit in occasu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemisperium sub homines uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte spoliata nubibus in mane, & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequenti, quoniam uero nubes depressa habet superius respersam purpureitatem obscuram ualde, tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis, quæ iam incipient inflammari in uentre nubis, & sunt nubes tales periculosæ continentes materiam tonitrui, & similium. Quod si nubes sit rorans, & in fine suæ resolutionis, tunc illa nubes in se recepto lumine, quandoq; iridis acquirit colorem, & secundum sui uarias dispositiones fit multa uarietas colorũ lumine nubibus præsente, siue lumen nubi incidens refrangatur ad uisum propter densitatem secundi diafoni, siue reflectatur ad uisum à superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subtilem umbrosam uisibus occurrit, tunc enim uario colore coloratur nubes uisa secundũ illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propositum.

LXXXI.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa raritate & spissitudine inæqualiter distincta.

Virgæ dicimus extensiones radiorum per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij, interposita enim nube aliqua aquosa inter solem & uisus nostros fit refractio radiorum solarium ad uisum, & hoc accidit in medio secundi diafoni, & ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores secundum quasdam lineas rectas protensæ, eo quod habeant quandam subtiliorem, & quandam grossiorem consistentiam, in quibus permixtum solis lumen fantasiam coloris in ipsis facit, potior tamen in his causa est admixtio umbrarum, quę diuersimode immixtæ lumini colores diuersos uisibus repræsentãt, & quia radius solis perpendicularis super superficiem nubis penetrat nubem, & ad uisus non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & sol per illã uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceus aut colorem alium habens uisus. Sol enim per cõsistentiam nubis grossiorem & caliginosam alium, & alium præsentat uisibus colorem. Non est autem in hoc differentia, siue sol uideatur per nubem, sic quod fiat suorum radiorum ad uisus refractio, siue radij solis reflectantur ad uisum, aspicienti uero ad solis latera uidetur quandoq; iridis color uirgatus, ut præmisimus, quando nubes secundum aliquid est spissa, & secundũ aliquid rara, & secundum aliquam sui partem plus aquosa, & secundum aliquam minus, & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaq; fiunt propter irregularitatem diuersi situs & quantitates speculorum, non propter figuræ anomaliam. Sunt enim quædam specula, quæ propter sui anomaliam figuras anomalias permutatas uisibus ostendunt formarũ uisarum per ipsa, de quibus in nono libro scientiæ huius aliquis sermo fuit, unde & nubes figuram solis non ostendit, quia specula nubis non sunt proprie ostendentia figuram propter speculorum paruitatem, sed ostendunt colorem, quod conuenit diafonitati speculorum & nubis totius, & distinguuntur illi colores secundum dispositionem, cui lux incorporatur, & secundum umbrarum immixtionem, patet ergo propositum.

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum solarium ad uisum ab æquali consistentia nubosa

Pareliæ dicimus quasi paria soli, elios enim Græce sol dicitur latine, & significat soles aqueos, qui in nube uidentur, nube enim interposita soli & uisibus existente æquali secundum sui specula, neq; densiore neq; rariore, neq; plus aquosa, neq; minus secundum suas partes, tunc radius solis illis incidens propter similitudinem & æqualitatem speculorum, & ipsorum regularitatem minus coloris fit fantasia, albi autem uidetur coloris propter spissitudinem consistentiæ & regularitatem ipsius nubis. Radij enim ad ipsam nubem sic dispositam incidentes, & ab ipsa refracti ad uisus maxime nube illa non existente aquosa neq; nigra, uicina tamen aqua sine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uisum, propter quod proprium solis colorem, qui luminosus & albus est, in tota nubis cõsistentia apparere faciunt uisibus, fiuntq; pareliæ albæ, sicut etiã ab omni corpore polito reflectitur lumen solis ad uisum propter spissitudinem consistentiæ, ut ostensum est per primam quinti huius. Sunt autem pareliæ magis signum pluuiæ quàm uirgæ, quia æqualis nubium consistentia, quæ est materia parelijs, signum est quod aer idoneæ habet se ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Australis aer facilius in aquam permutatur propter sui facilitatem in paciendo, quàm aer Borealis, qui siccior est propter frigoris constrictionem, ideo pareliæ Australes magis sunt signum pluuiæ quàm Boreales. Fiunt autem pareliæ sicut & uirgæ magis sole existente in oriente uel occidente quàm in meridie, quoniam sol existens in medio cœli soluit tales nubium consistentias, & plurimum segregat illas, & neque fiunt desuper solem, neque desubtus, sed à lateribus solis obliquis quæ sunt secundum polos mundi, & neque fiunt multum prope solem, quia à propinquo cito dissoluitur nubium consistentia, neque fiunt multum longe à sole, quia non est inde possibile reflexionem fieri ad uisus. Reflexio enim facta à paruo speculo subtilis est, unde longa protensa debilitatur, & euanescit antequam perueniat ad uisus, & ex eisdem causis non fiunt hæ pareliæ super solem, neque sub sole, quia prope solem existentes consistentiæ nubium soluuntur, remotæ uero distantes nõ perueniunt secundum ipsorum reflexionem ad uisum, secundum lateralem uero solis situm est inuenire mediocrem distantiam, in qua consistentia non soluitur, & tamen fit reflexio ad uisum, & cum non est minus prope ad terram descendens illa nubis consistentia, quando enim nubes sunt nimis propinquę horizonti, tunc ab ipsis nubibus reflexi radij non pertingunt ad uisus propter distantiam minorem improportionatam reflexionem luminis, quoniam enim uisus sunt apud terram, patet quòd tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uisibus. Sub sole etiam non potest fieri parelia, quia & tunc nubes uicina terræ perpendicularem solis radium respiciens dissoluitur cum radio solari remota uero nubes à uisu nullam causat reflexionem uel refractionem ad uisum propter longitudinem distantiæ, quia si in altera solis esset consistentia nubis nimis alta, non accideret reflexionem luminis fieri ad uisum, ne tunc apparent pareliæ ipsis uisibus, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Ex cristallo exagona soli opposita colores iridis generantur.

Huiusmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis, propter refractionē ad perpendicularem ductam à centro corporis solis ad superficiem unius paralellogrami ex lateribus cristalli, & quoniam declarauimus in 27. secundi huius scientiæ, manifestum est, quod à sole illuminatur magis medietate chilindri sibi oppositi, si rotundum sit chilindrum, hæc autem in chilindro angulato esse non potest angulis uenientibus in diametrum corporis basem per æqualia diuidentis, tũc enim sola medietas illuminatur propter radiorum incidentiam, ut diximus ibidem. Sed si corpus illud columnare diafonum fuerit, tunc enim alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionem. Si itaq; superficies corporis diafoni soli opposita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis

drangulis, tunc una fit luminis refractio fortis, & lumen sub forma luminis transibit ad partem oppositam corporis, aggregabitur extra corpus sub forma luminis, sicut etiam hoc fortius euenit in corpore sphærico diafono nō concauo, eo quod à superficie maioris partis totius illius corporis sphærici fit refractio ad radium, qui perpendiculariter incidit super superficiem corpus sphæricum contingentem æquedistantem superficiei secanti corpus solis per centrum secundum aspectum, quo ab ipso respicitur corpus illuminandum, ut ostendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorum aggregatione, & si non ad punctum unum, quoniam hoc est impossibile propter diuersitatem superficierum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipso lumine absq; coloratione sub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppositum, & incendit ex mora corpus inflammabile subito, ut stupam uel aliud potentiam actiuam in se habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonum soli oppositum sit plurimum superficierum quàm unius planæ, uel circularis, secundum eam, scilicet partem, qua soli opponitur, utpote si corpus quadrangulum secundum unū suorum angulorum soli opponitur, tunc fiet refractio radiorum incidentium uni superficiei ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorum incidentium alteri superficiei, & tamen ex parte opposita lumini refracto aer, qui est corpus rarioris diafoni, occurrerit, refrangentur radij ab utraq; parte superficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta in corpore basem ipsius per æqualia diuideret, uel alia ei æquedistante, & in alio corpore denso illi corpori diafoni subiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;, tunc quandoq; apparebunt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut si corpus diafonum æqualium fuerit angolorum & superficierum, & hoc patet experimentanti, eruntq; ibi duo colores confusi, non plures, color, scilicet rubeus, & alius mixtus quasi uiridis, qui secundum cristalli uel alterius parui corporis dispositionem magis sunt intensi uel remissi. Quod si superficies corporis quo ad partem soli oppositam fuerint tres, ut sunt in cristallo exagona, tunc à qualibet superficierum oppositarum soli, quæ sunt 3. receptum lumen cuiuslibet superiorum trium superficierum redditur corpori opposito, ut terræ uel alteri corpori cuicunque fuerit, quæ tria lumina, quorum medium manet in ipsa perpendiculari columnæ cristallinæ basem suam per æqualia diuidente uel ipsi diuidenti æquedistante, & fit uisibile lumen, illud nisi lumen solis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam secundi diafoni rarioris, scilicet aeris, dictum enim est in 4. huius, quod in medio secundi diafoni rariore existente refractio fit à perpendiculari, & est quasi quædam dispersio radiorum, apparent autem colores in istis luminibus si reflexis uel refractis propter mixtionem nigredinis coloris cristallini cū lumine penetrante, & propter ammixtiones umbrarum partium ipsius cristalli præminentium secundum acumen suorum angulorum, qui per 11. secundi huius, proijciuntur ad partem oppositam incidentiæ radiorum in partē aduersam corpori luminoso, quarum umbrarum numerus facit diuersitatem colorum, quando lumini permiscentur, quoniam ubi radio luminis perpendiculari magis quo ad superficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorū radiorū fit aggregatio, color cristalli & umbræ commixtus reflectitur, quia ille radius magis est luminosus, tunc fit color rubeus. In alijs uero radijs secundū sui debilitatem coloris corporis luminosi & umbrarū plurimum commixtionem alij colores medij generantur, fiūt autē tres colores, quoniā ex tribus superficiebus superioribus radij colligūtur ad quamlibet inferiorū superficierū, & color rubeus semper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis super superficiem cristalli in contrario situ generatæ iridis oppositam soli aggregatis omnibus radijs suæ superficiei incidit post reflectionem factam ex aeris intrapositi diafonitate, & tunc quoniā tres irides generantur propter triplicem naturā refractionis in medio 2. diafoni rariori, ut præmissum est, & quia ter tria faciūt quadratū, q est 9. erūt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium superficierum superiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt specificæ differentiæ colorum, & fit istarum colorum per an-

gulos corporis sensibilis distincti, quoniam & à linea angulorum quæ actu est indiuisibilis, reflexi uel refracti radij indiuisibiles, nihil sensibile producunt. Non autem fiunt isti colores iridis per cristallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum distinctio formaliter est tantum in uisu, sed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis, unde etiam causa ipsorum non est ad uisum facta reflexio, non enim uidentur per modum reflexionis, sed per modum simplicis uisionis, ut alia uisibilia, quæ uisui offeruntur, & à quolibet in eodem loco uidentur, fit itaq; colorum distinctio à figura corporis, quoniam à qualibet alia cristallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij apparent, qui secundum situm colorum iridis non sunt distincti, & istius signum est, quod si accipiatur cristallus exagona, & duo eius superficies cæra rubea, uel alia tegantur, sic quod inter illas 2. tertia superficies maneat non opaca, tunc & tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis non sit alias ualde luminosus, & aliquod nigrum supponitur, tunc uidebitur etiam ex cristallo modica iris maxima & pulcherrima, & coloris clarissimi, quod fit propter aggregationem totius luminis ab omnibus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, quæ, ad locum uicinum unicum aggregantur. Si uero illæ superficies 3. quæ nunc soli fiunt oppositæ inferiores fiunt, & econuerso aliæ 3. superiores, tunc iris quandoq; una, & quandoq; nulla apparebit, & qui ludum istum iocosum reuoluerit, inueniet quæ hic scripsimus plura, quàm per nos in tali solatio sunt inuenta, & si unam ex 6. superficiebus dictis experimentans opacauerit, illa similia per reuolutionem cristalli ad diuersos situs inueniet, & si cristallum oculo opposuerit, sic ut 3. non opacatæ superficies ad oculum uertantur, & omnes 3. oculo oppositae illam cæram rubeam uidebit, & si reuoluerit cristallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare quis poterit, semper considerans umbrarum immixtionem, quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis ad ea quibus incidit, non enim defertur color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis quæ est in ipso, poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligens inquisitor, patet itaq; propositum.

LXXXIIII.

Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur soli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum est quod proponitur, uidentur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie, uel in alio corpore, colores similes iridis coloribus, quorũ generatio est propter uarias luminis solis refractiones, ut enim patet per 4. huius, fit una refractio ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum, quorum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8. huius, secundum hos itaq; refractionum modos cũ admixtione coloris ipsorum corporum diafonorum, & umbrarum proiectarum à corporibus, lumen penetrat, & circulariter diffusum, uel forte irregulariter secundum corporum diafonorum conuexas, superficies uarias uisui præsentant colores distinctos secundum præmissas causas. Quod si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit, pulchriores uisui præsentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter numerus umbrarum, non sunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quamcunq; colores iridis, sed uidentur directe, sicut & ipsum lumen & alij colores, patet itaq; propositum.

LXXXV.

Speculo quocunq; sub aqua soli exposito figura solis uidebitur quasi duplicata.

In speculo enim respectum lumen radiorum super superficiem aquæ perpendicularium, superficiei uero speculi oblique incidentium, reflectitur à superficie speculi ad uisum in loco reflexionis existente, & sic offert uisui figuram solis, lumen uero radiorum oblique superficiei aquæ incidentium refrangitur in superficie aquæ ad perpendicularē ductam à puncto incidentiæ ad superficiem aquæ per 4. huius. cum itaq; illa forma refracta peruenit ad speculi superficiem, tunc ab illa superficie, cui oblique incidit, reflectitur iterum ad uisum, apparentq; duæ figuræ solis, una maior propter simplicem reflexionem, alia quoq; minor propter refractionem, quæ in medio densiori minuit figuram postmodum reflexam, uideturq; illa secunda figura solis quasi sit corpus stellæ sequentis corpus solis. Est autem & ipsa forma solis quod patet, quoniam & extra radium solis cum figura solis à superficie speculi per se non reflectitur, & hanc refractam formam accidit uideri, & si planè speculum super aquam deducatur in solis radium, tunc eadem numero forma, quæ prius sub minori lumine fuit uisa, uidebitur amplius quàm prius luminosa, & secundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figuram solis, patet ergo propositum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ suffragante præsidio tres propositos uidendi modos secūdum omnem ipsorum quatenus potuimus diuersitatem transcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere poßibile nobis est, ad illas tamen quas poßumus gratiarum actiones consurgimus ei, qui uere trinus & unus est, soli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum æstimantes, cui sit honor & gloria per infinita secula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctißimi περὶ ὀπτικῆς seu Perspectiuæ libri decimi, & sic totius operis continentis propositiones 805. finis.

